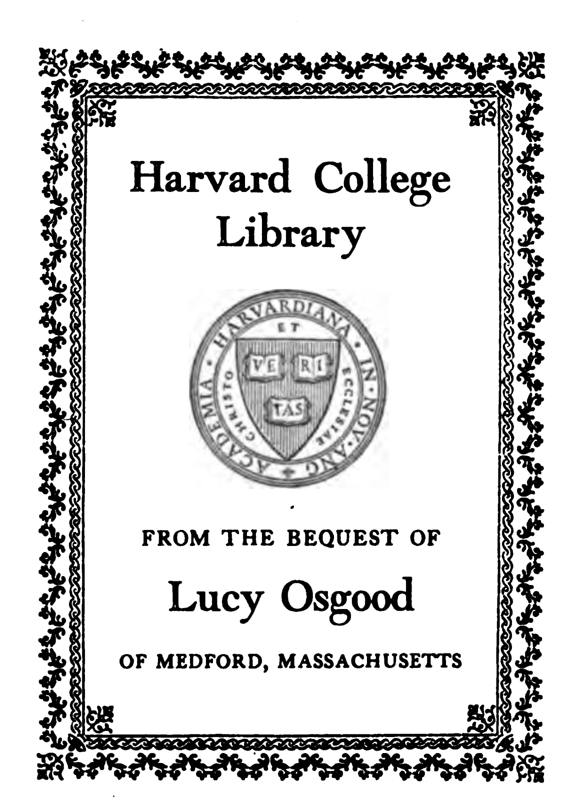

Harvard College
Library
VERITAS
FROM THE BEQUEST OF
Lucy Osgood
OF MEDFORD, MASSACHUSETTS

The New York Public Library

Astor, Lenox and Tilden Foundations

476 FIFTH AVENUE

New York, Aug. 9, 1936

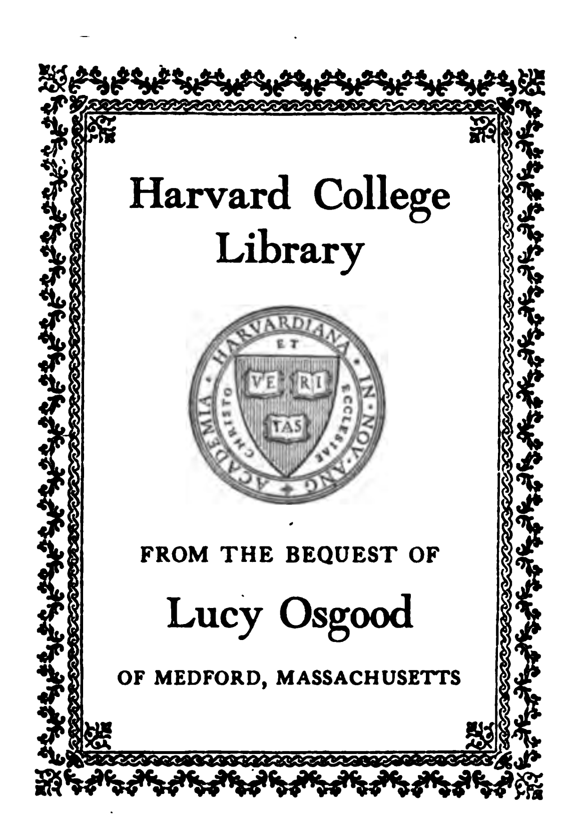
T. Franklin Currier, Esq.
Harvard College Library
Cambridge, Mass.

Dear Mr. Currier:-

Our copy of v. 76 of the Zapiski Akad. Nauk has the same odd feature as yours: the title-page indicates that it is v. 76, but the text consists of Feoktistov's large monograph which, according to its own title-page, is in the nature of a supplement to v. 76 of the Zapiski. What makes the matter even more puzzling is that the catalogue of the Academy's publications lists only 75 vs. of the Zapiski (Katalog izdanii Imp. Akad. Nauk, 1726-1912, Chast I, St. Petersburg, 1912, p.96). Also note that while v. 75 is dated 1895, v. 76 is dated 1894.

Very truly yours,

Avrahm Yarmolinsky


Harvard College
Library
HARVARDIANA · ACADEMIA · IN · NOV · ANG ·
ET
CHRISTO ECCLESIAE
VE RI
TAS
FROM THE BEQUEST OF
Lucy Osgood
OF MEDFORD, MASSACHUSETTS

[redacted]

The New York Public Library

Astor, Lenox and Tilden Foundations

476 FIFTH AVENUE

New York, Aug. 9, 1936

T. Franklin Currier, Esq.
Harvard College Library
Cambridge, Mass.

Dear Mr. Currier:-

Our copy of v. 76 of the Zapiski Akad. Nauk has the same odd feature as yours: the title-page indicates that it is v. 76, but the text consists of Feoktistov's large monograph which, according to its own title-page, is in the nature of a supplement to v. 76 of the Zapiski. What makes the matter even more puzzling is that the catalogue of the Academy's publications lists only 75 vs. of the Zapiski (Katalog izdanii Imp. Akad. Nauk, 1726-1912, Chast I, St. Petersburg, 1912, p.96). Also note that while v. 75 is dated 1895, v. 76 is dated 1894.

Very truly yours,

Avrahm Yarmolinsky

ЗАПИСКИ

ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ

ТОМЪ СЕМЬДЕСЯТЪ ШЕСТОЙ

САНКТПЕТЕРБУРГЪ, 1894

ПРОДАЕТСЯ У КОМИСІОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С. П. Б. **Эггерса и Комп.**, въ С. П. Б.

Н. Киммеля, въ Ригѣ

Цѣна 8 руб.

Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.
С.-Петербургъ, май 1894 года.
Непремѣнный секретарь, Академикъ *Н. Дубровинъ*.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.
Вас. Остр., 9 лин., № 12.

ЭЛЕКТРОМЕТРИЧЕСКІЯ ИЗСЛѢДОВАНІЯ

ВЪ ОБЛАСТИ ФИЗІОЛОГІИ.

ТОМЪ ПЕРВЫЙ.

(ОБЩАЯ ЧАСТЬ).

Д-ръ **А. ѲЕОКТИСТОВЪ.**

Читано въ засѣданіи Физико-Математическаго Отдѣленія 29 мая 1890 г.

ПРИЛОЖЕНІЕ КЪ LXXVI-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМПЕР. АКАДЕМІИ НАУКЪ.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ, 1894.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИССІОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С. П. Б. **Эггерса и Комп.,** въ С. П. Б.

Н. Киммеля, въ Ригѣ.

Цѣна 8 руб.

Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.
С.-Петербургъ, Май 1894 г.
Непремѣнный Секретарь, Академикъ *Н. Дубровинъ*.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.
Вас. Остр., 9 лин., № 12.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Такъ какъ въ этомъ первомъ томѣ сочиненія, озаглавленнаго «электрометрическія изслѣдованія *въ области физіологіи*», подробно разсматриваются нѣкоторые отдѣлы ученія объ электричествѣ, но мало говорится о самой физіологіи, то мнѣ кажется необходимымъ выяснить прежде всего — какую цѣль я преслѣдовалъ, печатая этотъ томъ. Однако, именно тѣ объясненія, которыя я могу дать, не будутъ вполнѣ доступны тѣмъ лицамъ, которыя съ предметомъ, въ этой книгѣ разсматриваемымъ, недостаточно знакомы.

Предисловіе имѣетъ здѣсь цѣлью показать, что изложеніе предпринятаго мною ряда экспериментальныхъ изслѣдованій въ нѣкоторыхъ областяхъ физіологіи, невозможно безъ предпосланія, въ видѣ «введенія», такого сочиненія, которое могло бы физіолога, мало или, въ сущности, даже совершенно не свѣдующаго въ ученіи объ электричествѣ, ознакомить предварительно съ этимъ предметомъ *въ томъ объемѣ и въ томъ направленіи*, которые ему необходимы для пониманія послѣдующаго и для самостоятельныхъ работъ. Такимъ образомъ, очеркъ тѣхъ заблужденій, которыя господствуютъ въ физіологіи и программа

настоящаго тома—вотъ тѣ двѣ темы, которыя я въ этомъ предисловіи разсматриваю.

Врядъ ли нужно распространяться о томъ, что ученіе объ электричествѣ имѣетъ для физіолога особо выдающійся интересъ: электрическій токъ, въ различныхъ видахъ его, есть тотъ агентъ, которымъ физіологъ пользуется на каждомъ шагу для искуственнаго возбужденія дѣятельности мышечной и нервной системы, rspct. дѣятельности различнѣйшихъ органовъ животнаго тѣла. Такъ какъ физика даетъ намъ возможность проявленія и дѣйствія занимающаго насъ агента измѣнять по произволу, учитъ насъ вполнѣ точно измѣрять и вычислять производимыя измѣненія, то очевидно, что физіологу крайне важно быть въ достаточной мѣрѣ знакомымъ съ главнѣйшими въ этомъ направленіи данными физики: этимъ дается ему возможность дѣло свое поставить на вполнѣ правильную научную почву. Мы ниже увидимъ, что, къ сожалѣнію, до сей поры, въ указанномъ смыслѣ, физіологія находится въ самомъ первобытномъ состояніи,—прогрессъ физики на успѣхахъ ея вообще мало отзывается, что же касается, въ частности, не только электрометріи, но даже и самыхъ основъ физическаго ученія объ электричествѣ, то эти отрасли физическихъ знаній въ физіологіи почти совершенно не привились.

Просматривая литературу физіологіи, безпристрастный наблюдатель легко придетъ къ заключенію, что наука эта въ послѣднее время вообще развивается далеко не съ тою быстротою, какъ остальныя точныя науки, обогащаясь ежегодно все менѣе и менѣе цѣнными вкладами. Уже прошла та эпоха, когда предшественники наши въ относительно короткое время и безъ большаго труда дѣлали важныя открытія ничтожными средствами. На нашу долю выпала разработка деталей и новая обработка тѣхъ основныхъ положеній физіологіи, которыя въ послѣднее время вызываютъ рядъ справедливыхъ сомнѣній. Эти наши работы желательно, конечно, вести теперь при помощи строго научныхъ методовъ, не уступающихъ уровню остальныхъ точныхъ

наукъ. Такія работы встрѣчаютъ, однако, затрудненія со стороны самой личности современнаго физіолога.

Физіологъ, занимающійся, по собственнымъ его понятіямъ, ничѣмъ инымъ, какъ «органическою физикой» и «животною химіей», при томъ первоначальномъ образованіи, которое ему даетъ современная высшая школа, весьма мало подготовленъ къ выполненію того труда, который онъ на себя возлагаетъ. Въ настоящее время контингентъ физіологовъ подготовляется двумя факультетами университетовъ: медицинскимъ — огромное большинство, и естественнымъ—исключительное меньшинство. Естественники у насъ и за границею отличаются отъ медиковъ тѣмъ, что получили болѣе основательную подготовку по химіи, что крайне важно для нихъ въ случаѣ, если самостоятельныя работы ихъ вращаются въ области физіологической химіи,— въ остальномъ же физіологи, прошедшіе медицинскую школу, имѣютъ всѣ преимущества предъ естественниками, ибо успѣшныя занятія экспериментальною физіологіей безъ знанія общей патологіи, патологической анатоміи (макро- и микроскопической), фармакологіи и токсикологіи—совершенно не мыслимы; это очевидно для всякаго, съ перечисленными предметами знакомаго. Наконецъ, медицинскій факультетъ даетъ болѣе солидную подготовку и по крайне необходимой для физіолога анатоміи, respect. гистологіи, изъ коихъ вторая на естественномъ факультетѣ выродилась въ сравнительную анатомію безпозвоночныхъ, интересную для спеціалиста, но безплодную для физіолога. — При указанныхъ преимуществахъ, физіологъ, прошедшій медицинскую школу, какъ уже было сказано, плохо подготовленъ по химіи; что же касается наиболѣе важнаго для физіолога предмета — *физики*, то можно сказать, что медицинскій факультетъ подготовки такой совершенно не даетъ, естественный же даетъ въ размѣрѣ болѣе чѣмъ недостаточномъ. Въ результатѣ, такъ называемые «спеціалисты» по физіологіи, являются лицами, къ своей наукѣ весьма мало подготовленными, вслѣдствіе чего въ настоящее время ограниченность ихъ познаній и отражается все болѣе и болѣе на ихъ на-

учныхъ трудахъ. Я говорю «все болѣе и болѣе» потому, что для открытій основныхъ фактовъ и законовъ физіологіи, хотя и нужна была большая наблюдательность и выдающіяся способности, но какой либо особой, *спеціальной* подготовки не требовалось, — въ настоящее же время, при вновь представляющихся требованіяхъ, при горизонтахъ, открываемыхъ другими науками, недостаточность подготовки современныхъ изслѣдователей сказывается все чаще и чаще въ длинномъ рядѣ грубыхъ ошибокъ и заблужденій. Такимъ образомъ, не трудно придти къ тому выводу, что полный переворотъ въ дѣлѣ можетъ наступить лишь тогда, когда поприще физіологіи будетъ доступно исключительно лицамъ, получившимъ первоначальное образованіе, совершенно отличное отъ настоящаго, т. е. когда будутъ установлены научныя степени магистра и доктора физіологіи съ особыми для полученія ихъ требованіями, въ которыхъ математика, физика и химія заступятъ нѣкоторые безполезные предметы, требуемые теперь отъ физіолога, получающаго степень магистра или доктора зоологіи, rspct. доктора медицины. *Физіологія, правильно поставленная, есть наука біологическая лишь въ томъ смыслѣ, что объектъ изслѣдованій ея есть живой организмъ, въ остальномъ же, т. е. въ методикѣ своей и въ необходимой для физіолога подготовкѣ, физіологія не можетъ имѣть ничего общаго съ біологическимъ отдѣломъ естественныхъ наукъ и потому должна все тѣснѣе и тѣснѣе примыкать къ отдѣлу физико-математическому.*

Само собою разумѣется, что большинство физіологовъ или сочтетъ слишкомъ обиднымъ для себя раздѣлять мои взгляды относительно недостаточности получаемой нами подготовки, или, быть можетъ, даже искренно не согласится съ этими взглядами, будучи твердо убѣждено, что современная физіологія стоитъ на высотѣ призванія точной науки. Читаемъ же мы въ произведеніи одного изъ адептовъ современной русской физіологической науки, что «тотъ, кто дѣйствительно основательно знакомъ съ физіологіей, знаетъ, что наука эта примѣнила *все*, что даетъ физика и

химія, и, слѣдовательно, уровень физіологіи зависитъ отъ уровня физики и химіи» [1]). Но, къ сожалѣнію, такое самодовольство всегда бываетъ лишь обратно пропорціонально познаніямъ, — я и не привелъ бы этой тирады, если бы въ ней не сказывалось настроеніе многихъ моихъ товарищей по наукѣ.

Такъ какъ ни медицинскій, ни естественный факультеты не даютъ будущему физіологу достаточной подготовки въ области физики, то ему не остается ничего иного, какъ самому пополнить недостатокъ своего образованія. Но тутъ является рядъ препятствій. Или данное лицо вовсе не сознаетъ широкихъ пробѣловъ въ своихъ познаніяхъ или, если и желаетъ пополнить свое образованіе, то не имѣетъ на это времени, страдаетъ недостаткомъ матеріальныхъ средствъ, или, на первыхъ же порахъ, встрѣчается съ такими затрудненіями, которыя у него отбиваютъ всякую охоту къ дальнѣйшему тяжелому труду.

Наибольшимъ препятствіемъ въ подготовкѣ по физикѣ служитъ всякому физіологу незнаніе математики, безъ которой обойтись на первыхъ же шагахъ оказывается совершенно невозможнымъ. Дѣло въ томъ, что физіологу постоянно приходится сталкиваться съ такими вопросами физики, о которыхъ въ школьныхъ руководствахъ упоминается лишь кратко и даются свѣдѣнія, съ которыми еще нельзя пуститься въ поприще самостоятельныхъ работъ. Если же физіологъ открываетъ книгу нѣсколько болѣе спеціальную, то оказывается, что онъ въ ней не понимаетъ ни одной строки. Приходится, значитъ, либо начинать съ математики, либо увѣрить себя, что то чтò въ непонятой книгѣ написано, для физіологіи вообще безполезно; — послѣдній выводъ утѣшительнѣе и къ нему, обыкновенно, и прибѣгаютъ.

Въ очень хорошемъ руководствѣ [2]) проф. Lang говоритъ: «Wer mit den physikalischen Kenntnissen der Mittelschulen ausgerüstet nun auf dem Gebiete der Physik sich belehren will, der

---

[1]) Жандръ. Причина смерти животныхъ при искуственной задержкѣ выдѣлительной дѣятельности кожи. Спб. 1889, стр. 103.

[2]) Lang, Einleitung in die theoretische Physik, 1891; предисловіе.

muss, wenn er einschlägige Werke zur Hand nimmt, auch wenn sie als Einleitungen bezeichnet sind, immer einen grossen Sprung thun». Этотъ ужасный скачекъ представляется и всякому физіологу; тщетно онъ будетъ искать въ физической литературѣ сочиненіе, могущее, при ничтожной имъ полученной математической подготовкѣ, оказаться дѣйствительно полезнымъ въ его спеціальныхъ работахъ.

Итакъ, для того, чтобы быть въ состояніи пользоваться спеціальными сочиненіями по физикѣ, современному физіологу было бы необходимо первоначально ознакомиться въ достаточномъ размѣрѣ съ математикою. Но такой, единственно правильный, путь найдетъ, конечно, мало охотниковъ и потому, если не попытаться до извѣстной степени помочь дѣлу иначе, то врядъ ли скоро физіологія выйдетъ изъ того незавиднаго состоянія, въ которомъ она находится въ наше время. Передавая, поэтому, печати настоящее сочиненіе, я имѣлъ, между прочимъ, въ виду, читателю, знакомому съ математикою лишь въ размѣрѣ гимназическаго курса, дать возможность постепенно усвоить себѣ тѣ знанія въ одной изъ отраслей физики, которыя для него вполнѣ необходимы.—Но, прежде чѣмъ остановиться на разборѣ моей книги, я долженъ еще и тому читателю, который знакомъ съ предметомъ въ книгѣ излагаемымъ, но мало знакомъ съ физіологіею, доказать, что послѣдняя, въ разсматриваемомъ мною смыслѣ, дѣйствительно стоитъ столь низко, какъ я это утверждаю, иначе слова мои будутъ неубѣдительны. Лишь съ большою неохотою приступаю я къ этой части предисловія, такъ какъ здѣсь мнѣ, неизбѣжно, приходится уже выставлять имена...

Лишь въ самые послѣдніе годы физіологи нѣсколько болѣе заинтересовались физикою, примѣняя въ своихъ изслѣдованіяхъ кое-какія не хитрыя физическія измѣренія. До послѣднихъ лѣтъ и этого не было. Если изъять изъ литературы физіологіи славныя имена Гельмгольца, Дю-Буа-Реймона и весьма немногихъ другихъ ученыхъ (изъ числа разработавшихъ, главнымъ образомъ, физіологическую оптику), то мы увидимъ, что, помимо

грубѣйшаго эмпиризма, физіологія мало что представляетъ. Примѣры такихъ высоко образованныхъ людей, какъ Гельмгольцъ и Дю-Буа-Реймонъ, очень мало подѣйствовали на ту массу изслѣдователей, работами коихъ въ настоящее время можно наполнить большую библіотеку. Въ особенности физическія измѣренія, отличающіяся нѣкоторою сложностью и требующія болѣе спеціальныхъ знаній, никакъ не хотѣли проникнуть въ нашу науку, если же и проникали иногда, увѣнчиваясь тотчасъ же названіемъ «точнѣйшихъ изслѣдованій», то, на самомъ дѣлѣ, рѣдко выходили изъ границъ ничтожныхъ попытокъ, не имѣющихъ ничего общаго съ тѣми работами, которыя *физикъ* именуетъ «точными». — Такъ какъ въ настоящемъ трудѣ мы разсматриваемъ лишь электрометрію въ примѣненіи ея къ физіологіи, то далѣе мы будемъ интересоваться исключительно положеніемъ этой отрасли физики въ физіологической наукѣ; мы сейчасъ же увидимъ, что положеніе это крайне не завидно.

По причинамъ, которыя я ниже выясню, я не могу не замѣтить здѣсь, что въ послѣдніе годы *электротерапія*, наука непосредственно связанная съ физіологіею, пользующаяся въ своихъ діагностическихъ пріемахъ чисто физіологическими методами и обогащающая иногда физіологію весьма цѣнными данными, ввела въ свою обыденную практику нѣкоторыя электрическія измѣренія. Эти измѣренія въ электротерапіи ограничились, однако, почти исключительно абсолютными измѣреніями силы тока, употребляемаго при раздраженіяхъ мышцъ и нервовъ (или, лучше сказать, «попытками» такихъ измѣреній). Понятно, что такое ограниченное примѣненіе электрометріи не могло способствовать распространенію въ средѣ электротерапевтовъ правильнаго взгляда на ученіе объ электричествѣ, а также болѣе обширному примѣненію этого ученія къ потребностямъ электротерапіи. Однако, уже одно стремленіе къ измѣренію дѣйствительной силы того тока, съ которымъ имѣетъ дѣло электротерапевтъ, является шагомъ впередъ, — физіологія не можетъ похвалиться даже такимъ прогрессомъ.

Къ сожалѣнію, просматривая литературу электротерапіи, приходится убѣдиться, что въ ней, въ той узкой сферѣ, гдѣ электрометрія нашла себѣ примѣненіе, вошло въ употребленіе отнюд не осмысленное, научное измѣреніе силы тока, о коемъ говорилось выше, а лишь безотчетное и ошибочное примѣненіе въ практикѣ появившихся въ продажѣ, такъ называемыхъ, «абсолютныхъ» гальванометровъ. Электротерапевты, пріобрѣтая эти приборы, конечно, не пріобрѣли вмѣстѣ съ ними понятій объ электрическихъ измѣреніяхъ, вслѣдствіе чего литература предмета— русская, нѣмецкая, англійская и французская — полна ужасающихъ примѣровъ отсутствія самыхъ элементарныхъ научных понятій:

Что сказать, читая, напр., слѣдующій рядъ курьезовъ въ книгѣ, озаглавленной «О примѣненіи электричества въ гинекологіи» [1]), представляюще сборъ трудовъ гинекологическаго общества въ Москвѣ: «Употребляющеес дозированіе электрическаго тока не только не точно, но и совсѣмъ не имѣет научной подкладки..., всѣ гальванометры, на самомъ дѣлѣ, не гальванометры. существующія понятія объ амперахъ и вольтахъ въ учебникахъ смутны. Дл измѣренія вольтъ необходимъ вольтметръ, имѣющій сопротивленіе не менѣ 5000 омъ, амперометръ же долженъ имѣть сопротивленіе не болѣе $1/4$ ома. Су ществующіе гальванометры имѣютъ сопротивленіе до 500 омъ, они, слѣдов тельно, не вольтметры (для чего нужно не менѣе 5000 омъ), ни амперометр не болѣе $1/4$ ома), при ихъ употребленіи на нихъ вліяютъ и вольты и амперы Они, слѣдовательно, не могутъ точно показать число амперъ... Между тѣм необходимо, обязательно, считаться, какъ съ амперами, такъ и съ вольтами. С увеличеніемъ числа элементовъ, соединенныхъ послѣдовательно, увелич ваются только вольты, при параллельномъ соединеніи — только амперы... П устройствѣ электрическаго освѣщенія, электротехники, говоря о силѣ то считаютъ всѣ на вольты и ни слова объ амперахъ. Заграницею болѣе 2 вольтъ считаютъ, вообще, опаснымъ, но это не вѣрно. Статическое эле тричество имѣетъ нѣсколько десятковъ тысячъ вольтъ, напряженность гр мадную, но безъ конденсаціи оно не убьетъ. Но, если къ этому безопасно электричеству прибавить только 0,25 ампера, то оно обязательно, убье человѣка»...

Недавно появилась поразительная по невѣжеству книга [2]), сильно расп страненная среди русскихъ электротерапевтовъ, въ которой, среди массы сурдовъ, также говорится (стр. 160): «раціональный, истинный путь разви электротерапіи состоитъ въ возможно точномъ опредѣленіи физіологическ

[1]) Москва, 1889.

[2]) Репманнъ, электротехника и электродіагностика въ медицинѣ. Моск 1890.

и терапевтическаго вліянія вольтъ и амперъ на организмъ»... и т. д. Нѣчто совершенно подобное находимъ и въ извѣстномъ сочиненіи Mayer'a [1]): «Die in Milliweber getheilten Galvanometer sind in der Medicin nicht anzuwenden, da der Widerstand des menschlichen Körpers veränderlich ist»... Наконецъ, въ очень извѣстной книгѣ Lewandowski [2]), переведенной и на русскій языкъ, читаемъ: «Die Stromstärke eines Daniell- Elementes ist als ein Volt anzunehmen», и т. п. Справедливость заставляетъ меня сказать, что въ новѣйшихъ и даже болѣе старыхъ сочиненіяхъ (напр. Erb — Handbuch der Elektrotherapie, 1882), причисляемыхъ въ электротерапіи къ классическимъ, мы не встрѣчаемъ абсурдовъ, вродѣ перечисленныхъ выше, но, вмѣстѣ съ тѣмъ, читателю и не сообщается никакихъ понятій изъ области ученія объ электричествѣ, кромѣ развѣ закона Ома, возможности измѣрить токъ эмпирически градуированнымъ гальванометромъ и т. п. простѣйшихъ истинъ. Во всѣхъ же новѣйшихъ сочиненіяхъ, въ которыхъ электрометріи удѣляется болѣе вниманія, тотчасъ же обнаруживаются недостаточныя познанія авторовъ.

Я привелъ эти примѣры съ цѣлью наглядно показать, что если нельзя не сѣтовать, что вообще понятія объ электрическихъ измѣреніяхъ не вошли еще въ практику физіологіи, то, съ другой стороны, можно ли считать успѣхомъ указанныя нами попытки ввести электрометрію въ практику электротерапіи! Приведенные здѣсь примѣры должны устрашать насъ въ особенности потому, что именно въ настоящее время замѣчается въ физіологіи стремленіе заимствовать отъ электродіагностики ея приборы, пріемы и распространенныя у электротерапевтовъ представленія (различныя «абсолютныя» гальванометры, фарадиметры и прочіе негодные приборы уже сильно проникаютъ въ физіологическія лабораторіи). — Еще остановился я на разсмотрѣніи положенія электрометріи въ электротерапіи и электродіагностикѣ потому, что какъ этотъ томъ, такъ и многія изъ тѣхъ послѣдующихъ моихъ работъ, которыя имѣютъ появиться подъ общимъ заглавіемъ «электрометрическихъ изслѣдованій въ области физіологіи», имѣютъ прямое значеніе для названныхъ отраслей медицинской науки; наконецъ, я остановился на этомъ предметѣ еще и вслѣдствіе того, что пріемы электродіагностики суть не что иное, какъ настоящія физіологическія изслѣдованія, производимыя на чело-

[1]) Mayer, Die Elektricität in ihrer Anwendung auf praktische Medicin.
[2]) Lewandowski, Elektrodiagnostik und Elektrotherapie, pag. 174.

вѣкѣ, такъ что все, касающееся этихъ изслѣдованій, крайне интересно для физіолога.

Теперь я долженъ привести нѣсколько примѣровъ, аналогичныхъ выше помѣщеннымъ, изъ спеціальной литературы физіологической науки. Примѣры такого рода читатель найдетъ и во многихъ мѣстахъ текста этой книги (см. напр. стр. 1050—1051, 1053—1055, 1062 и т. д.), здѣсь же я приведу нѣсколько другихъ.

Наиболѣе интересны встрѣчающіеся въ физіологіи примѣры попытокъ электрическихъ измѣреній или попытокъ опредѣленій единицъ такихъ измѣреній. Такъ напр., въ извѣстномъ сочиненіи Ландуа, вышедшемъ заграницею и у насъ во многихъ изданіяхъ, на ряду съ цѣлою массою недомолвокъ и недоразумѣній, встрѣчаются и такіе перлы: «абсолютною единицей мѣры силы тока *условились считать* (!) одинъ амперъ, т. е. силу тока, которая образуетъ въ 1 минуту изъ воды 1 куб. сантиметръ гремучаго газа (!) [1]). Какъ видитъ понимающій дѣло читатель, цитированнымъ мѣстомъ авторъ сразу опредѣлилъ и понятіе свое о сущности «абсолютныхъ» мѣръ вообще и понятіе свое объ амперѣ, какъ единицѣ силы тока, въ частности. Совершенно подобныя же опредѣленія и понятія мы встрѣчаемъ въ физіологической литературѣ на каждомъ шагу; такъ напр., проф. Введенскій [2]) измѣряетъ *силу тока* въ даніэляхъ: «токъ силы 0,0000007 Даніэля», «токъ одного Даніэля, пробѣжавшій по телеграфной проволокѣ 2?0 разъ вокругъ земнаго экватора» и т. п. ужасы. Tromhold-Treu [3]) полагаетъ, что миллиметрами на шкалѣ индукціонныхъ салазокъ Дю-Буа-Реймона опредѣляется сила индукціоннаго тока въ миллиамперахъ и такъ таки и «измѣряетъ» этотъ токъ.

Въ высшей степени интересныя понятія встрѣчаются въ физіологической литературѣ всегда, когда дѣло заходитъ о токахъ индукціонныхъ или перемѣнныхъ вообще; выводами, въ родѣ слѣдующихъ, изобилуетъ физіологическая литература: «до изобрѣтенія телефона у насъ не было аппарата *для измѣренія силы* индукціонныхъ токовъ (?!). Мы можемъ, правда, точно опредѣлить *количество электричества въ индукціонномъ токѣ*, одновременно пропуская его чрезъ гальванометръ *(перемѣнный-то токъ!)* и электродинамометръ, но *по количеству электричества, протекающаго въ теченіе извѣстнаго времени, можно судить о силѣ тока только тогда, когда въ каждый моментъ времени протекаетъ одно и то же количество, индукціонный же токъ не такъ протекаетъ*. Бусоль и электродинамометръ, благодаря своей инертности, показываютъ лишь *интегральную* величину индукціоннаго тока» (авторъ, очевидно, хотѣлъ сказать «*среднюю силу*»). «До изобрѣтенія телефона у насъ не было аппарата, посредствомъ коего было бы возможно опредѣлить силу индукціоннаго тока

---

[1]) Цитировано по послѣднему изданію, вышедшему у насъ подъ ред. и съ примѣчаніями проф. Данилевскаго (см. стр. 741).

[2]) Введенскій, Телефоническія изслѣдованія, стр. 2—3.

[3]) Tromhold-Treu, Ueber die Beeinflussung peripherer Gefässe durch den galvanischen Strom.

въ тотъ моментъ, когда онъ достигаетъ максимума своей интенсивности» [1]).— Телефонъ, въ роли «измѣрителя» силы индукціоннаго тока, употребляется авторомъ слѣдующимъ образомъ: слушаютъ звукъ, издаваемый телефономъ при прохожденіи чрезъ него индукціоннаго тока, а затѣмъ чрезъ телефонъ замыкаютъ и размыкаютъ гальваническій токъ, измѣняя силу его до тѣхъ поръ, пока не получается въ телефонѣ звука, по силѣ равнаго первому: тогда сила ранѣе наблюдавшагося индукціоннаго тока равна силѣ даннаго гальваническаго! Этотъ примѣръ «физическаго измѣренія» *вполнѣ характеренъ* для длиннаго ряда такъ называемыхъ «точныхъ» изслѣдованій физіологической литературы.

До какихъ границъ можетъ дойти невѣжество «чистаго физіолога» можно заключить, напр., изъ того, что проф. Введенскій [2]) поучаетъ насъ о токахъ, протекающихъ въ проволочной петлѣ, соединенной исключительно съ *однимъ* изъ борновъ индуктора, предполагаетъ токи *въ разомкнутой* вторичной спирали индуктора и, наконецъ, преподноситъ намъ, даже, цѣлую «физику униполярныхъ разрядовъ въ спирали» (l. c. стр. 1053—1055).

Не желая утомлять читателя, я ограничиваюсь приведенными примѣрами; легко было бы, однако, курьезами, подобными здѣсь описаннымъ, наполнить томъ, по объему не уступающій настоящему. При разборѣ программы моей книги я еще укажу, какого рода понятія я старался устранить изъ физіологической науки. Въ слѣдующихъ же выпускахъ этого труда мнѣ, по неволѣ, при разборѣ работъ различныхъ авторовъ, придется еще приводить массу краснорѣчивыхъ образчиковъ.

Доказывать полную недостаточность познаній физики у современнаго физіолога или у лица, приступающаго къ занятіямъ по физіологіи, въ сущности говоря, не было и надобности. Лучшимъ доказательствомъ можетъ служить просто тотъ фактъ, что во всѣхъ большихъ и малыхъ новѣйшихъ руководствахъ по физіологіи, авторы предпосылаютъ изложеніямъ спеціальныхъ вопросовъ элементарнѣйшіе обзоры соотвѣтствующихъ отдѣловъ физики, обзоры, представляющіе жалкіе конспекты гимназическаго курса. Слѣдовательно, авторы не предполагаютъ у читателя даже тѣхъ познаній, которыя они ему считаютъ необходи-

1) Котовичъ, Матеріалы по вопросу о нервно мышечномъ возбужденіи, какъ функція волны раздраженія. Труды физіологической лабораторіи Московскаго университета. 1890, стр. 15—17.

2) l. c. стр. 87—89 и въ этой книгѣ стр. 1055, текстъ и примѣчаніе.

мымъ сообщить. Но, увы, вмѣстѣ съ тѣмъ, авторы эти читателямъ своимъ сплошь и рядомъ преподносятъ такія свѣдѣнія изъ физики, съ которыми лучше было бы не знакомиться. Даже въ извѣстнѣйшихъ, можно сказать, классическихъ руководствахъ по физіологіи мы встрѣчаемъ, въ этомъ отношеніи, удивительнѣйшія мѣста. Одно изъ такихъ мѣстъ изъ книги Ландуа уже было цитировано выше[1]).

Въ самое послѣднее время появились въ литературѣ даже краткіе конспекты по ученію объ электричествѣ, спеціально написанные для физіологовъ не физіологами. Авторы этихъ, ничего, впрочемъ, не стоющихъ книжекъ, будучи плохо знакомы съ потребностями физіолога, считаютъ возможнымъ увѣрить своего читателя, что сообщаемыми ему обрывками знаній, они направятъ его на путь истинной, точной науки.

Что авторы эти не лишены, однако, справедливаго взгляда на физіологическую науку и на личность современнаго физіолога, видно изъ слѣдующаго послѣсловія, которое одинъ изъ нихъ[2]) помѣщаетъ въ книжкѣ своей:

«En voyant l'absence de précision avec laquelle beaucoup de points sont traités, et en recherchant les causes, on pourra se convaincre de la nécessité absolue de mesures bien faites et dindications bien déterminées sur les circonstances des expériences; puissent les physiologistes en être bien persuadés et ne publier que des faites susceptibles d'être identiquement reproduits et d'être vérifiés!»

Въ предисловіи къ цитируемой книгѣ проф. Gariel говоритъ еще: «Il est de toute néccssité que l'électrophysiologie se présente avec une certitude, une netteté qu'elle est loin d'avoir aujourd'hui. Les faits qui s'y rattachent sont nombreux, mais mal coordonnés. Nous ne serions pas éloignés de croire que la plupart des faits doivent être étudiés á nouveau, mais en s'attachant à préciser toutes les mesures qui ont été prises pour pouvoir les discuter et spécifier les précautions qui ont été insuffisantes» (l. c. pag. 11). Авторъ книги и авторъ предисловія, оба правильно оцѣнили незавидное состояніе физіологіи, но, не будучи достаточно знакомы съ этою наукою, впали въ грубое заблужденіе, предполагая помочь дѣлу изданіемъ своего ничтожнаго конспекта.

---

[1]) Лишь во вступленіи, написанномъ проф. Чирьевымъ въ его физіологіи человѣка (Кіевъ, 1889), не заключается обычныхъ оплошностей, но, вмѣстѣ съ тѣмъ, вступленіе это и не выходитъ изъ рамокъ ничтожнаго конспекта, въ коемъ прямо опущены всѣ вопросы, представляющіе надобность даже въ ничтожномъ знаніи математики.

[2]) Technique d'électrophysiologie par le Dr. G. Weiss ingénieur des ponts et chaussées, prof. agrégé à la Faculté de Médecine de Paris. Томъ изъ Encyclopédie scientifique publiée sous la direction de M. Lécuté, membre de l'Institut.

Зловреднѣе всего, конечно, тѣ сочиненія, въ коихъ авторы щеголяютъ передъ своими читателями хитрыми математическими формулами, взятыми ими изъ разныхъ чужихъ сочиненій и приводимыми безо всякой надобности и пользы для читателя,—быть можетъ и безъ пониманія самими авторами [1]).

Къ такимъ писателямъ я принужденъ отнести, между прочимъ, извѣстнаго физіолога Германа, весьма любящаго удивлять читателей глубиною своихъ знаній. Этотъ авторъ въ своей многотомной физіологіи, по примѣру другихъ, также прибѣгаетъ къ обзору физики и въ первомъ томѣ пишетъ главу въ 8 страницъ «о теоріи бусоли и обращеніи съ нею». «Общая теорія» исчерпывается имъ на $1/2$ страницѣ, «обращеніе» на 2 страницахъ, все же остальное составляютъ списанные у Дю-Буа-Реймона вычисленія движеній магнита, подверженнаго и неподверженнаго вліянію успокоителя, причемъ далѣе во всѣхъ томахъ Германъ ни разу не возвращается къ шести страницамъ своихъ формулъ и никакой пользы изъ нихъ не извлекаетъ. Въ томъ видѣ, какъ формулы эти нанизаны Германомъ, онѣ для неподготовленнаго читателя остаются совершенно безполезными; читатель, несомнѣнно, даже не способенъ понять, какая вообще можетъ быть польза отъ всей этой премудрости [2]).

Весьма характерно, что всѣ тѣ физіологи, которые украшаютъ свои произведенія математическими формулами, черпаютъ ихъ почти исключительно изъ трудовъ Дю-Буа-Реймона и Гельмгольца, не будучи знакомы ни съ какими другими работами большаго числа физиковъ, трудившихся позже надъ тѣми же вопросами.

Теперь я долженъ сказать нѣсколько словъ о своей книгѣ.

Читатели, быть можетъ, будутъ сильно разочарованы, не найдя здѣсь ни описаній приборовъ, ни описаній какихъ бы то ни было опытовъ, а исключительно «сухое» изложеніе элементовъ науки. Въ физіологическихъ лабораторіяхъ подъ «знаніемъ физики» понимается, не рѣдко, лишь умѣніе снарядить и пустить въ ходъ какой нибудь приборчикъ и т. п., сообразно съ каковыми представленіями и

---

[1]) Г-нъ Котовичъ, который, какъ я сообщалъ (стр. XVIII), измѣряетъ перемѣнный токъ послѣдовательно введенными въ цѣпь гальванометромъ и электродинамометромъ, тоже приводитъ математическія формулы, воображая доказать ими свои познанія въ дѣлѣ описанныхъ удивительныхъ измѣреній.

[2]) Очень интересенъ безграмотный переводъ математической части упомянутой главы въ русскомъ изданіи физіологіи Германа. (Томъ I, часть 1-я, стр. 260—266).

написаны различныя «руководства» и «методики» къ физіологическимъ «изслѣдованіямъ» (Gscheidlen, Weiss, Fredericq, Burdon Sanderson и др.). Предлагаемая мною книга преслѣдуетъ, какъ уже было говорено ранѣе, другую цѣль. Еще болѣе, можетъ быть, недоволенъ будетъ читатель, если я скажу ему, что на основаніи свѣдѣній, сообщаемыхъ въ этой книгѣ, нельзя еще прямо перейти къ постановкѣ опытовъ: этому предмету, т. е. теоріи и практикѣ электрическихъ измѣреній въ примѣненіи къ физіологіи, будетъ посвященъ 2-ой томъ этого труда, который, однако, будетъ уже написанъ языкомъ спеціальнымъ, въ предположеніи, что читатель 2-го тома знакомъ съ содержаніемъ 1-го. Наконецъ, начиная съ 3-го тома, будетъ печататься рядъ работъ, произведенныхъ и производимыхъ въ Физіологической Лабораторіи Императорской Академіи Наукъ. Этотъ 3-ій томъ также будетъ доступенъ только читателямъ подготовленнымъ, такъ какъ перебирать въ спеціальныхъ работахъ общія положенія я считаю невозможнымъ. *Первые два тома и печатаются исключительно для того, чтобы дать возможность автору, въ спеціальныхъ своихъ работахъ, не стѣсняться, изъ опасенія быть совершенно не понятымъ, формою и краткостью выводовъ, а имѣть возможность просто ссылаться на соотвѣтствующіе дѣлу параграфы первыхъ двухъ томовъ.* Къ сожалѣнію, отдѣльные выпуски, составляющіе 3-й томъ (а, быть можетъ, и послѣдующіе тома), появятся ранѣе 2-го, обработка коего можетъ мною быть ведена лишь въ свободное отъ другихъ занятій время.

Хотя и при составленіи настоящаго тома я имѣлъ въ виду читателя немного подготовленнаго, тѣмъ не менѣе я не счелъ возможнымъ пренебрегать объясненіями даже фактовъ, предполагаемыхъ общеизвѣстными, — этимъ нарушилась бы связь и простота изложенія. Всѣ математическіе выводы сдѣланы мною возможно просто и ясно и всюду, гдѣ есть хотя малѣйшая возможность, не прибѣгается къ пріемамъ высшей математики. Такимъ образомъ, хотя въ книгѣ этой, между прочимъ, разсматри-

вается и рядъ трудныхъ задачъ математической физики, пріемы въ рѣшеніи этихъ задачъ не имѣютъ, по большей части, ничего общаго съ тѣми, къ которымъ безъ всякаго стѣсненія обращается математикъ и спеціалистъ физикъ. Если бы я хотѣлъ слѣдовать за послѣдними, то и изданіе настоящаго труда было бы почти безполезно, ибо большая часть теоремъ, имѣющихъ значеніе для физіолога и здѣсь рѣшенныхъ мною, рѣшена была уже раньше въ длинномъ рядѣ спеціальныхъ физическихъ работъ.

Затѣмъ, по поводу принятой мною въ томѣ этомъ системѣ изложенія, я считаю не лишнимъ затронуть одинъ совершенно принципіальный вопросъ. Физика, слѣдовательно, и электрометрія въ частности, служитъ, какъ это принято говорить, лишь *пособіемъ* физіологу при его работахъ, такъ что весьма, повидимому, желательно дѣло поставить такъ, чтобы физіологъ выводами физики могъ пользоваться легчайшимъ способомъ, напр. могъ бы прямо брать *конечные выводы* и примѣнять ихъ къ своему дѣлу, не интересуясь тѣмъ, какимъ путемъ выводы эти физикою достигнуты. Такія практичныя, удобныя и пріятныя мысли я слышалъ очень часто, но возникнуть онѣ могутъ лишь въ умѣ того, кто совершенно не понимаетъ съ чѣмъ имѣетъ дѣло. Нѣтъ возможности такъ сопоставить практически интересные выводы физики, лучше сказать — верхушки знаній, чтобы ими могъ безошибочно пользоваться всякій невѣжда. Невѣжда никогда, какіе бы конспекты для него не писались, не съумѣетъ взяться правильно за дѣло, не съумѣетъ поставить правильнаго вопроса, производя абсурдный опытъ или дѣлая абсурдный выводъ — не усмотритъ абсурдности, не взирая на рядомъ лежащій конспектъ «конечныхъ выводовъ». Въ этомъ отношеніи должно помнить слова безсмертнаго Гельмгольца: «лишь тотъ можетъ съ пользою экспериментировать, кто вникъ *въ теорію* предмета и, благодаря тому, получилъ возможность дѣлать правильную постановку вопросовъ». *Теоріей* для физіологіи является физика и химія, предметы, которые отнюдь не должны служить только подспорьемъ для физіолога, подспорьемъ, съ горечью котораго онъ

долженъ мириться,— напротивъ, физіологъ, смотря по спеціальности работъ своихъ, долженъ быть физикомъ или химикомъ въ полномъ смыслѣ слова, физикомъ или химикомъ, направляющимъ работы свои въ нѣкоторую спеціальную сторону.

Итакъ, выбрать изъ физики, въ частности изъ ученія объ электричествѣ, верхушки знаній и преподнести ихъ въ удобной формѣ читателю — я не могъ. Зато, какъ уже сказано выше, я старался провести систематически, безъ скачковъ, въ простѣйшей и удобопонятнѣйшей формѣ анализъ важныхъ для физіолога отдѣловъ ученія объ электричествѣ, доводя этотъ анализъ до тѣхъ предѣловъ и частностей, какіе въ практическомъ отношеніи важны и интересны. Всюду я опускалъ все для цѣлей нашихъ не нужное, какъ бы интересенъ опускаемый вопросъ самъ по себѣ ни былъ. Въ этомъ смыслѣ я не стѣснялся, опуская цѣлые отдѣлы (не говоря уже, конечно, о всякаго рода историческихъ обзорахъ и т. п.) и разсматривая отвлеченныя теоріи лишь тамъ, гдѣ это было вполнѣ необходимо для выясненія предмета, и постолько, посколько это дѣйствительно нужно. Такимъ образомъ, въ настоящемъ томѣ нѣтъ совершенно никакого балласта и если и не все, что тутъ написано, надо одновременно знать всякому, то, въ теченіе практическихъ работъ, всякому придется знакомиться мало по малу непремѣнно съ содержаніемъ всѣхъ 67 главъ.

Далѣе, я, какъ кажется не безъ основанія, считалъ полезнымъ не ограничиваться выводомъ однѣхъ математическихъ формулъ, а, напротивъ, по возможности всюду ставилъ и разрѣшалъ числовыя задачи, такъ какъ таковыя, положительно, почти замѣняютъ прямой лабораторный опытъ, компенсируя отвлеченность математическихъ формулъ своею наглядностью.

Для того, чтобы дать читателю возможность легче оріентироваться въ настоящемъ томѣ и съ цѣлью заранѣе обратить вниманіе его на различные важные пункты, я позволю себѣ вкратцѣ реферировать отдѣльныя главы.

Прежде всего, я долженъ замѣтить, что въ лежащемъ предъ

нами томѣ я не слѣдовалъ программѣ, обыкновенно принятой въ руководствахъ по физикѣ, т. е. не раздѣлилъ ученіе объ электричествѣ рѣзко на два отдѣла—электростатику и электродинамику. Я началъ съ главы, служащей введеніемъ въ интересующую насъ область и сразу знакомящей читателя съ понятіемъ о статическомъ электричествѣ, о гальваническомъ токѣ, о законѣ Ома, наконецъ—элементарно—съ понятіемъ о четырехъ основныхъ единицахъ электрическихъ измѣреній: вольтъ, омъ, амперъ и кулонъ. Такой порядокъ я счелъ наиболѣе цѣлесообразнымъ, такъ какъ легче обращаться съ понятіями объ электровозбудительной силѣ, силѣ тока, сопротивленіи, количествѣ электричества и т. д. въ томъ случаѣ, если единицами измѣреній ихъ съ самаго начала являются величины именованныя, нежели въ случаѣ, если измѣренія производятся при помощи мѣры неопредѣленной и при помощи множителей пропорціональности и лишь въ концѣ концовъ прибѣгаютъ къ правильному выводу абсолютныхъ единицъ. Этотъ правильный, т. е. математическій выводъ, я дѣлаю, независимо отъ сообщаемыхъ въ самомъ началѣ элементарныхъ данныхъ, во-первыхъ въ различныхъ соотвѣтствующихъ дѣлу мѣстахъ дальнѣйшаго текста, во-вторыхъ еще разъ, но уже въ стройной системѣ, въ заключительной главѣ.

Итакъ, первая глава есть введеніе, въ которомъ читателю даются элементарныя, но правильныя понятія о тѣхъ главнѣйшихъ величинахъ и практическихъ измѣреніяхъ ихъ, съ которыми ему далѣе все время придется имѣть дѣло. Какъ ни проста эта глава, я рекомендую читателю до тѣхъ поръ не развертывать книгу далѣе, пока съ содержаніемъ этой главы онъ *вполнѣ* не освоится и совершенно не замѣнитъ данными въ ней представленіями, тѣ ужасныя понятія, которыя, какъ я выше показалъ, въ немъ вселены руководствами по физіологіи. Между прочимъ, въ главѣ этой нѣкоторые изъ читателей впервые съ удивленіемъ узнаютъ, что электровозбудительная сила и сила тока не одно и тоже, такъ что, напр., нельзя силу тока измѣрять въ вольтахъ или даніэляхъ и т. п.

Начиная со 2-ой и до 9-ой главы говорится о явленіяхъ электростатики. Во 2-ой главѣ—о плотности и напряженіи электрическаго слоя, въ 3-ей—объ электростатической индукціи, въ 4-ой о потенціалѣ въ электростатикѣ и объ электроемкости тѣлъ. Вторая и третья главы ведутъ къ тому, чтобы дать читателю возможность усвоить себѣ понятіе о потенціалѣ. Въ 4-ой главѣ понятіе о потенціалѣ выводится, однако, лишь въ элементарнѣйшей формѣ; форма эта, конечно, лишь крайне неудовлетворительна и потому въ дальнѣйшемъ изложеніи мало по малу совершенствуется. Я нахожу, что было бы совершенно ошибочно неподготовленному читателю съ самаго начала преподнести отвлеченное понятіе о потенціалѣ, такъ какъ всѣмъ извѣстно, что ничего не усвоивается, такъ трудно, какъ именно это представленіе, благодаря чему, въ физіологическихъ сочиненіяхъ относительно электрическаго потенціала встрѣчаются лишь крайне сбивчивыя представленія. Въ главахъ 8-ой, 9-ой и 67-ой я возвращаюсь къ разсмотрѣнію потенціала съ другихъ точекъ зрѣнія и, кромѣ того, разсматриваю этотъ предметъ еще много разъ при всевозможныхъ случаяхъ. Еще разъ я долженъ здѣсь предупредить читателя, что, безъ правильнаго представленія о потенціалѣ, ему будетъ совершенно непонятенъ дальнѣйшій ходъ изложенія.

Глава 4-ая полезна еще и тѣмъ, что въ ней дается ясное представленіе о различіи между электровозбудительною силой, потенціаломъ, rspt. разностью потенціаловъ, и напряженіемъ электрическаго слоя. Читатель, съ которымъ я предполагаю имѣть дѣло, всѣ эти разнородныя понятія смѣшиваетъ, обыкновенно, въ одну безформенную массу.

Глава 5-ая подробно разсматриваетъ теорію конденсатора и емкость полюсовъ гальваническаго элемента, такъ что большая ея часть имѣетъ спеціальный интересъ. Общій интересъ представляютъ въ этой главѣ §§ 179—198 и §§ 246—248; свѣдѣнія, изложенныя въ послѣднихъ трехъ параграфахъ, читатель не найдетъ въ другихъ книгахъ. Глава 6-ая лишь пополняетъ 5-ую. Въ главѣ 7-ой говорится о законѣ кулона, а въ главѣ

8-ой опять разсматривается ученіе о потенціалѣ, но, на основаніи предшествующей главы, уже съ новой точки зрѣнія: здѣсь читатель вынесетъ относительно этого предмета болѣе обобщающее понятіе, которое, затѣмъ, еще расширяется въ 9-ой главѣ. Въ 8-ой и 9-ой главахъ разсматриваются также способы практическихъ измѣреній абсолютной величины потенціала, rspct. разности потенціаловъ, причемъ въ 9-ой главѣ многіе читатели впервые узнаютъ, что разность потенціаловъ и сила тока вещи разныя и что, не смотря на это, то и другое можно измѣрить при помощи однихъ и тѣхъ же приборовъ. Въ 10-ой главѣ лишь вскользь упоминается о, такъ называемой, контактной теоріи, такъ какъ для физіолога вопросъ этотъ интереса не представляетъ. Въ 11-ой главѣ подробно говорится объ электровозбудительной силѣ соприкосновенія жидкостей съ металлами, причемъ приводятся и результаты моихъ собственныхъ изслѣдованій (§ 303); здѣсь же разсматривается теорія гальваническаго элемента. Для пониманія многихъ послѣдующихъ отдѣловъ читателю будетъ необходимо вполнѣ усвоить себѣ содержаніе этой главы. Въ 12-ой главѣ разсматриваются электровозбудительныя силы соприкосновеній жидкостей между собою, а въ 13-ой главѣ тѣ электровозбудительныя силы, которыя, случайно возникая при электро-физіологическихъ опытахъ, сплошь и рядомъ вводятъ въ заблужденіе экспериментаторовъ. Обѣ послѣднія главы особенно интересны для того, кто время свое тратитъ на безплодную узкую область такъ называемой «электро-физіологіи». Въ этихъ главахъ помѣщены и результаты нѣкоторыхъ мною сдѣланныхъ измѣреній. Въ 14-ой главѣ сообщаются понятія о сущности удѣльнаго сопротивленія и удѣльной проводимости, а въ главѣ 15-ой — рядъ практическихъ свѣдѣній объ удѣльномъ сопротивленіи тѣлъ, неразложимыхъ токомъ. Уже изъ этихъ двухъ главъ читатель можетъ усмотрѣть непозволительность тѣхъ пріемовъ, которые употребляются физіологами при предпринимаемыхъ ими иногда опредѣленіяхъ удѣльнаго сопротивленія тканей. Въ 16-ой главѣ говорится о силѣ тока, т. е. сообщаются точныя понятія о рядѣ

терминовъ (въ томъ числѣ и техническихъ), употребительныхъ при этомъ опредѣленіи, искореняются различныя ложныя представленія, господствующія въ физіологіи, разсматривается понятіе о густотѣ тока и, въ связи съ этимъ, выясняется понятіе о томъ, что должно себѣ представлять о силѣ тока, проходящаго въ отдѣльныхъ органахъ животнаго тѣла, если чрезъ проводники, соединяющіе съ источникомъ электричества приложенные къ поверхности тѣла электроды, въ тѣло вступаетъ токъ опредѣленной силы (§ 376). Изложенное въ этомъ параграфѣ опровергаетъ всю ту безсмыслицу, которою до сего времени наполнены въ этомъ отношеніи трактаты по физіологіи и электротерапіи. Въ главѣ 17-ой говорится о законахъ вѣтвленія токовъ въ сѣти линейныхъ проводниковъ въ случаѣ, когда электровозбудительная сила дѣйствуетъ лишь въ одной изъ вѣтвей сѣти; въ главѣ 18-ой эти законы распространяются на случаи, когда электровозбудительныя силы дѣйствуютъ одновременно въ нѣсколькихъ вѣтвяхъ. Сообразно съ этимъ, извѣстная теорема мостика Уитстона разсматривается въ обѣихъ главахъ, — во второй изъ нихъ въ обобщеніи, данномъ теоремѣ Фрёлихомъ. Само собою разумѣется, что въ обѣихъ главахъ разсматриваются законы вѣтвленія непрерывнаго тока установившейся силы, законы же вѣтвленій перемѣнныхъ и мгновенныхъ токовъ излагаются гораздо позже (въ главахъ 54-ой по 56-ой, причемъ въ послѣдней разсматривается теорема мостика Уитстона для случая перемѣннаго тока, и далѣе еще въ § 1040 главы 58-ой и въ § 1068 главы 60-ой). Основательное знакомство съ содержаніемъ 17-ой и 18-ой главъ весьма рекомендуется, такъ какъ физіологическія сочиненія полны образчиками незнаній элементарныхъ законовъ вѣтвленія токовъ. Глава 19-ая, трактующая о сочетаніяхъ гальваническихъ элементовъ, составляетъ, конечно, не болѣе какъ приложеніе къ практикѣ изложеннаго въ 18-ой главѣ. Въ главѣ 20-ой говорится лишь очень немногое относительно того, что можно было бы сказать о распространеніи тока въ нелинейныхъ проводникахъ, и, между прочимъ, сообщаются результаты нѣкоторыхъ моихъ

собственныхъ изслѣдованій. Все, что здѣсь сказано, имѣетъ прямое практическое значеніе. Въ главѣ 21-ой подробно говорится объ электролизѣ, такъ какъ предметъ этотъ имѣетъ для физіологіи выдающійся интересъ. Сначала сообщаются общіе законы и общіе пріемы вычисленій, а также приводятся таблицы, имѣющія значеніе для практики; затѣмъ разсматриваются вполнѣ систематизированныя частности, иллюстрируемыя схемами электролиза и имѣющихъ мѣсто вторичныхъ реакцій. Въ заключеніе разсматривается электролизъ въ гальваническомъ элементѣ. Что касается научной теоріи электролиза, въ настоящее время такъ блестяще разработанной, то я не имѣлъ возможности разсматривать ее въ столь спеціальномъ сочиненіи, а ограничился лишь самымъ элементарнымъ изложеніемъ ея въ §§ 496—498 [1]). Въ главѣ 22-ой говорится объ электровозбудительной силѣ поляризаціи вообще. Опять таки я долженъ настаивать на основательномъ изученіи читателемъ и этой главы, ибо о предметѣ поляризаціи въ длинномъ рядѣ физіологическихъ работъ встрѣчаются удивительнѣйшія представленія. Въ главѣ 23-ей говорится о поляризаціи вольтаметра, причемъ подъ вольтаметромъ понимается не приборъ, а вообще совокупность двухъ электродовъ и всякаго электролита, между ними включеннаго (см. § 444). Такимъ образомъ, глава эта для физіолога представляетъ выдающійся интересъ. Въ главѣ 24-ой говорится о поляризаціи и деполяризаціи гальваническаго элемента — предметѣ, имѣющемъ также большое практическое значеніе. Въ главѣ 25-ой говорится о проводимости, rspct. удѣльномъ сопротивленіи электролитовъ, а въ главѣ 26-ой о таковыхъ изоляторовъ; въ послѣдней главѣ разсматривается, между прочимъ, вопросъ о томъ явленіи, которое въ физіологіи окрещено названіемъ «униполярнаго раздра-

---

[1]) Интересующимся этимъ предметомъ можетъ быть рекомендована IV-ая глава во II-мъ томѣ большаго сочиненія Wiedemann'a: «Die Lehre von der Elektricität», 4-ое изданіе (1894-го года). Главнымъ же образомъ рекомендуется классическій трудъ Ostwald'a «Lehrbuch der allgemeinen Chemie», 2-ой томъ (2-е изданіе, 1893-го года), стр. 518—967.

женія», причемъ выясняется, что все это явленіе есть не болѣе какъ плодъ прискорбнаго недоразумѣнія (въ § 1101 главы 62-ой я еще разъ возвращаюсь къ этому вопросу). Въ главѣ 27-ой говорится все необходимое о такъ называемомъ переходномъ сопротивленіи. Въ главѣ 28-ой говорится о работѣ и тепловыхъ дѣйствіяхъ тока въ проводникахъ 1-го класса (причемъ, въ общихъ чертахъ, приводится на память читателю законъ эквивалентности работы и тепла), а въ главѣ 29-ой — о работѣ и тепловыхъ дѣйствіяхъ тока въ проводникахъ 2-го класса: обѣ главы, хотя и въ различномъ отношеніи, но одинаково важны для физіолога. Глава 30-ая говоритъ о термоэлектричествѣ, причемъ, для большаго уясненія вопроса, разсматривается и теорія этого явленія, данная Кольраушемъ. Въ главѣ 31-ой говорится о катафорическомъ дѣйствіи тока, — явленіи, имѣющемъ для физіолога большое значеніе. Въ главѣ 32-ой говорится объ электровозбудительныхъ силахъ, возбуждаемыхъ теченіемъ жидкостей въ узкихъ каналахъ, въ главѣ 33-ей — о вторичномъ сопротивленіи влажныхъ пористыхъ тѣлъ, а въ главѣ 34-ой—о внутренней поляризаціи этихъ тѣлъ. Предметы этихъ трехъ послѣднихъ главъ представляютъ интересъ почти исключительно для физіолога и, поэтому, разработывались въ свое время преимущественно физіологами (Дю-Буа-Реймономъ и Мункомъ); въ послѣднихъ двухъ главахъ я излагаю дѣло, на основаніи собственныхъ изслѣдованій, систематичнѣе и правильнѣе, чѣмъ это было сдѣлано моими предшественниками (имѣя въ виду въ непродолжительномъ времени опубликовать отдѣльно въ подробной монографіи спеціальныя работы мои относительно вторичнаго сопротивленія и внутренней поляризаціи влажныхъ пористыхъ тѣлъ, я въ главахъ 33-ей и 34-ой не выдѣлялъ результатовъ моихъ изслѣдованій отъ результатовъ, полученныхъ до меня).

Перечисленныя первыя 34 главы по существу своему рѣзко отличаются отъ большинства послѣдующихъ 33-хъ. Въ то время, какъ только въ 17-ой, 18-ой и 19-ой главахъ (вѣтвленіе тока) математика беретъ перевѣсъ надъ словеснымъ изложеніемъ, во

второй половинѣ книги уже почти совершенно нѣтъ описательной части. Тѣмъ не менѣе, читателя моего, нелюбящаго, какъ извѣстно, математики, я еще разъ спѣшу ободрить въ томъ отношеніи, что всѣ слѣдующія далѣе вычисленія ведутся мною крайне удобопонятно, безо всякихъ скачковъ, со всякаго рода числовыми примѣрами и всюду съ примѣненіемъ наивозможно простыхъ пріемовъ.

Съ 35-ой и до 39-ой главы разсматривается, служащее основою для электрометріи, ученіе о магнетизмѣ, относительно коего запасъ свѣдѣній современнаго физіолога рѣдко превышаетъ запасъ свѣдѣній любаго профана.

Въ главѣ 35-ой сообщаются основы ученія о магнетизмѣ, а именно понятіе о магнитной массѣ, магнитномъ полѣ, его линіяхъ силъ, о магнитной индукціи съ соотвѣтствующими измѣреніями и, наконецъ, вкратцѣ, о діамагнетизмѣ. Въ главѣ 36-ой сообщается о свойствахъ магнитнаго поля земли; причемъ съ достаточною подробностью говорится о дѣйствіи магнитнаго поля на магнитную стрѣлку, о варіаціяхъ магнитнаго склоненія и о варіаціяхъ напряженія горизонтальной составляющей, о нормальномъ ходѣ этихъ измѣненій, прекрасно изслѣдованныхъ академикомъ Вильдомъ, о магнитныхъ буряхъ и т. д. Въ этой главѣ многіе изъ моихъ читателей впервые узнаютъ о томъ, что магнитъ въ зеркальныхъ гальванометрахъ непрерывно измѣняетъ свое положеніе покоя, слѣдуя варіаціямъ склоненія, а не вслѣдствіе сквознаго вѣтра въ форточкахъ и не вслѣдствіе термоэлектрическихъ токовъ въ стѣнахъ, какъ мнѣ это, horribile dictu, самому приходилось слышать отъ «спеціалистовъ» по физіологіи! Въ этой же главѣ, стр. 545—567 и 571—573, читатель найдетъ тѣ свѣдѣнія изъ механики, безъ коихъ ему непонятно было бы дальнѣйшее изложеніе. Далѣе, въ этой же главѣ опредѣляется сущность понятія о магнитномъ моментѣ магнита (о которомъ, затѣмъ, подробно говорится въ главѣ 37-ой) и, наконецъ, говорится объ астазіи магнитной стрѣлки и дѣйствіи магнитнаго поля земли на астатическую систему. Въ главѣ 38-ой говорится о

дѣйствіи неподвижнаго магнита на подвижный; глава эта чрезвычайно важна, такъ какъ на выводахъ ея построены послѣдующія главы. Въ главѣ 39-ой говорится объ измѣреніи абсолютной величины магнитнаго момента магнита и объ измѣреніи абсолютной величины горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли.

Въ главахъ 40 по 46 разсматривается ученіе объ электромагнетизмѣ и электродинамикѣ — отдѣлахъ, составляющихъ общую основу теоріи и практики электрометріи.

Въ главѣ 40-ой сообщаются основы ученія объ электромагнетизмѣ, а именно, говорятся о магнитномъ полѣ прямолинейнаго и круговаго тока, о дѣйствіи этого поля на магнитную стрѣлку, о выводѣ отсюда основнаго способа измѣренія силы тока (тангенсъ-гальванометръ), rspct. о выводѣ абсолютной единицы силы тока, о магнитномъ моментѣ круговаго тока и т. д. Въ этой и послѣдующихъ главахъ читатель узнаетъ многое для него новое; между прочимъ, всякій физіологъ и электротерапевтъ въ состояніи будетъ убѣдиться, что такъ называемыми «абсолютными» гальванометрами, т. е. гальванометрами, эмпирически градуированными въ абсолютныхъ единицахъ, отнюдь еще нельзя безъ дальнѣйшихъ околичностей измѣрять силу тока и что, даже, вообще лучше всего инструменты такого рода выкинуть изъ обращенія. Ознакомившись съ 40-ою и тремя послѣдующими главами и сравнивъ вынесенныя свѣдѣнія съ тѣми, которыя обыкновенно считаются «достаточными» для физіолога, читатель ясно увидитъ, что съ послѣдняго рода свѣдѣніями ему дѣйствительно невозможно было вести осмысленныхъ экспериментальныхъ работъ. Въ главѣ 41-ой съ чисто теоретической точки зрѣнія разсматриваются основные типы гальванометровъ: тангенсъ-гальванометръ, синусъ-гальванометръ и крутильный гальванометръ. Въ главѣ 42-ой сообщаются понятія о чувствительности гальванометра, понятія совершенно различныя отъ тѣхъ, которыя можно услышать въ физіологическихъ лабораторіяхъ и прочесть въ физіологическихъ сочиненіяхъ. Читатель увидитъ, что

«теорія» 41-ой и 42-ой главъ для практическихъ работъ его даетъ много больше пользы, чѣмъ всѣ сообщаемыя ему въ «методикахъ» физіологіи наставленія къ «обращенію съ буссолями». Въ главѣ 43-ей разсматривается дѣйствіе на магнитную стрѣлку (не подверженную успокоенію) мгновеннаго тока; такъ какъ анализъ этого дѣйствія проводится съ точки зрѣнія механической, то на стр. 654—656 сообщаются необходимыя понятія о движеніи баллистическаго маятника[1]). Въ главѣ 44-ой говорится о дѣйствіи магнитнаго поля земли на подвижной соленоидъ, причемъ явленіе это разсматривается съ той же точки зрѣнія, съ которой въ 36-ой главѣ разсматривалось дѣйствіе магнитнаго поля земли на подвижной магнитъ. Въ этой же главѣ говорится о магнитномъ моментѣ электромагнитной катушки и о вычисленіяхъ приведеннаго радіуса и площади ея. Въ главѣ 45-ой разсматривается взаимодѣйствіе двухъ соленоидовъ съ той же точки зрѣнія, съ которой въ 38-ой главѣ разсматривалось дѣйствіе неподвижнаго магнита на подвижной. Въ этой же главѣ сообщаются основныя понятія объ электродинамометрѣ — инструментѣ почти совершенно неизвѣстномъ физіологу — и вскользь говорится о возможности измѣренія имъ тока перемѣннаго направленія (подробно объ этомъ предметѣ излагаютъ главы 51-ая и 55-ая). Большинство читателей моихъ здѣсь впервые узнаетъ вообще *о самой возможности* измѣренія тока перемѣннаго направленія: въ огромномъ числѣ физіологическихъ работъ и въ сочиненіяхъ электротерапевтовъ мы постоянно встрѣчаемся съ сѣтованіемъ о «невозможности» измѣренія индукціоннаго тока,— на стр. XVIII этого предисловія я даже привелъ красивый образчикъ представленій этого рода. Въ главѣ 46-ой говорится объ электромагнитахъ; глава эта для физіолога не имѣетъ столь большаго интереса, какъ всѣ остальныя главы; относительно ея я могу сказать, что изложеніе предмета я старался систематизировать

---

[1]) О дѣйствіи мгновеннаго тока на маятникъ, подверженный дѣйствію успокоителя, — см. главу 65-ю.

болѣе, нежели это обыкновенно дѣлается; на стр. 701 — 702 приведены таблицы моихъ собственныхъ измѣреній.

Начиная съ 47-ой главы читатель вступаетъ въ трудную область ученія объ электромагнитной индукціи. Понятія, господствующія относительно этого предмета въ физіологическихъ сочиненіяхъ, не поддаются описанію! Въ соотвѣтствующихъ мѣстахъ текста я привожу кое какія изъ нихъ. — Такъ какъ предметъ дѣйствительно не легокъ, то я былъ особенно озабоченъ ясностью его изложенія и, въ видахъ большей наглядности, разбилъ текстъ на значительное число (19) главъ.

Въ главѣ 47-ой сообщаются основы ученія объ электромагнитной индукціи въ линейномъ проводникѣ, а именно, пріемы теоретическаго опредѣленія направленія дѣйствія и абсолютной величины индуктированной электровозбудительной силы. Въ главѣ 48-ой говорится о синусовидной электровозбудительной силѣ индукціи и дѣйствіи ея въ цѣпи, не представляющей самоиндукціи, слѣдовательно, сообщаются и основныя свѣдѣнія о дифференціальной, интегральной и средней силѣ индуктированнаго тока. Въ главѣ 49-ой говорится объ электровозбудительной силѣ самоиндукціи и о коэффиціентѣ самоиндукціи, значеніе которыхъ (за исключеніемъ, развѣ, смутнаго представленія объ «экстра-токахъ», обусловливаемыхъ самоиндукціею) обыкновенно вполнѣ игнорируется при физіологическихъ изслѣдованіяхъ. Въ этой главѣ приводятся, между прочимъ, способы теоретическаго вычисленія коэффиціента самоиндукціи, нѣкоторые же способы опытнаго опредѣленія этой величины излагаются въ другихъ мѣстахъ (§ 1008, стр. 834—835[1]). Наконецъ, здѣсь же говорится о проводникахъ, свободныхъ отъ индукціи. Въ главѣ 50-ой разсматривается вопросъ относительно дѣйствія синусовидной электровозбудительной силы индукціи въ цѣпи съ самоиндукціею, т. е. тотъ вопросъ, который въ дѣлѣ индукціоннаго тока имѣетъ практическое значеніе. Если уже

[1]) Приводимыя въ указанныхъ мѣстахъ способы опредѣленія имѣютъ почти исключительно теоретическій интересъ.

главы 47—49 трудно было изложить, не прибѣгая къ такъ называемой высшей математикѣ, то это еще болѣе относится къ 50-ой главѣ; лишь благодаря графическимъ пріемамъ, введеннымъ для анализа перемѣннаго тока Blakesley'емъ[1]), мнѣ удалось преодолѣть всѣ затрудненія. Впрочемъ, Blakesley'ю я не слѣдовалъ, а выработалъ собственный ходъ анализа. Въ этой 50-ой, очень длинной, главѣ, читатель найдетъ все необходимое относительно дифференціальной, интегральной и средней силъ синусовиднаго *результирующаго* индукціоннаго тока, причемъ, съ цѣлью облегченія при практическихъ работахъ, мною вычислены вліянія уменьшенія и увеличенія числа періодовъ, уменьшенія и увеличенія сопротивленія цѣпи, напряженія индуктирующаго магнитнаго поля и вліянія другихъ условій; различные чертежи дѣлаютъ изложеніе вполнѣ нагляднымъ. Въ виду сложности разсматриваемыхъ здѣсь вопросовъ, на стр. 812—827 все вкратцѣ резюмируется, а на стр. 828—831 приводятся еще и таблицы, составленныя спеціально для потребностей физіолога. Кромѣ ряда примѣровъ въ текстѣ этой главы, приведены еще примѣры въ концѣ ея (стр. 831—835). Глава заключается разборомъ работы, совершаемой перемѣннымъ токомъ въ цѣпи. — Точное знакомство съ перемѣннымъ токомъ составляетъ для физіолога предметъ первостепеннѣйшей важности и потому главы 47—50 должны быть обстоятельно изучены. — Въ главѣ 51-ой читатель знакомится съ непроникшими еще въ физіологію способами измѣренія перемѣннаго тока (при помощи электродинамометра, включеннаго въ главную цѣпь). Въ главѣ 52-ой говорится о дѣйствіи синусовидной электровозбудительной силы въ одномъ направленіи; нѣкоторыя свѣдѣнія объ этомъ предметѣ я счелъ нужнымъ сообщить въ виду того, что въ послѣднее время въ физіологіи и въ электротерапіи былъ примѣняемъ и токъ динамо-машинъ одного направленія, причемъ, конечно, литература тотчасъ же обогатилась

[1]) Blakesley, Les courants alternatifs d'électricité, Paris, 1893 (съ англійскаго).

новымъ рядомъ ошибочныхъ данныхъ. Въ главѣ 53-ой говорится о вліяніи электроемкости цѣпи на дѣйствіе въ ней синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія; глава эта важна для пониманія нѣкоторыхъ спеціальныхъ вопросовъ. Глава 54-ая посвящена трудному вопросу относительно дѣйствія синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія въ сѣти линейныхъ проводниковъ. И здѣсь мнѣ удалось побѣдить почти всѣ трудности, не прибѣгая къ пособію высшей математики; лишь въ задачахъ, разсмотрѣнныхъ на стр. 883—892 это было невозможно, — но врядъ ли кому либо, знакомому съ алгеброй, трудно будетъ понять рѣшенія двухъ важныхъ задачъ, проведенныя здѣсь при помощи дифференціальнаго исчисленія. Въ этой главѣ разсмотрѣны всѣ интересные для практики случаи и приведено много числовыхъ примѣровъ. Глава эта важна особенно потому, что вопросъ вѣтвленія перемѣнныхъ токовъ обходится даже въ подробнѣйшихъ руководствахъ по физикѣ. Для физіолога вопросъ этотъ составляетъ terra incognita, будучи, между тѣмъ, вопросомъ первостепеннѣйшей важности. Въ главѣ 55-ой разсматривается измѣреніе перемѣннаго тока электродинамометромъ, помѣщеннымъ въ отвѣтвленіи, и измѣреніе при помощи этого прибора разностей потенціаловъ въ точкахъ вѣтвленія, причемъ вниманіе читателя заранѣе обращается на тѣ ошибки, которыя онъ способенъ былъ бы сдѣлать. Такимъ образомъ, эта важная глава составляетъ прямое продолженіе предшествовавшей. Глава 56-ая также составляетъ продолженіе 54-ой, rspct. 55-ой; въ ней разсматривается теорема мостика Уитстона въ случаѣ дѣйствія въ послѣднемъ перемѣннаго тока. Такъ какъ рѣшеніе задачи вѣтвленія перемѣннаго тока въ параллелограммѣ Уитстона удобнѣе вести путемъ отличнымъ отъ чрезвычайно простаго пути, принятаго въ главѣ 54-ой для случая простаго развѣтвленія, то въ началѣ 56-ой главы разсматриваются обобщенія извѣстныхъ законовъ Кирхгофа, распространяющіяся на случай перемѣнныхъ токовъ, и отсюда уже, правда, довольно сложнымъ путемъ, дѣлаются выводы относительно различныхъ

частностей теоремы Уитстона. При этомъ невозможно было избѣгнуть нѣкоторыхъ началъ дифференціальнаго исчисленія; но и здѣсь читатель не встрѣтится со значительными математическими трудностями. Въ концѣ этой главы разсматриваются 4 важныхъ для практики случая: 1) отсутствіе самоиндукціи въ боковыхъ вѣтвяхъ; 2) самоиндукція въ одной изъ боковыхъ вѣтвей, — опредѣленіе коэффиціента самоиндукціи; 3) электроемкость въ одной изъ боковыхъ вѣтвей, — опредѣленіе электроемкости; 4) самоиндукція и поляризація въ одной изъ боковыхъ вѣтвей, — опредѣленіе сопротивленія этой вѣтви. Всѣ эти вопросы, и вообще все сказанное въ главахъ 54—56, особенно важно тѣмъ, что читатель не найдетъ разбора приведенныхъ здѣсь отдѣловъ ни въ одномъ изъ существующихъ руководствъ по физикѣ.—Въ главѣ 57-ой разсматривается вліяніе числа періодовъ перемѣннаго тока на кажущееся сопротивленіе цѣпи, причемъ упоминается и о надѣлавшихъ большаго шума опытахъ съ перемѣнными токами большой частоты; далѣе разсматриваются процессы, имѣющіе мѣсто въ цѣпи въ теченіе, такъ называемаго, періода измѣняющагося состоянія перемѣннаго тока. Первый изъ затронутыхъ въ 57-ой главѣ вопросовъ можетъ быть анализированъ лишь при пособіи сложныхъ пріемовъ высшей математики и, какъ не имѣющій *пока* серьезнаго значенія для физіологіи, разсмотрѣнъ кратко, хотя кое какія практически важныя указанія даны и въ этомъ краткомъ обзорѣ. Второй вопросъ, въ физіологіи никогда, конечно, не затрогивавшійся, имѣетъ, напротивъ, для науки этой большое значеніе. Къ сожалѣнію, безъ помощи дифференціальнаго и интегральнаго исчисленія и этотъ вопросъ не можетъ быть изслѣдованъ; однако, благодаря простому пріему въ изложеніи и благодаря помѣщенному здѣсь чертежу, читатель будетъ, несомнѣнно, имѣть полную возможность усвоить себѣ сдѣланные здѣсь выводы. Это же замѣчаніе относится къ слѣдующей, 58-ой, и основанной на послѣдней 59-ой главѣ. Въ 58-ой главѣ говорится о періодѣ измѣняющагося состоянія тока при

дѣйствіи въ цѣпи постоянной электровозбудительной силы, — предметѣ для физіологіи столь же важномъ, какъ и предметъ предшествующей главы. Помимо общихъ выводовъ, которые можно найти въ любомъ большомъ руководствѣ по физикѣ, въ главѣ этой проведенъ рядъ вычисленій, имѣющихъ совершенно спеціальное значеніе для практическихъ работъ по физіологіи. Глава 59-ая, разсматривающая періодическое дѣйствіе постоянной электровозбудительной силы въ цѣпи съ самоиндукціей, вытекаетъ, какъ уже было сказано выше, прямо изъ предшествующей главы. Интересно, что прерывистый токъ постояннаго направленія, столь часто примѣняемый въ физіологіи, никогда не былъ математически анализируемъ въ физіологическихъ работахъ, вслѣдствіе чего примѣненіе его всегда не шло далѣе грубаго эмпиризма и дѣлаемые выводы были ошибочны во многихъ направленіяхъ (образцикъ сказаннаго читатель найдетъ въ главѣ 62-ой, стр. 1050—1051). Въ главѣ 59-ой разсматриваются какъ способы измѣренія прерывистаго тока, такъ и способъ измѣренія продолжительности отдѣльныхъ періодовъ замыканій въ немъ. Въ главѣ 60-ой разсматриваются различные частные случаи индукціи въ линейныхъ проводникахъ, въ томъ числѣ и тѣ неправильныя формы индукціи, которыя по сіе время, къ сожалѣнію, исключительно употребляются въ физіологическихъ лабораторіяхъ. Въ видѣ примѣчанія, стр. 1028—1030, разсматриваются тѣ обусловливаемые самоиндукціею токи, которые въ физіологіи, главнымъ образомъ, извѣстны подъ названіемъ «экстра-токовъ». Въ главѣ 61-ой говорится о значеніи коэффиціента взаимной индукціи при различныхъ измѣреніяхъ, а въ главѣ 62-ой — о трансформаторахъ. При этомъ, касательно трансформаторовъ, извѣстныхъ подъ названіемъ «индукціонныхъ спиралей» Румкорфа и Дю-Буа-Реймона, и употребляемыхъ ежедневно физіологомъ при всевозможныхъ «точныхъ» изслѣдованіяхъ,—подробно выясняется, что приборы такого рода, именно для тѣхъ цѣлей, для которыхъ ихъ употребляетъ физіологъ, совершенно не пригодны и, кромѣ того, выясняется по какимъ

причинамъ немыслимъ ни теоретическій, ни практическій анализъ развиваемаго ими тока. Въ этой же главѣ сообщается все необходимое о невозможныхъ понятіяхъ, господствующихъ въ физіологіи въ вопросѣ о неправильныхъ индукціонныхъ токахъ и, между прочимъ, въ видѣ примѣровъ, разсматриваются отрывки изъ двухъ сочиненій проф. Введенскаго (см. стр. 1050—1051 и 1053—1055), изъ коихъ во второмъ авторъ этотъ обогащаетъ не только физіологію, но и самую физику, неслыханными до сего времени открытіями. Въ главѣ 63-ей разсматривается вопросъ о возбужденіи электромагнитовъ перемѣнными токами и, въ частности, говорится о телефонѣ, который въ послѣдніе годы сдѣлался забавною игрушкой въ физіологіи. Въ этой главѣ сообщается нѣсколько новый для физіологіи взглядъ на такъ называемую «чувствительность» телефона и, въ видѣ устрашающаго примѣра, приводится современный взглядъ этой науки на тотъ же предметъ (петитъ на стр. 1062). Нигдѣ невѣжество экспериментаторовъ не обнаруживалось столь блестяще, какъ именно въ различнѣйшихъ физіологическихъ работахъ съ телефономъ, сдѣланныхъ за послѣдніе 6—7 лѣтъ. Въ главѣ 64-ой говорится о формахъ тока заряжающаго и разряжающаго конденсаторъ, находящійся въ цѣпи, обладающей или необладающей самоиндукціею. Анализъ этихъ формъ невозможенъ, къ сожалѣнію, безъ пособія высшей математики, что не помѣшаетъ, однако, читателю вполнѣ освоиться съ предметомъ. Такъ какъ анализъ всѣхъ явленій, подробно и съ разныхъ сторонъ здѣсь разсмотрѣнныхъ, проведенъ, съ цѣлью большаго однообразія вычисленій, нѣсколько отлично отъ приводимаго въ различныхъ спеціальныхъ сочиненіяхъ, то и ходъ интегрированія уравненій здѣсь не опущенъ. Какъ я скоро покажу въ одной изъ своихъ спеціальныхъ работъ, предметъ, въ этой главѣ разсмотрѣнный, имѣетъ весьма большое значеніе для экспериментальной физіологіи. Въ концѣ главы, стр. 1105—1107, разсматривается работа тока, заряжающаго и разряжающаго конденсаторъ. Въ главѣ 65-ой говорится объ индукціи въ нелинейныхъ проводникахъ и, главнымъ образомъ,

разсматривается теорія магнитныхъ успокоителей. Изъ главы этой нѣкоторые читатели впервые узнаютъ, что магнитные успокоители (демферы) отнюдь не защищаютъ магнита отъ внѣшнихъ магнитныхъ вліяній, какъ это часто приходится слышать въ физіологическихъ лабораторіяхъ, и, такимъ образомъ, существуютъ отнюдь не для того, чтобы магнитъ держать, до дѣйствія тока на него, пришитымъ у нулевой точки шкалы. Далѣе читатели узнаютъ, что магнитные успокоители существуютъ не для того только, чтобы заставить магнитъ двигаться апеand періодично, а, напротивъ, предназначаются еще и для многихъ другихъ крайне существенныхъ цѣлей, причемъ именно апеpіодичное движеніе магнита наименѣе интересно. Читатель также увидитъ, что приводимыя мною вычисленія приведены не для удивленія ихъ ученостью (см. о Германѣ, XXI стр. этого предисловія), а для пользованія ими на практикѣ. Въ главѣ 66-ой говорится, главнымъ образомъ, объ электрической искрѣ — вопросѣ для физіологіи не особенно важномъ. Наконецъ, въ главѣ 67-ой приводится въ простомъ и краткомъ изложеніи стройная и красивая система абсолютныхъ мѣръ. Читатель, въ достаточной степени освоившійся съ предшествующими главами и ознакомившійся въ нихъ уже со всѣми, здѣсь еще разъ перечисляемыми, единицами абсолютныхъ измѣреній, уже знаетъ, что абсолютныя мѣры не суть понятія чисто условныя, изъ воздуха схваченныя (см. о Ландуа XVIII стр. этого предисловія), а также знаетъ, что подъ абсолютнымъ измѣреніемъ понимаютъ нѣчто совершенно строго опредѣленное. Въ этой главѣ сопоставляются единицы электростатической, электромагнитной и производной электротехнической системы измѣреній.

Читателю, неудовлетворенному свѣдѣніями, въ моей книгѣ даваемыми, я долженъ еще указать литературу предмета; это я долженъ сдѣлать въ особенности потому, что въ книгѣ моей литературныя ссылки встрѣчаются лишь тамъ, гдѣ это было прямо необходимо, т. е. напр. тамъ, гдѣ приводятся числовыя данныя, таблицы и т. п. Обремененіе текста литературными справками, при спеціальной цѣли здѣсь преслѣдуемой, я считалъ вообще безполезнымъ.

Такъ какъ *краткія* руководства по физикѣ читателю моему врядъ ли принесутъ большую пользу, то я упомяну лишь о тѣхъ изъ нихъ, которыя инте-

ресны для чтенія благодаря тому таланту, съ которымъ предметъ въ нихъ излагается. Къ такимъ руководствамъ относятся: Müller-Pouillet's, Lehrbuch der Physik, Band III, Braunschweig 1888—1890; Wallentin, Einleitung in das Studium der modernen Elektricitätslehre, Stuttgart, 1892; Silvanus Thompson, Elementare Vorlesungen über Elektricität und Magnetismus, Tübingen, 1887, — въ русскомъ переводѣ подъ редакціей проф. Боргмана. Спб. 1883; Fleeming Jenkin, Elektricität und Magnetismus, Braunschweig, 1880; Emtage, An Introduction to the mathematical theory of electricity and magnetism, Oxford, 1891. Lucas, Traité pratique d'électricité, Paris, 1892. Joubert, Traité élémentaire d'électricité, Paris, 1891 (существуютъ два русскихъ изданія этой книги подъ редакціей проф. Столѣтова въ Москвѣ).

Изъ выдающихся сочиненій, доступныхъ читателю болѣе подготовленному по математикѣ, я могу назвать: Mascart und Joubert, Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus, Berlin 1886, 2 тома; Vaschy, Traité d'électricité et de magnetisme, Paris, 1890, 2 тома; Lang, Einleitung in die theoretische Physik, Braunschweig, 1891; затѣмъ III-й томъ, 1-я часть Handbuch der Physik, herausgegeben von Dr. A. Winkelmann, Breslau, 1893; Jamin, Cours de Physique, 4-й томъ въ 3-хъ частяхъ, Paris, 1888—1890; Erasmus Kittler, Handbuch der Elektrotechnik, I-й томъ вышедшій въ 1886 году и часть II-го (неокончено) въ 1890 году; Gustav Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, новое изданіе въ пяти томахъ, изъ коихъ вышли I-й и II-й въ 1893—1894 годахъ (предшествующее изданіе, значительно уступающее новому во всѣхъ отношеніяхъ, напечатано въ 4-хъ томахъ въ годахъ 1882—1885-мъ); наконецъ, слѣдуетъ, мало доступное по трудности изложенія, но и для нашихъ цѣлей во многихъ отношеніяхъ очень важное, сочиненіе Maxwell'я, Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus, deutsch von Weinstein, Berlin, 1883. Наиболѣе полное изложеніе системы абсолютныхъ мѣръ читатель найдетъ у Czógler, Dimensionen und absolute Maasse der physikalischen Grössen, Leipzig, 1889.

Сочиненій, спеціально занимающихся электрометріей или вообще физическими измѣреніями, существуетъ мало; изъ нихъ назову извѣстную книгу Kohlrausch'a, Leitfaden der praktischen Physik, Leipzig, 1887 (есть и русское изданіе подъ редакціей проф. Боргмана) и несравненно болѣе подробное сопоставленіе электрометрическихъ методовъ у Heydweiller'a, Hülfsbuch für die Ausführung elektrischer Messungen, Leipzig, 1892. Пособіями при наблюденіяхъ служатъ Czermak, Reductionstabellen zur Gauss-Poggendorff'schen Spiegelablesung, Berlin, и Obach, Hilfstafeln für Messungen elektrischer Leitungswiderstände vermittelst der Kirchoff-Wheatstone'schen Drahtcombination, München, 1879; наконецъ еще Landolt und Börnstein, Physikalisch-Chemische Tabellen, Berlin, 1894 (новое изданіе).

Относительно крайне важнаго (совершенно въ физіологическихъ работахъ непривившагося) ученія о вычисленіи вѣроятныхъ ошибокъ наблюденій, читатель найдетъ элементарныя свѣдѣнія у Terquem et Damien, Introduction à la physique expérimentale, Paris, 1888 и, напротивъ, подробное изложеніе въ Weinstein, Handbuch der Maassbestimmungen, 3 тома, изъ коихъ первые два вышли въ 1886 и 1888 году (Berlin), а 3-й, въ коемъ говорится именно объ электрическихъ измѣреніяхъ, находится въ настоящее время въ печати. Въ сочиненіи Weinstein'a подробно излагается и методика измѣреній. Кромѣ

этихъ двухъ авторовъ я долженъ указать на Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler, Leipzig, 1891 и Koll, Die Theorie der Beobachtungsfehler, Berlin, 1893 (хотя послѣдняя книга написана спеціально для потребностей геодезіи, но представляетъ и для насъ совершенно одинаковый интересъ). Употребительный при этихъ вычисленіяхъ методъ наименьшихъ квадратовъ, коротко, но ясно, изложенъ профессоромъ Ермаковымъ, Способъ наименьшихъ квадратовъ, Кіевъ, 1887.

Наибольшій матеріалъ читатель найдетъ, конечно, не въ учебникахъ и руководствахъ, а въ спеціальной періодической литературѣ.

Въ заключеніе разсмотримъ еще тѣ средства, которыя необходимы для осуществленія новаго направленія въ нашихъ экспериментальныхъ работахъ, т. е. для правильнаго веденія нашихъ экспериментальныхъ работъ при пособіи современныхъ физическихъ методовъ.

При разсмотрѣніи условій, необходимыхъ для осуществленія означеннаго направленія въ нашихъ работахъ, мы встрѣчаемся съ существенными препятствіями: во-первыхъ, съ совершенною непригодностью для нашего дѣла огромнаго большинства приборовъ, собранныхъ въ настоящее время въ лабораторіяхъ, хотя бы даже въ наилучше обставленныхъ, и, во-вторыхъ, съ непригодностью для цѣлей нашихъ устройства самихъ помѣщеній, занимаемыхъ этими лабораторіями. Послѣднее относится и къ тѣмъ лабораторіямъ, которыя, на первыхъ порахъ, насъ поражаютъ своею обширностью и внѣшнимъ великолѣпіемъ.—По мѣрѣ того, какъ читатель отъ теоріи будетъ переходить къ практикѣ, онъ увидитъ, что практика эта, при требованіяхъ предъявляемыхъ ей современными понятіями о *точности* въ научныхъ изысканіяхъ, представляетъ трудности, еще значительно превосходящія теоретическое изученіе предмета. На первыхъ же порахъ экспериментаторъ убѣдится, что работы свои онъ въ состояніи правильно вести лишь тогда, когда ему даны такія необходимыя удобства, которыя гарантируютъ производимыя работы отъ пагубнаго вліянія разныхъ случайностей, уничтожающихъ долгій трудъ и заставляющихъ работающаго изо дня въ день тратить время свое совершенно непроизводительно. Къ числу удобствъ, необходимыхъ для правильнаго веденія дѣла, относится прежде всего

общее цѣлесообразное устройство лабораторіи, а именно 1) особенно большой просторъ, необходимый для цѣлей нашихъ потому, что употребляемые въ электрометріи магнитные приборы дѣйствуютъ другъ на друга и потому не могутъ быть скучиваемы; 2) обиліе свѣта; 3) возможная равномѣрность температуры, колебанія которой не только усложняютъ ходъ наблюденій, но и не всегда, даже, могутъ быть приняты въ расчетъ; 4) устраненіе вліянія неизбѣжныхъ въ городахъ сотрясеній почвы на рядъ необходимыхъ для нашихъ цѣлей чувствительныхъ приборовъ. Совокупности указанныхъ условій не удовлетворяетъ ни одна изъ существующихъ лабораторій, такъ какъ ни одна изъ нихъ не построена, да и не могла быть построена при существующихъ у физіологовъ взглядахъ на дѣло, по необходимымъ для нашихъ цѣлей планамъ тѣхъ немногихъ физическихъ институтовъ, цѣль существованія коихъ заключается въ ежедневномъ производствѣ точныхъ физическихъ измѣреній.

Въ теченіе многихъ лѣтъ мною и лицами, помогавшими мнѣ при работахъ моихъ, затрачена была масса труда на устройство въ Физіологической Лабораторіи Императорской Академіи Наукъ такого отдѣленія, которое могло бы служить для разсматриваемыхъ здѣсь цѣлей; такъ какъ труды наши въ настоящее время до извѣстной степени увѣнчались успѣхомъ, то я считаю не лишнимъ упомянуть здѣсь о достигнутыхъ результатахъ.

Физіологическая Лабораторія Императорской Академіи Наукъ, въ первые годы причисленія моего къ составу ея, удовлетворяла развѣ лишь 2-му и отчасти 3-му изъ перечисленныхъ мною выше основныхъ требованій,—въ остальномъ же, включая сюда ея инвентарь и ежегодно отпускаемыя на содержаніе ея средства, находилась въ весьма незавидномъ положеніи. Благодаря необыкновенно благопріятнымъ стеченіямъ обстоятельствъ, удалось, однако, въ нѣсколько лѣтъ чрезвычайно поднять общее матеріальное состояніе Лабораторіи, такъ что главнѣйшими препятствіями въ ходѣ работъ оказывались въ послѣднее время лишь тѣснота и невозможность, вслѣдствіе чрезвычайной тряскости

почвы, установить стаціонарно постепенно пріобрѣтенные приборы. Но и эти препятствія были устранены въ послѣдніе два года. Питая глубокій интересъ къ направленію работъ моихъ, глубокоуважаемый директоръ Лабораторіи академикъ Ф. В. Овсянниковъ ходатайствовалъ въ 1893 году передъ Его Императорскимъ Высочествомъ Августѣйшимъ Президентомъ Академіи о необходимости предоставить Физіологической Лабораторіи экстраординарныя денежныя средства, какъ для общаго ея расширенія, такъ и для радикальной перестройки первоначальнаго ея помѣщенія, а равно и для установки въ одной части этого помѣщенія большаго числа прочныхъ, на большой глубинѣ заложенныхъ, устоевъ для важнѣйшихъ приборовъ. Его Высочество не только изволилъ чрезвычайно сочувственно отнестись къ представленію академика Овсянникова, но и лично интересовался осуществленіемъ всего дѣла, такъ что Августѣйшему Президенту своему Академія обязана устройствомъ одной образцовой части нашей Лабораторіи.

Такимъ образомъ, благодаря вполнѣ цѣлесообразно устроенному, относительно обширному помѣщенію, благодаря средствамъ, отпущеннымъ правительствомъ и, отчасти, благодаря средствамъ, потраченнымъ на все дѣло лично мною, наша Физіологическая Лабораторія оставляетъ въ своемъ электрометрическомъ отдѣленіи далеко за собою существующія европейскія лабораторіи. Единственный, существенно важный, недостатокъ ея заключается въ томъ, что теперь, когда дѣятельность ея можетъ быть открыта въ полномъ размѣрѣ, когда почти законченъ болѣе чѣмъ пятилѣтній трудъ всевозможныхъ подготовительныхъ работъ, Лабораторіи нашей недостаютъ рабочія руки; было бы крайне желательно привлеченіе къ ней такихъ молодыхъ силъ, которыя дѣятельность свою пожелали бы посвятить новому направленію, осуществленіе коего нынѣ, повидимому, вполнѣ обезпечено.

А. Е. Ѳеоктистовъ.

С.-Петербургъ, май 1894-го года.

I. Введеніе.

1. Въ настоящемъ сочиненіи мы придерживаемся общепринятой дуалистической теоріи электричества. Разсматривая электрическія явленія и принципы электрометріи, мы оставляемъ въ сторонѣ «сущность» электрической энергіи и разсматриваемъ вообще электричество не какъ движеніе, а какъ нѣчто матеріальное: измѣряемъ *количество* электричества, говоримъ о *плотности* электрическаго *слоя* и т. п.. Такой пріемъ весьма облегчаетъ изученіе электрическихъ явленій и законовъ. Мы можемъ однако надѣяться, что не далеко то время, когда и познаніе «сущности» электричества сдѣлается вполнѣ яснымъ, благодаря дальнѣйшей разработкѣ пути, указаннаго теоретическими выводами Максвелля и опытными изслѣдованіями Герца. Правильное пониманіе сущности электричества отнюдь однако не опровергнетъ найденныхъ до сего времени законовъ электростатики и электродинамики и не измѣнитъ принциповъ электрометріи, ибо все ученіе объ электричествѣ стоитъ на твердыхъ математическихъ началахъ.

2. *Дуалистическая теорія*, созданная для объясненія электрическихъ явленій, какъ извѣстно, допускаетъ существованіе двухъ разноименныхъ электричествъ — *положительнаго* (+) и *отрицательнаго* (—). Теорія эта принимаетъ, что всѣ *ненаэлектри-*

зованныя тѣла содержатъ равныя, соединенныя количества положительнаго и отрицательнаго электричествъ. Эти равныя количества образуютъ такъ называемое *нейтральное электричество*, которое не проявляется никакимъ внѣшнимъ образомъ. О тѣлахъ, содержащихъ только нейтральное электричество, говорятъ, что они находятся въ *нейтральномъ* состояніи, не содержатъ *электрическаго заряда*, не заряжены.

3. При треніи двухъ тѣлъ одного о другое, нейтральное электричество ихъ разлагается и оба тѣла *электризуются*, притомъ всегда одно *положительно*, а другое *отрицательно*. Точные опыты показываютъ, что каждое тѣло получаетъ при этомъ одинаковое количество электричества съ противоположнымъ знакомъ.

4. Электризація обоихъ тѣлъ обусловливается возникновеніемъ т. н. *электровозбудительной силы*, разлагающей нейтральное электричество трущихся тѣлъ и препятствующей взаимному соединенію образовавшихся разноименныхъ электричествъ въ мѣстѣ дѣйствія этой силы. Такимъ образомъ, оба электричества не соединяются не смотря на то, что противоположно наэлектризованныя тѣла находятся въ соприкосновеніи. Это разобщеніе электричествъ поддерживается до тѣхъ поръ, пока не исчезнетъ электровозбудительная сила (въ данномъ случаѣ электровозбудительная сила исчезаетъ вмѣстѣ съ прекращеніемъ тренія). Вслѣдствіе описаннаго свойства электровозбудительной силы, её называютъ также *разъединяющей силой*.

5. Принято называть электричество, развивающееся *на стеклѣ*, при треніи послѣдняго о каучукъ, *положительнымъ* (+), а развивающееся въ тоже время *на каучукѣ* — *отрицательнымъ* (—).

6. *Одноименныя электричества взаимно отталкиваются, а разноименныя взаимно притягиваются*. Этотъ законъ подтверждается извѣстными опытами надъ притяженіемъ разноименно наэлектризованныхъ подвижныхъ легкихъ тѣлъ или надъ отталкиваніемъ таковыхъ тѣлъ одноименно наэлектризованныхъ.

7. Опытъ показываетъ, что чѣмъ сильнѣе наэлектризованы тѣла, тѣмъ значительнѣе сила притяженія или отталкиванія между ними.

8. Отсюда вытекаетъ понятіе о *количествѣ электричества на тѣлѣ* или о *силѣ электрическаго заряда тѣла.* — Мы говоримъ, что зарядъ даннаго тѣла усилился или количество электричества на тѣлѣ увеличилось, если усилилось проявляющееся какимъ либо образомъ дѣйствіе электрическаго заряда: если, напр., листочки электроскопа, сообщеннаго съ изслѣдуемымъ тѣломъ, оттолкнулись на бо̀льшій уголъ.

9. Итакъ, по силѣ отталкиванія одноименно наэлектризованныхъ тѣлъ, или по силѣ притяженія тѣлъ, разноименно наэлектризованныхъ, можно судить о количествѣ электричества, сообщеннаго этимъ тѣламъ.

10. Точные опыты показываютъ, что равныя количества разноименныхъ электричествъ при взаимномъ соединеніи «уничтожаютъ» другъ друга, или, вѣрнѣе, взаимно нейтрализуются, приходя въ состояніе бездѣйствія. Если поэтому электроскопу, заряженному, напр., (+) электричествомъ, сообщить равный зарядъ (—) электричества, то первоначально разошедшіеся золотые листочки электроскопа теперь вновь спадутся.

11. Если какое либо металлическое тѣло установить на стеклянной подставкѣ, и затѣмъ сообщить ему электрическій зарядъ, то при прикосновеніи къ тѣлу стержнемъ электроскопа, листочки послѣдняго разойдутся. Если же соединить то же тѣло съ землею помощью проволоки и затѣмъ сообщить ему электрическій зарядъ любой силы, то при сообщеніи тѣла съ электроскопомъ листочки послѣдняго не разойдутся, т. е. электроскопъ покажетъ отсутствіе электричества на тѣлѣ. Такимъ образомъ очевидно, что электричество чрезъ посредство проволоки уходитъ съ наэлектризованнаго тѣла въ землю, тогда какъ стеклянная подставка электричества не проводитъ, *изолируетъ* электрическій зарядъ.

12. Такъ какъ одни вещества обладаютъ свойствомъ проводить, а другія не проводить электричество, то они и подраздѣля-

ются на два класса: *проводниковъ* и *непроводниковъ* или *изоляторовъ*. Къ числу первыхъ относятся всѣ металлы, растворы солей и т. д.. Къ числу вторыхъ принадлежатъ стекло, каучукъ, воздухъ, дерево и проч..

13. Изъ послѣдняго опыта мы видимъ, что электричество всякаго наэлектризованнаго проводника, при сообщеніи послѣдняго съ землею помощью проводника же, уходитъ въ землю, такъ что въ этомъ смыслѣ земля является какъ бы резервуаромъ безконечной емкости для всякаго рода и всякаго количества электричествъ. Такое свойство земли легко объясняется тѣмъ, что въ ней происходитъ непрерывная нейтрализація противоположныхъ электричествъ.—Напротивъ, наэлектризованный изоляторъ (стекло, каучукъ) долго сохраняетъ зарядъ, будучи даже сообщенъ проводникомъ съ землею. Это происходитъ оттого, что передвиженіе электричества по поверхности и въ массѣ изолятора встрѣчаетъ чрезвычайно большое препятствіе.

14. Возобновивъ въ памяти эти элементарныя свѣдѣнія изъ ученія о *статическомъ*, находящемся въ покоѣ, электричествѣ, переходимъ къ обзору главнѣйшихъ понятій о *динамическомъ* электричествѣ, т. е. электричествѣ, находящемся въ движеніи. Ограничимся пока обзоромъ *гальваническаго* электричества, источникомъ коего служитъ химическая энергія.

15. И здѣсь основной опытъ прежде всего показываетъ, что при простомъ прикосновеніи химически разнородныхъ тѣлъ, послѣднія электризуются разноименно. Этотъ опытъ производится слѣдующимъ образомъ. Въ слабую сѣрную кислоту погружаютъ одновременно пластинку чистаго цинка и пластинку мѣди. Къ каждой пластинкѣ прикрѣпляютъ по проволокѣ, оканчивающейся маленькимъ металлическимъ дискомъ. Оба диска устанавливаютъ на близкомъ разстояніи параллельно другъ къ другу и между ними помѣщаютъ на равномъ разстояніи отъ внутреннихъ поверхностей дисковъ золотой, свободно висящій листокъ электроскопа. Листокъ остается въ покойномъ положеніи и не притягивается ни однимъ изъ дисковъ. — Если теперь привести въ соприкосно-

веніе со свободнымъ концемъ стержня электроскопа тѣло наэлектризованное (+), то золотой листокъ притянется тѣмъ дискомъ, который соединенъ съ цинковой пластинкой. Изъ этого мы заключаемъ, что цинкъ, сообщившій зарядъ соединенному съ нимъ диску, наэлектризованъ отрицательно. Если прикоснуться къ стержню, предварительно разряженнаго электроскопа, тѣломъ, наэлектризованнымъ (—), то окажется, что золотой листокъ притягивается дискомъ, соединеннымъ съ мѣдью. Слѣдовательно мѣдь наэлектризована положительно [1]).

16. Итакъ, одновременно погруженныя въ слабую сѣрную кислоту пластинки мѣди и цинка электризуются — первая положительно, вторая отрицательно. Такое сочетаніе цинковой и мѣдной пластинокъ со слабымъ растворомъ сѣрной кислоты представляетъ собою простѣйшій видъ *гальваническаго элемента* или *гальванической пары*.

17. Та пластинка гальваническаго элемента, которая электризуется положительно, называется *положительнымъ электродомъ элемента*, электризующаяся отрицательно — *отрицательнымъ электродомъ*. Свободные, выступающіе надъ жидкостью концы электродовъ называются *полюсами элемента* (положительнымъ и отрицательнымъ).

18. Обратимся теперь къ разсмотрѣнію того, что происходитъ въ такомъ элементѣ. Тотчасъ послѣ погруженія мѣди и цинка въ растворъ сѣрной кислоты, мы замѣчаемъ, что съ поверхности цинка поднимаются пузырьки водорода и цинкъ мало по малу растворяется въ жидкости. Мѣдь при этомъ остается нетронутой, такъ какъ не принимаетъ участія въ наступившей химической реакціи. Одновременно съ появленіемъ химической реакціи мы замѣчаемъ, что элементъ мало по малу нагрѣвается.

19. Если соединить полюсы элемента проволокой, то разно-

1) Опытъ этотъ въ дѣйствительности не удается такъ просто, какъ мы его описали, а требуетъ болѣе чувствительнаго и сложнаго прибора, съ которымъ мы познакомимся въ своемъ мѣстѣ (см. электрометръ). Принципъ опыта переданъ здѣсь, однако, вполнѣ вѣрно.

именныя электричества полюсовъ распространятся по проволокѣ и, направляясь другъ другу навстрѣчу, будутъ непрерывно нейтрализоваться. Опытъ показываетъ, что въ элементѣ возникаютъ при этомъ все новыя количества разноименныхъ электричествъ до тѣхъ поръ, пока не прекратится химическая реакція (пока не израсходуется цинкъ элемента). Съ ослабленіемъ и прекращеніемъ химической реакціи слабѣетъ и, наконецъ, совсѣмъ прекращается встрѣчное теченіе и нейтрализація противоположныхъ электричествъ.

20. Спрашивается, въ какомъ же мѣстѣ замкнутой цѣпи, состоящей изъ элемента и соединяющей полюсы его проволоки, происходитъ эта нейтрализація электричествъ? Опытъ показываетъ, что если полюсы элемента соединены между собою проводникомъ, то какъ проводникъ, такъ и электроды, и жидкость элемента не представляются заряженными какимъ либо электричествомъ. Изъ этого мы можемъ заключить, что нейтрализація противоположныхъ электричествъ происходитъ во всѣхъ частяхъ замкнутой цѣпи.

21. Описанное *непрерывное соединеніе двухъ противоположныхъ электричествъ въ замкнутой цѣпи элемента называется гальваническимъ токомъ.*

22. Въ причинѣ гальваническаго тока можно различать два нераздѣльные фактора: во первыхъ, *электровозбудительную силу соприкосновенія*, т. е. такую силу, которая, разлагая нейтральное электричество двухъ соприкасающихся тѣлъ, на положительное и отрицательное, препятствуетъ ихъ взаимному соединенію въ мѣстѣ своего дѣйствія, направляя разноименныя электричества къ противоположнымъ полюсамъ элемента и поддерживая заряды полюсовъ на неизмѣнной высотѣ.

23. Во вторыхъ, причиной гальваническаго тока служитъ химическая реакція, благодаря которой, по мѣрѣ затраты соединяющихся электричествъ, образуются новыя количества электричества, какъ результатъ превращенія химической энергіи въ электрическую.

24. Дѣйствія гальваническаго тока выражаются въ весьма разнообразныхъ явленіяхъ, къ обзору которыхъ мы и обратимся:

1) Если соединить полюсы элемента весьма тонкой и короткой проволокой, то проволока эта нагрѣется и даже накалится.

2) Если двѣ точки поверхности нашего языка соединить съ полюсами элемента, то мы ощущаемъ своеобразный кислый вкусъ.

3) Если соединить оба полюса бумажкой, смоченной смѣсью раствора іодистаго калія и крахмала, то у отрицательнаго полюса бумажка приметъ темно синюю окраску.

4) Если обвить проволоку, соединяющую оба полюса элемента, вокругъ стальной иглы, такъ однако, чтобы проволока не касалась самой иглы, то послѣдняя превратится въ магнитъ и будетъ способна притягивать мягкое желѣзо.

5) Если приблизить къ проволокѣ, соединяющей полюсы элемента, магнитную стрѣлку, подвижную въ горизонтальной плоскости, то стрѣлка отклонится въ сторону.

25. Разсматривая пока только эти явленія, мы видимъ, что дѣйствія тока подраздѣляются на 1) *тепловое* (нагрѣваніе проволоки), 2) *физіологическое* (раздраженіе окончаній вкусовыхъ нервовъ языка), 3) *химическое* (разложеніе іодистаго калія) и 4) *электромагнитное* (намагничиваніе стали и отклоненіе магнитной стрѣлки).

26. Только что приведенныя четыре явленія, производимыя токомъ, могли бы продолжаться безконечно долгое время, если бы не прекращалась химическая реакція въ гальваническомъ элементѣ, поддерживающая токъ.

На самомъ дѣлѣ, спустя большее или меньшее время отъ начала дѣйствія элемента, мы замѣчаемъ ослабленіе тока. Если долгое время наблюдать то или иное дѣйствіе гальваническаго тока, хотя бы, напр. на магнитную стрѣлку, то мы замѣтимъ, что дѣйствіе это проявляется все слабѣе и слабѣе, уклоненіе стрѣлки постепенно уменьшается и, наконецъ, вовсе исчезаетъ.

27. Замѣченная разница въ степени дѣйствія тока приводитъ

къ понятію о *силѣ* его и даетъ намъ возможность *измѣрять* эту силу.

28. Если мы помѣстимъ вблизи проводника, соединяющаго полюсы элемента, магнитную стрѣлку, то замѣтимъ, что стрѣлка эта уклонится въ какую либо опредѣленную сторону: на востокъ или на западъ. Если же мы, не измѣняя положенія проводника по отношенію къ стрѣлкѣ, перемѣстимъ только полюсы элемента такимъ образомъ, что тотъ конецъ проводника, который былъ соединенъ съ положительнымъ полюсомъ, теперь соединенъ съ отрицательнымъ, и наоборотъ, то окажется, что стрѣлка отклонится въ сторону противоположную первой. Итакъ, для магнитной стрѣлки не безразлично—будутъ ли концы дѣйствующаго на нее проводника соединены съ тѣмъ или другимъ полюсомъ элемента.

29. Вслѣдствіе вышеописаннаго явленія установилось условное понятіе о *направленіи тока*, причемъ принято говорить, что токъ идетъ отъ положительнаго полюса къ отрицательному во внѣшнемъ проводникѣ и, наоборотъ, отъ отрицательнаго къ положительному — внутри элемента. При этомъ имѣютъ въ виду исключительно *теченіе положительнаго электричества*, направленіе *положительнаго тока*. Итакъ, въ замкнутой гальванической цѣпи происходитъ круговое движеніе электричества въ одномъ направленіи отъ одного звѣна цѣпи къ другому. Подъ *звѣньями цѣпи* мы подразумѣваемъ электроды элемента, жидкость его и внѣшній проводникъ, соединяющій полюсы элемента.

30. Условное понятіе о направленіи тока важно въ томъ отношеніи, что служитъ исходной точкой при изученіи многихъ свойствъ тока и даетъ возможность легко отличать одинъ полюсъ гальваническаго элемента отъ другаго.

31. При опредѣленіи направленія тока руководствуются *правиломъ Ампера:* представимъ себѣ наблюдателя расположеннымъ вдоль проводника, надъ или подъ нимъ, такимъ образомъ, чтобы проводникъ находился между наблюдателемъ и магнитной стрѣлкой, къ которой обращено лице его. Если, при такомъ положеніи наблюдателя, сѣверный конецъ стрѣлки уклоняется влѣво отъ

него, то токъ идетъ въ проводникѣ въ направленіи отъ ногъ къ головѣ. При обратномъ направленіи тока сѣверный конецъ стрѣлки отклоняется вправо (см. ниже рис. 3 и 4).

32. Если мы соединимъ полюсы элемента проволокой и къ любой части ея будемъ подносить магнитную стрѣлку (всюду на одно и то же разстояніе отъ проволоки), то замѣтимъ, что стрѣлка всюду отклонится изъ своего положенія покоя (изъ магнитнаго меридіана) на одинаковый уголъ.

Итакъ, мы видимъ, что токъ вліяетъ на магнитную стрѣлку одинаково сильно какъ вблизи полюсовъ элемента, такъ и въ мѣстахъ цѣпи, наиболѣе удаленныхъ отъ полюсовъ.

33. Если полюсы элемента соединить съ двумя проволоками, изъ которыхъ одна имѣетъ діаметръ, напр. въ 10 разъ большій, нежели другая, и свободные концы этихъ проволокъ соединить между собою, то мы увидимъ, что и въ этомъ случаѣ, сила тока въ замкнутой цѣпи всюду одинакова, такъ какъ магнитная стрѣлка, приближаемая на одно и то же разстояніе какъ къ толстой проволокѣ, такъ и къ тонкой, всюду отклоняется на одинаковое число градусовъ.

Отсюда мы заключаемъ, что *сила тока во всѣхъ частяхъ внѣшняго проводника одинакова, каковы бы ни были отношенія различныхъ частей его другъ къ другу.* Дальнѣйшія изслѣдованія показали, что сила тока внутри элемента равна силѣ тока внѣ его и такимъ образомъ оказывается, что *сила тока одинакова во всѣхъ частяхъ замкнутой*[1]) *гальванической цѣпи.*

34. Если въ одномъ случаѣ соединить полюсы элемента проволокою въ одинъ метръ, а въ другомъ такою же проволокой въ 25 метровъ, то мы замѣтимъ, что токъ въ первомъ случаѣ оказываетъ на магнитную стрѣлку вліяніе болѣе сильное, чѣмъ во второмъ. Такъ, напр., стрѣлка въ первомъ случаѣ можетъ отклониться на 30°, а во второмъ на 10°. Поэтому мы въ правѣ заключить, что *при прочихъ равныхъ условіяхъ сила тока*

---

1) Здѣсь имѣется въ виду неразвѣтвленная цѣпь.

уменьшается вмѣстѣ съ увеличенiемъ длины внѣшняго проводника.

35. Если мы будемъ соединять полюсы элемента проволоками одинаковой длины, но различнаго дiаметра, то мы замѣтимъ, что чѣмъ тоньше проволока, тѣмъ слабѣе дѣйствiе циркулирующаго въ ней тока на магнитную стрѣлку. Слѣдовательно, *сила тока ослабѣваетъ съ уменьшенiемъ дiаметра внѣшняго проводника.*

36. Погрузимъ на близкомъ разстоянiи другъ отъ друга мѣдный и цинковый электроды нашего элемента въ большой сосудъ, содержащiй слабую сѣрную кислоту; полюсы электродовъ соединимъ проволокой и замѣтимъ, на сколько градусовъ отклоняется токомъ магнитная стрѣлка, помѣщенная вблизи проволоки. Отодвигая теперь другъ отъ друга электроды въ окружающей ихъ жидкости и увеличивая т. о. длину столба жидкости между ними, мы замѣтимъ, что сила тока будетъ ослабѣвать точно также, какъ и при увеличенiи длины внѣшняго проводника.— Если мы вмѣсто того, чтобы удалять электроды другъ отъ друга, будемъ постепенно извлекать ихъ изъ жидкости, то сила тока также уменьшится. Слѣдовательно, *сила тока уменьшается какъ при увеличенiи длины столба жидкости между электродами, такъ и при уменьшенiи площади сѣченiя этого столба, rsp. при уменьшенiи поверхностей соприкосновенiя электродовъ съ жидкостью.*

37. Изъ приведенныхъ опытовъ мы видимъ, что электровозбудительная сила, дѣйствуя въ замкнутой цѣпи проводниковъ, вызываетъ въ ней электрическiй токъ, сила котораго зависитъ отъ величины площади поперечнаго сѣченiя, длины и матерiала проводниковъ.

38. Изъ того обстоятельства, что въ цѣпи циркулируетъ токъ, мы вообще заключаемъ, что тѣла, составляющiя цѣпь, обладаютъ *электрической проводимостью.* Но такъ какъ сила тока, вызваннаго данной электровозбудительной силой, различна въ цѣпяхъ, состоящихъ изъ различныхъ проводниковъ, то изъ этого ясно, что проводники, различные по длинѣ, по величинѣ

площади поперечнаго сѣченія и по матеріалу, оказываютъ различное вліяніе на силу имѣющаго въ нихъ быть тока. Это свойство проводниковъ влiять въ ту или иную сторону на силу тока называется *электрическимъ сопротивленіемъ* ихъ. Чѣмъ значительнѣе сопротивленіе цѣпи, тѣмъ слабѣйшій токъ вызываетъ въ ней данная электровозбудительная сила, и наоборотъ.

39. Сопротивленіе цѣпи дѣлится на сопротивленіе проводника, соединяющаго полюсы элемента, и на сопротивленіе, представляемое самимъ элементомъ, т. е. электродами и жидкостью его. Первое называется *внѣшнимъ сопротивленіемъ цѣпи*, второе — *внутреннимъ сопротивленіемъ элемента*.

40. Мы уже видѣли, что съ уменьшеніемъ поверхностей соприкосновенія электродовъ съ жидкостью, сила тока ослабѣваетъ. Мы объяснили это увеличеніемъ сопротивленія внутри элемента. Но не уменьшилась ли при этомъ величина электровозбудительной силы?

Вопросъ этотъ разрѣшается слѣдующимъ опытомъ: соединяютъ проволоками одноименные полюсы двухъ элементовъ, состоящихъ изъ цинковыхъ и мѣдныхъ электродовъ въ слабой сѣрной кислотѣ, причемъ погруженныя въ жидкость поверхности электродовъ одного изъ элементовъ въ нѣсколько разъ превосходятъ таковыя же другаго.

Въ такой цѣпи, *гдѣ оба элемента дѣйствуютъ другъ противъ друга*, магнитная стрѣлка, подносимая къ какой либо изъ соединяющихъ полюсы проволокъ, остается въ покоѣ: теченія тока нѣтъ. Для поясненія этого явленія представимъ себѣ, что каждый изъ элементовъ даетъ токъ извѣстной силы. Тогда очевидно, что оба тока идутъ навстрѣчу одинъ другому, какъ видно изъ рисунка [1]), гдѣ стрѣлки I, I означаютъ направленіе тока ма-

---

1) Рисунокъ представляетъ собою общепринятое схематическое изображеніе гальваническихъ элементовъ: толстыя короткія черты суть отрицательные электроды, тонкія длинныя черты — положительные электроды. Сосуды, въ кои погружены электроды, не изображаются на такихъ рисункахъ. Рисунокъ представляетъ собою какъ бы видъ сверху на пластинчатые электроды.

лаго элемента, а стрѣлки *II*, *II* направленіе тока большаго элемента. Если, не смотря на допускаемое существованіе этихъ то-

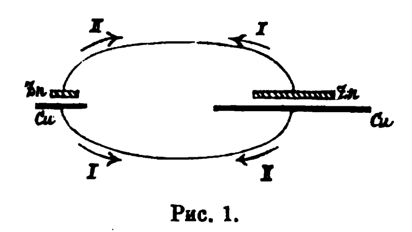


Рис. 1.

ковъ, магнитная стрѣлка не обнаруживаетъ ихъ, то это можно объяснить только тѣмъ, что токи, направляемые обоими элементами навстрѣчу другъ другу, одинаково сильны, и потому дѣйствія ихъ на стрѣлку взаимно уничтожаются [1]). Такъ какъ *общее сопротивленіе* цѣпи одно и то же по отношенію къ обоимъ элементамъ, то ясно, что послѣдніе обладаютъ равными электровозбудительными силами. Будь только возможенъ перевѣсъ одной электровозбудительной силы, неминуемо развился бы токъ, который и обнаружился бы дѣйствіемъ на магнитную стрѣлку.

11. Результатъ опыта совершенно измѣнится, если взять два элемента, электроды которыхъ хотя и будутъ обладать одинаковыми по величинѣ погруженными поверхностями, но въ одномъ изъ нихъ цинковый электродъ будетъ замѣненъ, напр., желѣзнымъ. Желѣзный электродъ, по отношенію къ мѣдному, будетъ играть ту же роль, что и цинковый другаго элемента, т. е. будетъ электризоваться отрицательно. Если мы теперь опять соединимъ другъ съ другомъ *одноименные* полюсы обоихъ элементовъ, то магнитная стрѣлка покажетъ, что въ цѣпи есть токъ. Отсюда ясно, что электровозбудительная сила обоихъ элементовъ различна, не смотря на то, что электроды ихъ имѣютъ одинаковыя поверхности.

1) На самомъ дѣлѣ обоихъ токовъ не существуетъ, ибо нѣтъ разности потенціаловъ между одноименными полюсами элементовъ равной электровозбудительной силы (см. главу о потенціалѣ въ динамическомъ электричествѣ).

42. Если мы соединимъ въ двухъ одинаковыхъ по величинѣ мѣдно-цинковыхъ элементахъ мѣдь съ мѣдью, а цинкъ съ цинкомъ, но въ одинъ элементъ нальемъ слабую сѣрную кислоту, а въ другой растворъ ѣдкаго кали, то также окажется, что въ цѣпи есть токъ, не смотря на то что въ обоихъ элементахъ цинкъ представляетъ отрицательный, а мѣдь — положительный электродъ.

43. Итакъ, *элементы, разнящіеся другъ отъ друга составомъ своихъ электродовъ или жидкостей, обладаютъ различной электровозбудительной силой.*

44. Резюмируя вышесказанное, мы приходимъ къ слѣдующимъ выводамъ:

1) *Электровозбудительная сила элемента не зивиситъ отъ величины и формы электродовъ и отъ разстоянія ихъ другъ отъ друга.*
2) *Электровозбудительная сила зависитъ только отъ свойствъ металловъ и жидкостей, входящихъ въ составъ элемента.*
3) *Внутреннее сопротивленіе элемента зависитъ отъ величины поверхности электродовъ, отъ разстоянія ихъ другъ отъ друга,* помимо того, однако, *и отъ состава жидкости элемента,* ибо разныя жидкости обладаютъ различнымъ удѣльнымъ сопротивленіемъ (см. главу о сопротивленіи).
4) *Сила тока зависитъ отъ электровозбудительной силы элемента и отъ общаго сопротивленія всей цѣпи* (внутренняго и внѣшняго).

45. Разнообразные опыты дали возможность замѣтить строгую зависимость силы тока отъ величины электровозбудительной силы и сопротивленія цѣпи. Зависимость эта выражается въ извѣстномъ законѣ *Ома:*

Сила тока прямо пропорціональна электровозбудительной силѣ, дѣйствующей въ цѣпи, и обратно пропорціональна сопротивленію всей цѣпи. Т. е. если *электровозбудительная сила,* при

данномъ сопротивленіи цѣпи, *увеличивается* вдвое, втрое и т. д., то и сила тока *увеличивается* вдвое, втрое и т. д..

Напротивъ, если при данной электровозбудительной силѣ *сопротивленіе* цѣпи *увеличивается* въ извѣстное число разъ, то во столько же разъ *уменьшается* сила тока, и наоборотъ.

Если мы обозначимъ силу тока черезъ J, сопротивленіе всей цѣпи черезъ R, а электровозбудительную силу черезъ E, то сила тока по закону Ома выразится такъ:

$$J = \frac{E}{R}.$$

Эта формула называется *формулой Ома.*

46. Если принять какую либо величину электровозбудительной силы за единицу этой силы, и подобнымъ же образомъ какую либо величину сопротивленія — за единицу сопротивленія, то въ цѣпи, имѣющей сопротивленіе $= 1$, при дѣйствіи въ ней электровозбудительной силы $= 1$, сила тока J будетъ въ свою очередь также равна нѣкоторой единицѣ, величина которой опредѣлится отношеніемъ первыхъ двухъ:

$$J = \frac{E}{R} = \frac{1}{1} = 1.$$

47. Если мы будемъ выражать электровозбудительную силу, сопротивленіе и силу тока въ какихъ либо опредѣленныхъ единицахъ, между которыми существуетъ указанная зависимость, то *сила тока равна электровозбудительной силѣ, дѣйствующей въ цѣпи, дѣлённой на сопротивленіе всей цѣпи.*

Числовой примѣръ:

Электровозбудительная сила, дѣйствующая въ цѣпи, $= 2$. Сопротивленіе цѣпи $= 10$. Какова будетъ сила тока?

$$J = \frac{E}{R} = \frac{2}{10} = 0{,}2.$$

48. Зная двѣ изъ входящихъ въ формулу Ома величинъ, мы легко опредѣляемъ третью:

49. Если извѣстны E и J, мы опредѣляемъ R, ибо изъ формулы

$$J = \frac{E}{R}$$

видно, что

$$R = \frac{E}{J}.$$

50. Если извѣстны J и R, то мы можемъ опредѣлить E, ибо изъ той же формулы видно, что

$$E = JR.$$

51. Такъ какъ общее сопротивленіе R цѣпи слагается изъ внутренняго сопротивленія w элемента и сопротивленія W внѣшней цѣпи, то

$$R = w + W,$$

вслѣдствіе чего формула Ома приметъ такой видъ:

$$J = \frac{E}{w + W}.$$

52. Если внѣшняя цѣпь состоитъ изъ послѣдовательно соединенныхъ другъ съ другомъ проводниковъ различнаго сопротивленія (напр. спаянныхъ проволокъ различнаго діаметра и длины), сопротивленія коихъ мы обозначимъ чрезъ W_1, W_2, W_3 и т. д., то сопротивленіе W внѣшней цѣпи будетъ равно суммѣ (Σ) послѣдовательныхъ сопротивленій проводниковъ, ее составляющихъ:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 \ldots . = \Sigma W'.$$

Въ формулѣ Ома это выразится такимъ образомъ:

$$J = \frac{E}{w + W_1 + W_2 + W_3 \ldots .} = \frac{E}{w + \Sigma W'}.$$

53. *Если въ цѣпи дѣйствуютъ не одна, а нѣсколько электро-*

возбудительныхъ силъ послѣдовательно и въ одномъ направленіи, то силы эти суммируются[1]).

Если означить различныя электровозбудительныя силы чрезъ $E_1, E_2, E_3 \ldots$, то сила тока, вызванная дѣйствіемъ ихъ въ цѣпи съ сопротивленіемъ R, по закону Ома будетъ

$$J = \frac{E_1 + E_2 + E_3 \ldots}{R} = \frac{\Sigma E'}{R}.$$

При равенствѣ дѣйствующихъ въ цѣпи электровозбудительныхъ силъ, предыдущая формула приметъ такой видъ

$$J = \frac{nE'}{R},$$

гдѣ n есть число дѣйствующихъ въ цѣпи электровозбудительныхъ силъ.

54. *Если электровозбудительныя силы, послѣдовательно дѣйствующія въ цѣпи, имѣютъ разное направленіе, то силы эти вычитаются.*

Если, напр., два элемента соединены *послѣдовательно одноименными полюсами*, то электровозбудительныя силы ихъ дѣйствуютъ навстрѣчу другъ другу; при этомъ меньшая электровозбудительная сила одного элемента вычитается изъ большей другаго, причемъ соотвѣтствующая часть большей силы уничтожается, такъ что токъ образуется только *избыткомъ* большей.

Если, напр., большая сила равна E, а меньшая—ε, то получится уравненіе:

$$E - \varepsilon = \varepsilon_1 \text{ }^{2)},$$

гдѣ ε_1 есть избытокъ силы E противъ силы ε.

1) Говорятъ, что электровозбудительныя силы дѣйствуютъ послѣдовательно въ одномъ направленіи въ томъ случаѣ, если токи, вызываемые въ общей цѣпи каждой изъ нихъ врозь, имѣютъ одинаковое направленіе (см. § 29 о направленіи тока). Въ противномъ случаѣ говорятъ, что электровозбудительныя силы дѣйствуютъ послѣдовательно въ разныхъ направленіяхъ: другъ противъ друга.

2) Если $E = \varepsilon$, то $E - \varepsilon = 0$: случай описанный въ § 40.

55. На основаніи сказаннаго законъ Ома можно формулировать такъ:

Сила тока равна алгебраической суммѣ всѣхъ электровозбудительныхъ силъ, дѣйствующихъ въ цѣпи, дѣленной на сумму всѣхъ сопротивленій этой цѣпи.

Такимъ образомъ, обозначивъ электровозбудительныя силы, дѣйствующія въ какомъ либо одномъ направленіи со знаками +, а дѣйствующія въ другомъ со знаками —, получимъ:

$$J = \frac{(+E_1) + (-E_2) + (-E_3) + (+E_4) \dots}{\Sigma W'}.$$

56. Мы уже видѣли, что дѣйствія тока подраздѣляются на химическія, электромагнитныя, тепловыя и физіологическія. Простыми опытами можно убѣдиться, что всѣ эти дѣйствія тока усиливаются вмѣстѣ съ увеличеніемъ силы его. Слабый токъ, напр., медленно разлагаетъ іодистый калій или воду, сильный разлагаетъ ихъ, напротивъ, быстро. Съ усиленіемъ тока усиливается до извѣстнаго предѣла вызванный имъ магнитизмъ въ стальномъ или желѣзномъ стержнѣ. Относительно слабый токъ накаливаетъ тоненькую проволоку, сильный токъ болѣе толстую. Слабый токъ производитъ ощущеніе кислаго вкуса на языкѣ, сильный вызываетъ нестерпимое раздраженіе нервовъ языка и т. д.. Наконецъ, мы видѣли, что токи различной силы отклоняютъ магнитную стрѣлку на различные углы отъ первоначальнаго ея положенія въ плоскости магнитнаго меридіана.

57. Очевидно, что всѣ эти дѣйствія тока могли бы служить намъ средствомъ для измѣренія силы его, если бы мы приняли за единицу сравненія то или иное *количественное дѣйствіе* тока.

Теоретическія соображенія и опыты приводятъ къ тому заключенію, что термическія дѣйствія тока не могутъ служить удобнымъ средствомъ для опредѣленія силы токовъ. Поэтому вниманіе различныхъ изслѣдователей было обращено на опредѣленіе зависимости между силой тока и электромагнитнымъ и химиче-

скимъ дѣйствіями его. При этомъ рядомъ опытовъ было доказано, что величины электромагнитнаго и химическаго дѣйствія тока прямо пропорціональны силѣ его.

58. Хотя электромагнитное дѣйствіе тока и есть самое важное въ дѣлѣ измѣренія силы токовъ, однако принципы измѣренія силы тока дѣйствіемъ его на подвижной магнитъ не такъ просты. Поэтому, оставляя пока въ сторонѣ магнитное дѣйствіе тока, обратимся къ химическому дѣйствію его, ибо зависимость между абсолютной силой тока и энергіей химическаго его дѣйствія чрезвычайно проста.

Если токъ проходитъ чрезъ растворъ какого либо химически сложнаго тѣла, то онъ разлагаетъ послѣднее, причемъ, при достаточной силѣ тока, можетъ происходить видимое выдѣленіе продуктовъ разложенія — *электролиза*. Продукты электролиза выдѣляются у обоихъ полюсовъ [1]) (электродовъ) проводника, между которыми включено подвергаемое электролизу тѣло.

59. Коль скоро извѣстно, что энергія электролитическаго процесса, т. е. количество выдѣляющихся въ единицу времени продуктовъ электролиза, прямо пропорціонально силѣ тока, то понятно, что легко можно измѣрять силу дѣйствующаго тока, измѣряя или взвѣшивая количество продуктовъ электролиза, выдѣленныхъ токомъ въ теченіе извѣстнаго времени. Напримѣръ, пропуская токъ какой либо силы черезъ воду, подкисленную

---

1) Мы считаемъ не лишнимъ привести здѣсь принятую номенклатуру частей гальванической цѣпи. Пластинки элемента называются *электродами* его, выступающіе надъ жидкостью концы электродовъ — *полюсами элемента*. Если отъ каждаго полюса элемента идетъ по *проводнику* (проволоки), концы которыхъ между собою не соединены, то проводники эти называются *электродами*, а свободные концы ихъ *полюсами*. Соединяя полюсы электродовъ между собою, мы *замыкаемъ цѣпь*. Включая между полюсами какое либо тѣло, мы *вводимъ* это *тѣло въ цѣпь*. Полюсы, погруженные въ жидкость или приложенные къ животному тѣлу, принято называть *электродами*. Вообще, полюсы называютъ электродами въ тѣхъ случаяхъ, когда между ними включено тѣло, химически разлагаемое токомъ. Полюсъ (или электродъ) проводника называютъ положительнымъ или отрицательнымъ смотря по тому, съ какимъ электродомъ элемента соединенъ проводникъ.

сѣрной кислотой, мы замѣчаемъ, что вода[1]) разлагается токомъ на кислородъ и водородъ, и что при одной силѣ тока выдѣляется мало пузырьковъ газовъ, при другой — ихъ выдѣляется масса. Отсюда ясенъ выводъ, что во второмъ случаѣ токъ былъ гораздо сильнѣе, чѣмъ въ первомъ.

60. Чтобы составить себѣ болѣе опредѣленное представленіе объ электролитическомъ дѣйствіи токовъ различной силы, производятъ слѣдующій опытъ. Опускаютъ въ сосудъ, содержащій подкисленную воду, двѣ платиновыя пластинки, соединенныя посредствомъ проволокъ съ полюсами гальванической батареи. Надъ пластинками опрокидываютъ, дномъ къ верху, наполненный тою же жидкостью стеклянный цилиндръ, раздѣленный на кубическіе сантиметры. Если теперь, съ часами въ рукахъ, слѣдить за выдѣленіемъ газовъ, то мы замѣтимъ, что въ теченіе опредѣленнаго времени, выдѣляется опредѣленное количество кубическихъ сантиметровъ газовой смѣси (гремучаго газа)[2]). Если усилить токъ, то количество выдѣляющагося въ единицу времени газа увеличится, и наоборотъ.

61. Основываясь на этомъ, Якоби предложилъ свою единицу силы тока. По Якоби сила тока равна единицѣ, когда токъ способенъ выдѣлить электролитически одинъ кубическій сантиметръ гремучаго газа въ теченіе одной минуты.

62. Дальнѣйшіе опыты однако показали неудобство такого способа опредѣленія силы тока, такъ какъ здѣсь возможны различныя ошибки:

1) Часть выдѣляемаго кислорода растворяется въ жидкости[3]), вслѣдствіе чего количество газовой смѣси оказывается случайно меньшимъ противъ нормы.

2) Полученное количество газа имѣетъ различный объемъ при различныхъ температурахъ и различныхъ барометрическихъ

---

1) Собственно говоря, кислота (см. главу объ электролизѣ).

2) Предполагается, что мы имѣемъ дѣло съ равномѣрнымъ токомъ, т. е. такимъ, сила котораго не колеблется (см. главу о силѣ тока).

3) Тѣмъ большая, чѣмъ ниже температура жидкости.

давленіяхъ, такъ что требуются вычисленія и поправки для опредѣленія *нормальнаго* объема газа (т. е. таковаго при 0° С. и 760 мм. барометрическаго давленія). Поэтому, какъ ни казался простъ способъ Якоби, онъ былъ вскорѣ оставленъ.

63. Въ настоящее время употребляется весьма точный электрохимическій способъ опредѣленія силы тока, основанный на томъ, что токъ, проходя чрезъ водный растворъ нѣкоторыхъ металлическихъ солей, выдѣляетъ изъ нихъ металлъ данной соли въ химически чистомъ видѣ у *отрицательнаго* электрода.

Собравъ, высушивъ и взвѣсивъ выдѣленный токомъ металлъ, можно по вѣсу его и по времени дѣйствія тока опредѣлить силу послѣдняго, коль скоро существуетъ какая либо исходная величина силы тока, служащая единицей сравненія.

64. Въ настоящее время такою единицею силы тока во всемъ мірѣ служитъ такъ называемый *амперъ*.

По точнымъ опытамъ Кольрауша, *постоянный токъ силою въ одинъ амперъ выдѣляетъ электролитически изъ раствора азотнокислаго серебра 4,025 Grm. химически чистаго металлическаго серебра въ одинъ часъ времени, или 67,08 Milligrm. въ теченіе одной минуты.*

Способъ опредѣленія силы тока по вѣсу осажденнаго металла удобенъ, простъ и отличается большою точностью, не требуя въ то же время сложныхъ вычисленій [1]).

65. Уже одна цифра «67,08 миллиграммъ серебра въ минуту» показываетъ, что величина *амперъ* не есть электрохимическая единица силы тока, ибо за такую единицу приняли бы токъ, выдѣляющій количество серебра, равное какому нибудь круглому числу въ граммахъ. Дѣйствительно, величина *амперъ* установлена не электрохимически, подобно единицѣ Якоби, а на основаніи электромагнитнаго дѣйствія тока.

Пропуская токъ чрезъ растворъ азотнокислаго серебра и

1) О практическомъ ходѣ этого опредѣленія см. спеціальную часть.

измѣряя въ то же время самымъ точнымъ образомъ силу проходящаго тока дѣйствіемъ его на магнитную стрѣлку (помощью тангенсъ-гальванометра), Кольраушъ нашелъ, что *электромагнитная единица силы тока одинъ амперъ* электролитически выдѣляетъ 67,08 Mllgrm. серебра въ минуту. Такимъ образомъ, болѣе отвлеченная электромагнитная единица силы тока получила форму простую и наглядную.

Какъ уже было сказано, мы въ свое время ознакомимся подробно со способомъ опредѣленія силы тока, основаннымъ на электромагнитномъ его дѣйствіи. При этомъ мы обстоятельно разсмотримъ, какимъ образомъ, сначала чисто теоретически, а затѣмъ практически, была выведена занимающая насъ единица силы тока. Пока мы считаемъ достаточнымъ указанное электрохимическое опредѣленіе, такъ какъ оно даетъ намъ возможность составить себѣ вполнѣ ясное понятіе о величинѣ — *амперъ*.

66. Упомянемъ здѣсь, что нѣкоторыя дробныя части ампера носятъ особыя названія: одна тысячная (0,001) ампера называется *милли-амперъ* (*MA*), а одна милліонная (0,000001) ампера—*микро-амперъ* (μA). Милли-амперами измѣряется токъ въ электротерапіи, ничтожная же величина микро-ампера будетъ играть важную роль въ нашихъ электрометрическихъ изслѣдованіяхъ въ области физіологіи.

67. Если казалось труднымъ установить единицу силы тока, то не могло быть особенно затруднительнымъ установить единицу сопротивленія. Казалось бы, что для этого достаточно взять проволоку опредѣленнаго матеріала и діаметра, отмѣрить опредѣленную длину ея и принять полученный образецъ за единицу сопротивленія. Понятно, что другія проволоки, болѣе длинныя или менѣе длинныя, одинаково длинныя, но болѣе тонкія или болѣе толстыя и т. д., будутъ представлять сопротивленіе большее или меньшее сравнительно съ сопротивленіемъ, взятымъ за образецъ. Такимъ образомъ, если мы образцовое сопротивленіе обозначимъ чрезъ *«единицу»*, то всякое другое сопротивленіе, при сравненіи съ образцемъ, будетъ во столько то разъ больше

или меньше единицы, и всякому будутъ понятны выраженія: сопротивленіе въ 100 единицъ, сопротивленіе въ 0,5 единицы и т. д..

68. На практикѣ оказалось однако, что нельзя установить точнаго образца сопротивленія, взявъ для этого проволоку опредѣленнаго матеріала и діаметра и отмѣривъ отъ нея кусокъ опредѣленной длины. Въ самомъ дѣлѣ, мы увидимъ далѣе, что сопротивленія проволокъ одинаковой длины и діаметра далеко не одинаковы, даже въ томъ случаѣ, если проволоки приготовлены изъ одного и того же металла. Это происходитъ отъ того, что очень незначительныя примѣси постороннихъ веществъ къ металлу, изъ котораго приготовлена проволока, сильно измѣняетъ проводимость послѣдняго. Если мы примемъ за единицу сопротивленія, напр., мѣдную проволоку въ одинъ миллиметръ діаметра и одинъ метръ длины, то такая же желѣзная проволока будетъ имѣть сопротивленіе равное десяти единицамъ. Изъ этой огромной разницы въ сопротивленіи мѣди и желѣза легко понять, что даже очень небольшая примѣсь желѣза къ мѣди (что всегда и бываетъ на дѣлѣ) измѣняетъ значительно сопротивленіе послѣдней. Но даже одинаковыя проволоки изъ химически чистыхъ металловъ имѣютъ различное сопротивленіе въ зависимости отъ различныхъ способовъ ихъ волоченія и отжиганія.

69. Всѣ эти и другія соображенія повели къ тому, что предложенная Якоби единица сопротивленія, изготовленная изъ мѣдной проволоки опредѣленной длины и діаметра, была скоро всѣми оставлена.

70. Вернеру Сименсу принадлежитъ заслуга установки вполнѣ точной единицы сопротивленія. Сименсъ предложилъ считать за таковую единицу *сопротивленіе столба ртути въ одинъ метръ длины и одинъ квадратный миллиметръ площади поперечнаго сѣченія при температурѣ 0° С.*.

Такъ какъ легко получить химически чистую ртуть и эту ртуть не нужно подвергать никакимъ процедурамъ, способнымъ измѣнить ея консистенцію и сопротивленіе, то очевидно, что от-

носительно не трудно изготовить единицу сопротивленія Сименса, наполнивъ ртутью стеклянную трубку, площадь сѣченія канала которой равнялась бы одному квадратному миллиметру, а длина 100 сантиметрамъ. Точное обозначеніе температуры (0° С.), при которой изготовленъ и долженъ быть употребляемъ указанный образецъ, вполнѣ необходимо, ибо всѣ вещества измѣняютъ свое сопротивленіе при пониженіи или повышеніи температуры [1]).

71. Единица сопротивленія, предложенная Сименсомъ и названная *единицею Сименса*, относительно долгое время держалась въ практикѣ. Въ настоящее время она замѣнена другой единицей сопротивленія, называемой *омомъ*.

Сопротивленіе, равное одному *ому*, изготовляется такъ же, какъ и единица Сименса. ***Ртутный столбъ въ одинъ квадратный миллиметръ плоскости поперечнаго сѣченія и сто шесть сантиметровъ длины, имѣетъ сопротивленіе равное одному ому.***

72. Цифра 106 показываетъ, что единица сопротивленія *омъ* не была установлена произвольно, подобно единицѣ Сименса. Величина *омъ* была выведена теоретически, путемъ чисто математическимъ, и затѣмъ уже облечена въ вещественную форму. Какимъ образомъ было выведено понятіе объ единицѣ *омъ*, мы увидимъ въ своемъ мѣстѣ; пока достаточно того опредѣленія, которое мы только что дали, ибо оно столь же удовлетворительно, какъ, напр., понятіе о величинѣ единицы Сименса.

73. Имѣя образчикъ ртутнаго сопротивленія, равный одному ому, легко приготовить такой же образецъ сопротивленія изъ любой проволоки. Для этого не требуется проволоки равномѣрнаго діаметра и равномѣрнаго матеріала. Изъ всякаго рода проволоки можно легко приготовить образчикъ сопротивленія равный одному ому, сравнивая сопротивленіе проволоки съ ртутнымъ образцемъ. Въ своемъ мѣстѣ мы увидимъ, какимъ образомъ это дѣлается; теперь замѣтимъ лишь, что путемъ сравненія съ нор-

---

1) Подробнѣе объ этомъ см. гл. о сопротивленіи.

мальнымъ ртутнымъ образцемъ изготовляются точныя проволочныя сопротивленія, равныя дробнымъ частямъ ома, цѣлому ому, десяткамъ, сотнямъ, тысячамъ омъ и т. д..

74. Замѣтимъ еще, что для обозначенія сопротивленія въ милліонъ омъ существуетъ особый терминъ — *мегомъ*. Такъ, напр., вмѣсто того чтобы писать 2500000 омъ, пишутъ 2,5 мегома.

75. Третья величина, съ которой мы имѣли дѣло, есть величина электровозбудительной силы. Мы уже знаемъ, что электровозбудительная сила измѣняется вмѣстѣ съ измѣненіемъ свойства электродовъ и жидкостей, входящихъ въ составъ гальваническихъ элементовъ. Поэтому невольно является вопросъ, нельзя ли электровозбудительную силу, развивающуюся при какомъ либо опредѣленномъ составѣ гальваническаго элемента, принять за единицу и съ этой единицей сравнивать электровозбудительную силу другихъ элементовъ?

Мы имѣли, напр., дѣло съ гальваническимъ элементомъ, состоящимъ изъ цинковаго и мѣднаго электродовъ, погруженныхъ въ растворъ слабой сѣрной кислоты; нельзя ли электровозбудительную силу, развиваемую этимъ элементомъ, принять за единицу?

Такъ и было сдѣлано. Предложено было принять за единицу сравненія электровозбудительную силу элемента Даніэля, представляющаго значительное усовершенствованіе вышеупомянутаго простаго элемента. Были даны точныя указанія относительно устройства и снаряженія элемента Даніэля и т. д..

76. Однако, на практикѣ оказалось, что электровозбудительная сила элемента Даніэля, а также и любаго другаго элемента, не представляетъ собою величины вполнѣ постоянной.

Какъ извѣстно, электровозбудительная сила гальваническаго элемента прямо зависитъ отъ состава электродовъ и жидкости его. Поэтому, электровозбудительную силу какого либо элемента можно принять за условную единицу только при химической чистотѣ металловъ электродовъ и веществъ, входящихъ въ со-

ставъ жидкостей. Уже эти условія практически крайне трудно выполнимы.

Далѣе, опытъ показываетъ, что электровозбудительная сила элемента измѣняется во время дѣйствія его, вслѣдствіе того что жидкости, вступая въ реакцію съ металлами электродовъ, измѣняютъ свой составъ, и такимъ образомъ нарушается первое условіе постоянства электровозбудительной силы. Позднѣе мы увидимъ, что во время дѣйствія элемента возникаютъ еще и другія причины, очень значительно вліяющія на его электровозбудительную силу.

Всѣ причины, нарушающія первоначальную электровозбудительную силу элемента, измѣняютъ ее тѣмъ значительнѣе, чѣмъ сильнѣе токъ даваемый элементомъ, т. е. чѣмъ меньше общее сопротивленіе цѣпи, въ которой онъ дѣйствуетъ. Вслѣдствіе этого ни одинъ элементъ, работая въ замкнутой цѣпи, не можетъ служить точнымъ образцемъ какой либо опредѣленной электровозбудительной силы. Поэтому и элементъ Даніэля не удовлетворилъ требованіямъ и не могъ долго удержаться въ качествѣ «единицы электровозбудительной силы» [1]). Въ то время, когда онъ еще былъ принятъ за таковую, единица эта носила названіе—*«одинъ даніэль»*.

77. Съ введеніемъ абсолютныхъ электрическихъ единицъ мы получили возможность замѣнить произвольную и недостаточно точно опредѣляемую единицу «даніэль» новой точной величиной, извѣстной подъ названіемъ *«вольтъ»*.

Хотя нѣтъ возможности устроить элементъ, электровозбудительная сила котораго равнялась бы ровно одному вольту, тѣмъ не менѣе весьма нетрудно составить себѣ ясное понятіе объ этой величинѣ электровозбудительной силы.

---

1) Въ своемъ мѣстѣ мы увидимъ, что существуютъ элементы, употребляемые на практикѣ какъ образцы электровозбудительной силы. Такими образцами служатъ такъ называемые *нормальные элементы*, которыми однако никогда не пользуются для полученія тока, а только для электрометрическихъ измѣреній (см. гл. о гальваническихъ элементахъ и объ электрометрѣ).

Вольтъ есть такая единица электровозбудительной силы, которая, дѣйствуя въ цѣпи, имѣющей общее сопротивленіе въ одинъ омъ, производитъ въ ней силу тока въ одинъ амперъ. Иначе, *сила тока въ одинъ амперъ, при сопротивленіи цѣпи въ одинъ омъ, вызвана электровозбудительной силой въ одинъ вольтъ.*

78. Обозначивъ единицу силы тока — *амперъ* — черезъ A, единицу электровозбудительной силы—*вольтъ*—черезъ V, и единицу сопротивленія—*омъ*—чрезъ Ω, получимъ по формулѣ Ома:

$$\frac{V}{\Omega} = A.$$

Итакъ:

79. *Амперъ есть единица силы тока*, т. е. сила тока измѣряется и выражается только въ амперахъ или дробныхъ частяхъ ампера. Токъ силою въ одинъ амперъ выдѣляетъ изъ раствора азотнокислаго серебра 67,08 миллиграммъ металлическаго серебра въ теченіе одной минуты.

80. *Омъ есть единица сопротивленія.* Столбъ ртути въ 106 сантиметровъ длины и въ одинъ квадратный миллиметръ площади поперечнаго сѣченія при 0° С. имѣетъ сопротивленіе равное одному ому.

81. *Вольтъ есть единица электровозбудительной силы.* Величиной этой мы измѣряемъ только электровозбудительную силу, какъ причину той или иной силы тока, но отнюдь не самую силу тока, которая есть результатъ дѣйствія электровозбудительной силы въ цѣпи того или иного сопротивленія. Вольтъ при одномъ омѣ общаго сопротивленія цѣпи даетъ силу тока въ одинъ амперъ[1]).

82. Сила тока при данномъ сопротивленіи цѣпи обусловливается тѣмъ количествомъ электричества, которое воспроизводится въ единицу времени гальваническимъ элементомъ. Чѣмъ больше электровозбудительная сила элемента, тѣмъ большее ко-

---

1) Электровозбудительная сила элемента Даніэля, смотря по составу жидкостей его, колеблется между 0,95—1,15 вольтъ.

личество электричества будетъ имъ продуцируемо, тѣмъ значительнѣе будетъ, слѣдовательно, и количество электричества, протекающаго въ цѣпи, тѣмъ сильнѣе будетъ токъ.

83. Чтобы имѣть возможность измѣрять различныя *количества электричества*, за единицу такого количества принята величина, называемая *кулономъ*.

Кулонъ есть то количество электричества, которое протекаетъ въ одну секунду чрезъ любое (воображаемое) *поперечное сѣченіе проводника при токѣ силою въ одинъ амперъ.* Такимъ образомъ, если черезъ какое нибудь сѣченіе проводника въ одну секунду протекаетъ одинъ кулонъ, то это равнозначуще съ тѣмъ, что въ проводникѣ идетъ токъ силою въ одинъ амперъ. Если въ проводникѣ въ теченіе минуты проходитъ токъ силою въ одинъ амперъ, то общее количество электричества, проходящее за это время чрезъ сѣченіе проводника, равно 60 кулонамъ.

84. Такъ какъ одинъ амперъ въ одну минуту электролитически выдѣляетъ изъ раствора азотнокислаго серебра 67,08 миллиграммъ металлическаго серебра, то стало быть для выдѣленія означеннаго количества металла необходимо, чтобы черезъ растворъ $AgNO_3$ прошло 60 кулонъ. Отсюда ясно, что *одинъ кулонъ, или иначе, одинъ амперъ въ одну секунду, выдѣляетъ* $\frac{67,08}{60} = 1,118$ *миллиграммъ серебра.* Ниже мы увидимъ, какое практическое значеніе имѣетъ величина «кулонъ».

Чтобы усвоить значеніе приведенныхъ электрическихъ единицъ, разсмотримъ слѣдующіе простые примѣры.

1) Сопротивленіе цѣпи $R = 10$ омъ, электровозбудительная сила, дѣйствующая въ цѣпи, $E = 1$ вольту. Опредѣлить силу тока проходящаго въ цѣпи.

$$J = \frac{E}{R} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ ампера.}$$

2) Имѣемъ гальваническій элементъ, электровозбудительная сила котораго $E = 2$ вольтъ, а внутреннее сопротивленіе $w = 0,8$ ома. Полюсы этого элемента соединены проводникомъ въ 14 омъ сопротивленія, другими словами, сопротивленіе внѣшней цѣпи $W = 14$ омъ. Какова будетъ сила тока въ цѣпи?

$$J = \frac{E}{w + W} = \frac{2}{0,8 + 14} = \frac{2}{14,8} = 0,135 \text{ ампера.}$$

3) Въ цѣпи, общее сопротивленіе коей $R = 15$ омъ, циркулируетъ токъ силою $J = 1{,}25$ ампера. Какова величина электровозбудительной силы E, дѣйствующей въ цѣпи?

$$E = JR = 1{,}25 . 15 = 18{,}75 \text{ вольта.}$$

4) Въ цѣпи дѣйствуетъ электровозбудительная сила $E = 2$ вольтъ; сила тока въ цѣпи $J = 0{,}1$ ампера. Какъ велико общее сопротивленіе R этой цѣпи?

$$R = \frac{E}{J} = \frac{2}{0{,}1} = 20 \text{ омъ.}$$

5) Мы имѣемъ гальваническій элементъ, электровозбудительная сила коего $E = 1{,}48$ вольта, а внутреннее сопротивленіе $w = 0{,}6$ ома. Полюсы элемента соединены проволокой неизвѣстнаго сопротивленія W. При этомъ сила тока J въ цѣпи $= 0{,}004$ ампера. Опредѣлить сопротивленіе W внѣшней цѣпи.

Общее сопротивленіе всей цѣпи $R = \frac{E}{J}$; поэтому $R = \frac{1{,}48}{0{,}004} = 370$ омъ. Такъ какъ общее сопротивленіе $R = w + W$, то отсюда $W = R - w$. Для w мы имѣемъ величину $= 0{,}6$ ома; отсюда

$$W = R - w = 370 - 0{,}6 = 369{,}4 \text{ ома.}$$

6) По проводнику въ теченіе 30 минутъ проходилъ токъ силою въ 1,5 амперъ. Какое количество электричества прошло чрезъ проводникъ за это время?

Такъ какъ при силѣ тока въ одинъ амперъ, въ минуту чрезъ проводникъ протекаютъ 60 кулонъ, то при силѣ тока въ 1,5 ампера, количество протекающаго въ минуту электричества будетъ 60 . 1,5 = 90 кулонъ. Отсюда въ 30 минутъ чрезъ проводникъ протекутъ 90 . 30 = 2700 кулонъ.

85. Разсматривая законъ Ома, мы видѣли, что въ томъ случаѣ, когда въ цѣпи дѣйствуютъ не одна, а нѣсколько электровозбудительныхъ силъ послѣдовательно и въ одномъ направленіи, силы эти суммируются:

$$E_1 + E_2 + E_3 \ldots = \Sigma E.$$

86. Сказанное прямо относится къ электровозбудительной силѣ послѣдовательно соединенныхъ гальваническихъ элементовъ, т. н. *батареи въ послѣдовательномъ сочетаніи*. Подъ послѣдовательнымъ сочетаніемъ элементовъ подразумѣвается такое соединеніе ихъ между собою въ одинъ рядъ, когда элементы соединяются другъ съ другомъ послѣдовательно разноименными полюсами.

87. Слѣдующій рисунокъ представляетъ общепринятое схематическое изображеніе такой батареи. Изъ рисунка видно,

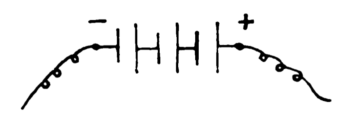


Рис. 2.

что (—) полюсъ перваго и (+) полюсъ третьяго элемента свободны и могутъ быть соединены между собою проволоками, замыкающими въ такомъ случаѣ цѣпь.

88. Электровозбудительная сила E такой батареи равна суммѣ электровозбудительныхъ силъ ε_1, ε_2, ε_3,... отдѣльныхъ элементовъ, ее составляющихъ:

$$E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \ldots = \Sigma\varepsilon.$$

Если, напр., послѣдовательно соединены 3 элемента и $\varepsilon_1 = 0{,}98$ вольта, $\varepsilon_2 = 1{,}48$ вольта, а $\varepsilon_3 = 2{,}08$ вольта, то электровозбудительная сила всей батареи:

$$E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0{,}98 + 1{,}48 + 2{,}08 = 4{,}54 \text{ вольта.}$$

Такъ какъ батарею обыкновенно составляютъ изъ одинаковыхъ элементовъ, то электровозбудительная сила E батареи равна произведенію электровозбудительной силы ε одного элемента на число n элементовъ батареи:

$$E = n\varepsilon.$$

Если, напр., каждый изъ трехъ элементовъ нашей батареи имѣетъ электровозбудительную силу равную 1,48 вольта, то электровозбудительная сила всей батареи

$$E = 1{,}48 . 3 = 4{,}44 \text{ вольта.}$$

89. Внутреннее сопротивленіе ρ послѣдовательно соединенной батареи равно суммѣ сопротивленій w_1, w_2, w_3... отдѣльныхъ элементовъ, ее составляющихъ:

$$\rho = w_1 + w_2 + w_3 \ldots = \Sigma w'.$$

Если элементы одинаковы, то внутреннее сопротивленіе ба-

тареи равно произведенію внутренняго сопротивленія w' одного изъ элементовъ ея на число n всѣхъ элементовъ.

$$\rho = w' n.$$

Если, напр., каждый изъ трехъ элементовъ нашей батареи имѣетъ внутреннее сопротивленіе въ 0,6 ома, то сопротивленіе всей батареи будетъ

$$\rho = 0{,}6 . 3 = 1{,}8 \text{ ома.}$$

90. Сила тока J, даваемая батареей, равна ея электровозбудительной силѣ E, дѣленной на сумму внутренняго ея сопротивленія ρ и сопротивленія W внѣшней цѣпи, замыкающей полюсы батареи:

$$J = \frac{E}{\rho + W}$$

Эта общая формула въ различныхъ вышеописанныхъ случаяхъ приметъ слѣдующіе два вида:

$$J = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \dots .}{w_1 + w_2 + w_3 \dots . + W} = \frac{\Sigma \varepsilon}{\Sigma w' + W}$$

или

$$J = \frac{\varepsilon n}{w' n + W}$$

Разсмотримъ два примѣра:

1) Имѣемъ батарею изъ двухъ элементовъ въ послѣдовательномъ сочетаніи. Первый элементъ имѣетъ электровозбудительную силу $\varepsilon_1 = 1{,}1$ вольта и внутреннее сопротивленіе $w_1 = 0{,}9$ ома, во второмъ элементѣ $\varepsilon_2 = 1{,}33$ вольта, а $w_2 = 0{,}6$ ома. Полюсы батареи соединены проводникомъ въ 25,5 ома сопротивленія. Какую силу тока дастъ эта батарея при означенныхъ условіяхъ?

$$J = \frac{1{,}1 + 1{,}33}{0{,}9 + 0{,}6 + 25{,}5} = 0{,}09 \text{ ампера.}$$

2) Имѣемъ батарею изъ пяти элементовъ; электровозбудительная сила каждаго $\varepsilon = 1{,}48$ вольта, внутреннее сопротивленіе $w = 0{,}8$ вольта, сопротивленіе W внѣшней цѣпи равно 33 омъ. Какую силу тока дастъ такая батарея при означенныхъ условіяхъ?

$$J = \frac{1{,}48 . 5}{0{,}8 . 5 + 33} = \frac{7{,}4}{4 + 33} = \frac{7{,}4}{37} = 0{,}2 \text{ ампера.}$$

91. Такъ какъ сила тока во всѣхъ частяхъ замкнутой цѣпи одна и та же, то токъ, проходящій внутри элементовъ батареи и во внѣшнемъ проводникѣ, соединяющемъ полюсы ея, всюду будетъ имѣть одну и ту же силу.

92. Разсматривая законъ Ома, мы видѣли, что въ томъ случаѣ, когда въ цѣпи дѣйствуютъ нѣсколько электровозбудительныхъ силъ *другъ противъ друга*, силы эти вычитаются и въ цѣпи получается токъ, сила котораго пропорціональна избытку большей электровозбудительной силы.

Разсмотримъ относящійся сюда примѣръ:

Имѣемъ два элемента, положительные полюсы коихъ непосредственно соединены другъ съ другомъ, тогда какъ отрицательные соединены проводникомъ въ 8 омъ сопротивленія. Электровозбудительная сила перваго элемента $\varepsilon_1 = 2{,}3$ вольта, втораго $\varepsilon_2 = 1{,}1$ вольта. Внутреннее сопротивленіе перваго $w_1 = 0{,}8$ ома, втораго $w_2 = 1{,}2$ ома. Какую силу тока дадутъ эти элементы при означенныхъ условіяхъ?

Принявъ въ соображеніе, что сопротивленіе цѣпи равно суммѣ внутреннихъ сопротивленій элементовъ и внѣшней цѣпи, находимъ:

$$J = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{w_1 + w_2 + W} = \frac{2{,}3 - 1{,}1}{0{,}8 + 1{,}2 + 8} = \frac{1{,}2}{10} = 0{,}12 \text{ ампера.}$$

93. Про элементы, соединенные другъ противъ друга, не говорятъ, что они соединены въ батарею.

94. Ознакомившись съ четырьмя основными единицами электрическихъ измѣреній, переходимъ къ разсмотрѣнію принципа измѣренія силы тока помощью гальванометра [1]).

Мы уже видѣли, что подвижная въ горизонтальной плоскости магнитная игла отклоняется подъ вліяніемъ проходящаго вблизи ея тока на тотъ или иной уголъ изъ положенія ея покоя въ магнитномъ меридіанѣ. Мы знаемъ далѣе, что величина угла отклоненія магнита возрастаетъ вмѣстѣ съ усиленіемъ тока. На этомъ дѣйствіи тока на магнитъ основано устройство приборовъ, служащихъ для измѣренія силы тока.

---

1) О тѣхъ же единицахъ будетъ говорено подробнѣе въ другихъ главахъ см. «электровозбудительная сила», «сопротивленіе», «сила тока», «абсолютныя единицы». Объ измѣреніи силы тока смотри главу «дѣйствіе тока на магнитъ» и спеціальные отдѣлы.

95. Представимъ себѣ магнитную иглу NS, подвижную въ горизонтальной плоскости и установившуюся въ магнитномъ меридіанѣ. Параллельно съ иглой, прямо *надъ* нею, натянута проволока $a\ b$, въ коей идетъ токъ, въ указанномъ на рисункѣ направленіи.

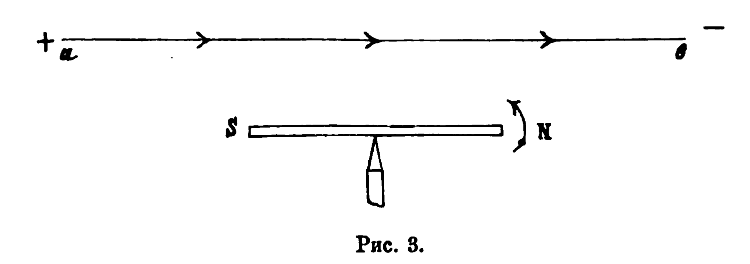


Рис. 3.

Тогда сѣверный полюсъ (N) иглы отклонится, по правилу Ампера, по ту сторону плоскости рисунка (направленіе отклоненія обозначено стрѣлкой у N).

Если проволока $a\ b$ расположена *подъ* иглой NS, и въ проволокѣ идетъ токъ въ направленіи обратномъ предшествовав-

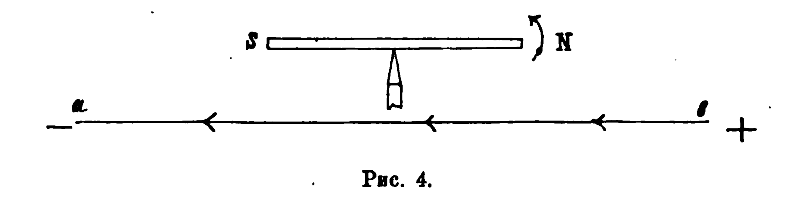


Рис. 4.

шему, то сѣверный полюсъ (N) иглы отклонится въ ту же сторону, какъ и въ вышеописанномъ случаѣ.

96. Представимъ себѣ, что магнитная игла NS окружена проволокой, образующей вокругъ нея почти замкнутый контуръ кольцевидной, эллиптической или квадратной формы. При этомъ проволока расположена опять таки въ одной вертикальной плоскости съ магнитной иглой, т. е. въ плоскости магнитнаго меридіана. Если черезъ упомянутую проволоку пойдетъ токъ, то подъ вліяніемъ его игла отклонится очевидно въ ту же сторону, какъ и въ обоихъ предшествовавшихъ случаяхъ. Но при этомъ дѣй-

ствіе тока на иглу будетъ усилено тѣмъ, что на нее въ одинаковомъ смыслѣ вліяютъ и верхняя и нижняя части окружающей

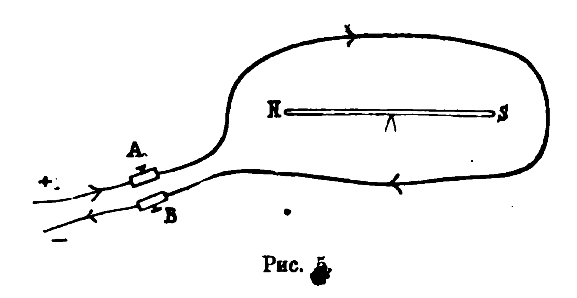


Рис. 5.

проволоки. Вслѣдствіе этого уголъ отклоненія иглы будетъ значительнѣе, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда той же силы токъ проходитъ по проволокѣ, натянутой только надъ или подъ иглой.

97. Магнитная игла, окруженная оборотомъ проволоки, представляетъ приборъ, называемый *гальваноскопомъ*. Онъ служитъ для обнаруживанія тока въ цѣпи, въ которую включается при посредствѣ зажимовъ A и B (см. рис. 5).

98. Если магнитную иглу окружить не однимъ, а многими оборотами проволоки, то дѣйствіе на иглу тока данной силы увеличивается пропорціонально числу оборотовъ, такъ какъ во всѣхъ нихъ токъ дѣйствуетъ на магнитъ въ одномъ и томъ же направленіи.

99. Представимъ себѣ магнитную иглу NS, заключенную

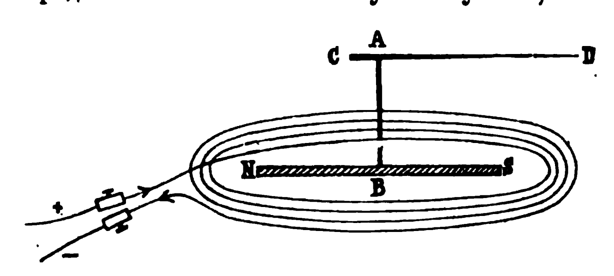


Рис. 6.

въ плоскую спираль изъ нѣсколькихъ оборотовъ проволоки (рис. 6), лежащихъ въ плоскости магнитнаго меридіана. Магнит-

ная игла прикрѣплена къ нижнему концу вертикальной оси AB, вмѣстѣ съ которой она вращается въ горизонтальной плоскости. Ось AB проходитъ чрезъ верхній слой проволочной обмотки и прикрѣпляется къ стрѣлкѣ CD, приготовленной изъ какого нибудь немагнитнаго вещества, напримѣръ латуни.

При отклоненіи магнитной иглы токомъ, латунная стрѣлка будетъ вращаться вмѣстѣ съ нею на равные углы отклоненія. Если между латунной стрѣлкой и верхнимъ слоемъ оборотовъ спирали помѣстить круговую шкалу, дѣленную, напримѣръ, на 360°, то конецъ D стрѣлки будетъ показывать величину угла отклоненія токомъ магнитной иглы. По величинѣ этого угла мы можемъ судить объ относительной силѣ тока, такъ какъ знаемъ, что уголъ отклоненія возрастаетъ вмѣстѣ съ увеличеніемъ силы тока.

Гальваноскопъ со многими оборотами проволоки называется *мультипликаторомъ*.

100. По величинѣ угла отклоненія магнитной иглы гальваноскопа мы не можемъ однако опредѣлить силу тока въ принятыхъ нами единицахъ — въ амперахъ. Для этого необходимо сначала опредѣлить, какъ велики углы отклоненія магнитной иглы подъ вліяніемъ дѣйствія на нее токовъ опредѣленной силы. Съ этою цѣлью пропускаютъ чрезъ гальваноскопъ токи различной *извѣстной* силы (см. § 106) и отмѣчаютъ при этомъ каждый разъ соотвѣтствующій уголъ отклоненія стрѣлки. Если, напримѣръ, при силѣ тока въ 1 амперъ стрѣлка отклонилась на 25°, то этотъ уголъ отклоненія и соотвѣтствуетъ силѣ тока именно въ одинъ амперъ. Если при силѣ тока въ 0,1 ампера стрѣлка отклонилась на 4°, то уголъ этотъ соотвѣтствуетъ 0,1 ампера и т. д..

101. Такимъ образомъ, пропуская черезъ гальваноскопъ токи опредѣленной силы и отмѣчая при этомъ соотвѣтствующіе углы отклоненія стрѣлки, мы можемъ всякій гальваноскопъ превратить въ *амперометръ*, причемъ онъ будетъ указывать или цѣлые амперы или дробныя части, сообразно съ чувствительностью своего устройства.

102. Слѣдующій рисунокъ (7) изображаетъ шкалу такого амперометра:

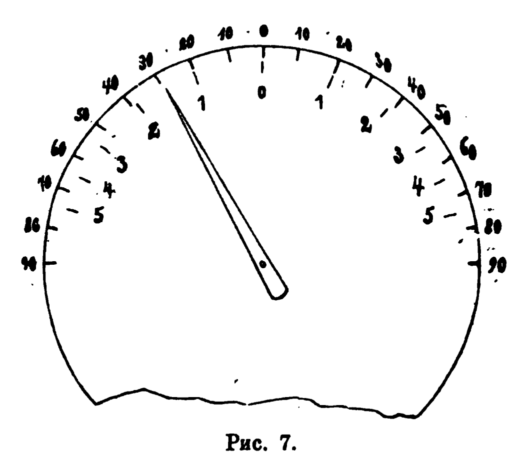


Рис. 7.

Полуокружность шкалы раздѣлена въ ту и другую сторону отъ нуля на 90° и кромѣ того на амперы отъ 0 до 5 амперъ (стрѣлка на рисункѣ указываетъ силу тока приблизительно въ 1,5 ампера, соовѣтственно углу отклоненія въ 30°). Обыкновенно на шкалѣ амперометра опускаютъ дѣленія на градусы, а оставляютъ только *опредѣленныя опытомъ* (эмпирически) дѣленія на амперы и дроби ихъ.

103. Амперометръ до включенія въ цѣпь устанавливаютъ въ плоскости магнитнаго меридіана такъ, чтобы стрѣлка его указывала на 0 шкалы. Затѣмъ включаютъ инструментъ въ цѣпь и слѣдятъ за силой тока по показаніямъ стрѣлки.

104. При этомъ стрѣлка отклоняется въ ту или другую сторону отъ нуля, смотря по направленію тока въ обмоткѣ инструмента, что даетъ намъ возможность опредѣлить не только силу, но одновременно и направленіе дѣйствующаго тока.

105. *Итакъ, всякій амперометръ есть не что иное, какъ простой мультипликаторъ, градуированный чисто эмпирическимъ путемъ.*

Болѣе подробныя свѣдѣнія объ устройствѣ и градуировкѣ гальванометровъ мы найдемъ въ специальной главѣ.

106. Имѣя амперометръ, мы всегда можемъ провѣрить показанія его или, наоборотъ, имѣя мультипликаторъ, можемъ градуировать шкалу его на амперы.

Въ самомъ дѣлѣ, если мы одновременно пропустимъ токъ черезъ амперометръ и черезъ растворъ азотнокислаго серебра, то по количеству металлическаго серебра, выдѣляемаго токомъ въ 1 минуту, мы можемъ опредѣлить въ амперахъ силу проходившаго тока. Мы знаемъ, что токъ въ 1 амперъ выдѣляетъ въ одну минуту 67,08 миллиграммъ серебра. Если поэтому въ 1 минуту мы получили 6,7 миллиграммъ металла, то отсюда слѣдуетъ, что въ цѣпи циркулировалъ токъ въ 0,1 ампера. Поэтому во время опыта стрѣлка амперометра должна была стоять на соотвѣтствующемъ дѣленіи шкалы [1]).

107. Необходимо помнить, что если въ цѣпи циркулируетъ токъ какой либо силы, то, вслѣдъ за введеніемъ въ ту же цѣпь гальванометра, послѣдній укажетъ намъ силу тока, проходящаго черезъ него, а не силу тока, бывшаго въ цѣпи до его включенія. При этомъ сила тока, указываемая гальванометромъ, будетъ менѣе той, которая была до включенія его въ цѣпь. Это происходитъ оттого, что вводя гальванометръ, мы ослабляемъ силу тока въ цѣпи, такъ какъ вводимъ новое сопротивленіе. Казалось бы, что такія простыя истины понятны сами собою, но на практикѣ недостаточно подготовленные экспериментаторы дѣлаютъ часто рядъ ошибокъ въ этомъ направленіи.

108. Чѣмъ меньше сопротивленіе обмотки амперометра, тѣмъ менѣе онъ уменьшаетъ силу тока, проходящаго черезъ него. Поэтому въ техническихъ амперометрахъ употребляется обмотка весьма малаго сопротивленія (дробныя части ома). За то такіе амперометры обладаютъ чрезвычайно малою чувствительностью [2]), такъ какъ обмотка ихъ состоитъ лишь изъ весьма небольшаго числа оборотовъ проволоки вокругъ магнитной стрѣлки.

1) Предполагается, что токъ былъ *постоянный*; см. главу «о силѣ тока».
2) О «чувствительности» гальванометровъ см. спеціальную часть.

Позже мы увидимъ, что существуетъ способъ, при которомъ возможно измѣрять силу даннаго тока не измѣняя этой силы, несмотря на то, что измѣреніе производится весьма чувствительными гальванометрами, обладающими значительнымъ сопротивленіемъ обмотки (см. въ специальной части «объ измѣреніи тока въ отвѣтвленіи»).

II. Электрическій слой: плотность и напряженіе.

109. Опытъ показываетъ, что *статическое электричество распространяется только по поверхности проводниковъ, не проникая въ массу ихъ.*

Чтобы убѣдиться въ этомъ, производятъ опытъ съ такъ называемой *пробной пластинкой* и наэлектризованнымъ пустымъ металлическимъ шаромъ, изолированнымъ стеклянной подставкой. Пробной пластинкой называютъ маленькую (обыкновенно круглую) металлическую пластинку, прикрѣпленную къ изолирующей рукояткѣ. Если приложить эту пластинку плашмя къ какой либо части *внѣшней* поверхности наэлектризованнаго шара, то электричество, находящееся на той части поверхности его, которая теперь покрыта пластинкой, перейдетъ на эту послѣднюю. Если, отнявъ пластинку отъ поверхности шара, коснуться ею электроскопа съ двумя золотыми листочками, то послѣдніе разойдутся на нѣкоторый уголъ.

Введя предварительно разряженную пробную пластинку внутрь шара, чрезъ сдѣланное въ немъ отверстіе, и приложивъ ее къ внутренней его поверхности, убѣждаемся, что пластинкѣ не сообщается электрическаго заряда: коснувшись вынутою изъ шара пробною пластинкою стержня (разряженнаго предварительно) электроскопа, не замѣчаемъ расхожденія листковъ его.

110. Послѣднее явленіе находитъ себѣ слѣдующее объясненіе: если какому нибудь проводнику сообщается зарядъ того или другаго электричества, то одноименныя «частицы» послѣдняго, взаимно отталкиваясь, не могутъ удержаться въ массѣ про-

водника, а стремятся на поверхность его и даже стремятся вовсе удалиться съ поверхности, переходя на другія тѣла или разсѣиваясь въ окружающей средѣ. Поэтому электричество удерживается на проводникѣ только въ томъ случаѣ, если послѣдній изолированъ, напр., отъ земли непроводникомъ, а отъ окружающихъ предметовъ—изолирующимъ слоемъ воздуха.

111. Такимъ образомъ электричество въ статическомъ состояніи можно представить себѣ расположеннымъ на поверхности наэлектризованныхъ проводниковъ въ видѣ *слоя*.

112. Сообщая проводнику послѣдовательно новые заряды электричества, мы увидимъ, что пробная пластинка, приводимая въ соприкосновеніе сначала съ поверхностью проводника, затѣмъ съ электроскопомъ, каждый разъ по сообщеніи проводнику новаго заряда, вызываетъ все большее и большее расхожденіе листочковъ. Отсюда мы заключаемъ, что *толщина* или *плотность* [1]) *электрическаго слоя*, покрывающаго тѣло, возрастаетъ по мѣрѣ увеличенія количества электричества на немъ.

113. Если два изолированныхъ металлическихъ шара равной величины, изъ которыхъ одинъ наэлектризованъ, а другой нѣтъ, привести въ соприкосновеніе и затѣмъ разнять, то оказывается, что половина электричества перваго шара перешла на второй и оба наэлектризованы въ равной степени, причемъ плотность электричества на обоихъ шарахъ одинакова и вдвое меньше первоначальной плотности на первомъ шарѣ. Въ послѣднемъ легко убѣдиться помощью пробной пластинки и электроскопа.

114. Такимъ образомъ мы видимъ, что если то же количество электричества распредѣляется на вдвое большей поверхности одинаковой формы проводниковъ, то плотность его уменьшается вдвое; если бы оно распредѣлилось на поверхности втрое большей, то и плотность уменьшилась бы втрое и т. д.. Словомъ,

---

1) Оба выраженія, конечно, чисто фигуральны. На нижеслѣдующихъ рисункахъ мы изображаемъ уменьшеніе или увеличеніе *толщины* электрическаго слоя, въ текстѣ же говоримъ объ уменьшеніи и увеличеніи *плотности* его, такъ какъ послѣднее выраженіе болѣе употребительно.

плотность электрическаго слоя опредѣляется количествомъ электричества, расположеннымъ на единицѣ поверхности тѣла.

115. Электрическій слой распредѣляется неравномѣрно на поверхности проводниковъ различной формы. Только наэлектризованный шаръ покрывается совершенно равномѣрнымъ слоемъ въ томъ случаѣ, если онъ удаленъ на значительное разстояніе отъ всѣхъ окружающихъ предметовъ, въ томъ числѣ и отъ земли.

116. Мы увидимъ ниже, что относительное распредѣленіе густоты электрическаго слоя на всякомъ тѣлѣ, независимо отъ всего прочаго, измѣняется отъ простаго приближенія къ этому тѣлу другихъ тѣлъ, наэлектризованныхъ или ненаэлектризованныхъ, изолированныхъ или соединенныхъ съ землею. Но помимо этого, распредѣленіе густоты электрическаго слоя на поверхности тѣла зависитъ прямо отъ формы поверхности, т. е. густота слоя распредѣляется вообще неравномѣрно (за исключеніемъ слоя на шарѣ) даже и въ томъ случаѣ, если наэлектризованное тѣло удалено отъ всѣхъ окружающихъ предметовъ, въ томъ числѣ и отъ земли.

117. Если мы помощью пробной пластинки и электроскопа будемъ опредѣлять плотность электрическаго слоя на какомъ либо наэлектризованномъ проводникѣ, то увидимъ, что съ различныхъ частей поверхности его на пластинку будутъ переходить различныя количества электричества. При этомъ **относительная** *густота (плотность) электрическаго слоя на тѣлѣ оказывается неизмѣнной, какой бы величины зарядъ мы ни сообщили проводнику.* Если, напр., при данномъ зарядѣ и данномъ положеніи проводника по отношенію къ окружающимъ предметамъ, плотность электричества на одной какой либо части поверхности проводника была вдвое больше, чѣмъ на другой, то, какъ бы мы ни увеличивали зарядъ тѣла, отношеніе это сохранится.

118. Опытъ показываетъ, что густота слоя на поверхности возрастаетъ вмѣстѣ съ уменьшеніемъ радіуса кривизны этой поверхности. Поэтому наибольшую густоту слоя мы находимъ,

напр., у обоихъ полюсовъ эллипсоида, у вершины овоида, у концевъ (полюсовъ) закругленнаго цилиндра, у краевъ диска, у вершины конуса и у вершины всякаго остроконечія (вообще на всякихъ углахъ, ребрахъ и т. д.).

119. Разсмотримъ лишь нѣсколько относящихся сюда примѣровъ. Познакомимся прежде всего съ распредѣленіемъ густоты электрическаго слоя на поверхности металлическаго диска, діаметромъ въ 26 Ctm. и толщиною въ 2 Ctm., и на поверхности цилиндра съ шарообразно закругленными оконечностями, длиною въ 20 Ctm. и діаметромъ въ 5 Ctm..

ДИСКЪ.		ЦИЛИНДРЪ.	
Разстояніе различныхъ точекъ отъ края диска.	Относительная плотность электричества въ этихъ точкахъ.	Разстояніе различныхъ точекъ отъ полюсовъ цилиндра.	Относительная плотность электричества въ этихъ точкахъ.
13 сантиметровъ (центръ).	1,000	10 сантиметровъ (экваторъ).	1,00
8 сантиметровъ	1,005	5 сантиметровъ	1,25
5 »	1,170	2,5 »	1,80
2,5 »	1,520	0,0 » (полюсы).	2,30
1,25 »	2,070	—	—
0,0 » (край).	2,900	—	—

Приведемъ еще нѣсколько примѣровъ. Имѣемъ конусъ, діаметръ основанія коего = 12 Ctm. и уголъ вершины = 30°; если густоту электрическаго слоя на единицѣ поверхности основанія принять за единицу, то на единицѣ поверхности у вершины эта густота будетъ равна приблизительно 12 единицамъ. Если взять эллипсоидъ, меньшая ось коего равна 12 сантиметрамъ, а большая 25 сантиметрамъ, то густота электрическаго слоя на единицѣ поверхности у обоихъ полюсовъ будетъ приблизительно въ четыре раза больше, чѣмъ на единицѣ поверхности у экватора и т. д..

120. Густота слоя на различныхъ частяхъ поверхности проводника называется *мѣстною густотою электричества* на данной части поверхности. Раздѣливъ общее количество сообщеннаго проводнику электричества на число единицъ поверхности его, получимъ *среднюю густоту электрическаго слоя* для всей поверхности. При этомъ за единицу поверхности мы принимаемъ

квадратный сантиметръ, а за единицу количества электричества микрокулонъ (милліонную часть кулона) [1]).

121. Мѣстная густота электрическаго слоя на различныхъ площадяхъ нѣкоторыхъ простыхъ геометрическихъ формъ можетъ быть опредѣлена вычисленіемъ. Вообще же опредѣленіе относительной густоты слоя на отдѣльныхъ площадяхъ поверхности наэлектризованнаго тѣла производится экспериментально помощью пробной пластинки, сообщаемой съ изслѣдуемою поверхностью, а затѣмъ съ электрометромъ.

122. Въ тѣсной связи съ плотностью электрическаго слоя находится *напряженіе* электричества на поверхности наэлектризованнаго проводника, т. е. стремленіе электричества уйти съ поверхности, вслѣдствіе взаимнаго отталкиванія одноименныхъ электрическихъ частицъ.

123. Вслѣдствіе этого стремленія, электричество въ дѣйствительности и уходитъ съ поверхности тѣла, постепенно *разсѣиваясь* въ воздухѣ. *Разсѣиваніе* это притомъ происходитъ тѣмъ быстрѣе, чѣмъ больше напряженіе электричества на данной единицѣ поверхности.

124. Величина напряженія прямо зависитъ отъ количества электричества, скопленнаго на единицѣ поверхности, т. е. отъ плотности электрическаго слоя. При этомъ *напряженіе* возрастаетъ пропорціонально квадрату плотности въ данной точкѣ, т. е. если, напримѣръ, плотность возрастаетъ втрое, то напряженіе возрастаетъ въ девять разъ и т. д..

125. Что напряженіе зависитъ отъ плотности, это понятно само собою, ибо чѣмъ значительнѣе количество электрическихъ частицъ на единицѣ поверхности, тѣмъ значительнѣе общая сила ихъ взаимнаго отталкиванія. Поэтому, напр., на поверхности наэлектризованнаго конуса напряженіе сильнѣе всего на вершинѣ

---

1) Мы увидимъ ниже, что практической единицей количества электричества въ статическомъ электричествѣ всегда служитъ микрокулонъ, ибо кулонъ оказывается здѣсь величиной чрезмѣрно большой (см. § 176—177).

его. Отсюда ясно, что и разсѣиваніе электричества происходитъ всего энергичнѣе (быстрѣе) съ поверхности вершины конуса. Вообще всякое наэлектризованное тѣло особенно сильно теряетъ электричество со всѣхъ угловъ и остроконечій, если оно имѣетъ таковые.

126. Если постепенно усиливать зарядъ, то плотность и напряженіе электрическаго слоя увеличатся, а вмѣстѣ съ тѣмъ увеличится и разсѣиваніе электричества съ поверхности тѣла. Наконецъ наступитъ такой моментъ, когда прибыль электричества вполнѣ уравновѣсится убылью его чрезъ разсѣиваніе въ воздухѣ: тѣло, *при данныхъ условіяхъ*[1]), *достигло максимума емкости*, т. е. оно уже не въ состояніи воспринять бо̀льшаго количества электричества.

III. Электростатическая индукція.

127. Если какое либо тѣло наэлектризовать и приблизить къ нему ненаэлектризованное тѣло, то послѣднее также наэлектризуется. Въ самомъ дѣлѣ, приближая электроскопъ съ золотыми листочками къ наэлектризованному тѣлу, мы замѣтимъ расхожденіе листочковъ, что показываетъ, что электроскопъ получилъ электрическій зарядъ. Чѣмъ ближе мы будемъ подносить наэлектризованное тѣло къ электроскопу, тѣмъ сильнѣе будетъ расхожденіе золотыхъ листочковъ послѣдняго. Этотъ фактъ указываетъ на то, что, съ уменьшеніемъ разстоянія между наэлектризованнымъ и ненаэлектризованнымъ тѣломъ, электрическій зарядъ, возбуждаемый въ послѣднемъ, усиливается.

128. Описанныя явленія происходятъ оттого, что въ ненаэлектризованномъ тѣлѣ, приближенномъ къ наэлектризованному, развивается электровозбудительная сила, разлагающая нейтральное электричество ненаэлектризованнаго тѣла на равныя количества разноименныхъ электричествъ.

---

1) Т. е. при данномъ его разстояніи отъ другихъ тѣлъ, при данной температурѣ и влажности воздуха и т. д..

129. Описанное явленіе называется *электростатической индукціей*, *электризаціей чрезъ индукцію* или *черезъ вліяніе*. Электровозбудительная сила, разлагающая нейтральное электричество тѣла, подвергнутаго электризаціи чрезъ индукцію, называется *электровозбудительной силой электростатической индукціи*; наэлектризованное тѣло, вызывающее электровозбудительную силу индукціи, — *индуктирующимъ*; тѣло, подвергнутое индукціи,— *индуктируемымъ*. Оба электричества, развивающіяся на индуктированномъ тѣлѣ, называются *индуктированными электричествами*, составляющими *индуктированные заряды* упомянутаго тѣла. Электричество, вызвавшее индукцію, называется *индуктирующимъ электричествомъ (индуктирующій зарядъ)*.

130. Дальнѣйшіе опыты показываютъ, что оба индуктированныя электричества располагаются на индуктируемомъ тѣлѣ характернымъ образомъ по отношенію къ электричеству индуктирующаго тѣла. Индуктированное электричество, разноименное съ электричествомъ индуктирующимъ, располагается на сторонѣ тѣла, обращенной къ индуктирующему электричеству; индуктированное электричество, одноименное съ индуктирующимъ, — на противоположной сторонѣ. Если, напримѣръ, какое либо тѣло A содержитъ зарядъ положительнаго электричества, то на поверхности приближеннаго къ нему ненаэлектризованнаго тѣла B произойдетъ разложеніе нейтральнаго его электричества, причемъ отрицательное перейдетъ на сторону, обращенную къ индуктирующему тѣлу, а положительное на противоположную сторону,

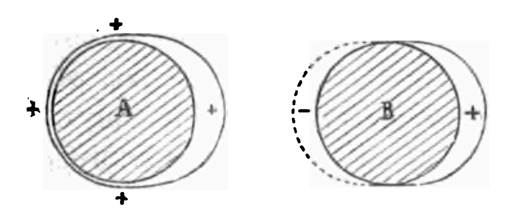


Рис. 8.

какъ это видно на рис. 8, въ которомъ слой положительнаго

электричества обозначенъ сплошною чертою, а слой отрицательнаго — пунктиромъ (обозначенія, которыхъ мы будемъ придерживаться и далѣе).

131. Опытъ показываетъ, что не только электричества индуктированнаго тѣла располагаются на немъ описаннымъ характернымъ образомъ, но и электричество индуктирующаго тѣла концентрируется также на сторонѣ, обращенной къ индуктированному тѣлу (рис. 8). Какъ этотъ фактъ, такъ и вообще расположеніе индуктированныхъ и индуктирующаго электричествъ по отношенію другъ къ другу объясняется притяженіемъ разноименныхъ электричествъ и отталкиваніемъ одноименныхъ.

132. Индуктированное электричество, обращенное въ сторону индуктирующаго и съ нимъ разноименное, называется *индуктированнымъ электричествомъ перваго рода*. По причинамъ, изложеннымъ ниже, это электричество называется также *связаннымъ индуктированнымъ электричествомъ*. Индуктированное электричество, одноименное съ индуктирующимъ, называется *индуктированнымъ электричествомъ втораго рода* или *свободнымъ индуктированнымъ электричествомъ*. Въ приведенномъ примѣрѣ электричество (—) тѣла B есть связанное, а электричество (+) того же тѣла — свободное индуктированное электричество.

133. Какова бы ни была форма индуктирующаго и индуктируемаго тѣлъ, индуктирующее электричество и связанное индуктируемое образуютъ слои наибольшей плотности на тѣхъ частяхъ обоихъ тѣлъ, которыя наиболѣе приближены другъ къ другу. Вслѣдствіе этого и напряженіе обоихъ электричествъ на этихъ частяхъ будетъ наибольшее. Если сближенныя части по формѣ своей (остроконечія и т. п.) сами по себѣ обусловливаютъ образованіе на нихъ электрическаго слоя значительной густоты, то, вслѣдствіе взаимодѣйствія обоихъ электричествъ, плотность и напряженіе возрастутъ здѣсь еще значительнѣе.

134. *Сила индукціи* опредѣляется тѣмъ количествомъ про-

тивоположныхъ электричествъ, которое развивается на индуктированномъ тѣлѣ подъ вліяніемъ индуктирующаго. Сила индукціи вообще возрастаетъ прямо пропорціонально увеличенію силы заряда индуктирующаго тѣла (т. е. прямо пропорціонально увеличенію на немъ количества индуктирующаго электричества) и обратно пропорціонально квадрату разстоянія между индуктирующимъ и индуктированнымъ тѣлами. Если разстояніе между обоими тѣлами очень незначительно, то каждый изъ противоположныхъ индуктированныхъ зарядовъ количественно можетъ быть равенъ индуктирующему. Это имѣетъ мѣсто, напр., въ томъ случаѣ, когда на весьма близкомъ разстояніи противопоставлены другъ другу двѣ равной величины металлическія пластинки, изъ коихъ одна заряжена, а другая подвержена индукціи со стороны заряда первой. Тоже наблюдается и въ томъ случаѣ, если индуктируемое тѣло окружаетъ индуктирующее. Это правило имѣетъ значеніе для пониманія дѣйствія конденсаторовъ.

135. Опытъ показываетъ далѣе, что если индуктированное тѣло соединить съ землею, то въ землю уйдетъ только зарядъ индуктированнаго электричества втораго рода (см. рис. 14 и 16), такъ называемаго свободнаго электричества, тогда какъ зарядъ индуктированнаго электричества перваго рода [(—) на рисункахъ] останется на поверхности тѣла до тѣхъ поръ, пока индуктируемое тѣло будетъ находиться подъ вліяніемъ индуктирующаго. Поэтому зарядъ индуктированнаго проводника, по знаку противуположный заряду индуктирующаго, называется *связаннымъ* [зарядъ (—) на рисункахъ].

136. Связанное электричество нельзя обнаружить электроскопомъ, что доказывается слѣдующимъ опытомъ. Если къ электроскопу съ двумя золотыми листочками поднести, напр., отрицательно наэлектризованное тѣло, то отрицательное электричество разложитъ чрезъ индукцію нейтральное электричество металлическаго стержня электроскопа. При этомъ золотые листочки электроскопа разойдутся подъ вліяніемъ свободнаго элек-

тричества (—), тогда какъ связанное электричество (+) останется безъ дѣйствія на нихъ (рис. 9). Въ этомъ легко убѣдиться, если, не удаляя индуктирующее тѣло, коснуться пальцемъ металлическаго стержня электроскопа. При этомъ свободное индуктированное электричество (—) уходитъ чрезъ наше тѣло въ землю и листочки спадаются, несмотря на то что индуктированное электричество перваго рода (+) остается въ верхней части стержня связаннымъ съ индуктирующимъ электричествомъ (рис. 10).

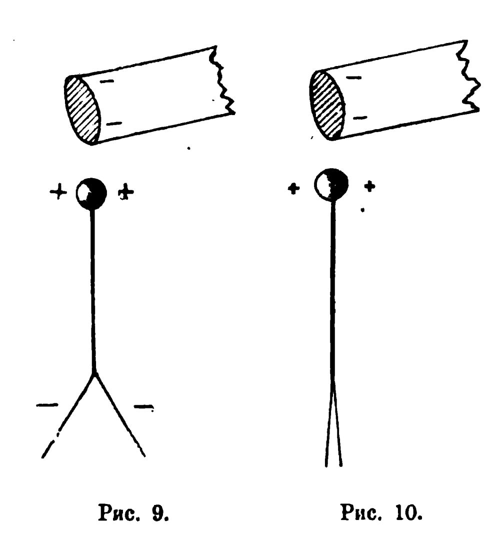


Рис. 9. Рис. 10.

Если отнять палецъ отъ стержня и затѣмъ внезапно удалить индуктирующее тѣло, то связанное до тѣхъ поръ электричество (+) внезапно распространится по всему электроскопу, вслѣдствіе чего листочки его опять разойдутся (рис 11).

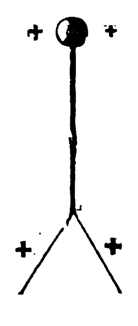


Рис. 11.

Итакъ, связанный зарядъ не распространяется по проводнику, а занимаетъ ограниченную поверхность его. Вслѣдствіе этого связанный зарядъ не обнаруживаетъ дѣйствій, присущихъ свободному электричеству.

137. Плотность и напряженіе связаннаго электрическаго слоя могутъ быть весьма значительны. Вслѣдствіе этого можетъ произойти внезапное соединеніе двухъ связанныхъ зарядовъ (индуктирующаго и индуктированнаго перваго рода) чрезъ раздѣляющій ихъ слой воздуха. Объ этомъ проявленіи связаннаго электричества будетъ подробно говорено въ другой главѣ.

138. Мы видѣли, что если поднести къ электроскопу наэлек-

тризованное тѣло, то листочки разойдутся вслѣдствіе дѣйствія свободнаго индуктированнаго электричества. Если продолжать все ближе и ближе подносить индуктирующее тѣло къ стержню электроскопа, то индуктирующее электричество въ концѣ концевъ нейтрализуетъ связанное индуктированное. Эта нейтрализація можетъ произойти или въ моментъ прикосновенія индуктирующаго тѣла къ стержню электроскопа или еще ранѣе того. Въ первомъ случаѣ оба противоположныя электричества нейтрализуются на поверхности соприкасающихся тѣлъ, во второмъ же случаѣ — въ воздухѣ въ формѣ искры. Вслѣдъ за нейтрализаціей этихъ связанныхъ зарядовъ листочки электроскопа не спадаются, такъ какъ электроскопъ и индуктирующее тѣло оказываются теперь заряженными индуктированнымъ электричествомъ втораго рода, одноименнымъ съ электричествомъ, индуктировавшимъ этотъ зарядъ (см. рис. 12).

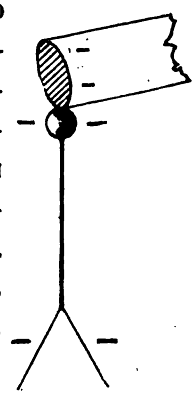


Рис. 12.

139. Итакъ, прикасаясь заряженнымъ тѣломъ къ незаряженному, мы не прямо переносимъ зарядъ перваго на послѣднее, а вызываемъ сложное явленіе индукціи и конечное заряженіе чрезъ индукцію же, а не чрезъ простой переносъ заряда съ тѣла на тѣло.

140. Выше уже было говорено, что электровозбудительная сила индукціи разлагаетъ нейтральное электричество индуктируемаго тѣла на равные по количеству заряды положительнаго и отрицательнаго электричествъ. Это положеніе доказывается тѣмъ же опытомъ съ электроскопомъ. Въ самомъ дѣлѣ, листочки электроскопа обнаруживаютъ электрическій зарядъ только до тѣхъ поръ, пока продолжается индуктирующее дѣйствіе (со стороны наэлектризованнаго тѣла). Лишь только дѣйствіе индукціи прекратилось — листочки спадаются, что̀ показываетъ, что металлъ электроскопа болѣе не наэлектризованъ. Изъ этого мы заключаемъ, что оба противоположныя индуктированныя электричества, рас-

предѣленныя электровозбудительной силой индукціи на двухъ противоположныхъ оконечностяхъ проводника (стержня электроскопа), тотчасъ же вполнѣ нейтрализуютъ другъ друга по окончаніи индуктирующаго дѣйствія. Этимъ именно и доказывается количественное равенство обоихъ индуктированныхъ электричествъ, ибо при неравенствѣ ихъ не могло бы быть и полной нейтрализаціи.

141. Если однако индуктированный проводникъ слишкомъ долго находится подъ вліяніемъ индуктирующаго тѣла, или если онъ имѣетъ углы и остроконечія, то мы замѣтимъ, что такой проводникъ можетъ потерять индуктированное электричество втораго рода и, по прекращеніи индукціи (напр. по удаленіи индуктирующаго тѣла), окажется не въ нейтральномъ состояніи, а заряженнымъ индуктированнымъ электричествомъ перваго рода (бывшемъ во все время дѣйствія индукціи въ связанномъ состояніи).

142. Это показываетъ, что индуктированное электричество втораго рода разсѣивается съ поверхности проводника, какъ всякій свободный электрическій зарядъ, связанное же электричество при нѣкоторыхъ условіяхъ относительно упорно удерживается.

143. Представляетъ ли собою индуктированное тѣло проводникъ или изоляторъ, дѣйствіе на него электровозбудительной силы индукціи одинаково. Разница заключается лишь въ томъ, что на проводникѣ распредѣленіе обоихъ индуктированныхъ электричествъ происходитъ мгновенно, тогда какъ на изоляторѣ такое распредѣленіе требуетъ болѣе или менѣе продолжительнаго времени. Такимъ образомъ, индукція оказываетъ мгновенное дѣйствіе на проводникъ и медленное дѣйствіе на изоляторъ. Далѣе, по прекращеніи индукціи, разноименные индуктированные заряды, расположенные на противоположныхъ поверхностяхъ проводника, мгновенно распространяются по всей поверхности его, взаимно здѣсь нейтрализуясь. Напротивъ, на изоляторѣ передвиженіе электричествъ встрѣчаетъ огромное препятствіе. Поэтому противоположные индуктированные заряды и по

прекращенія дѣйствія индукціи долго могутъ сохраниться на противоположныхъ сторонахъ непроводника (тѣмъ дольше, чѣмъ меньше проводимость изолятора).

144. Вообще, зарядъ, тѣмъ или инымъ способомъ сообщенный непроводнику, не распространяется тотчасъ по всей поверхности его, а остается долгое время на томъ мѣстѣ, гдѣ онъ образовался и лишь медленно распространяется далѣе. Поэтому-то разряженіе непроводника невозможно произвести мгновенно (напр. чрезъ соединеніе его съ землей).

IV. Потенціалъ въ статическомъ электричествѣ; электроемкость.

145. Выше уже было говорено, что съ увеличеніемъ плотности электрическаго слоя увеличивается и напряженіе электричества на поверхности проводника.

Несмотря, однако, на различную плотность и напряженіе электрическаго слоя въ различныхъ мѣстахъ поверхности одного и того же проводника, *«электрическое состояніе»* послѣдняго, *о которомъ мы можемъ судить по степени внѣшняго проявленія его*, во всѣхъ точкахъ поверхности одинаково. Въ этомъ нетрудно убѣдиться помощью электроскопа: какую бы точку поверхности наэлектризованнаго проводника мы съ нимъ ни соединили, уголъ расхожденія листочковъ остается однимъ и тѣмъ же.

146. Кромѣ того, пользуясь тѣмъ же электроскопомъ, эмпирически градуированнымъ, мы можемъ убѣдиться, что «электрическое состояніе» проводника возрастаетъ прямо пропорціонально количеству сообщаемаго ему электричества; т. е. если данный зарядъ привелъ тѣло въ опредѣленное «электрическое состояніе», то при послѣдовательномъ сообщеніи ему новыхъ зарядовъ, по величинѣ равныхъ первому, «электрическое состояніе» тѣла удвоивается, утроивается и т. д..

147. «Электрическое состояніе» тѣла, способное проявиться

внѣшнимъ образомъ, помимо величины заряда, зависитъ еще и отъ другихъ условій.

Если мы какому либо изолированному и удаленному отъ другихъ предметовъ проводнику сообщимъ зарядъ электричества, и затѣмъ соединимъ этотъ проводникъ помощью тонкой длинной проволоки съ электроскопомъ, помѣщеннымъ отъ него на значительномъ разстояніи, то листочки электроскопа разойдутся на извѣстный уголъ. Стоитъ теперь приблизить къ наэлектризованному проводнику какой либо другой изолированный проводникъ, и уголъ расхожденія листочковъ уменьшится. Такимъ образомъ, хотя количество электричества на первомъ проводникѣ осталось прежнимъ, «электрическое состояніе» его уменьшилось, такъ какъ часть электричества, прежде свободная, теперь связана черезъ индукцію съ противоположнымъ электричествомъ приближеннаго изолированнаго проводника. Чтобы привести проводникъ въ прежнее «электрическое состояніе», необходимо сообщить ему нѣкоторое новое количество электричества.

По мѣрѣ того, какъ мы будемъ помѣщать вблизи наэлектризованнаго проводника новые изолированные проводники, листочки электроскопа, въ силу только что сказаннаго, будутъ все болѣе и болѣе спадаться и, для приведенія наэлектризованнаго проводника въ прежнее «электрическое состояніе», потребуются новые заряды.

148. Опытъ далѣе показываетъ, что если мы тѣла, окружающія наэлектризованный проводникъ, соединимъ съ землею, то «электрическое состояніе» изслѣдуемаго проводника еще болѣе уменьшится, такъ какъ еще большее количество электричества на поверхности его будетъ находиться въ связанномъ состояніи.

Итакъ, мы видимъ, что «электрическое состояніе» проводника, указываемое намъ электроскопомъ, помимо величины заряда, зависитъ еще и отъ окружающихъ условій, т. е. отъ того, находятся ли вблизи изслѣдуемаго наэлектризованнаго проводника

другіе проводники, соединены ли они съ землей и т. д.. Въ зависимости отъ этихъ условій изслѣдуемый проводникъ, для того чтобы быть приведеннымъ въ опредѣленное «электрическое состояніе», требуетъ въ одномъ случаѣ бо̀льшаго, въ другомъ меньшаго количества электричества.

149. Изъ этого непосредственно вытекаетъ понятіе объ *электроемкости проводника, о которой мы судимъ по тому количеству электричества, которое необходимо сообщить проводнику для приведенія его въ «электрическое состояніе» равное единицѣ* (см. § 163).

150. Но при этомъ должно помнить, что мы на практикѣ опредѣляемъ не *абсолютную*, а всегда лишь *относительную емкость* изслѣдуемаго проводника, т. е. ту емкость, которую онъ имѣетъ при данныхъ условіяхъ опыта. Въ самомъ дѣлѣ, если мы имѣемъ изолированный проводникъ, далеко отстоящій отъ другихъ изолированныхъ тѣлъ, то емкость его будетъ одна; если же приблизить къ изслѣдуемому проводнику окружающія его изолированныя тѣла, то емкость его будетъ уже другая. Если эти окружающія тѣла сообщить съ землей, то емкость изслѣдуемаго проводника вновь измѣнится и т. д..

151. *Абсолютною емкостью* можно назвать лишь емкость проводника, стоящаго внѣ всякаго вліянія со стороны окружающихъ тѣлъ, напр. удаленнаго отъ нихъ на безконечное разстояніе (примѣры такой емкости см. § 240—243). Точно также и наоборотъ, та емкость, которую обнаруживаетъ проводникъ, со всѣхъ сторонъ окруженный другимъ проводникомъ (оболочкой), соединеннымъ съ землей, есть абсолютная его емкость при этомъ условіи, ибо на такой проводникъ уже не вліяетъ приближеніе или удаленіе другихъ тѣлъ отъ окружающей его оболочки. Въ такихъ условіяхъ стоитъ напр. Лейденская банка и многослойный конденсаторъ, внутреннія обложки коихъ заряжаются источникомъ электричества, а внѣшнія сообщаются съ землей (см. § 206—207 и 209—210).

Итакъ, мы видѣли, что *«электрическое состояніе» провод-*

ника, способное проявиться внѣшнимъ образомъ, зависитъ во первыхъ, отъ количества находящагося на немъ свободнаго электричества, и во вторыхъ, отъ емкости его.

152. Какъ терминъ, характеризующій такое «электрическое состояніе», мы употребляемъ выраженіе *«потенціалъ»* и говоримъ, что потенціалъ проводника *больше* или *выше*, когда «электрическое состояніе» послѣдняго проявляется сильнѣе, и *меньше* или *ниже*, когда оно проявляется слабѣе.

153. Очевидно, что по величинѣ одного только потенціала мы не можемъ судить ни о количествѣ электричества на проводникѣ, ни о плотности и напряженіи электрическаго слоя. Потенціалъ характеризуетъ только электрическое состояніе проводника, способное при данныхъ условіяхъ произвести ту или другую работу, напр. раздвинуть листочки электроскопа и т. п..

154. Если мы какому либо изолированному проводнику, окруженному другими тѣлами, будемъ сообщать рядъ зарядовъ до тѣхъ поръ, пока потенціалъ его не достигнетъ извѣстной величины, и затѣмъ удалимъ всѣ окружающія тѣла, то потенціалъ проводника значительно увеличится, такъ какъ емкость его уменьшится и часть электричества, прежде связанная, будетъ теперь находиться въ свободномъ состояніи.

155. Опытъ показываетъ, что *потенціалъ проводника возрастаетъ прямо пропорціонально количеству получаемаго имъ электричества и обратно пропорціонально емкости его.*

156. Если мы означимъ потенціалъ черезъ V, количество электричества черезъ Q, а емкость проводника черезъ C, то

$$V = \frac{Q}{C}$$

157. Мы уже видѣли, что только на изолированномъ шарѣ, удаленномъ отъ другихъ тѣлъ, плотность и напряженіе электрическаго слоя одинаковы во всѣхъ точкахъ поверхности, между тѣмъ какъ на всѣхъ прочихъ проводникахъ, не имѣющихъ формы правильнаго шара, электричество распредѣляется неравномѣр-

нымъ слоемъ. Такое неравномѣрное распредѣленіе электричества на поверхности проводника обусловливается различною емкостью различныхъ точекъ этой поверхности.

Теперь намъ не трудно понять, почему уголъ расхожденія листочковъ электроскопа остается однимъ и тѣмъ же при соединеніи электроскопа какъ съ точкой, лежащей въ мѣстѣ наибольшей плотности электрическаго слоя, такъ и съ точкой, лежащей въ мѣстѣ наименьшей плотности послѣдняго.

Въ самомъ дѣлѣ, если мы сообщимъ какому либо изолированному проводнику, напр. овоиду, зарядъ электричества, то равновѣсіе электричества на поверхности проводника наступитъ тогда, когда зарядъ распредѣлится пропорціонально емкости отдѣльныхъ точекъ поверхности.

158. Допустимъ, что для того, чтобы довести потенціалъ взятаго нами овоида до единицы, требуется сообщить ему 40 единицъ количества (Q) электричества, другими словами овоидъ имѣетъ емкость $C = 40$ единицамъ. Сообщимъ этому овоиду 80 единицъ электричества ($Q = 80$). Очевидно что въ этомъ случаѣ потенціалъ овоида

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{80}{40} = 2 \text{ единицамъ.}$$

Раздѣлимъ поверхность даннаго овоида на 16 равныхъ между собою по величинѣ участковъ и допустимъ, что емкость участка $a = 2$, $a_1 = 3$, $a_2 = 4$ и т. д.. Такъ какъ общая емкость всѣхъ шестнадцати участковъ $= 40$ едини-

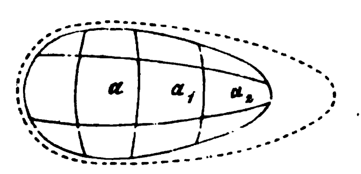


Рис. 13.

цамъ, то очевидно, что на каждую *единицу емкости* придутся 2 единицы количества электричества. Такимъ образомъ участокъ a получаетъ 4 единицы количества электричества, a_1 — 6, a_2 — 8 и т. д..

Сообразно съ этимъ, плотность электрическаго слоя въ различныхъ частяхъ поверхности овоида, очевидно, будетъ неодинакова, такъ какъ на равныя части поверхности придутся неравныя количества электричества. Между тѣмъ, потенціалъ во всѣхъ этихъ участкахъ будетъ одинаковъ. Такъ въ участкѣ a потенціалъ $= \frac{4}{2} = 2$, въ участкѣ a_1 потенціалъ $= \frac{6}{3} = 2$, въ участкѣ a_2 потенціалъ $= \frac{8}{4} = 2$ и т. д..

159. Итакъ, *потенціалъ въ каждой точкѣ проводника одинаковъ и равенъ потенціалу всего проводника*, а потому и показаніе электрометра[1]) для любой точки проводника одно и тоже. Ниже мы увидимъ, что *равновѣсіе электричества на проводникѣ возможно только тогда, когда всѣ точки его имѣютъ одинъ и тотъ же потенціалъ*. Если потенціалъ какой либо части проводника измѣнится въ своей величинѣ, то тотчасъ нарушится и электрическое равновѣсіе: электричество будетъ перемѣщаться отъ частей съ бо̀льшимъ потенціаломъ къ частямъ съ меньшимъ до тѣхъ поръ, пока вновь не наступитъ равновѣсіе. Такое перемѣщеніе электричества, обусловливаемое *«разностью потенціаловъ»*, называется электрическимъ теченіемъ, токомъ.

160. Для того, чтобы имѣть единицу сравненія, принимаютъ потенціалъ земли равнымъ нулю, хотя на самомъ дѣлѣ потенціалъ земли не можетъ быть нулевымъ. Принимая потенціалъ земли равнымъ нулю, мы поступаемъ такъ же, какъ и принимая за нуль температуру тающаго льда или высоту уровня моря. Отъ нулевой точки температуры мы измѣряемъ температуру вверхъ и внизъ, говоря, что она выше или ниже нуля. Точно такъ же мы измѣряемъ высоты, сравнивая ихъ съ уровнемъ моря. Такимъ же образомъ мы можемъ сравнивать и электрическіе потенціалы, причемъ потенціаламъ отрицательнаго электричества придаемъ знакъ (—), а потенціаламъ положительнаго знакъ (+) и говоримъ, что потенціалы (—) электричества ниже, а (+) электричества выше нуля.

161. Если соединить два проводника, находящіеся при различныхъ потенціалахъ одного и того же знака, то электричество стремится отъ проводника съ бо̀льшимъ потенціаломъ къ проводнику съ меньшимъ. При этомъ теченіе электричества продолжается до тѣхъ поръ, пока не установится равновѣсіе потенціаловъ на обоихъ проводникахъ. При соединеніи двухъ проти-

---

1) Электрометромъ называется градуированный электроскопъ (см. также главу о квадрантномъ электрометрѣ).

воположно наэлектризованныхъ проводниковъ, положительное электричество всегда течетъ отъ (+) къ (—), а отрицательное отъ (—) къ (+). Другими словами, положительное электричество течетъ отъ мѣстъ съ бо́льшимъ потенціаломъ къ мѣстамъ съ меньшимъ, отрицательное же — наоборотъ. Явленіе это намъ уже знакомо изъ ученія о гальваническомъ элементѣ (см. § 29), въ которомъ отрицательное электричество течетъ во внѣшней цѣпи отъ отрицательнаго полюса къ положительному, положительное же — отъ положительнаго полюса къ отрицательному.

162. Единицею измѣренія величины потенціала служитъ уже знакомая намъ единица измѣренія *вольтъ*, употребляемая для измѣренія электровозбудительной силы. Говорятъ, что потенціалъ тѣла или разность потенціаловъ двухъ тѣлъ равна столькимъ то вольтъ.

163. Однако изъ того, что потенціалъ и электровозбудительная сила измѣряются одной и той же величиной, отнюдь не слѣдуетъ, что разность потенціаловъ и электровозбудительная сила одно и то же. *Электровозбудительная сила, разлагая нейтральное электричество двухъ тѣлъ на положительное и отрицательное, заряжаетъ каждое изъ нихъ до извѣстнаго потенціала, иначе говоря, производитъ извѣстную разность потенціаловъ.* Электровозбудительная сила и измѣряется именно по производимой ею разности потенціаловъ.

164. Приводимъ примѣръ *разности потенціаловъ*: одинъ проводникъ имѣетъ потенціалъ $+a$, другой $-a$, разность потенціаловъ между проводниками $= +a - (-a) = 2a$. Одно тѣло имѣетъ потенціалъ $+5a$, другое $+4a$, разность потенціаловъ между ними $= 5a - 4a = a$.

Резюмируя выясненное выше о связи между плотностью электрическаго слоя, напряженіемъ, электроемкостью тѣлъ и электрическимъ потенціаломъ ихъ, мы можемъ сказать слѣдующее:

165. 1) *Плотность электрическаго слоя* увеличивается пропорціонально увеличенію количества электричества, сообщаемаго тѣлу. Относительное распредѣленіе плотности электрическаго слоя обусловливается от-

носительною емкостью отдѣльныхъ единицъ поверхности проводника. Чѣмъ больше электроемкость данной единицы поверхности, тѣмъ болѣе здѣсь и плотность электрическаго слоя.

166. 2) *Напряженіе электричества* на тѣлѣ увеличивается вмѣстѣ съ увеличеніемъ количества электричества, сообщаемаго тѣлу. Напряженіе электричества въ данной точкѣ тѣла увеличивается пропорціонально квадрату плотности электрическаго слоя въ этой точкѣ.

167. 3) *Емкость проводника* увеличивается, если вблизи его находятся изолированные ненаэлектризованные проводники или непроводники. Емкость эта еще болѣе увеличивается, если окружающіе проводники соединены съ землею. Емкость проводника также увеличивается, если окружающимъ тѣламъ сообщены заряды электричества противоположнаго знака. Напротивъ, емкость уменьшается, если окружающимъ тѣламъ сообщены заряды электричества того же знака. Наконецъ емкость проводника становится безконечно велика, когда онъ соединенъ съ землею.

168. 4) *Плотность и напряженіе* электричества увеличиваются на той сторонѣ проводника, которой противопоставлены ненаэлектризованныя изолированныя или связанныя съ землею тѣла или тѣла, которымъ сообщены электрическіе заряды противоположнаго знака. Напротивъ, плотность и напряженіе электричества уменьшаются на той сторонѣ проводника, которой противопоставлены тѣла, заряженныя одноименнымъ электричествомъ. Въ этомъ случаѣ плотность и напряженіе электричества увеличиваются на противоположной сторонѣ проводника.

169. Величина *потенціала* проводника измѣняется въ зависимости отъ слѣдующихъ причинъ:

I. Отъ увеличенія или уменьшенія количества сообщаемаго проводнику электричества.

II. Отъ измѣненія емкости проводника.

170. Емкость не зависитъ отъ того, массивно или поло данное тѣло. Она зависитъ:

a) отъ измѣненія величины поверхности проводника, увеличиваясь вмѣстѣ съ увеличеніемъ этой поверхности;

b) отъ измѣненія формы проводника при сохраненіи прежней поверхности, такъ какъ и формой проводника обусловливается емкость его;

c) отъ измѣненія положенія проводника по отношенію къ окружающимъ тѣламъ;

d) отъ того, изолированы ли тѣла, окружающія проводникъ, или сообщены съ землею, другими словами, могутъ ли они подъ вліяніемъ индукціи получить нѣкоторый электрическій потенціалъ, или же потенціалъ ихъ во всѣхъ случаяхъ будетъ равенъ нулю.

e) Наконецъ, емкость проводника зависитъ отъ того, заряжены ли окружающія тѣла самостоятельно и притомъ какимъ именно электричествомъ. Если окружающія тѣла заряжены электричествомъ разноименнымъ съ зарядомъ изслѣдуемаго проводника, то потенціалъ его понижается, при обратномъ же условіи — повышается.

Всѣ эти обстоятельства вліяютъ на потенціалъ изслѣдуемаго проводника путемъ измѣненія емкости его. Чѣмъ больше становится емкость проводника при томъ же количествѣ сообщеннаго ему электричества, тѣмъ меньше потенціалъ его, и наоборотъ.

f) Проводникъ, сообщенный съ землею, получаетъ безконечно большую емкость. При этомъ потенціалъ его всегда равенъ нулю, если даже на поверхности его имѣется зарядъ связаннаго электричества.

171. Для того, чтобы наглядно сопоставить понятія о плот-

ности, напряженіи, емкости и потенціалѣ, мы приводимъ слѣдующую таблицу, изъ которой видно взаимодѣйствіе двухъ проводниковъ при различныхъ условіяхъ.

СОСТОЯНІЕ И ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНІЕ ОБОИХЪ ПРОВОДНИКОВ
1) Проводникъ *A* отдаленъ отъ другихъ тѣлъ и заряженъ (+) электричествомъ . .
2) Къ проводнику *A* справа приближенъ изолированный незаряженный проводни
3) Къ проводнику *A* справа еще болѣе приближенъ изолированный незаряженны водникъ *B*. . . . .
4) Проводникъ *B* теперь соединенъ съ землей. . . . .
5) Къ проводнику *A*, заряженному по прежнему (+) электричествомъ, приближенъ с изолированный проводникъ *B*, также заряженный (+) электричествомъ . . . . . .
6) Проводникъ *B* оставленъ въ томъ же положеніи, а проводникъ *A* связанъ съ зе
7) Сообщеніе съ землей проводника *A* прервано и проводникъ *B* удаленъ. . . . .
8) Проводникъ *A* по прежнему заряженъ (+) электричествомъ и къ нему справа пр женъ проводникъ *B*, заряженный (—) электричествомъ. . . . .
9) Проводникъ *B* оставленъ въ томъ же положеніи, а проводникъ *A* связанъ съ з
10) Сообщеніе съ землей проводника *A* прервано и проводникъ *B* удаленъ. . . . .
11) Проводникъ *A* сообщенъ съ землей. . . . .

Принимается, что оба проводника имѣютъ форму шаровъ, что шаръ *B* больше шара *A* и что количество электричества, сообщенное *B*, значительнѣе того, которое сообщено *A*.

Плотность и напряженіе электричества.		Емкость проводника *A*	Потенціалъ проводника *A*	Зарядъ проводника *A*
...а правой ...ронѣ про- ...дника *A*	на лѣвой сторонѣ проводника *A*			
равно	мѣрны	равна единицѣ	равенъ единицѣ	(+)
...личились	уменьшились	увеличилась	упалъ	(+)
...ще болѣе ...величились	еще болѣе уменьшились	еще болѣе увеличилась	еще болѣе упалъ	(+)
...ще болѣе ...величились	еще болѣе уменьшились	еще болѣе увеличилась	еще болѣе упалъ	(+)
...ьшились	увеличились	уменьшилась	увеличился	(+)
...личились, ...) зарядъ ...лучился ...гаго знака	равны нулю	безконечно велика	равенъ нулю	нуль слѣва и (—) справа (индуктированный зарядъ).
равно	мѣрны	равна единицѣ	равенъ нѣкоторой величинѣ, находящейся въ зависимости отъ силы предшествовавшей индукціи	(—) на всемъ тѣлѣ.
...личились	уменьшились	увеличилась	уменьшился	(+)
тѣ-же	равны нулю	безконечно велика	равенъ нулю	(+) справа и нуль слѣва.
равно	мѣрны	равна единицѣ	менѣе единицы	(+) на всемъ тѣлѣ.
равны	нулю.	безконечно велика	равенъ нулю	нуль.

172. Еще примѣръ: имѣемъ два шара; радіусъ перваго $= r$, радіусъ втораго $= 2r$. Первый шаръ заряженъ количествомъ электричества $= Q$, второй — количествомъ въ четыре раза бо́льшимъ $= 4Q$. Какова будетъ плотность электричества и каковъ будетъ потенціалъ обоихъ шаровъ?

Потенціалъ есть отношеніе количества электричества на проводникѣ къ емкости этого проводника. Емкость шара прямо пропорціональна величинѣ радіуса его (см. § 241). Поэтому:

$$\text{потенціалъ малаго шара} = V = \frac{Q}{r}$$

$$\text{» бо́льшаго »} = V_1 = \frac{4Q}{2r} = \frac{2Q}{r}$$

Слѣдовательно потенціалъ бо́льшаго шара вдвое больше меньшаго.

Средняя плотность электричества на проводникѣ опредѣляется отношеніемъ количества электричества на поверхности проводника къ величинѣ этой поверхности. Поверхность шара равна $4\pi r^2$. Такимъ образомъ:

$$\text{поверхность шара съ радіусомъ } r = 4\pi r^2$$

$$\text{» » » » } 2r = 4\pi (2r)^2 = 16\pi r^2.$$

Отсюда:

$$\text{Плотность электричества на меньшемъ шарѣ} = D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\text{» » » бо́льшемъ »} = D_1 = \frac{4Q}{16\pi r^2} = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

т. е. плотность электричества на обоихъ шарахъ одна и та же, не смотря на то, что потенціалъ бо́льшаго шара вдвое больше меньшаго. При соединеніи обоихъ шаровъ проводникомъ, часть электричества бо́льшаго перейдетъ на меньшій до уравненія ихъ потенціаловъ. Потенціалы шаровъ будутъ равны тогда, когда общее количество электричества $Q + 4Q = 5Q$ распредѣлится на шарахъ сообразно емкости ихъ. Такъ какъ емкость перваго шара $= 1$, а емкость втораго $= 2$, то общая емкость $= 3$. Отсюда:

$$\text{на меньшемъ шарѣ распредѣлится количество электричества} = \frac{5Q}{3}$$

$$\text{» бо́льшемъ » » » »} = \frac{5Q}{3} . 2 = \frac{10Q}{3}$$

Въ этомъ случаѣ потенціалы шаровъ будутъ равны, ибо:

$$\text{потенціалъ меньшаго шара} = V = \frac{5Q}{3 . r}$$

$$\text{» бо́льшаго »} = V_1 = \frac{10Q}{3 . 2r} = \frac{5Q}{3 . r}$$

Плотности же слоевъ на обоихъ шарахъ будутъ разныя, ибо:

$$\text{плотность слоя на меньшемъ шарѣ} = D = \frac{5Q}{3 . 4\pi r^2} = \frac{5Q}{12\pi r^2}$$

$$\text{» » » бо́льшемъ »} = D_1 = \frac{10Q}{3 . 16 . \pi r^2} = \frac{5Q}{3 . 8\pi r^2} = \frac{5Q}{24\pi r^2}$$

т. е. при равенствѣ потенціаловъ обоихъ шаровъ, плотность слоя на вдвое меньшемъ шарѣ вдвое больше.

Итакъ, на шарѣ съ радіусомъ r и зарядомъ электричества Q

$$\text{емкость шара} = C = r$$

$$\text{потенціалъ шара} = V = \frac{Q}{r}$$

$$\text{плотность слоя} = D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\text{напряженіе электр. на шарѣ} = S = 4\pi D \text{ или } \frac{Q}{r^2}$$

173. Отсюда видно, что при увеличеніи радіуса шара вдвое, емкость его увеличится вдвое; сообщивъ такому шару прежній зарядъ Q, найдемъ, что потенціалъ его уменьшился вдвое, плотность же и напряженіе электричества уменьшились въ четыре раза и т. д.. Такимъ образомъ, емкость шара увеличивается прямо пропорціонально увеличенію радіуса его; потенціалъ, при неизмѣнномъ зарядѣ Q, уменьшается обратно пропорціонально увеличенію радіуса; плотность и напряженіе электричества уменьшаются обратно пропорціонально квадрату радіуса шара.

Всѣ эти законы имѣютъ значеніе только для того случая, когда шаръ достаточно удаленъ отъ всѣхъ окружающихъ предметовъ, въ томъ числѣ и отъ поверхности земли.

174. Мы уже знаемъ, что если какой либо наэлектризованный проводникъ сообщить съ изолированнымъ ненаэлектризованнымъ проводникомъ, то электричество перваго распредѣляется по послѣднему до тѣхъ поръ, пока оба не получатъ одного и того же потенціала. При этомъ первый проводникъ потеряетъ столько электричества, сколько перейдетъ на второй. Если мы какой либо изолированный проводникъ соединимъ съ однимъ изъ полюсовъ гальваническаго элемента, то электричество съ этого полюса перейдетъ на проводникъ и потенціалъ проводника достигнетъ потенціала полюса элемента. Такъ какъ электровозбудительная сила поддерживаетъ на полюсахъ элемента *постоянную* разность потенціаловъ (см. главу о потенціалѣ въ динамическомъ электричествѣ), то отъ того, что мы одинъ изъ по-

люсовъ сообщимъ съ какимъ либо проводникомъ[1]), потенціалъ полюса не измѣнится. Отсюда ясно, что если потенціалъ полюса = 1 вольту, то и соединенный съ нимъ проводникъ пріобрѣтаетъ также потенціалъ равный одному вольту. Чѣмъ больше емкость этого проводника, тѣмъ большее количество электричества должно будетъ перейти на него съ полюса гальваническаго элемента до пріобрѣтенія имъ потенціала равнаго одному вольту.

175. Для измѣренія электроемкости проводниковъ существуетъ опредѣленная единица, называемая *фарадой*.

Фарадой называется такая емкость, при которой проводникъ, для полученія электрическаго потенціала въ одинъ вольтъ, вмѣщаетъ одинъ кулонъ электричества. Короче, *фарада есть емкость, которую одинъ кулонъ заряжаетъ на одинъ вольтъ.*

176. Фарада представляетъ собою огромную емкость. Достаточно сказать, что шаръ, по діаметру равный земному шару, имѣлъ бы емкость всего только въ 0,00071 фарады, т. е. фарада въ 1400 разъ больше емкости такого шара. Для практики величина фарады непримѣнима, такъ какъ устройство эталоновъ (даже въ формѣ конденсаторовъ) емкостью въ фараду было бы немыслимо.

177. Поэтому устраиваютъ эталоны (въ формѣ конденсаторовъ) емкостью въ одну или нѣсколько микрофарадъ или даже въ дробныя части микрофарады. — *Микрофарада* есть одна милліонная часть фарады. Очевидно, что для заряженія эталона емкостью въ одну микрофараду до потенціала въ одинъ вольтъ требуется одинъ микрокулонъ.

178. Емкость земнаго шара безконечно велика. Фактъ этотъ отнюдь не стоитъ въ противорѣчіи съ тѣмъ, что емкость шара, діаметромъ равнаго земному шару, равна только 710 микрофарадъ. Земной шаръ, по отношенію ко всякому электрическому заряду, сообщаемому ему, представляетъ собою поглотитель

---

1) Кромѣ земли, о чемъ см. слѣдующую главу..

электричества, такъ какъ въ массѣ земли безконечныя количества сообщаемыхъ ей электрическихъ зарядовъ противоположныхъ знаковъ взаимно нейтрализируются. Только вслѣдствіе этого емкость земли является безконечно большой.

V. Конденсаторъ.

179. Ознакомившись съ емкостью и потенціаломъ, переходимъ къ разсмотрѣнію практически важныхъ приборовъ, извѣстныхъ подъ названіемъ *конденсаторовъ*, и служащихъ для вмѣщенія опредѣленныхъ количествъ электричества.

180. Если расположить другъ противъ друга металлическія пластинки A и B, раздѣленныя слоемъ воздуха или другаго изолятора, и одной изъ пластинокъ, напр. A, сообщать постепенно усиливающійся электрическій зарядъ (напр. +), въ то время какъ другая пластинка (B) сообщена съ землею, то въ послѣд-

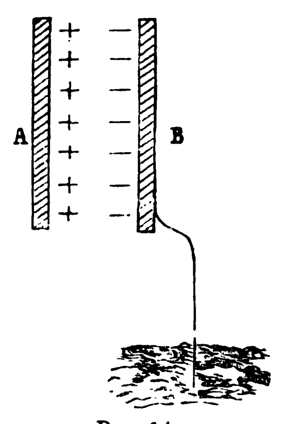


Рис. 14.

ней чрезъ индукцію будутъ развиваться также постепенно усиливающіеся заряды (+) и (—). Но такъ какъ зарядъ (+) уходитъ въ землю, то на пластинкѣ B остается лишь зарядъ (—), т. е. зарядъ противоположнаго знака съ зарядомъ индуктирующей пластинки.

Должно при этомъ помнить, что зарядъ (—), индуктированный на пластинкѣ B, никоимъ образомъ не можетъ уйти въ землю, подобно исчезнувшему заряду (+) той же пластинки, ибо онъ представляетъ собою связанный зарядъ.

Электричества (+) и (—) на пластинкахъ A и B, какъ видно изъ рисунка, располагаются извѣстнымъ уже намъ образомъ, т. е. на противолежащихъ (внутреннихъ) поверхностяхъ пластинокъ.

Такъ какъ оба заряда дѣйствуютъ другъ на друга вполнѣ аналогично, то они и связываютъ взаимно другъ друга. Вслѣдствіе этого разсѣиваніе обоихъ электричествъ въ воздухѣ съ внѣшнихъ (свободныхъ) поверхностей пластинокъ весьма ограничивается, такъ какъ густота и напряженіе электрическаго слоя тамъ крайне уменьшаются. Если обѣ пластинки отдѣлены другъ отъ друга не воздухомъ, а какимъ либо твердымъ изоляторомъ, то потери электричествъ съ обращенныхъ другъ къ другу поверхностей пластинокъ (чрезъ разсѣиваніе) не происходитъ, не смотря на то, что густота и напряженіе электрическаго слоя здѣсь очень велики. Вслѣдствіе этого обѣ пластинки чрезвычайно упорно удерживаютъ свои заряды.

181. Благодаря значительному увеличенію емкости индуктирующей пластинки A, количество скопляемаго на ней электричества можетъ быть чрезвычайно велико. Если емкость индуктирующей пластинки до противопоставленія ей индуктированной была $= 1$, то теперь емкость ея можетъ увеличиться во много разъ. Другими словами, для того, чтобы достигнуть прежняго потенціала, индуктирующая пластинка должна теперь сконцентрировать на своей поверхности количество электричества, во много разъ превосходящее первоначальное. Отсюда весь описанный приборъ получилъ названіе *собирателя* или *конденсатора*[1]), такъ какъ онъ обладаетъ свойствомъ скоплять большія массы электричества.

---

1) Онъ носитъ также названіе *аккумулятора*, и, надо сказать, гораздо удачнѣе, чѣмъ «вторичный (поляризаціонный) элементъ», также называемый аккумуляторомъ (см. главу о поляризаціи).

182. Отношеніе количества электричества, вмѣщаемаго индуктирующей пластинкой для заряженія ея до извѣстнаго потенціала, къ тому количеству электричества, которое вмѣщаетъ эта же пластинка для заряженія ея до того же потенціала послѣ противопоставленія ей индуктированной пластинки (иначе говоря, отношеніе емкостей индуктирующей пластинки при обоихъ условіяхъ) выражаетъ *конденсирующую способность* конденсатора. (Примѣръ см. § 239).

183. Процессъ заряженія конденсатора легко понять изъ слѣдующаго. Представимъ себѣ, что изолированная проводящая пластинка A получаетъ зарядъ чрезъ соединеніе съ какимъ либо *постояннымъ* источникомъ электричества B, потенціалъ коего поддерживается на неизмѣнной высотѣ. Пусть, напр., источникомъ B служитъ (+) полюсъ незамкнутаго гальваническаго элемента [1]). Послѣ соединенія B съ пластинкой A, на послѣдней устанавливается электрическій потенціалъ источника B. Если теперь удалить B, а пластинкѣ A на нѣкоторомъ разстояніи противопоставить другую изолированную и не заряженную проводящую пластинку C, то на обѣихъ пластинкахъ появится извѣстное уже намъ распредѣленіе электричествъ, видное изъ рисунка:

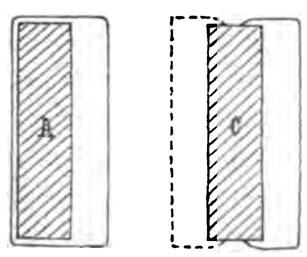


Рис. 15.

Вмѣстѣ съ тѣмъ, емкость пластинки A возрастетъ и потенціалъ ея понизится. Если пластинку C соединить съ землею, то

1) Предполагается, что другой полюсъ сообщенъ съ землею (см. § 222).

индуктированное на ней электричество втораго рода (+) уйдетъ въ землю. Вслѣдствіе этого емкость пластинки *A* еще болѣе увеличится, потенціалъ же ея еще болѣе понизится. Если, оставивъ обѣ пластинки въ приданномъ имъ положеніи, пластинку *A* соединить опять съ выше упомянутымъ постояннымъ источникомъ

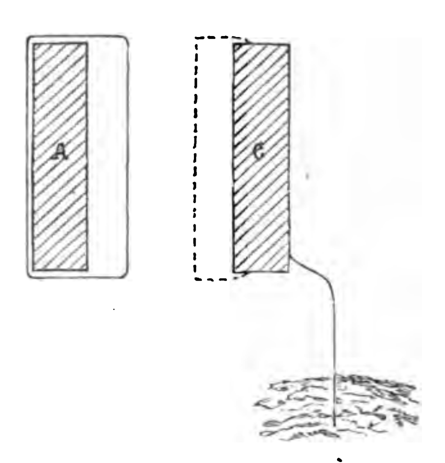


Рис. 16.

B, то электричество съ послѣдняго вновь устремится на *A*, такъ какъ потенціалъ пластинки *A* сильно пониженъ противъ потенціала источника *B*. Теченіе электричества съ *B* на *A* будетъ продолжаться до тѣхъ поръ, пока пластинка *A* не получитъ потенціала источника *B*[1]). Такъ какъ емкость пластинки *A* сильно увеличена, то, для заряженія ея до потенціала источника *B*, съ послѣдняго на *A* должно теперь перейти количество электричества несравненно большее, чѣмъ въ первый разъ. Въ результатѣ получится весьма густой слой и весьма значительное напряженіе связаннаго электричества на пластинкѣ *A* и весьма густой слой и столь же значительное напряженіе индуктированнаго электри-

1) Изолированный проводникъ, соединяемый съ источникомъ электричества, заряжается до соотвѣтствующаго потенціала вообще *мгновенно* и только при значительной емкости проводника (конденсаторы, кабели) на заряженіе потребно нѣкоторое измѣримое, но все же весьма малое время.

чества перваго рода на пластинкѣ C; въ то же время равное количество индуктированнаго электричества втораго рода уходитъ съ пластинки C въ землю.

184. Какъ скоро потенціалъ заряжаемой пластинки конденсатора сравнялся съ потенціаломъ источника электричества — конденсаторъ достигъ предѣльнаго заряженія для даннаго потенціала источника.

185. Если потенціалъ источника повысится, то увеличится и количество обоихъ связанныхъ электричествъ въ соединенномъ съ источникомъ конденсаторѣ. Увеличеніе количества электрическихъ массъ будетъ продолжаться до тѣхъ поръ, пока потенціалъ конденсатора опять не сравняется съ повышеннымъ потенціаломъ источника электричества.

186. Если продолжать повышать потенціалъ источника, то окажется, что безграничное увеличеніе скопленія электрическихъ массъ въ конденсаторѣ невозможно, ибо наступятъ потери электричества съ поверхности пластинокъ (A и C) его чрезъ разсѣиваніе въ воздухѣ между пластинками, а также потери вслѣдствіе недостаточной изоляціи индуктирующей пластинки отъ земли. Помимо того напряженіе противоположныхъ связанныхъ электричествъ на внутреннихъ поверхностяхъ пластинокъ конденсатора можетъ возрасти до такой степени, что произойдетъ соединеніе электричествъ въ видѣ искры чрезъ слой раздѣляющаго пластинки воздуха.

187. Если между металлическими пластинками конденсатора находится не воздухъ, а какой либо твердый изоляторъ, напр. стекло, то искра, при достаточномъ напряженіи электричествъ на пластинкахъ конденсатора, можетъ пробить и этотъ изоляторъ. По этой причинѣ чрезмѣрно заряженные конденсаторы могутъ внезапно разрядиться сами собою, какова бы ни была изоляція между пластинками ихъ: такъ, напр., искра проскакиваетъ между обѣими обкладками Лейденской банки чрезъ край стекла ея или сквозь самое стекло. Въ послѣднемъ случаѣ банка, конечно, портится. Зарядъ, при которомъ наступаетъ внезапное произвольное раз-

ряженіе конденсатора, есть *предѣльный* въ полномъ смыслѣ этого слова.

188. Предѣльное заряженіе конденсатора обусловливается, при прочихъ равныхъ условіяхъ, тѣмъ сопротивленіемъ, которое изолирующій слой между обкладкими (пластинками) противопоставляетъ искровому разряду обкладокъ. Сопротивленіе, о которомъ здѣсь идетъ рѣчь, должно понимать въ смыслѣ *механическаго сопротивленія* разрыву и излому. Если искра чрезъ нѣкоторый слой воздуха проскакиваетъ при меньшей разности потенціаловъ обложекъ, чѣмъ чрезъ такой же толщины слой стекла, то это зависитъ не отъ того, что воздухъ обладаетъ большею электропроводимостью, чѣмъ стекло, а отъ того, что онъ механически пробивается искрой легче, чѣмъ стекло. Поэтому конденсаторы, предназначенные для высокой разности потенціаловъ обложекъ, должны быть устраиваемы съ изолирующею прослойкою изъ слюды или стекла, а не изъ воздуха или парафинированной бумаги.

189. Обѣ пластинки конденсатора носятъ особыя названія. Пластинку (A), соединяемую съ источникомъ электричества, называютъ *коллекторомъ* или *индукторомъ* (индуктирующей), а противоположную ей пластинку (C) *конденсирующей* (индуктированной).

190. Количество электричества, скопляемаго конденсаторомъ, обусловливается:

1) *Величиной потенціала коллектора.* Если коллекторъ заряжается прямымъ соединеніемъ съ постояннымъ источникомъ электричества, то количество скопляемаго конденсаторомъ электричества зависитъ отъ потенціала источника, ибо коллекторъ принимаетъ потенціалъ источника.

191. 2) *Величиной поверхностей пластинокъ конденсатора*, ибо вмѣстѣ съ увеличеніемъ этой поверхности, увеличивается и емкость прибора, т. е. увеличивается количество электричества, вмѣщаемое имъ для достиженія той или иной величины потенціала.

192. 3) Большое вліяніе оказываетъ *толщина изолирующаго слоя* между обѣими пластинками конденсатора. Слой изолятора данной толщины представляетъ опредѣленное сопротивленіе соединенію противоположныхъ электричествъ заряженныхъ пластинокъ конденсатора. Если напряженіе противоположныхъ электричествъ на пластинкахъ превзойдетъ извѣстный максимумъ, то послѣдуетъ соединеніе электричествъ сквозь изоляторъ въ видѣ искры, причемъ изоляторъ пробьется искрой. Поэтому слишкомъ тонкій изолирующій слой будетъ пробитъ ранѣе, чѣмъ болѣе толстый. Но, съ другой стороны, болѣе толстый слой будетъ уменьшать силу индукціи, ибо послѣдняя тѣмъ слабѣе, чѣмъ дальше отстоятъ другъ отъ друга пластинки конденсатора: емкость конденсатора, ceteris paribus, обратно пропорціональна разстоянію между его пластинками. На практикѣ употребляется весьма различная толщина изолирующаго слоя, смотря по тому для какой максимальной разности потенціаловъ предназначается данный конденсаторъ.

193. 4) Кромѣ того, опытъ показалъ, что свойства самаго *вещества изолятора*, раздѣляющаго коллекторъ отъ конденсирующей пластинки, также вліяютъ на емкость конденсатора. Вслѣдствіе этого при различныхъ изолирующихъ веществахъ одинъ и тотъ же конденсаторъ, при одной и той же толщинѣ изолирующаго слоя, обладаетъ различною емкостью. Это свойство разнородныхъ изоляторовъ (или такъ называемыхъ *діэлектриковъ*) вліять на емкость конденсатора называется *индуктивною способностью* изоляторовъ (діэлектриковъ).

194. Если сравнивать емкость конденсатора, заряженнаго до опредѣленнаго потенціала, при изолировкѣ пластинокъ его

слоемъ воздуха опредѣленной толщины, съ емкостью того же конденсатора, пластинки коего раздѣлены другимъ изоляторомъ при той же толщинѣ его слоя, то окажется, что индуктивная способность сравниваемыхъ изоляторовъ будетъ весьма различна. Если индуктивную способность воздуха принять за единицу, то получимъ слѣдующую таблицу для индуктивной способности другихъ тѣлъ:

Таблица индуктивной способности діэлектриковъ.

Воздухъ	1,0.
Воскъ	1,8.
Черный каучукъ	2,2— 2,5.
Парафинъ и парафинированная бумага	2,0— 3,0.
Канифоль	2,5.
Вулканизированный каучукъ	2,5— 2,8.
Эбонитъ	2,5— 3,1.
Шеллакъ	2,9— 3,7.
Гутаперча	2,4— 4,2.
Простое стекло	3,0— 5,0.
Слюда	4,0— 6,5.
Флинтгласъ	6,8—10,0.

Числа этой таблицы показываютъ во сколько разъ увеличивается емкость одного и того же конденсатора, если замѣнить слой воздуха, изолирующій обѣ пластинки его, слоемъ равной толщины другаго діэлектрика. Поэтому приведенныя числа представляютъ *діэлектрическую постоянную* данныхъ веществъ или *индуктивную способность діэлектриковъ.*

Очевидно, что чѣмъ значительнѣе діэлектрическая постоянная изолятора, тѣмъ меньшая величина пластинокъ конденсатора потребна для сгущенія желаемаго количества электричества при данной разности потенціаловъ пластинокъ.

195. *Емкость конденсатора опредѣляется въ микрофарадахъ тѣмъ количествомъ микрокулонъ, которое надо сообщить*

коллектору для того, чтобы довести разность потенціаловъ коллектора и индуктированной обложки до одного вольта.

Такъ какъ коллектирующая и конденсирующая пластинки обыкновенно имѣютъ равную величину и отдѣлены другъ отъ друга лишь тонкимъ слоемъ діэлектрика, то количество индуктированнаго электричества перваго рода на соединенной съ землею конденсирующей обложкѣ равно количеству электричества на коллекторѣ. Поэтому *емкость конденсатора можно опредѣлить числомъ микрокулонъ на конденсирующей обложкѣ при разности потенціаловъ ея и коллектора въ одинъ вольтъ.*

196. Мы уже видѣли (§ 156) что потенціалъ тѣла выражается формулой

$$V = \frac{Q}{C}$$

Отсюда емкость тѣла

$$C = \frac{Q}{V}$$

Если Q выражаетъ количество электричества въ микрокулонахъ, а $V - V_1$ есть разность потенціаловъ обложекъ конденсатора въ вольтахъ, то емкость его въ микрофарадахъ

$$C = \frac{Q}{V - V_1}$$

т. е. *емкость конденсатора есть отношеніе числа микрокулонъ на одной изъ обложекъ его къ разности потенціаловъ обѣихъ обложекъ*[1]).

197. Количество электричества Q, *собранное на коллекторѣ*, или, какъ говорятъ, *зарядъ конденсатора*, прямо пропорціоналенъ разности потенціаловъ $V - V_1$ его обложекъ, индуктивной способности L діэлектрика и, помимо того, пропорціоналенъ нѣкоему фактору K, зависящему отъ поверхности индуктирующихъ

---

1) Если потенціалъ $V_1 = 0$ (соединеніе съ землей), то $C = \frac{Q}{V}$.

и индуктируемыхъ частей и отъ разстоянія ихъ другъ отъ друга. Такимъ образомъ вообще

$$Q \text{ пропорціонально } K(V - V_1)\, L \text{*)}$$

Во всѣхъ нижеслѣдующихъ формулахъ емкостей конденсаторовъ факторъ K замѣненъ составляющими его величинами δ и F.

198. Если емкость C конденсатора опредѣлена въ микрофарадахъ, а разность потенціаловъ $V - V_1$ обложекъ его въ вольтахъ, то зарядъ конденсатора (количество электричества Q) выразится въ микрокулонахъ, какъ произведеніе емкости на разность потенціаловъ:

$$Q = C(V - V_1) \text{**)}$$

Такъ напр., если мы имѣемъ конденсаторъ въ 0,5 микрофарады и разность потенціаловъ обложекъ его = 25 вольтъ, то конденсаторъ въ своемъ зарядѣ содержитъ:

$$0{,}5 . 25 = 12{,}5 \text{ микрокулона.}$$

199. Разсмотримъ теперь емкость различныхъ конденсаторовъ, употребляемыхъ на практикѣ.

1) Емкость простаго пластинчатаго конденсатора, состоящаго изъ двухъ металлическихъ дисковъ одинаковаго діаметра, противопоставленныхъ на нѣкоторомъ разстояніи конаксіально и параллельно другъ другу, опредѣляется формулой Кирхгофа:

$$C = \frac{r^2 L}{4\delta} + \frac{rL}{4\pi}\left[\log \frac{16\pi(\delta + b)\,r}{e\,\delta^2} + \frac{b}{\delta}\log\frac{\delta + b}{b} + 2\right]$$

---

*) Если индуктирующая обложка имѣетъ потенціалъ V, а индуктированная соединена съ землей, слѣдовательно потенціалъ ея $V_1 = 0$, то можно написать: Q пропорціонально $K\,V\,L$.

**) Если $V_1 = 0$, то $Q = CV$.

гдѣ r — радіусъ диска.
» L — индуктивная способность діэлектрика.
» δ — толщина слоя діэлектрика или, другими словами, разстояніе обоихъ дисковъ другъ отъ друга. Предполагается, что все пространство, раздѣляющее диски, выполнено однороднымъ діэлектрикомъ (напр. воздухомъ, слоемъ стекла и т. п.) и что δ менѣе r.
$4\pi = 12{,}56636$.
$16\pi = 50{,}26544$.
b = толщина диска, причемъ принимается, что она равномѣрна и значительно меньше радіуса.
e = основаніе натуральныхъ логариѳмовъ = 2,71828.
log = знакъ логариѳмовъ Бригга.

Если всѣ измѣренія произвести въ сантиметрахъ и затѣмъ полученную для C величину раздѣлить на 900000[1]), то емкость конденсатора выразится въ микрофарадахъ.

200. Если толщина дисковъ очень незначительна, а именно менѣе 0,1 сантиметра, то можно b приравнять нулю, вслѣдствіе чего формула значительно упростится, а именно по Клаузіусу:

$$C = \frac{r^2 L}{4\delta} + \frac{rL}{4\pi}\left[\log\frac{16\pi . r}{e\delta} + 2\right]$$

Подставивъ числовыя значенія для π и e, получаемъ:

$$C = \frac{r^2 L}{4\delta} + \frac{rL}{12{,}56636}\left[\log\frac{18{,}49\, r}{\delta} + 2\right]$$

201. Какъ уже было говорено выше, емкость отдѣльныхъ частей диска неравномѣрна (см. § 119). Именно это обстоятельство усложняетъ вычисленіе емкости конденсатора. Если при-

---

1) Найденная для C величина до дѣленія на 900000 есть емкость диска въ электростатическихъ единицахъ. Дѣлятъ же найденную величину на 900000 потому, что электростатическая единица емкости $= \frac{1}{900000}$ микрофарады (см. главу объ абсолютныхъ единицахъ).

нять, что всѣ части поверхности диска обладаютъ одинаковой емкостью, то емкость конденсатора, при вышеприведенныхъ условіяхъ, выразится слѣдующею приближенною формулой:

$$C = \frac{L r^2}{4 \delta}$$

При точныхъ вычисленіяхъ послѣдняя формула не можетъ считаться вполнѣ удовлетворительной, какъ это видно изъ слѣдующаго примѣра. Имѣемъ дисковый конденсаторъ, индуктированная пластинка котораго соединена съ землей. Радіусъ дисковъ $r = 10$ Ctm., разстояніе между дисками $\delta = 0,5$ Ctm. и все это пространство выполнено стекломъ, діэлектрическая постоянная коего $L = 3,5$. Толщина дисковъ менѣе 0,1 Ctm. и потому $b = 0$.

Емкость такого конденсатора по формулѣ Клаузіуса:

$$C = \frac{3,5.10^2}{4.0,5} + \frac{3,5.10}{12,56636}\left[\log\frac{18,49.10}{0,5} + 2\right] = 175 + 2,7852.4,5679669 = 187,72$$

электростатическихъ единицъ емкости или 0,0002086 микрофарады.

Емкость этого же конденсатора по приближенной формулѣ равна 175 электростатическимъ единицамъ или 0,0001944 микрофарады, что составляетъ — 6,8% ошибки противъ перваго вычисленія.

202. 2) Если коллекторъ и конденсирующая пластинка не суть диски, а представляютъ собой двѣ одинаковыя четыреугольныя (или иной формы) пластинки, то емкость такого конденсатора выразится слѣдующей приближенной формулой:

$$C = \frac{LF}{4 \pi \delta}$$

гдѣ F есть площадь поверхности коллектора, обращенная къ соединенной съ землею индуктированной обложкѣ.

Приведенная формула примѣнима лишь при условіи, что обѣ пластинки весьма тонки (менѣе 0,1 Ctm.). Именно этотъ случай и имѣетъ практическое значеніе, такъ какъ обыкновенно конденсаторы такого рода изготовляютъ изъ двухъ листовъ фольги, отдѣленныхъ другъ отъ друга парафини-

рованной бумагой, слюдой, стекломъ или листомъ эбонита.

203. 3) Иногда коллектору съ двухъ сторонъ противопоставляютъ индуктированныя, соединенныя съ землею обложки, какъ это видно изъ слѣдующаго рисунка, гдѣ A есть коллекторъ, заряженный (+), а B и B' —

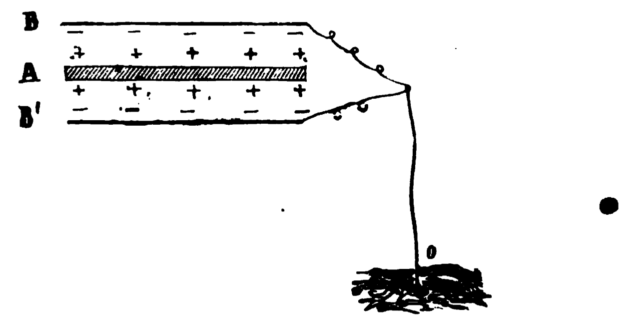


Рис. 17.

двѣ индуктированныя обложки, соединенныя другъ съ другомъ проволоками, сообщающими ихъ въ то же время съ землею.

Емкость такого двойнаго конденсатора опредѣляется приближенной формулой

$$C = \frac{2FL}{2\pi\delta}$$

гдѣ $2F$ есть сумма поверхностей *обѣихъ сторонъ* коллектора. По сокращеніи получаемъ формулу

$$C = \frac{FL}{\pi\delta}$$

гдѣ F есть площадь поверхности *одной изъ сторонъ* коллектора.

Формула примѣнима въ томъ случаѣ, если пластинки B и B' одинаково удалены отъ A.

Изъ послѣдней формулы видно, что *емкость*

двойнаго конденсатора въ четыре раза больше емкости такого же простаго (§ 202).

204. 4) Если двойной конденсаторъ состоитъ изъ трехъ *дисковъ*, изъ коихъ средній служитъ коллекторомъ, а оба боковые — индуктированными, соединенными съ землею обложками, то емкость такого конденсатора выражается формулой

$$C = \frac{r^2 L}{\delta}$$

205. 5) Емкость цилиндрическаго конденсатора, состоящаго изъ двухъ концентрическихъ открытыхъ цилиндровъ равной высоты, опредѣляется слѣдующею формулой:

$$C = \frac{L.h.0{,}4343}{2 \log \frac{r_2}{r_1}}.$$

гдѣ L — индуктивная способность діэлектрика.
» h — высота цилиндрическихъ обложекъ.
» r_2 — радіусъ внѣшней обложки.
» r_1 — радіусъ внутренней обложки.
» log — знакъ логариѳмовъ Бригга.

Предполагается, что внутренній цилиндръ получаетъ зарядъ, внѣшній же сообщенъ съ землей.

И здѣсь емкость выражается въ микрофарадахъ, если всѣ измѣренія произведены въ сантиметрахъ и затѣмъ полученная для C величина раздѣлена на 900000.

206. 6) Самая обыкновенная форма конденсатора есть лейденская банка. Какъ извѣстно, лейденская банка состоитъ изъ цилиндрическаго стекляннаго сосуда, оклееннаго одинаково высоко внутри и снаружи несообщающимися оловянными листами. Обыкновенно лейденская банка ставится на металлическій листъ,

сообщенный проволокой съ землею, послѣ чего заряжается внутренняя обкладка банки, причемъ на внѣшней образуется связанный слой индуктированнаго электричества противоположнаго знака.

207. Лейденская банка представляетъ собою цилиндрическій конденсаторъ; но такъ какъ и дно банки съ обѣихъ сторонъ выклеено фольгой, то емкость банки не можетъ быть выражена предыдущею формулой. Емкость лейденской банки, внѣшняя обкладка коей соединена съ землей, выражается слѣдующимъ образомъ:

$$C = \frac{LF}{4\pi\delta}$$

гдѣ F есть поверхность внѣшней обкладки, значеніе же L, δ и π тоже, что и въ предшествующихъ формулахъ.

Величина F опредѣляется изъ уравненій:

$$F = uh + \frac{\partial^2\pi}{4}$$

или

$$F = \partial\pi h + \frac{\partial^2\pi}{4}$$

гдѣ u — окружность банки.
» h — высота цилиндрическихъ обложекъ.
» ∂ — внѣшній діаметръ банки.
» $\pi = 3{,}1416$.

Приводимъ примѣръ вычисленія емкости лейденской банки:

Имѣемъ банку, внѣшній діаметръ коей $\partial = 14$ сантиметрамъ, окружность $u = 44$ сантиметрамъ. Толщина стекла $\delta = 0{,}3$ сантиметра. Высота цилиндрической обложки $h = 22$ сантиметрамъ. Діэлектрическая постоянная стекла банки $= 3{,}5$.

Величина поверхности обложки

$$F = 44.22 + \frac{196.3{,}1416}{4} = 1121 \text{ квадратному сантиметру.}$$

Подставивъ найденную для F величину и прочія данныя въ формулу емкости банки, получимъ

$$C = \frac{LF}{4\pi\delta} = \frac{3{,}5.1121}{12{,}566.0{,}3} = 1040 \text{ электростатическимъ единицамъ емкости или}$$

$$C = \frac{1040}{900000} = 0{,}00115 \text{ микрофарады.}$$

208. Если расположить на одномъ металлическомъ листѣ нѣсколько лейденскихъ банокъ и, помимо того, соединить между собою (напр. при посредствѣ проволокъ) ихъ внутреннія обкладки, то мы получимъ *параллельно соединенную лейденскую батарею.*

Такую батарею можно разсматривать какъ одну банку, *емкость коей C_0 равна суммѣ емкостей отдѣльныхъ банокъ, ее составляющихъ:*

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \ldots$$

Если составляющія батарею банки обладаютъ одинаковой емкостью, то емкость всей батареи равна произведенію емкости одной изъ банокъ на общее число ихъ. Если поэтому число банокъ n, то емкость батареи

$$C_0 = n \cdot \frac{LF}{4\pi\delta}$$

209. Особо важное практическое значеніе имѣетъ такъ называемый многослойный пластинчатый конденсаторъ. Съ этою формой конденсатора мы познакомимся подробнѣе въ спеціальной части; теперь скажемъ только, что для того, чтобы увеличить поверхность, а слѣдовательно и емкость пластинчатаго конденсатора, его составляютъ изъ весьма значительнаго числа коллектирующихъ и индуктированныхъ листовъ. Устройство такого конденсатора видно изъ рис. 18. Оловянные листки bb соединяются другъ съ другомъ у одного края, образуя напр. кол-

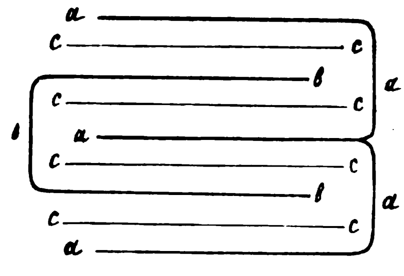


Рис. 18.

лекторъ, листки же *aaa* соединяются вмѣстѣ съ другой стороны, образуя индуктированную часть. Обѣ системы *вполнѣ* раздѣлены слоями *ccc*... діэлектрика, каковымъ обыкновенно служитъ парафинированная бумага или слюда.

210. Многослойный конденсаторъ, при небольшомъ объемѣ, обладаетъ весьма значительной емкостью. Конденсаторъ этотъ представляетъ собою ничто иное, какъ рядъ параллельно соединенныхъ двойныхъ пластинчатыхъ конденсаторовъ, емкость коихъ опредѣлена выше формулой

$$C=\frac{FL}{\pi\delta}$$

гдѣ F есть поверхность одной стороны коллектора. Отсюда емкость *многослойнаго* конденсатора опредѣляется формулой

$$C=n.\frac{FL}{\pi\delta}$$

гдѣ F есть поверхность одной стороны одного изъ листовъ, образующихъ коллекторъ, а n — число такихъ листовъ. Такимъ образомъ, произведеніе Fn представляетъ собою площадь всѣхъ листовъ коллектора и потому, когда извѣстно количество (въ квадратныхъ сантиметрахъ) оловянной фольги, потраченной на устройство коллектора, тѣмъ самымъ опредѣлена и величина Fn.

211. Кромѣ параллельнаго соединенія конденсаторовъ употребляется еще послѣдовательное соединеніе ихъ. Въ послѣдовательное соединеніе группируютъ, напр., лейденскія банки, образуя изъ нихъ *послѣдовательно соединенную батарею*, такъ называемый *каскадъ*[1]).

212. Каскадъ отличается особенными свойствами, видными изъ слѣдующаго опыта.

Возьмемъ двѣ лейденскія банки a и b одинаковой емкости C

1) Называется также батарсей Франклина.

и, сообщивъ внѣшнія обкладки ихъ съ землей, зарядимъ внутреннія до одного и того же потенціала V. Если теперь, разобщивъ банку a съ землей, соединить внѣшнюю обкладку ея съ внутренней обкладкой банки b, то потенціалъ внутренней обкладки банки a удвоится. Такъ какъ количество электричества Q на обкладкѣ осталось прежнимъ, потенціалъ же ея удвоился, то отсюда мы заключаемъ, что емкость обкладки уменьшилась вдвое

$$2V = \frac{Q}{{}^1/_2 C}$$

213. Если вмѣсто двухъ банокъ соединить описаннымъ образомъ послѣдовательно n банокъ равной емкости, заряженныхъ предварительно до одного и того же потенціала V, то потенціалъ внутренней обкладки первой банки (a) увеличится въ n разъ.

Положимъ, мы зарядили внутреннія обложки пяти одинаковыхъ банокъ до потенціала въ 20 вольтъ; тогда, соединивъ ихъ, какъ сказано, послѣдовательно, найдемъ, что потенціалъ внутренней обложки первой банки равенъ

20.5 = 100 вольтъ.

Если мы имѣемъ источникъ электричества, способный зарядить внутреннюю обложку каждой банки врозь до потенціала V, то, соединяя то или иное число заряженныхъ банокъ послѣдовательно, мы можемъ довести потенціалъ внутренней обложки первой банки до весьма значительной величины.

214. Такъ какъ всѣ банки каскада аналогично дѣйствуютъ другъ на друга, то потенціалы обложекъ ихъ возрастаютъ снизу (отъ земли) вверхъ совершенно правильно. Представимъ себѣ, что имѣемъ три банки, заряженныя обыкновеннымъ способомъ до потенціала внутренней обложки ихъ въ 1 V. Тогда, соединивъ банки въ каскадъ, получимъ на внутренней обложкѣ

первой (сверху)	банки	потенціалъ		$= 3V$
второй	»	»	»	$= 2V$
третьей	»	»	»	$= 1V$

Слѣдующій рисунокъ изображаетъ распредѣленіе потенціаловъ въ такомъ каскадѣ. Для наглядности вмѣсто банокъ изображены пластинчатые конденсаторы.

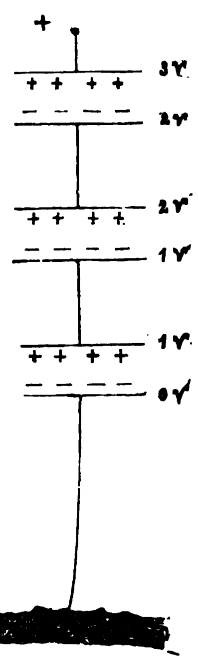


Рис. 19.

215. Вмѣсто того, чтобы заряжать каждую банку отдѣльно, можно одновременно зарядить всю систему. Съ этою цѣлью, обыкновенно, подвѣшиваютъ банки одну подъ другой, какъ это изображено на рисункѣ (19), или, установивъ банки на стеклѣ, соединяютъ противоположныя обложки ихъ между собою посредствомъ проволокъ. Въ обоихъ случаяхъ внутреннюю обложку первой банки соединяютъ съ кондукторомъ электрофорной машины, внѣшнюю же обложку послѣдней — съ землей.

При такомъ соединеніи только внутренняя обкладка первой банки получаетъ зарядъ непосредственно отъ машины. Подъ вліяніемъ этого заряда нейтральное электричество внѣшней обкладки первой банки разложится, индуктированное электричество 1-го рода останется въ связанномъ состояніи на сторонѣ, обращенной къ стеклу, а индуктированное электричество 2-го рода перейдетъ на внутреннюю обкладку второй банки. Этотъ зарядъ въ свою очередь разложитъ нейтральное электричество внѣшней обкладки второй банки, причемъ индуктированное электричество 1-го рода останется на ней, а индуктированное электричество 2-го рода перейдетъ на внутреннюю обложку третьей банки и т. д.. Наконецъ, индуктированное электричество 2-го рода внѣшней обкладки послѣдней банки уйдетъ чрезъ соединяющій проводникъ въ землю. Однимъ словомъ, заряды распредѣлятся такъ, какъ показано на рис. 19, и обѣ обкладки каждой банки получатъ равныя количества положительнаго или отрицательнаго электричества.

216. Каскадъ имѣетъ практическое примѣненіе въ томъ

случаѣ, когда желаютъ зарядить банку до столь высокой разности потенціаловъ обложекъ, какой при обыкновенныхъ условіяхъ получить нельзя вслѣдствіе того, что банка была бы пробита высокимъ напряженіемъ электричествъ, связанныхъ на противоположныхъ обложкахъ ея. Если бы мы, напр., пожелали внутреннюю обложку банки зарядить до потенціала въ 25000 вольтъ, сообщивъ эту обложку съ кондукторомъ электрофорной машины, въ то время какъ другая обложка соединена съ землею, то это врядъ ли бы намъ удалось, такъ какъ для этого надо сообщить банкѣ весьма значительное количество электричества и тѣмъ самымъ довести напряженіе на обложкахъ ея до чрезмѣрной степени, вслѣдствіе чего произошелъ бы разрядъ чрезъ стекло и банка оказалась бы разрушенной.

Здѣсь именно важно отличать понятіе о напряженіи отъ понятія о потенціалѣ. Величина напряженія опредѣляется количествомъ электричества на единицѣ поверхности обложки банки, величина же потенціала опредѣляется отношеніемъ общаго количества электричества, сообщеннаго обложкѣ, къ емкости этой обложки. Сообщивъ обложкѣ нѣкоторое количество электричества и затѣмъ уменьшивъ емкость этой обложки, мы увеличиваемъ потенціалъ ея. Увеличеніе потенціала указываетъ на то, что часть электричества, дотолѣ связанная, теперь стала свободна. Такъ какъ количество *связаннаго* электричества уменьшилось, то *уменьшилось* и *напряженіе его* на обращенной къ стеклу поверхности обложки. А такъ какъ стекло банки разрушается напряженіемъ стремящихся къ взаимному соединенію противоположныхъ связанныхъ электричествъ обѣихъ обложекъ, то тѣмъ самымъ уменьшается и опасность раздробленія стекла. Напротивъ, освободившаяся часть электричества *увеличиваетъ потенціалъ* обложки и *напряженіе свободнаго* электричества на ней. Поэтому увеличивается длина искръ, получаемыхъ со свободной поверхности обложки, со стержня и съ шарика банки. Длина искръ можетъ увеличиться болѣе, чѣмъ въ 30 разъ, и тѣмъ не менѣе стекло банки останется предохраненнымъ отъ разрушенія.

Это происходитъ оттого, что чѣмъ болѣе повышается потенціалъ банки *на счетъ уменьшенія емкости ея*, тѣмъ болѣе уменьшается опасное для банки напряженіе связаннаго электричества и тѣмъ болѣе увеличивается безопасное для нея напряженіе свободнаго электричества. Если, поэтому, уменьшить емкость данной банки, присоединивъ къ ней послѣдовательно рядъ другихъ банокъ (составивъ каскадъ), то первой банкѣ придется сообщить относительно малое количество электричества для того, чтобы довести потенціалъ внутренней обложки ея до желаемой высоты.

217. Такъ какъ емкость первой банки при этомъ уменьшается, то мы не можемъ сконцентрировать въ ней столько электричества, какъ до присоединенія къ ней каскада. Тѣмъ не менѣе конденсирующая способность банки можетъ быть еще довольно значительна.

Каскадъ привѣшивается обыкновенно къ кондуктору электрофорной машины, коль скоро мы желаемъ увеличить емкость этого кондуктора на счетъ емкости внутренней обложки первой банки каскада.

Можно также къ каждому изъ двухъ кондукторовъ электрофорной машины привѣсить по одной банкѣ и соединить затѣмъ внѣшнія обложки банокъ другъ съ другомъ. Этимъ мы также уменьшимъ емкость обѣихъ банокъ, а слѣдовательно и напряженіе противоположныхъ электричествъ на обкладкахъ ихъ.

Приводимъ числовой примѣръ, показывающій пользу примѣненія каскада: Имѣемъ цилиндрическій кондукторъ длиною въ 40 сантиметровъ и діаметромъ въ 10 сантиметровъ. Емкость такого цилиндра = 0,00001 микрофарады (см. § 242). Кондукторъ этотъ соединенъ съ электрофорной машиной и заряжается до потенціала въ 25000 вольтъ. Желая получить бо́льшую емкость, соединяемъ кондукторъ съ лейденской банкой. Но такъ какъ одна лейденская банка была бы пробита, то соединяемъ кондукторъ съ каскадомъ изъ трехъ банокъ. Положимъ, что емкость каждой банки врозь равна 0,003 микрофарады. Слѣдовательно емкость верхней банки каскада, соединенной съ кондукторомъ, равна 0,001 микрофарады. Такъ какъ емкость самого кондуктора равна 0,00001 микрофарады, то, соединивъ его съ каскадомъ, мы получаемъ общую емкость въ 0,00101 микрофарады, т. е. превосходящую емкость кондуктора въ 101 разъ.

218. Считаемъ не лишнимъ замѣтить, что только электри-

чество внутренней обложки первой банки принимаетъ участіе въ разрядѣ сообщеннаго съ этою обложкой кондуктора. Заряды всѣхъ прочихъ частей каскада служатъ исключительно для уменьшенія емкости первой банки. — При этомъ заряды и потенціалы обложекъ послѣдовательныхъ банокъ каскада зависятъ отъ заряда и потенціала внутренней обложки первой (верхней) банки. Вмѣстѣ съ увеличеніемъ потенціала внутренней обложки первой банки соотвѣтственно увеличиваются и потенціалы остальныхъ частей системы (конечно, за исключеніемъ внѣшней обложки послѣдней банки, соединенной съ землею).

219. Если разрядить внутреннюю обложку первой банки, сообщивъ ее съ землей, то разряжаются и всѣ прочія звенья каскада. Изъ послѣдняго рисунка видно, что разряженіе это происходитъ путемъ соединенія между собою (—) электричества внѣшней обкладки первой банки съ (+) электричествомъ внутренней обкладки второй банки и т. д.. Противоположныя индуктированныя электричества распредѣляются на противоположныхъ соединенныхъ между собою обкладкахъ банокъ каскада только до тѣхъ поръ, пока поддерживается индуктирующее дѣйствіе заряда внутренней обложки первой банки. Вслѣдъ за уничтоженіемъ этого заряда исчезаетъ электровозбудительная сила индукціи въ отдѣльныхъ звеньяхъ системы, и разъединенныя ею противоположныя электричества вновь соединяются.

220. Въ своемъ мѣстѣ уже было говорено (см. § 177), что для практическихъ цѣлей устраиваются конденсаторы — эталоны емкостью въ одну микрофараду или емкостью въ дробныя части микрофарады.

О практическомъ устройствѣ такихъ эталоновъ будетъ говорено въ специальной части настоящаго сочиненія. Замѣтимъ здѣсь, что общая поверхность оловянныхъ листовъ въ конденсаторѣ емкостью въ одну микрофараду, при діэлектрикѣ, состоящемъ изъ тонкихъ листовъ слюды, равна приблизительно 20 квадратнымъ метрамъ.

221. Заряженіе конденсатора производится различными способами и различными источниками электричества.

Для насъ болѣе всего интересно заряженіе конденсатора посредствомъ гальваническаго элемента или батареи.

222. *Первый способъ.* Соединяютъ одну обложку конденсатора съ однимъ изъ полюсовъ батареи (или элемента), тогда какъ другую обложку конденсатора и другой полюсъ батареи соединяютъ съ землею.

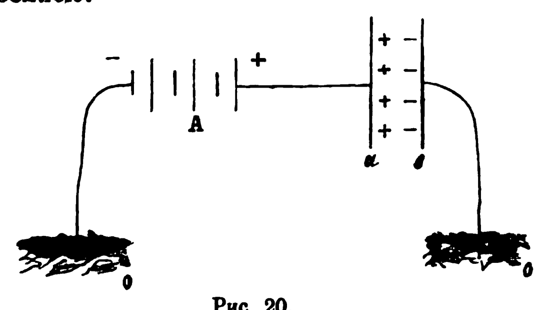


Рис. 20.

Схема этого способа заряженія изображена на рисункѣ 20, гдѣ A — батарея изъ трехъ элементовъ, a — одна обложка конденсатора, b — другая и 0 — земля.

При такомъ заряженіи обложка (a), соединенная съ полюсомъ батареи, получаетъ потенціалъ этого послѣдняго V, другая же обложка (b) имѣетъ потенціалъ $= 0$, такъ что разность потенціаловъ обѣихъ обложекъ равна величинѣ потенціала первой обложки:

$$V - 0 = V.$$

Извѣстно (см. § 246), что если полюсъ элемента или батареи соединить проводникомъ съ землею, то онъ получаетъ потенціалъ равный нулю; потенціалъ же другаго, изолированнаго полюса, при этомъ *удвоивается*. Поэтому, при заряженіи конденсатора вышеописаннымъ способомъ, потенціалъ обложки (a), соединенной съ полюсомъ батареи, будетъ вдвое больше того потенціала, который имѣетъ этотъ полюсъ въ томъ случаѣ, когда противоположный полюсъ батареи изолированъ. Другими сло-

вами, потенціалъ одного полюса батареи, при соединеніи противоположнаго полюса ея съ землей, равенъ разности потенціаловъ обоихъ изолированныхъ полюсовъ.

Положимъ, что разность потенціаловъ изолированныхъ полюсовъ нашей батареи равна 3 вольтъ, иначе говоря, потенціалъ каждаго полюса = 1,5 вольтъ. Если мы соединимъ одинъ полюсъ батареи [(—) на рисункѣ] съ землей, то потенціалъ его будетъ равенъ нулю, потенціалъ же другаго полюса (+) удвоится и будетъ равенъ 3 вольтъ. По соединеніи одной обложки (*a*) конденсатора со свободнымъ полюсомъ батареи, обложка эта получаетъ потенціалъ $V = 3$ вольтъ, потенціалъ же обложки (*b*), соединенной съ землей, равенъ нулю. Отсюда разность потенціаловъ обѣихъ обложекъ равна $3 - 0 = 3$ вольтъ.

Если емкость упомянутаго конденсатора равна, напр., одной микрофарадѣ, и коллекторъ его заряженъ до потенціала 3 вольтъ, то конденсаторъ заряженъ теперь тремя микрокулонами: $Q = C\,(V - V_1) = 1\,.(3-0) = 3$.

223. *Второй способъ.* Одну обложку конденсатора соединяютъ съ однимъ полюсомъ батареи (или элемента), другую — съ другимъ. Тогда оба электричества, притекающія къ конденсатору, связываютъ другъ друга на противоположныхъ обложкахъ его, вслѣдствіе чего обложки получаютъ численно равные потенціалы соотвѣтственныхъ полюсовъ (+) и (—) батареи. Такимъ образомъ, конденсаторъ получаетъ оба разноименные заряда непосредственно, тогда какъ при первомъ способѣ заряженія одинъ изъ зарядовъ образовался путемъ индукціи.

Слѣдующій рисунокъ служитъ для поясненія сказаннаго:

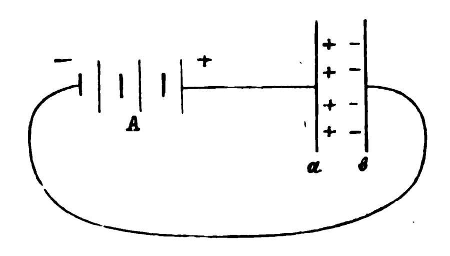


Рис. 21.

Если потенціалъ каждаго полюса батареи = 1,5 вольтъ, то таковы же будутъ потенціалы V и V_1 обложекъ *a* и *b* конденсатора. Такимъ образомъ разность потенціаловъ обложекъ будетъ та же, что и при заряженіи по первому способу:

$$V - V_1 = 1{,}5 - (-1{,}5) = 3 \text{ вольтъ.}$$

224. Если зарядить конденсаторъ только что описаннымъ способомъ, разобщить его затѣмъ съ батареей и измѣрить потенціалы обложекъ, соединивъ обѣ съ противоположными квадрантами электрометра, то окажется, что потенціалъ каждой $= 1{,}5$ вольтъ (т. к. разность $= 3$ вольтъ). Если же измѣрить потенціалъ одной изъ обложекъ того же конденсатора, соединивъ предварительно другую обложку съ землей, то потенціалъ первой найдемъ равнымъ 3 вольтъ. Такъ какъ потенціалъ второй обложки равенъ нулю, то разность потенціаловъ обѣихъ обложекъ осталась прежнею (3 вольта).

Количество электричества на обложкахъ при томъ и другомъ способѣ измѣренія остается одно и тоже, а потенціалъ одной обложки, по соединеніи другой съ землей, удвоивается: изъ этого мы заключаемъ, что *емкость одной обложки заряженнаго конденсатора при соединеніи другой обложки его съ землею уменьшается вдвое* [1]). Это видно изъ слѣдующаго числоваго примѣра:

Заряжаемъ обѣ изолированныя обложки конденсатора емкостью въ одну микрофараду отъ двухъ изолированныхъ полюсовъ батареи, электровозбудительная сила коей $= 3$ вольтъ. Разобщивъ обложки съ батареей, находимъ разность потенціаловъ ихъ $V - V_1 = 3$ вольтъ. Слѣдовательно потенціалъ V обложки a равенъ 1,5 вольтъ. Отсюда емкость этой обложки

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{3}{1{,}5} = 2 \text{ микрофарадамъ.}$$

Соединимъ теперь обложку b съ землей. Количество электричества на обложкѣ a при этомъ, конечно, не увеличится, такъ какъ обложка разобщена отъ полюса батареи. Тѣмъ не менѣе потенціалъ обложки a увеличится до 3 вольтъ, въ то время какъ

1) Это явленіе не должно смѣшивать съ тѣмъ фактомъ, что емкость заряженнаго тѣла *увеличивается* при противопоставленіи ему другаго *незаряженнаго* и соединеннаго съ землей.

потенціалъ обложки b станетъ равенъ нулю. Отсюда емкость обложки a

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{3}{3} = 1 \text{ микрофарадѣ.}$$

225. Изъ сказаннаго однако отнюдь не слѣдуетъ, что при сообщеніи одной изъ обложекъ конденсатора съ землей, измѣняется емкость самого конденсатора (т. е. всей системы). *Емкость конденсатора есть величина постоянная и остается неизмѣнной, какъ при обоихъ способахъ заряженія, такъ и при сообщеніи одной изъ обкладокъ уже заряженнаго конденсатора съ землею.*

Въ самомъ дѣлѣ, емкость конденсатора выражается формулой

$$C = \frac{Q}{V - V_1}.$$

Въ нашемъ примѣрѣ количество электричества Q, сообщенное обложкѣ $a = 3$ микрокулонъ. При заряженіи обѣихъ обложекъ отъ двухъ полюсовъ батареи, каждая обложка получила потенціалъ $V = 1{,}5$ вольтъ. Разность потенціаловъ обѣихъ обложекъ

$$V - V_1 = 1{,}5 - (-1{,}5) = 3 \text{ вольтъ.}$$

Слѣдовательно емкость конденсатора при этомъ способѣ заряженія

$$C = \frac{Q}{V - V_1} = \frac{3}{3} = 1 \text{ микрофарадѣ.}$$

При заряженіи одной обложки a отъ полюса (+) батареи, когда полюсъ (—) сообщенъ съ землей, и съ землею же сообщена обложка b конденсатора, обложка a получаетъ потенціалъ $= 3$ вольтъ, а обложка b — потенціалъ $= 0$. Разность потенціаловъ обѣихъ обложекъ

$$V - V_1 = 3 - 0 = 3 \text{ вольтъ.}$$

Слѣдовательно и при этомъ способѣ заряженія емкость конденсатора

$$C = \frac{Q}{V - V_1} = \frac{3}{3} = 1 \text{ микрофарадѣ.}$$

226. Окончательный выводъ:

1) Для того, чтобы зарядить *конденсаторъ до одной и той же разности потенціаловъ обложекъ* его, нужно, при обоихъ способахъ заряженія, сообщить коллектору его одно и тоже количество электричества.
2) Для того, чтобы зарядить *коллекторъ конденсатора до одного и того же потенціала*, въ обоихъ случаяхъ необходимо сообщить ему различныя количества электричества: именно, при первомъ способѣ заряженія, количество вдвое меньшее, чѣмъ при второмъ, такъ какъ *емкость коллектора* при второмъ способѣ заряженія вдвое больше, чѣмъ при первомъ.

227. *Третій способъ.* Можно заряжать одну изъ обложекъ конденсатора не прямымъ соединеніемъ съ источникомъ электричества, а посредствомъ искры, перескакивающей на нѣкоторомъ разстояніи.

При этомъ способѣ заряженія, обложка конденсатора, противоположная заряжаемой, должна быть соединена съ землей. Такимъ способомъ заряжаютъ почти исключительно лейденскія банки. Съ этою цѣлью банку ставятъ на металлическій листъ (оловянную фольгу), соединенный съ землею помощью проволоки или цѣпочки (конецъ которой соединяется, напр., съ водопроводной трубой). Установивъ такимъ образомъ соединеніе внѣшней обкладки съ землей, заряжаютъ искровыми разрядами внутреннюю обкладку банки черезъ соединенный съ нею металлическій стержень съ шарикомъ на свободномъ концѣ.

228. Въ этомъ случаѣ нельзя заранѣе опредѣлить какой величины достигнетъ разность потенціаловъ обѣихъ обложекъ банки. Во всякомъ случаѣ разность потенціаловъ будетъ возрастать пропорціонально числу и силѣ заряжающихъ искръ, т. е. пропорціонально количеству электричества, сообщаемому обложкѣ каждою искрой и общему числу сообщенныхъ такимъ образомъ зарядовъ. Въ тоже время разность потенціаловъ обложекъ зависитъ и отъ емкости банки, и будетъ по этому возрастать обратно пропорціонально этой емкости.

229. Если желаютъ зарядить лейденскую банку до какой либо *опредѣленной* разности потенціаловъ обложекъ ея, то заряжаютъ банку отъ гальваническаго элемента или батареи по одному изъ вышеизложенныхъ способовъ, т. е.

a) сообщаютъ съ землей внѣшнюю обкладку банки, а внутреннюю соединяютъ съ полюсомъ батареи, другой полюсъ которой соединенъ съ землей.

b) ставятъ банку на изолирующее стекло и обѣ обкладки ея соединяютъ съ полюсами батареи.

230. Только при соблюденіи этихъ условій мы имѣемъ возможность зарядить конденсаторъ опредѣленной емкости опредѣленнымъ количествомъ электричества до опредѣленной разности потенціаловъ обложекъ. Если нарушено хотя бы одно изъ условій — желаемое заряженіе невозможно.

231. Такъ напр., если одну обложку конденсатора изолировать, а другую сообщить съ однимъ изъ полюсовъ гальванической батареи, другой полюсъ коей соединенъ съ землей, то не получится желаемаго заряда конденсатора вслѣдствіе того, что емкость его при такихъ условіяхъ ничтожна.

Въ самомъ дѣлѣ, при такомъ способѣ заряженія, обложка *a* (рис. 22) получаетъ положительное электричество отъ соединен-

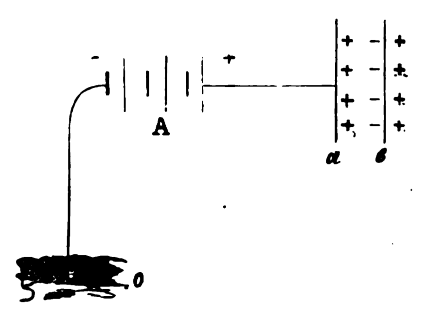


Рис. 22.

наго съ ней полюса батареи и въ то же время на обложкѣ *b* образуется связанное электричество (—) и свободное (+). Это послѣднее не можетъ уйти въ землю. Поэтому (+) электричество

пластинки b и (+) электричество пластинки a взаимно отталкиваются, вслѣдствіе чего емкость пластинки a дѣлается ничтожной.

232. Подобнымъ же образомъ невозможно заряженіе конденсатора опредѣленнымъ количествомъ электричества (до опредѣленнаго потенціала) и въ томъ случаѣ, если одна обложка его соединена съ землей, другая же съ однимъ изъ полюсовъ батареи, другой полюсъ которой изолированъ (рис. 23).

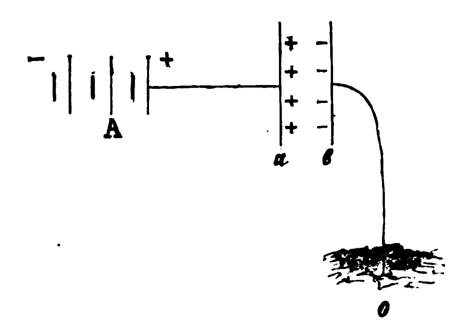


Рис. 23.

Въ этомъ случаѣ съ того полюса батареи, который соединенъ съ конденсаторомъ, предоставляется свободный стокъ относительно значительному количеству электричества; на другомъ же, свободномъ полюсѣ батареи скопляется значительное количество свободнаго электричества. Благодаря этому на полюсахъ батареи не устанавливается равновѣсія электричествъ, и обложка a конденсатора заряжается до совершенно неопредѣленнаго потенціала, случайнаго — въ зависимости отъ различныхъ условій.

Напротивъ, можно зарядить правильно тотъ же конденсаторъ, если и другой полюсъ батареи будетъ соединенъ съ другимъ конденсаторомъ той же емкости, какъ и первый. Тогда соотвѣтствующія обложки конденсаторовъ будутъ заряжены электричествами различныхъ знаковъ до одного и того же потенціала.

233. На заряженіе конденсатора по одному изъ двухъ первыхъ способовъ, требуется лишь очень немного времени. Такъ напр., конденсаторъ емкостью въ одну микрофараду заряжается

гальваническимъ элементомъ до соотвѣтствующей разности потенціаловъ обложекъ его почти мгновенно. Принято оставлять обложки конденсатора въ соединеніи съ полюсами элемента въ теченіе одной или нѣсколькихъ секундъ.

234. Намъ остается теперь упомянуть еще объ одной особенности конденсатора. — Если одну изъ обложекъ заряженнаго конденсатора сообщить съ электрометромъ, другую же изолировать, то, по прошествіи нѣкотораго времени, потенціалы обѣихъ обложекъ упадутъ до нуля. Это зависитъ не отъ разряженія конденсатора и не отъ увеличенія емкости его, а единственно оттого, что оба противоположныя электричества обложекъ *вполнѣ* связываютъ другъ друга, вслѣдствіе чего и не оказываютъ дѣйствія на электрометръ. Если теперь свободную обложку конденсатора соединить съ землей, то потенціалъ обложки, соединенной съ электрометромъ, съ нуля тотчасъ же поднимется до величины, соотвѣтствующей той разности потенціаловъ, которую имѣли обложки при заряженіи ихъ.

235. Сообщивъ между собою противоположныя обкладки заряженнаго конденсатора проводникомъ, мы производимъ соединеніе противоположныхъ электричествъ, *разряжаемъ* приборъ.

236. При достаточной разности потенціаловъ разрядъ происходитъ въ формѣ болѣе или менѣе сильной искры.

237. Разрядъ обыкновенно происходитъ мгновенно [1]). Замедленіе разряда можетъ быть вызвано только значительнымъ сопротивленіемъ проводника, соединяющаго противоположныя обложки конденсатора. Но даже при относительно большомъ сопротивленіи разрядъ обыкновенно происходитъ мгновенно и лишь при сопротивленіяхъ превосходящихъ 1 мегомъ, для разряда требуется нѣкоторое замѣтное время, увеличивающееся вмѣстѣ съ увеличеніемъ сопротивленія. При прочихъ равныхъ условіяхъ, быстрота разряда не зависитъ отъ разности потен-

1) Но не бываетъ полнымъ, а напротивъ конденсаторъ сохраняетъ небольшой *остаточный зарядъ*: См. главу объ искровомъ разрядѣ.

ціаловъ обложекъ. Подробнѣе о разрядѣ конденсатора будетъ говорено въ другомъ мѣстѣ.

238. Противопоставляя изолированной наэлектризованной пластинкѣ a другую b, соединенную съ землей, мы увеличиваемъ емкость первой пластинки. Положимъ, что для того, чтобы довести потенціалъ пластинки a до величины $V = 1$ вольту, необходимо сообщить ей Q микрокулонъ въ томъ случаѣ, если она удалена отъ другихъ тѣлъ. Если же до заряженія пластинки a противопоставить ей сообщенную съ землей пластинку b, то придется сообщить ей уже большее число микрокулонъ Q_1 для того, чтобы довести ее до прежняго потенціала.

Отношеніе количествъ электричества $\frac{Q_1}{Q}$ опредѣляетъ сгустительную способность полученнаго такимъ образомъ конденсатора.

Такъ какъ

$$Q = CV$$

а

$$Q_1 = C_1 V$$

то

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{C_1 V}{C V}$$

или

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{C_1}{C}$$

гдѣ C есть первоначальная емкость пластинки a, а C_1 — емкость ея послѣ противопоставленія ей пластинки b.

Такимъ образомъ, отношеніе емкости C къ C_1 опредѣляется отношеніемъ количества электричества Q къ Q_1.

239. Такъ какъ емкость конденсатора опредѣляется въ микрофарадахъ тѣмъ числомъ микрокулонъ, которое надо сообщить его коллектору для того, чтобы довести разность потенціаловъ обѣихъ обложекъ до одного вольта, то, опредѣливъ емкость C_1 пластинки a въ микрофарадахъ, мы тѣмъ самымъ опредѣляемъ и емкость полученнаго конденсатора. Зная же первоначальную

емкость C пластинки a, мы можемъ опредѣлить сгустительную способность конденсатора, равную $\frac{C_1}{C}$.

Приводимъ числовой примѣръ: имѣемъ чрезвычайно тонкій металлическій дискъ, радіусъ котораго $r = 20$ сантиметрамъ. Емкость такого диска опредѣляется формулой

$$C = \frac{2r}{\pi}$$

и равна поэтому

$$\frac{2.20}{3,1416} = 12,7 \text{ или } \frac{12,7}{900000} = 0,000014 \text{ микрофарады.}$$

Противопоставивъ такому диску, конаксіально и параллельно съ нимъ, другой такой же дискъ, сообщенный съ землею, мы получаемъ для емкости перваго выраженіе (§ 201)

$$C = \frac{r^2 L}{4\delta}$$

Если дискъ раздѣляетъ воздухъ, то $L = 1$ (діэлектрическая постоянная воздуха). Положимъ, далѣе, что диски сближены на разстояніе $\delta = 1$ сантиметру; тогда емкость

$$C_1 = \frac{20^2.1}{4.1} = 100, \text{ или } \frac{100}{900000} = 0,000111 \text{ микрофарады.}$$

Отсюда

$$\frac{C_1}{C} = \frac{0,000111}{0,000014} = 8.$$

Итакъ, сгустительная способность нашего конденсатора равна 8; т. е., противопоставивъ на разстояніи одного сантиметра диску a такой же соединенный съ землею дискъ b, мы увеличили емкость диска a въ 8 разъ.

240. Приводимъ формулы абсолютныхъ емкостей нѣкоторыхъ геометрически правильныхъ тѣлъ, т. е. формулы, опредѣляющія такія емкости, которыми обладаютъ эти тѣла, будучи удалены отъ всякихъ другихъ предметовъ, въ томъ числѣ и отъ поверхности земли (§ 151).

241. 1) Емкость *шара* въ электростатическихъ единицахъ равна длинѣ радіуса его въ сантиметрахъ:

$$C = r.$$

Раздѣливъ полученное для C число на 900000, опредѣляемъ ту же емкость въ микрофарадахъ.

Напримѣръ: радіусъ шара = 45 сантиметрамъ. Слѣдовательно емкость его равна 45 электростатическимъ единицамъ или $\frac{45}{900000} = 0{,}00005$ микрофарады.

242. 2) Емкость цилиндра, длина коего весьма значительна сравнительно съ его радіусомъ, опредѣляется формулой:

$$C = \frac{h}{2 \log. \text{nat.} \frac{h}{r}}$$

гдѣ h — длина цилиндра, а r — радіусъ его.

Если всѣ измѣренія сдѣланы въ сантиметрахъ, то емкость получается въ электростатическихъ единицахъ. Раздѣливъ полученное число на 900000, получимъ емкость въ микрофарадахъ.

По этой формулѣ вычисляется емкость прямолинейной *проволоки*, удаленной на значительное разстояніе отъ поверхности земли.

3) Емкость настоящаго цилиндра опредѣляется эмпирической формулой:

$$C = \frac{2r}{\pi} + \frac{h}{2 \log. \text{nat.} \left(4 + \frac{h}{r}\right)}$$

Напримѣръ: емкость цилиндра, длина коего = 40, а радіусъ = 5 сантиметрамъ,

$$C = \frac{2.5}{3{,}1416} + \frac{40}{2 \log. \text{nat.} \left(4 + \frac{40}{5}\right)} = 3{,}1839 + 8{,}0486 = 11{,}2325$$

электростатическихъ единицъ, или $= \frac{11{,}2325}{900000} = 0{,}0000125$ микрофарады.

243. 4) Емкость тонкаго (менѣе 0,1 сантиметра толщины) диска опредѣляется формулой

$C = \frac{2r}{\pi}$ электростатическихъ единицъ или $\frac{2r}{\pi . 900000}$ микрофарады.

244. Вліяніе *формы* тѣла на емкость его (§ 170) иллюстрируется слѣдующимъ примѣромъ:

Имѣемъ шаръ и прямолинейную проволоку. Площадь поверхности каждаго изъ нихъ равна 62,895 квадратнымъ сантиметрамъ. Радіусъ шара $r = 2{,}236$ Ctm. Радіусъ поперечнаго сѣченія проволоки $r_1 = 0{,}1$ Ctm., а длина ея $h = 100$ Ctm. Отсюда емкость шара

$$C = r = 2{,}236 \text{ электростатическихъ единицъ.}$$

Емкость цилиндра

$$C = \frac{h}{2 \log. \text{nat.} \frac{h}{r_1}} = \frac{100}{2 \log. \text{nat.} \frac{100}{0{,}1}} = \frac{100}{2 \log. \text{nat.} 1000} = \frac{100}{2.6{,}9078} =$$

$$= 7{,}238 \text{ электростатическихъ единицъ.}$$

Слѣдовательно, при равной площади поверхности, емкость проволоки относится къ емкости шара, какъ 100 : 31, т. е. первая превосходитъ вторую приблизительно въ 3 раза.

245. Ознакомившись съ теоріей индукціи и конденсаціи, мы считаемъ не лишнимъ сказать еще нѣсколько словъ объ отношеніи наэлектризованныхъ тѣлъ къ окружающимъ предметамъ.

Должно помнить, что всякое заряженное тѣло представляетъ собою какъ бы одну изъ обкладокъ конденсатора. Въ самомъ дѣлѣ, невозможно при обыкновенныхъ условіяхъ поставить заряженное тѣло внѣ вліянія окружающихъ предметовъ. Если наэлектризовать какое либо тѣло, подвѣшенное на шелковинкѣ даже среди пустой комнаты, то на распредѣленіе заряда на поверхности этого тѣла все же будутъ вліять стѣны, полъ и потолокъ комнаты, на которыхъ заряженное тѣло будетъ индуктировать зарядъ противоположнаго электричества (одноименное будетъ уходить въ землю). Отсюда ясно, что стѣны, полъ и потолокъ составятъ соединенную съ землею конденсирующую часть, а заряженное тѣло — коллекторъ огромнаго конденсатора, діэлектрикомъ коего является воздухъ комнаты. Наконецъ и тѣло самого экспериментатора, по отношенію къ разсматриваемому наэлектризованному тѣлу, играетъ ту же роль конденсирующей поверхности.

246. Въ предшествующихъ параграфахъ мы уже много-

кратно говорили, что при соединеніи одного изъ полюсовъ гальваническаго элемента съ землею, потенціалъ этого полюса становится равенъ нулю, потенціалъ же противоположнаго полюса — удвоивается. Разсмотримъ теперь подробнѣе зависимость абсолютныхъ потенціаловъ полюсовъ отъ различныхъ причинъ.

Величина электровозбудительной силы измѣряется тою разностью потенціаловъ, которую она поддерживаетъ на полюсахъ элемента (§ 163). Такъ какъ, вслѣдствіе дѣйствія электровозбудительной силы, полюсы элемента получаютъ равныя количества (+) и (—) электричествъ, то, въ случаѣ равной емкости обоихъ полюсовъ [1]), и потенціалы ихъ окажутся численно равными. Въ предыдущихъ параграфахъ (§§ 222, 224), для облегченія пониманія приводимыхъ тамъ опытовъ, мы говорили, что потенціалы полюсовъ элемента численно между собою равны, имѣя въ виду именно такой случай. Въ дѣйствительности же, емкости полюсовъ элемента никогда не бываютъ одинаковы, а потому и потенціалы ихъ (въ разомкнутомъ элементѣ) не могутъ быть равны. Само собою понятно, что изъ двухъ полюсовъ, получающихъ равные заряды противоположныхъ знаковъ, тотъ получаетъ численно большій потенціалъ, емкость котораго меньше.

Такимъ образомъ, *абсолютная величина потенціала* каждаго полюса измѣняется съ увеличеніемъ или уменьшеніемъ емкости полюса. *Разность* же *потенціаловъ* полюсовъ элемента, не смотря на измѣненія абсолютной величины потенціаловъ ихъ, какъ мы знаемъ, остается *постоянною*. Изъ этого мы въ правѣ заключить, что электровозбудительная сила разлагаетъ нейтральное электричество до тѣхъ поръ, пока оба полюса элемента не получатъ потенціаловъ, разность которыхъ соотвѣтствовала бы электровозбудительной силѣ элемента.

Положимъ, что емкость каждаго полюса даннаго элемента = 3 единицамъ, количество же электричества, заряжающаго по-

---

1) Опредѣленіе понятія «полюсы элемента» см. въ примѣчаніи къ § 58.

люсъ $=1,2$ единицы. Слѣдовательно потенціалъ каждаго полюса равенъ

$$\frac{1,2}{3}=0,4$$

разность же потенціаловъ полюсовъ, характеризующая электровозбудительную силу элемента, равна

$$+0,4-(-0,4)=0,8.$$

Если емкость положительнаго полюса увеличить, напр., вчетверо и если этотъ полюсъ не получитъ новаго заряда, то и потенціалъ его упадетъ вчетверо:

$$\frac{1,2}{3.4}=0,1.$$

Въ то же время уменьшится и разность потенціаловъ обоихъ полюсовъ, которая теперь равна

$$+0,1-(-0,4)=0,5.$$

На самомъ же дѣлѣ электровозбудительная сила, имѣя задачей поддерживать у полюсовъ свойственную ей разность потенціаловъ, разложитъ новое количество нейтральнаго электричества, притомъ такое, какое необходимо, чтобы разность потенціаловъ полюсовъ осталась прежней ($=0,8$).

Зная, что емкость ($-$) полюса $=3$ единицамъ, а ($+$) полюса $=6$ единицамъ, что каждый полюсъ уже имѣетъ по $1,2$ единицы количества электричества, и означая черезъ x то новое количество электричества, которое долженъ получить каждый полюсъ, мы можемъ составить слѣдующее уравненіе:

$$\frac{1,2+x}{12}-\left(-\frac{1,2+x}{3}\right)=0,8$$

или

$$1,2+x+4,8+4x=0,8.12$$

$$5x=9,6-6,0$$

откуда

$$x = \frac{3,6}{5} = 0,72.$$

Итакъ, электровозбудительная сила, чтобы поддержать разность потенціаловъ полюсовъ на прежней высотѣ, сообщитъ каждому изъ нихъ еще по 0,72 единицы количества электричества соотвѣтственнаго знака, вслѣдствіе чего потенціалы полюсовъ будутъ:

потенціалъ положительнаго полюса $= \frac{1,2 + 0,72}{12} = \frac{1,92}{12} = 0,16$

» отрицательнаго » $= \frac{1,2 + 0,72}{3} = \frac{1,92}{3} = 0,64.$

Такимъ образомъ абсолютные потенціалы полюсовъ различны, разность же потенціаловъ осталась прежнею:

$$+ 0,16 - (- 0,64) = 0,8.$$

247. Если соединить проводникомъ одинъ изъ полюсовъ (напр. положительный) этого элемента съ землею, то все электричество съ этого полюса уйдетъ въ землю; емкость полюса будетъ безконечно велика, а потенціалъ равенъ нулю. И въ этомъ случаѣ электровозбудительная сила тотчасъ же разложитъ новое количество нейтральнаго электричества, такое, какое необходимо, чтобы разность потенціаловъ полюсовъ осталась прежней (=0,8). Очевидно, что для этого абсолютный потенціалъ свободнаго (отрицательнаго) полюса долженъ повыситься до 0,8, для чего этотъ полюсъ долженъ получить нѣкоторое новое количество электричества x'.

Разсуждая, какъ выше, имѣемъ:

$$\frac{1,92 + x'}{3} - 0 = 0,8$$

или

$$1,92 + x' - 0 = 2,4$$

откуда

$$x' = 2,4 - 1,92 = 0,48.$$

Слѣдовательно, свободный полюсъ получитъ 0,48 количества электричества соотвѣтствующаго знака и такое же количество электричества противоположнаго знака съ полюса, соединеннаго съ землею, уйдетъ въ послѣднюю, причемъ потенціалъ этого полюса останется равенъ нулю.

Если мы говоримъ, что при соединеніи одного изъ полюсовъ элемента съ землею, потенціалъ другаго удвоивается, то мы выражаемся не точно. Слѣдовало бы говорить, что свободный полюсъ получаетъ потенціалъ, равный разности потенціаловъ обоихъ полюсовъ.

Итакъ, всякая *электровозбудительная сила производитъ на полюсахъ разомкнутаго элемента свойственную ей опредѣленную разность потенціаловъ, которая сохраняется при всѣхъ условіяхъ.*

248. Если коллекторы двухъ конденсаторовъ равной емкости соединить одновременно — одинъ съ однимъ полюсомъ элемента, другой — съ другимъ, конденсирующія же обложки соединить съ землею, то оба коллектора зарядятся до одного и того же потенціала (§ 232). Изъ этого однако не слѣдуетъ, что и потенціалы самихъ полюсовъ, до соединенія съ конденсаторами, были численно равны другъ другу. Они могутъ быть совершенно различны, и тѣмъ не менѣе конденсаторы зарядятся до одинаковыхъ потенціаловъ. Это объясняется тѣмъ, что по соединеніи полюсовъ элемента съ коллекторами, емкость которыхъ относительно очень велика, ничтожная емкость самихъ полюсовъ уже не оказываетъ никакого вліянія на потенціалъ заряжаемыхъ коллекторовъ. Напротивъ, соединяя одновременно полюсы элемента съ коллекторами неодинаковой емкости, мы увидимъ, что послѣдніе зарядятся до разныхъ потенціаловъ: коллекторъ большей емкости зарядится до меньшаго потенціала, и наоборотъ. Во всѣхъ случаяхъ, однако, разность потенціаловъ обоихъ коллекторовъ будетъ равна разности потенціаловъ полюсовъ самаго элемента.

VI. Электрофоръ.

249. Разсмотримъ теперь теорію и устройство аппарата, основаннаго на законахъ электростатической индукціи и извѣстнаго подъ названіемъ *электрофора*.

Если до наэлектризованнаго изолированнаго проводника коснуться другимъ проводникомъ, сообщеннымъ съ землею, то все электричество перваго перейдетъ чрезъ посредство втораго въ землю. Напротивъ, если до наэлектризованнаго непроводника (напр. эбонита, смолы, стекла и т. п.) коснуться проводникомъ соединеннымъ съ землею, то непроводникъ теряетъ электричество только въ точкахъ непосредственнаго соприкосновенія съ проводникомъ. Это происходитъ оттого, что передвиженіе электричества свободно совершается на поверхности и въ массѣ проводника и ничтожно на поверхности и въ массѣ изолятора. Вслѣдствіе послѣдняго обстоятельства различныя части поверхности изолятора могутъ быть даже наэлектризованы противоположно, что еще не ведетъ къ быстрой нейтрализаціи этихъ зарядовъ.

250. Отчасти на описанномъ свойствѣ изоляторовъ, отчасти на законахъ индукціи и конденсаціи, основано устройство вышеупомянутой простой, но весьма удобной электрической машины — электрофора.

Электрофоръ состоитъ изъ круглой пластинки A (рис. 24), приготовленной изъ смолы или, лучше, изъ эбонита, и изъ металлическаго диска B, накладываемаго на эту пластинку при посредствѣ изолирующей рукоятки или шелковыхъ шнурковъ C (на рисункѣ аппаратъ представленъ въ вертикальномъ разрѣзѣ). Эбонитовую пластинку кладутъ на столъ и верхнюю поверхность ея электризуютъ ударами или треніемъ кошачимъ или лисьимъ мѣхомъ, причемъ поверхность эта сильно наэлектризовывается отрицательно. Если теперь на нее опустить металлическій дискъ [1]), то

---

1) Обыкновенно дискъ дѣлаютъ изъ дерева и лишь оклеиваютъ его со всѣхъ сторонъ оловянной фольгой.

послѣдній не отнимаетъ электричества отъ эбонита, а электризуется чрезъ индукцію, причемъ діэлектрикомъ служитъ тончайшій слой воздуха, остающійся между соприкасающимися поверхностями эбонита и металла. Тогда происходитъ распредѣленіе электричествъ, изображенное на рисункѣ:

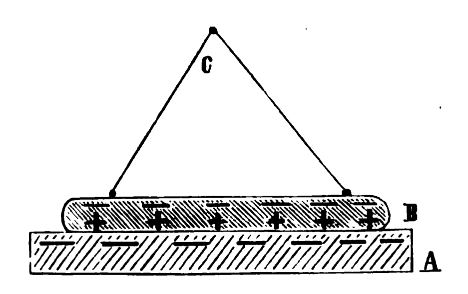


Рис. 24.

Если поднять дискъ B, то противоположныя электричества обѣихъ его поверхностей вновь соединятся и окажется, что дискъ заряженъ лишь ничтожнымъ количествомъ отрицательнаго электричества, перешедшаго на него непосредственно съ эбонита. Совершенно иное происходитъ въ томъ случаѣ, если, прежде чѣмъ поднять дискъ, коснуться до поверхности его пальцемъ. Прикасаясь пальцемъ, мы слышимъ легкій трескъ и ощущаемъ слабый уколъ отъ электрическаго разряда верхней поверхности диска, причемъ находящееся тамъ индуктированное электричество втораго рода (—) оставляетъ дискъ, тогда какъ на нижней, обращенной къ эбониту, поверхности его по прежнему остается связанное электричество перваго рода (+). Если теперь поднять дискъ, то зарядъ этотъ мгновенно распространится по всей его поверхности. Приблизивъ руку къ диску, мы получаемъ отъ него сильную искру.

251. Такъ какъ эбонитъ при соприкосновеніи съ дискомъ почти совершенно не теряетъ своего заряда, то, при новомъ накладываніи разряженнаго металлическаго диска, послѣдній вновь электризуется чрезъ индукцію и т. д.. Такимъ образомъ изъ диска можно извлекать большое число искръ.

Наложивъ металлическій дискъ на наэлектризованный эбонитъ, можно предоставить аппаратъ самому себѣ, причемъ онъ, въ сухомъ воздухѣ, въ теченіе нѣсколькихъ мѣсяцевъ не теряетъ еще вполнѣ своего заряда. Это объясняется тѣмъ, что оба электричества находятся въ электрофорѣ въ связанномъ состояніи и одно изъ нихъ (индуктирующее) помимо того распредѣлено на поверхности весьма дурно проводящаго тѣла. Точно также и лейденская банка долго сохраняетъ свой зарядъ. Однако, въ послѣднемъ случаѣ втораго преимущества электрофора не имѣется и потому зарядъ лейденской банки не такъ упорно удерживается.

252. Сила заряда электрофора имѣетъ свой предѣлъ. Если наэлектризовать эбонитъ сильнѣе извѣстной степени, то тончайшій слой воздуха между эбонитомъ и металлическимъ дискомъ уже не представляетъ достаточнаго сопротивленія соединенію противоположныхъ связанныхъ электричествъ: часть послѣднихъ взаимно нейтрализуется, оставшееся же на эбонитѣ количество электричества упорно удерживается имъ и продолжаетъ индуктировать въ дискѣ зарядъ противоположнаго знака.

Такимъ образомъ, металлическій дискъ электрофора можетъ быть наэлектризованъ только до опредѣленнаго максимальнаго потенціала и давать искры лишь опредѣленной максимальной длины. Толщина и яркость этихъ искръ зависитъ отъ количества электричества, протекающаго въ искровомъ зарядѣ, длина же ихъ — отъ потенціала диска (см. главу объ искровомъ разрядѣ). Поэтому, изъ двухъ электрофорныхъ дисковъ, заряженныхъ до одного и того же потенціала, бо̀льшій даетъ болѣе яркія и широкія искры, такъ какъ обладаетъ большею емкостью. Прежде устраивали электрофоры весьма большихъ размѣровъ, чего теперь не дѣлаютъ, предпочитая имъ новѣйшія электрофорныя машины Гольца, Теплера и др.. Тѣмъ не менѣе электрофоръ и до сихъ поръ не вышелъ изъ употребленія и представляетъ собою во многихъ случаяхъ весьма удобный аппаратъ. О практическомъ устройствѣ этого прибора будетъ сказано нѣсколько словъ въ спеціальной части.

VII. Законъ Кулона.

253. *Сила взаимнаго притяженія двухъ разноименныхъ электрическихъ зарядовъ или сила взаимнаго отталкиванія двухъ одноименныхъ — прямо пропорціональна произведенію количествъ электричествъ въ обоихъ зарядахъ и обратно пропорціональна квадрату разстоянія между ними* (законъ Кулона).

При этомъ предполагается, что заряды сконцентрированы въ двухъ *точкахъ*, находящихся на томъ или иномъ разстояніи другъ отъ друга.

Если количества электричествъ въ двухъ точкахъ означить черезъ Q и Q_1, разстояніе между ними черезъ l, то сила взаимодѣйствія ихъ

$$f = \frac{Q \cdot Q_1}{l^2}$$

или, когда количества электричествъ въ обѣихъ точкахъ равны, то

$$f = \frac{Q^2}{l^2}$$

Если въ каждой точкѣ находится по электростатической единицѣ количества электричества [1]), а разстояніе между точками равно единицѣ длины (т. е. одному сантиметру), то и сила взаимодѣйствія этихъ зарядовъ равна единицѣ $\left(\frac{1 . 1}{1^2} = 1\right)$, т. е. одному дину (см. § 257). Если, оставивъ прежнее разстояніе между разсматриваемыми зарядами, увеличить количество электричества одного изъ нихъ, напр. въ 2 раза, а другаго — въ 3 раза, то сила взаимодѣйствія увеличится въ 6 разъ (2 . 3). Напротивъ, если, не измѣняя величины зарядовъ, увеличить разстояніе между ними, напр. въ 3 раза, то сила взаимодѣйствія уменьшится въ 9 разъ ($3^2 = 9$) и т. д..

---

1) Электростатическая единица количества электричества $= \frac{1}{3000}$ микрокулона.

254. Такъ какъ въ дѣйствительности мы имѣемъ дѣло не съ *точками*, а съ наэлектризованными *тѣлами*, имѣющими объемъ и форму, то разсмотримъ, какъ прилагается законъ Кулона къ *зарядамъ, расположеннымъ на поверхности тѣлъ.*

Представимъ себѣ два наэлектризованные шара, находящіеся на такомъ разстояніи другъ отъ друга, что заряды ихъ другъ на друга не дѣйствуютъ и располагаются на каждомъ шарѣ равномѣрнымъ слоемъ (§ 115). При сближеніи шаровъ, каждая частица электричества на поверхности одного будетъ дѣйствовать на всѣ электрическія частицы на поверхности другаго и притомъ съ различною силой, въ зависимости отъ разстоянія между частицами.

Если бы при сближеніи шаровъ распредѣленіе электричествъ на поверхности ихъ оставалось, по прежнему, равномѣрнымъ, то *«центры тяжести зарядовъ»* обоихъ шаровъ совпадали бы съ геометрическими центрами послѣднихъ, и мы могли бы разсматривать взаимодѣйствіе обоихъ зарядовъ такъ, какъ если бы заряды были сконцентрированы въ центрахъ шаровъ [1]). На самомъ же дѣлѣ, при сближеніи шаровъ, заряды ихъ взаимно притягиваются или отталкиваются, вслѣдствіе чего происходитъ перемѣщеніе центровъ тяжести зарядовъ. Такимъ образомъ разстояніе между означенными центрами по мѣрѣ сближенія шаровъ уменьшается или увеличивается.

Если поэтому, при вычисленіи силы взаимодѣйствія зарядовъ двухъ шаровъ, разстояніе между центрами послѣднихъ принимать за разстояніе между центрами тяжести зарядовъ, то тѣмъ самымъ въ вычисленіе вносится нѣкоторая ошибка. Ошибка эта будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ больше разстояніе между центрами шаровъ и чѣмъ меньше радіусы ихъ. Лишь въ томъ случаѣ, когда разстояніе между центрами шаровъ остается очень значи-

---

1) Очевидно, что центръ тяжести каждаго заряда есть точка приложенія равнодѣйствующей всѣхъ силъ его, дѣйствующихъ на электрическія частицы другаго заряда.

тельнымъ сравнительно съ радіусомъ ихъ, можно вполнѣ игнорировать незначительное перемѣщеніе центровъ тяжести зарядовъ при сближеніи шаровъ и принимать разстояніе между центрами послѣднихъ за разстояніе между центрами тяжести зарядовъ.

Во всякомъ случаѣ непозволительно говорить, что «сила притяженія или отталкиванія двухъ *наэлектризованныхъ тѣлъ* обратно пропорціональна квадрату *разстоянія между ними*». Разстояніе между тѣлами не опредѣляетъ ничего — значеніе имѣетъ только разстояніе между центрами тяжести зарядовъ тѣлъ. Такимъ образомъ, два шара радіусомъ въ 1 сантиметръ, находясь на разстояніи 98 сантиметровъ, отталкиваются съ тою же силою, какъ и два шара радіусомъ въ 10 сантиметровъ, находящіеся на разстояніи 80 сантиметровъ, предполагая, что тѣ и другіе шары заряжены одними и тѣми же количествами одноименныхъ электричествъ.

Очевидно, что если мы имѣемъ дѣло не съ шарами, на поверхности коихъ электричество расположено равномѣрнымъ слоемъ, а съ тѣлами иной формы, то центры тяжести зарядовъ вообще не будутъ совпадать съ геометрическими центрами или съ центрами тяжести массъ такихъ тѣлъ. Такъ напр., центръ тяжести заряда овоида очевидно лежитъ ближе къ вершинѣ его, тогда какъ центръ тяжести массы овоида лежитъ ближе къ его основанію (см. рис. 13). Въ подобныхъ случаяхъ невозможно опредѣлить теоретически центръ тяжести заряда тѣла, а потому невозможно предвидѣть и силу взаимодѣйствія заряженныхъ тѣлъ.

255. Сила взаимодѣйствія зарядовъ двухъ тѣлъ зависитъ только отъ величины этихъ зарядовъ и отъ разстоянія между центрами ихъ тяжести, но не отъ объема и вѣса самихъ тѣлъ. Будутъ ли наэлектризованныя тѣла слѣдовать силѣ притяженія или отталкиванія зарядовъ ихъ, это зависитъ, конечно, отъ того, достаточна ли такая сила для того, чтобы преодолѣть силу притяженія тѣлъ землею, другими словами — преодолѣть вѣсъ тѣлъ. Такъ напр., для того, чтобы обнаружить притяженіе или оттал-

киваніе между двумя бузинными шариками, подвѣшенными на шелковинкахъ на разстояніи сантиметра другъ отъ друга, достаточно сообщить имъ минимальныя количества электричества (напр., 0,001 микрокулона); напротивъ, необходимо сообщить относительно значительныя количества электричества тѣламъ болѣе тяжелымъ для того, чтобы сколько нибудь замѣтно обнаружить силу взаимодѣйствія ихъ зарядовъ.

256. Всякому извѣстно, что сургучъ или эбонитъ, наэлектризованные треніемъ о шерсть, притягиваютъ легкія ненаэлектризованныя тѣла, напр., кусочки бумаги, соломенки и т. п.. Это объясняется появленіемъ индуктированнаго электричества 1-го рода на поверхности притягиваемыхъ тѣлъ. Если эти тѣла помѣщаются на сообщенномъ съ землею проводникѣ, то индуктированное электричество 2-го рода уходитъ съ нихъ въ землю и не препятствуетъ силѣ притяженія со стороны индуктирующаго заряда. Но и въ томъ случаѣ, если притягиваемыя тѣла находятся на поверхности изолятора, они все же притянутся наэлектризованнымъ тѣломъ, такъ какъ индуктированное электричество 1-го рода находится отъ индуктирующаго заряда на меньшемъ разстояніи, чѣмъ индуктированное электричество 2-го рода и потому сила притяженія разноименныхъ зарядовъ превосходитъ силу отталкиванія одноименныхъ. Предметы, притянутые заряженнымъ тѣломъ, коснувшись послѣдняго, получаютъ одноименный съ нимъ зарядъ и потому теперь отталкнутся имъ.

VIII. Электрическая потенціальная энергія.

257. Два наэлектризованныя тѣла взаимно притягиваются или отталкиваются и, слѣдовательно, *производятъ нѣкоторую работу*. Для того, чтобы составить себѣ понятіе объ *единицѣ работы*, необходимо имѣть представленіе объ *единицѣ силы*. Въ главѣ объ абсолютныхъ единицахъ будетъ говорено подробно объ этихъ величинахъ, здѣсь же мы позволимъ себѣ характеризовать ихъ нѣсколькими словами.

Абсолютною единицей измѣренія *силы* служитъ т. н. *динъ*. Нѣкоторое понятіе объ этой величинѣ можно себѣ составить, зная, что масса одного грамма притягивается землею съ силою 981 дина. Слѣдовательно, одинъ динъ равенъ той силѣ притяженія, которую земля оказываетъ на массу въ 981 разъ меньшую одного грамма, т. е. одинъ динъ равенъ силѣ притяженія $\frac{1}{981}$ = 0,00102 грамма или 1,02 миллиграмма.

Работа измѣряется произведеніемъ силы f на то разстояніе l, на которомъ сила эта преодолѣвается. Такимъ образомъ

$$\text{работа} = fl.$$

Абсолютною единицей измѣренія *работы* служитъ т. н. *эргъ*.

Эргъ = 1 дину × 1 сантиметръ,

т. е. эргъ есть работа, совершаемая однимъ диномъ, перемѣщающимъ точку приложенія силы на одинъ сантиметръ по направленію своего дѣйствія. Такъ напр., работа въ одинъ эргъ затрачивается при подъемѣ груза въ 1,02 миллиграмма на высоту однаго сантиметра по вертикальному направленію. Совершается ли эта работа быстро или медленно — величина ея отъ этого не измѣняется.

258. Представимъ себѣ, что какому либо тѣлу, находящемуся въ пространствѣ далеко отъ всякихъ другихъ тѣлъ, сообщенъ зарядъ электричества. Очевидно, что способность этого заряда произвести работу не можетъ проявиться до тѣхъ поръ, пока къ нему не приблизится какое либо другое тѣло, заряженное или незаряженное.

Способность производить ту или иную работу въ механикѣ называется вообще *«энергіей»*. Если способность эта существуетъ, но ничѣмъ не проявляется, то говорятъ о *«скрытой»* или *«потенціальной»* энергіи. Въ ученіи объ электричествѣ такая энергія называется *«электрической потенціальной энергіей»*, *«электрическимъ потенціаломъ»* или просто *«потенціаломъ»*.

Понятно, что наэлектризованное тѣло, находящееся далеко въ пространствѣ, обладаетъ именно такой «потенціальной энергіей», такимъ «потенціаломъ».

259. Мы не можемъ измѣрять энергію какъ таковую. Всякій запасъ энергіи можетъ быть опредѣленъ только по величинѣ производимой ею работы, разъ какъ энергія переходитъ въ работу. Такъ какъ потенціальная энергія тѣла затрачивается по мѣрѣ производимой ею работы, то сумма всей произведенной работы равна всей энергіи, дотолѣ скопленной въ тѣлѣ.

260. Представимъ себѣ, что нѣкоторое количество Q положительнаго электричества сообщено какому либо тѣлу A, и на безконечно маломъ разстояніи отъ этого заряда находится чрезвычайно малое и легкое тѣло B, заряженное электростатической единицей количества электричества того же знака. Если тѣло A неподвижно, а тѣло B удобоподвижно и не встрѣчаетъ сопротивленія къ движенію въ окружающей средѣ, то послѣднее оттолкнется первымъ и будетъ удаляться отъ него до тѣхъ поръ, пока не выйдетъ изъ предѣла вліянія отталкивающей силы тѣла A, т. е. иначе говоря, пока не удалится отъ него на безконечное разстояніе. При этомъ затратится нѣкоторая работа, пропорціональная количеству электричества на тѣлѣ A. Понятно, что для того, чтобы перенести единицу положительнаго электричества обратно изъ безконечности до соприкосновенія съ тѣломъ A, потребуется потратить ту же работу.

261. Поэтому, если говорятъ, что электростатическій потенціалъ въ нѣкоторой точкѣ равенъ P единицамъ, то это значитъ, что для того, чтобы перенести электростатическую единицу одноименнаго электричества изъ безконечности въ упомянутую точку, надо затратить работу равную P единицамъ, предполагая, что такому перенесенію не противопоставляется никакого сопротивленія со стороны окружающей среды и работа тратится лишь на преодолѣніе силы отталкиванія со стороны одноименнаго электричества, сосредоточеннаго въ вышеупомянутой точкѣ.

262. Неподвижное наэлектризованное тѣло можетъ оттол-

кнуть другое одноименно наэлектризованное въ безконечность только въ томъ случаѣ, если тому не препятствуютъ какія либо противодѣйствующія силы, напр. сила тренія отталкиваемаго тѣла о частицы окружающей среды, сила притяженія его землею (вѣсъ тѣла) и т. п.. Въ противномъ случаѣ, оно оттолкнется лишь на нѣкоторое разстояніе, соотвѣтствующее силѣ, развиваемой потенціальной энергіей отталкивающаго тѣла.

263. Приведемъ примѣръ измѣренія потенціала наэлектризованнаго тѣла. — Имѣемъ чрезвычайно чувствительное равноплечное коромысло вѣсовъ (рис. 25), приготовленное изъ изо-

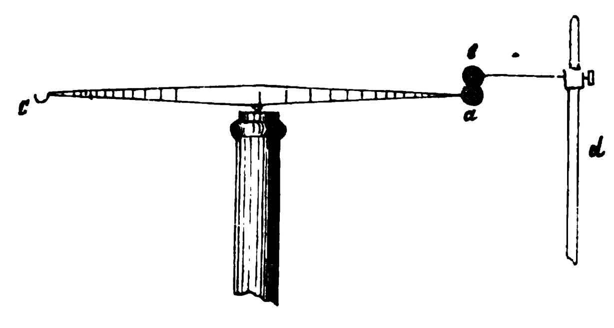


Рис. 25.

лирующаго вещества, къ одному концу котораго прикрѣпленъ легкій металлическій шарикъ *a*, радіусомъ въ 0,5 сантиметра. На другомъ концѣ коромысла находится крючекъ *c*, вполнѣ уравновѣшивающій шарикъ и служащій для привѣшиванія разновѣсокъ. Надъ шарикомъ *a* помѣщаютъ другой точно такой же металлическій шарикъ *b* такъ, чтобы онъ касался перваго. Шарикъ *b* укрѣпляется въ соотвѣтствующемъ положеніи помощью изолирующаго стержня и штатива *d*.

Если одновременно наэлектризовать оба соприкасающіеся шарика (+) или (—), то шарикъ *a* оттолкнется отъ шарика *b*, и коромысло вѣсовъ приметъ наклонное положеніе, притомъ тѣмъ въ большей степени, чѣмъ значительнѣе сила отталкиванія между шариками, resp. чѣмъ большее количество электричества сообщено имъ.

Чтобы привести коромысло вѣсовъ въ прежнее горизонтальное положеніе (до соприкосновенія шариковъ), необходимо приложить къ противоположной оконечности коромысла силу, равную той силѣ, съ которой отталкиваются шарики a и b. Навѣшивая на крючекъ c разновѣски, мы прикладываемъ къ лѣвому плечу коромысла требуемую силу и измѣряемъ ее вѣсомъ этихъ разновѣсокъ.

Положимъ, что шарики были заряжены отъ положительнаго полюса батареи въ 1500 водяныхъ элементовъ[1]), другой полюсъ которой былъ соединенъ съ землей. При этомъ шарики оттолкнулись съ нѣкоторой силой, для уравновѣшенія которой потребовалось повѣсить на крючекъ лѣваго плеча вѣсовъ грузъ въ 5,1 миллиграмма или, говоря иначе, приложить силу въ 5 динъ, такъ какъ $\frac{5,1}{1,02} = 5$. Опредѣлимъ отсюда, какое количество электричества вмѣщали шарики и какъ великъ былъ потенціалъ шарика b.

Принимая, что два наэлектризованныхъ шара дѣйствуютъ другъ на друга такимъ образомъ, какъ если бы электрическія массы были сосредоточены въ центрахъ ихъ, мы можемъ вычислить заряды шаровъ съ извѣстной приближенностью, пренебрегая ошибкой, указанной въ § 254. Такъ какъ во взятомъ нами примѣрѣ оба шара, каждый радіусомъ въ 0,5 сантиметра, находятся въ моментъ сообщенія имъ заряда въ соприкосновеніи, то это равносильно тому, что обѣ электрическія массы ихъ находятся другъ отъ друга на разстояніи одного сантиметра. Эти электрическія массы, какъ уже сказано, оттолкнулись съ силою въ 5 динъ.

264. Съ одной стороны, мы знаемъ, что *за электростатическую единицу количества электричества принимается такое, которое отталкиваетъ равное ему количество, находящееся на разстояніи одного сантиметра, съ силою одного дина*.

Съ другой стороны, намъ извѣстно, что сила отталкиванія двухъ электрическихъ массъ прямо пропорціональна произведенію

---

1) См. «батареи для заряженія электрометровъ».

ихъ и обратно пропорціональна квадрату разстоянія между ними, т. е.

$$f = \frac{Q \cdot Q_1}{l^2}$$

а при $Q = Q_1$

$$f = \frac{Q^2}{l^2}$$

Такъ какъ въ нашемъ примѣрѣ $f = 5$ динамъ, а $l = 1$ сантиметру, то подставивъ эти величины въ формулу

$$f = \frac{Q^2}{l^2} \text{ *)}$$

получимъ

$$5 = \frac{Q^2}{1^2}$$

или

$$Q^2 = 5$$

откуда

$Q = \sqrt{5} = 2{,}236$ электростатической единицы количества электричества.

Такъ какъ шарикъ, радіусомъ въ 1 сантиметръ, заряжается количествомъ электричества, равнымъ одной *электростатической единицѣ*, до *единицы электростатическаго потенціала*, то шарикъ, радіусомъ въ 0,5 Ctm., зарядится тою же единицей электричества до потенціала вдвое большаго, а 2,236 единицы зарядятъ его до потенціала равнаго 2 . 2,236 = 4,472. Таковъ, слѣдовательно, былъ потенціалъ шарика b.

265. Въ заключеніе замѣтимъ, что электростатическая единица потенціала въ 300 разъ больше той электротехнической единицы потенціала — *вольтъ*, съ которой мы до сихъ поръ имѣли дѣло. Поэтому, желая знать величину потенціала въ электро-

---

*) Электрическія массы на обоихъ шарикахъ, очевидно, равны, ибо соприкасающіеся шарики одинаково велики.

техническомъ измѣреніи, мы должны найденную величину электростатическаго потенціала помножить на 300. Такимъ образомъ мы находимъ, что шарикъ *b* былъ заряженъ до потенціала въ

$$4{,}472 . 300 = 1341{,}6 \text{ вольта,}$$

и слѣдовательно, таковъ былъ потенціалъ полюса заряжавшей его батареи, другими словами, такова была ея электровозбудительная сила.

266. Такимъ образомъ, мы измѣрили потенціалъ полюса батареи по той силѣ отталкиванія, которую развили заряды двухъ шариковъ опредѣленной емкости, наэлектризованныхъ отъ изслѣдуемаго полюса до того потенціала, который имѣлъ этотъ полюсъ. Приборъ, служившій намъ для этого измѣренія, есть одинъ изъ видовъ *абсолютнаго электрометра.*

На практикѣ, обыкновенно, употребляются эмпирически градуированные электрометры, основанные на томъ принципѣ, что два чрезвычайно легкихъ и подвижныхъ тѣла, въ зависимости отъ силы сообщенныхъ имъ зарядовъ, взаимно отталкиваются на различныя, измѣряемыя разстоянія. Въ другихъ приборахъ этого рода одно изъ наэлектризованныхъ тѣлъ остается неподвижнымъ, другое же отталкивается отъ него на то или иное разстояніе. Для того, чтобы опредѣлить силу отталкиванія въ зависимости отъ величины заряда, оба тѣла заряжаютъ до какого либо *опредѣленнаго* потенціала или до какой либо опредѣленной разности потенціаловъ и замѣчаютъ, на какое разстояніе тѣла эти оттолкнутся. Составивъ затѣмъ изъ ряда опытовъ таблицу значенія отталкиваній для разныхъ потенціаловъ, получаемъ возможность измѣрять любой потенціалъ въ предѣлахъ свойственныхъ данному инструменту. Такимъ образомъ эмпирически градуируются: электрометры съ двумя золотыми листочками, уголъ расхожденія которыхъ можетъ быть измѣряемъ шкалой, квадрантный электрометръ Томсона, Эдельманна и другіе. При употребленіи эмпирически градуированныхъ приборовъ мы

игнорируемъ какъ емкость отталкивающихся частей, такъ и количество сообщаемаго имъ электричества. Въ самомъ дѣлѣ, заряжая отъ полюсовъ батарей электроскопъ съ двумя золотыми листочками послѣдовательно до 500, 600, 700 и т. д. вольтъ и опредѣляя при этомъ расхожденіе листочковъ на 9, 12, 15 и т. д. градусовъ, мы не интересуемся ни емкостью листковъ, ни количествомъ сообщаемаго имъ электричества, хотя на силу ихъ взаимнаго отталкиванія именно и вліяетъ величина заряда.

267. Замѣтимъ здѣсь еще, что соединивъ электрометръ, напр., съ (+) полюсомъ батареи, (—) полюсъ которой отведенъ въ землю, мы заряжаемъ электрометръ до того потенціала, который имѣетъ (+) полюсъ и такимъ образомъ дѣйствительно опредѣляемъ потенціалъ этого полюса. Это и не можетъ быть иначе, такъ какъ электровозбудительная сила батареи продуцируетъ, сообразно емкости электрометра, то или иное количество (+) электричества, необходимое для заряда электрометра до соотвѣтствующаго потенціала, причемъ равное количество (—) электричества уходитъ въ землю.

Совершенно иное получится въ томъ случаѣ, если соединить электрометръ не съ постояннымъ источникомъ электричества, а съ изолированнымъ заряженнымъ тѣломъ. Въ этомъ случаѣ часть электричества тѣла перейдетъ на электрометръ, въ результатѣ чего на тѣлѣ и на электрометрѣ установится нѣкоторый общій потенціалъ, меньшій сравнительно съ тѣмъ, до котораго первоначально было заряжено изслѣдуемое тѣло, и притомъ тѣмъ меньшій, чѣмъ значительнѣе емкость электрометра сравнительно съ емкостью измѣряемаго тѣла. Поэтому, при измѣреніи заряда тѣлъ, разобщенныхъ съ источникомъ электричества, необходимо употреблять электрометры возможно малой емкости.

268. Если перенести изъ безконечности единицу электричества непосредственно къ массѣ скопленнаго гдѣ либо одноименнаго электричества Q, то вся затраченная при этомъ работа будетъ характеризовать потенціальную энергію массы Q. Если

же перенести единицу электричества изъ безконечности не къ самой массѣ электричества Q, а лишь до какой либо точки пространства, окружающаго эту массу, то затраченная при этомъ работа характеризуетъ потенціалъ въ той точкѣ пространства, гдѣ остановилась единица электричества при передвиженіи своемъ изъ безконечности.

269. Такимъ образомъ, мы говоримъ о потенціалѣ въ данной точкѣ пространства, хотя въ этой точкѣ и нѣтъ электрическаго заряда. Подобнымъ же образомъ, вообще, всякое тѣло окружено въ пространствѣ поверхностями, имѣющими различные опредѣленные потенціалы. Потенціалы этихъ поверхностей постепенно уменьшаются вмѣстѣ съ удаленіемъ ихъ отъ наэлектризованнаго тѣла, такъ что безконечно удаленная поверхность имѣетъ безконечно малый потенціалъ.

Поверхность, концентрически окружающая шаръ, во всѣхъ своихъ точкахъ имѣетъ одинъ и тотъ же потенціалъ и называется поэтому *эквипотенціальной поверхностью* или *поверхностью уровня*[1]).

270. Пространство, окружающее наэлектризованное тѣло, называется *электрическимъ полемъ*. Электрическое поле, окружающее шаръ, состоитъ изъ безконечнаго числа концентрическихъ эквипотенціальныхъ поверхностей, причемъ разность потенціаловъ двухъ смежныхъ поверхностей, понятно, безконечно мала.

271. Разсмотримъ относящійся сюда примѣръ:

Имѣемъ шаръ A, радіусъ котораго равенъ 6 сантиметрамъ. Шаръ заряженъ 36 электростатическими единицами количества электричества. Опредѣлимъ длину радіусовъ концентрическихъ эквипотенціальныхъ поверхностей, соотвѣтствующихъ потенціаламъ въ 6, 5, 4, 3, 2 и 1 единицъ.

---

1) Точно также, поверхность всякаго наэлектризованнаго проводника есть поверхность уровня, ибо всѣ точки такой поверхности имѣютъ одинъ и тотъ же потенціалъ.

Электрическій зарядъ шара дѣйствуетъ въ даль такъ, какъ если бы онъ былъ сконцентрированъ въ центрѣ шара (см. § 254). Во всякой точкѣ поверхности шара, въ центрѣ котораго мы представляемъ себѣ сосредоточеннымъ электрическій зарядъ, потенціалъ P равенъ массѣ этого заряда Q, дѣленной на длину радіуса r шара:

$$P = \frac{Q}{r}$$

То же относится и къ потенціаламъ концентрическихъ эквипотенціальныхъ поверхностей.

Измѣряя массу заряда электростатическими единицами количества электричества, а длину радіуса — сантиметрами, мы получимъ искомый потенціалъ въ электростатическихъ единицахъ.

Такимъ образомъ потенціалъ поверхности нашего шара

$$P = \frac{36}{6} = 6 \text{ электростатическимъ единицамъ.}$$

Радіусы искомыхъ эквипотенціальныхъ поверхностей мы находимъ по формулѣ:

$$r = \frac{Q}{P}$$

Таким образомъ, радіусъ эквипотенціальной поверхности, потенціалъ которой

$$5 \text{ единицъ} = r = \frac{36}{5} = 7{,}2 \text{ сантиметра.}$$

$$4 \quad » \quad = r_1 = \frac{36}{4} = 9 \quad »$$

$$3 \quad » \quad = r_2 = \frac{36}{3} = 12 \quad »$$

$$2 \quad » \quad = r_3 = \frac{36}{2} = 18 \quad »$$

$$1 \quad » \quad = r_4 = \frac{36}{1} = 36 \quad »$$

Слѣдующій рисунокъ представляетъ шаръ и окружающія

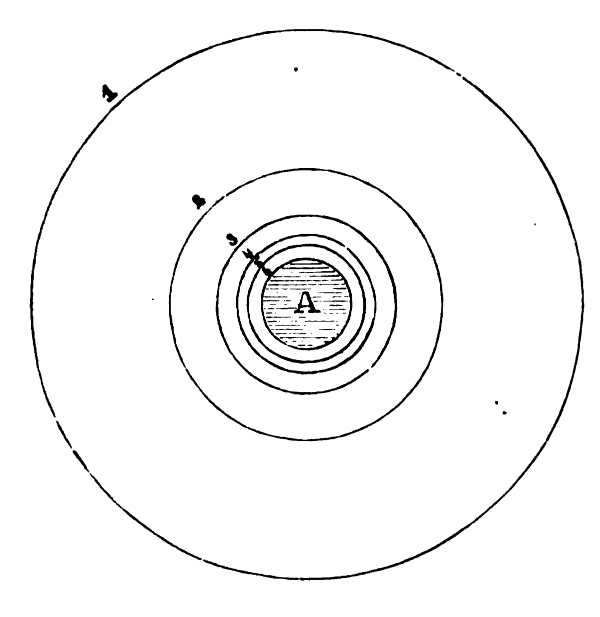


Рис. 26.

его концентрическія эквипотенціальныя поверхности — въ разрѣзѣ и въ $^{1}/_{10}$ найденныхъ размѣровъ.

272. Разность потенціаловъ двухъ эквипотенціальныхъ поверхностей характеризуется работой, затрачиваемой при перенесеніи единицы электричества отъ одной поверхности къ другой. Если при этомъ затрачивается единица работы, то разность потенціаловъ двухъ поверхностей равна единицѣ электростатическаго потенціала. Для передвиженія единицы количества электричества по поверхности уровня не требуется никакой затраты работы, такъ какъ потенціалъ во всѣхъ точкахъ такой поверхности одинъ и тотъ же.

273. *Потенціалъ внутри полаго или массивнаго наэлектризованнаго проводника всюду одинъ и тотъ же и притомъ равенъ потенціалу самого проводника.* Въ самомъ дѣлѣ, если поверхность шара *A* (§ 271) имѣетъ потенціалъ равный 6 единицамъ, внутри шара не содержится электрическихъ массъ, а массы на

поверхности его дѣйствуютъ вдаль такъ же, какъ если бы онѣ были сосредоточены въ центрѣ шара, то очевидно, что для перенесенія единицы одноименнаго электричества изъ безконечности до центра или же до поверхности шара потребно затратить одну и ту же работу.

Если проводникъ сообщить съ землею, то потенціалъ его будетъ равенъ нулю; тогда и внутри проводника потенціалъ также будетъ равенъ нулю.

274. Окруживъ *ненаэлектризованное* тѣло сообщенною съ землею проводящею оболочкою, мы защищаемъ его отъ всякихъ внѣшнихъ электрическихъ вліяній, такъ что потенціалъ такого проводника всегда равенъ нулю. Для этого не нужно даже, чтобы оболочка была массивна: металлическая сѣтка совершенно достаточна.

Если *наэлектризованное* тѣло вполнѣ окружить сообщенною съ землею проводящею оболочкою, то все электричество его вступитъ въ связанное состояніе съ индуктированнымъ электричествомъ 1-го рода внутренней поверхности оболочки и потенціалъ тѣла также будетъ равенъ нулю. Такъ напр., золотые листочки заряженнаго электроскопа спадаются, если приборъ этотъ покрыть колпакомъ, приготовленнымъ изъ металлической сѣтки, сообщенной съ землею. По удаленіи этого колпака листочки электроскопа вновь расходятся.

275. Если представить себѣ электрическую точку находящеюся гдѣ либо въ пространствѣ, внѣ вліянія всякихъ электрическихъ зарядовъ, то дѣйствіе электрическихъ силъ этой точки во внѣшнемъ пространствѣ будетъ направлено по *прямымъ линіямъ*, радіально исходящимъ изъ нея. Эти линіи называются *силовыми линіями электрическаго поля*. Точно такое же направленіе будутъ имѣть и силовыя линіи, исходящія изъ поверхности шара, поставленнаго въ тѣ же условія, что и электрическая точка: линіи силъ въ этомъ случаѣ будутъ продолженіемъ радіусовъ шара. По направленію этихъ линій происходитъ разсѣиваніе электричества въ пространствѣ, иначе говоря, оттал-

киваніе однихъ электрическихъ частицъ другими (см. §§ 122 и 123).

Если противопоставить другъ другу два разноименно наэлектризованныхъ шара, то линіи силъ, исходящія изъ нихъ, утрачиваютъ свое прямолинейное направленіе и принимаютъ форму характерныхъ *кривыхъ*, исходящихъ изъ поверхности одного шара и оканчивающихся на поверхности другаго. Если тѣ же шары наэлектризовать одноименно, то линіи силъ будутъ также кривыя, но уже другаго направленія и не будутъ соединять поверхностей обоихъ шаровъ.

Линіи силъ имѣютъ два характерныхъ свойства: 1) направленіе ихъ всегда нормально къ эквипотенціальнымъ поверхностямъ, окружающимъ наэлектризованныя тѣла, т. е. линіи силъ пересѣкаютъ эквипотенціальныя поверхности перпендикулярно къ касательнымъ, проходя чрезъ точки прикосновенія; 2) линіи силъ никогда не пересѣкаются.

276. Электрическая точка, помѣщенная на силовой линіи, можетъ передвигаться только по этой линіи; два же вполнѣ подвижныхъ наэлектризованныхъ тѣла притягиваются и отталкиваются только въ направленіи прямой, соединяющей центры тяжести зарядовъ ихъ, т. е. въ направленіи равнодѣйствующей всѣхъ линій силъ этихъ зарядовъ.

Практическій интересъ представляютъ вполнѣ аналогичныя эквипотенціальныя поверхности, окружающія полюсы магнита и линіи силъ, исходящія изъ этихъ полюсовъ (см. главу о магнетизмѣ и помѣщенные тамъ рисунки).

IX. Потенціалъ въ динамическомъ электричествѣ.

277. Познакомимся теперь со значеніемъ потенціала въ динамическомъ электричествѣ.

При погруженіи въ растворъ слабой сѣрной кислоты двухъ пластинокъ, цинковой и мѣдной, въ мѣстахъ соприкосновенія ихъ

съ жидкостью появляется электровозбудительная сила и полюсы электродовъ такой гальванической пары получаютъ равные потенціалы (§ 246): полюсъ мѣднаго электрода — отъ заряда электричества (+), полюсъ цинковаго — отъ заряда (—). Помощью особаго прибора, т. н. квадрантнаго электрометра, мы можемъ опредѣлить разность потенціаловъ обоихъ полюсовъ.

Если мы соединимъ полюсы, одинъ съ однимъ изолированнымъ проводникомъ, другой — съ другимъ (емкостью равнымъ первому), то *проводники эти* (напр. двѣ несообщающіяся изолированныя проволоки) *получатъ потенціалы тѣхъ полюсовъ, съ которыми они соединены.* Такимъ образомъ, хотя часть электричествъ съ полюсовъ и перешла на присоединенные къ нимъ проводники, тѣмъ не менѣе потенціалы полюсовъ чрезъ это не понизились и проводники получили тѣ же потенціалы, которые ранѣе имѣли полюсы. Это объясняется тѣмъ, что въ незамкнутомъ гальваническомъ элементѣ электровозбудительная сила продолжаетъ дѣйствовать до тѣхъ поръ, пока на полюсахъ элемента и на соединенныхъ съ ними изолированныхъ тѣлахъ не установится «свойственная» данной электровозбудительной силѣ разность потенціаловъ, т. е. пока электрическое состояніе одного полюса не достигнетъ нѣкотораго потенціала, соотвѣтствующаго положительному заряду, а другаго — той же величины потенціала, соотвѣтствующаго отрицательному заряду.

278. Въ гальваническомъ элементѣ, до замкнутія цѣпи его, мы имѣемъ дѣло со статическимъ электричествомъ. Проводники, съ которыми мы соединили полюсы гальваническаго элемента, во всѣхъ точкахъ своей поверхности имѣютъ одинъ и тотъ же потенціалъ, т. е. всюду поддерживается электрическое равновѣсіе. Посмотримъ теперь, что̀ будетъ, если мы соединимъ между собою противоположные полюсы элемента, замкнемъ токъ.

Если нарушить какимъ либо образомъ равновѣсіе электричества на наэлектризованномъ проводникѣ, то въ послѣднемъ произойдетъ передвиженіе электрическихъ массъ (теченіе электриче-

ства), которое будетъ продолжаться до тѣхъ поръ, пока нарушенное равновѣсіе не возстановится. Такое теченіе произойдетъ, напр., въ томъ случаѣ, если соединить другъ съ другомъ посредствомъ проволоки проводники, имѣющіе неравные потенціалы. Если проводники были наэлектризованы разноименно, а заряды ихъ были количественно равны, то послѣдніе нейтрализуются и потенціалъ проводниковъ будетъ равенъ нулю; въ противномъ же случаѣ, избытокъ бо̀льшаго заряда распредѣлится на обоихъ проводникахъ, сообразно емкости ихъ, и потенціалы проводниковъ уравновѣсятся.

Въ томъ случаѣ, когда на обоихъ разноименно наэлектризованныхъ проводникахъ и по соединеніи ихъ проволокой *поддерживается неизмѣнная разность потенціаловъ*, электрическое равновѣсіе въ соединительной проволокѣ, очевидно, возстановиться не можетъ и теченіе электричествъ будетъ продолжаться. Взамѣнъ нейтрализующихся электрическихъ массъ съ наэлектризованныхъ проводниковъ будутъ притекать новыя массы, на одномъ проводникѣ будетъ поддерживаться нѣкоторая величина потенціала $= V_1$, на другомъ — величина $= V_2$, въ соединительной же проволокѣ *потенціалъ будетъ равномѣрно падать отъ точки до точки*, а именно отъ потенціала V_1, соотвѣтствующаго (+) электричеству, къ потенціалу V_2, соотвѣтствующему (—) электричеству.

Вслѣдствіе описанной причины и происходитъ равномѣрное теченіе разноименныхъ электричествъ въ проводникѣ, соединяющемъ полюсы гальваническаго элемента. Электровозбудительная сила поддерживаетъ потенціалы полюсовъ на неизмѣнной высотѣ; вслѣдствіе же превращенія химической энергіи въ электрическую въ замкнутомъ элементѣ непрерывно образуются новыя равныя количества противоположныхъ электричествъ. Поэтому во всей цѣпи, соединяющей полюсы гальваническаго элемента, устанавливается равномѣрное передвиженіе электричествъ и равномѣрное паденіе потенціала отъ положительнаго полюса къ отрицательному.

279. Если соединить между собою полюсы гальваническаго элемента длиннымъ проводникомъ и кромѣ того одинъ изъ полюсовъ соединить съ электрометромъ, а другой съ землей, то электрометръ укажетъ намъ нѣкоторый потенціалъ полюса. Если же соединять съ электрометромъ послѣдовательно различныя точки проводника, соединяющаго полюсы элемента, то мы увидимъ, что по мѣрѣ удаленія изслѣдуемыхъ точекъ отъ свободнаго полюса, показанія электрометра будутъ соотвѣтствовать равномѣрному паденію потенціала въ цѣпи, такъ что при соединеніи электрометра съ полюсомъ, отведеннымъ въ землю, потенціалъ послѣдняго окажется равнымъ нулю.

280. Въ случаѣ, если ни одинъ изъ полюсовъ замкнутаго элемента съ землею не соединенъ, можно при извѣстной постановкѣ опыта убѣдиться, что отклоненія стрѣлки электрометра всего сильнѣе при непосредственномъ сообщеніи инструмента съ полюсами элемента. Если отклоненіе стрѣлки электрометра вправо соотвѣтствуетъ потенціалу положительнаго электричества, а отклоненіе стрѣлки влѣво — потенціалу отрицательнаго, то мы замѣтимъ, что по мѣрѣ удаленія отъ полюсовъ отклоненія стрѣлки ослабѣваютъ. Въ точкѣ, лежащей въ равномъ разстояніи отъ обоихъ полюсовъ, точнѣе, въ точкѣ, которая раздѣляетъ проводникъ на два отрѣзка, равные по сопротивленію, показаніе электрометра равно нулю.

Въ этомъ смыслѣ и понимается паденіе потенціала вдоль цѣпи отъ положительнаго полюса къ отрицательному. Электрометръ у положительнаго полюса указываетъ на нѣкоторую положительную величину потенціала, которая уменьшается по мѣрѣ удаленія отъ полюса, становится равна нулю и затѣмъ переходитъ въ отрицательную величину потенціала, возрастающую по мѣрѣ приближенія къ отрицательному полюсу. Описанное явленіе носитъ, какъ сказано, названіе *паденія потенціала вдоль цѣпи*.

281. Въ виду того, что понятіе о «паденіи потенціала вдоль цѣпи» въ связи съ тѣмъ, что «количество проходящаго электричества во всякомъ сѣченіи

проводника одинаково», — вообще трудно усвоивается, мы позволяемъ себѣ привести слѣдующую общепринятую аналогію:

Представимъ себѣ, что резервуаръ *A* (рис. 27) сообщается у дна съ гори-

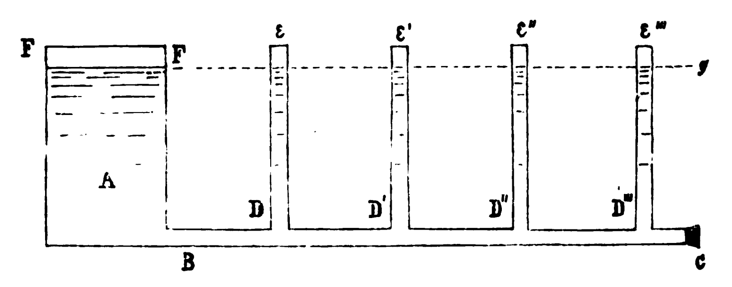


Рис. 27.

зонтальной трубкой *BC* равномѣрнаго діаметра, отъ которой подъ прямыми углами, на равныхъ разстояніяхъ отходятъ вверхъ четыре трубки: *DE*, *D'E'*, и т. д.. Отверстіе въ концѣ *C* горизонтальной трубки заткнуто пробкой, а въ сосудъ *A* налита жидкость до уровня *F*. Тогда, по извѣстному закону гидростатики, во всѣхъ сообщающихся трубкахъ (*DE*, *D'E'*...) жидкость будетъ находиться на томъ же уровнѣ *F*, выражающемся горизонтальной проэкціей *FG*. Слѣдовательно, нижній слой жидкости въ сосудѣ *A* и трубкѣ *BC* находится подъ однимъ и тѣмъ же давленіемъ.

Описанную систему резервуара *A* и сообщающейся съ нимъ трубки *BC* можно вполнѣ сравнить съ полюсомъ гальваническаго элемента и соединеннымъ съ нимъ проводникомъ *BC*, конецъ коего *C* изолированъ. Въ этомъ случаѣ потенціалъ на полюсѣ *A* и во всѣхъ мѣстахъ проводника *BC* будетъ одинаковъ. Давленіе столба жидкости въ приведенномъ примѣрѣ можно сравнить съ потенціаломъ.

Представимъ себѣ теперь, что пробка изъ *C* удалена и жидкость совершенно свободно вытекаетъ изъ отверстія (рис. 28). Въ то же время допустимъ,

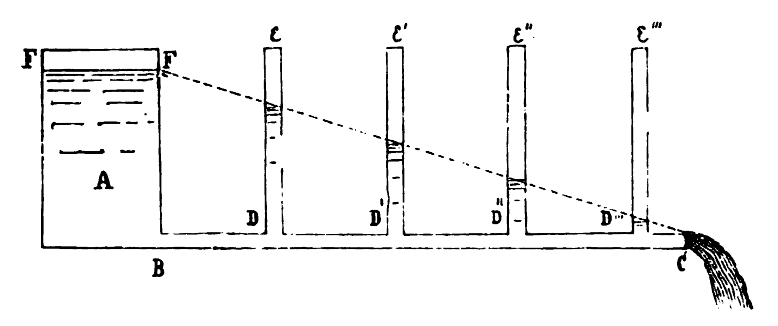


Рис. 28.

что въ сосудѣ *A* уровень жидкости поддерживается какимъ либо приспособленіемъ на неизмѣнной высотѣ *F*, т. е. что въ сосудъ *A* постоянно втекаетъ сверху столько же жидкости, сколько ея вытекаетъ изъ отверстія *C* трубки.

Въ этомъ случаѣ мы увидимъ, что уровень жидкости въ трубкахъ DE, $D'E'$... падаетъ по направленію отъ уровня жидкости въ сосудѣ A къ концу трубки BC.

Слѣдовательно, давленіе въ трубкѣ BC падаетъ по направленію отъ B къ C («паденіе напора въ трубкѣ»). Если уровень F и уровни во всѣхъ вертикальныхъ трубкахъ во время истеченія жидкости изъ C соединить линіей, то мы увидимъ, что линія эта будетъ прямая и выразитъ такимъ образомъ вполнѣ равномѣрное паденіе давленія отъ B къ C [1]).

Не трудно понять, что если при этомъ изъ отверстія C трубки BC въ единицу времени вытекаетъ нѣкоторый объемъ жидкости, то и чрезъ любую вертикальную плоскость сѣченія трубки BC въ единицу времени протекаетъ тотъ же объемъ.

282. Сказанное можетъ способствовать наглядному уразумѣнію паденія потенціала вдоль цѣпи. Если, напр., между полюсами (+) и (—) гальваническаго элемента находится проводникъ BC *равномѣрнаго сопротивленія* и величину (высоту) потенціала у (+) графически выразить перпендикуляромъ BF произвольной высоты, то величина потенціала у (—) выразится равнымъ по высотѣ перпендикуляромъ CF'. Но такъ какъ величина BF положительная, а CF' отрицательная, то первую мы изображаемъ надъ горизонталью BC, а вторую подъ нею. Если мы соединимъ точки F и F' прямой, то полученная линія FF' и будетъ выражать собою паденіе потенціала вдоль BC (см. рис. 29).

Если мы раздѣлимъ проводникъ BC на нѣкоторое число участковъ, равныхъ между собою по длинѣ, а слѣдовательно и по сопротивленію, сопротивленіе каждаго обозначимъ черезъ ω, и изъ точекъ b, c, d, o, d',... возстановимъ перпендикуляры до пересѣченія съ линій FF', то перпендикуляры эти выразятъ высоту потенціаловъ въ этихъ точкахъ.

Изъ прилагаемаго чертежа мы видимъ, что потенціалъ въ проводникѣ падаетъ равномѣрно въ направленіи отъ положительнаго полюса къ отрицательному, т. е. на каждый отрѣзокъ сопротивленія ω, потенціалъ падаетъ на одну и ту же величину h, доходитъ до нуля, и отсюда продолжаетъ падать такъ же равномѣрно, но имѣя уже отрицательный знакъ. Такъ напр., отъ

1) Предполагается, что треніе жидкости о стѣнки трубки BC ничтожно.

точки B до точки b потенціалъ падаетъ на величину h; отъ той же

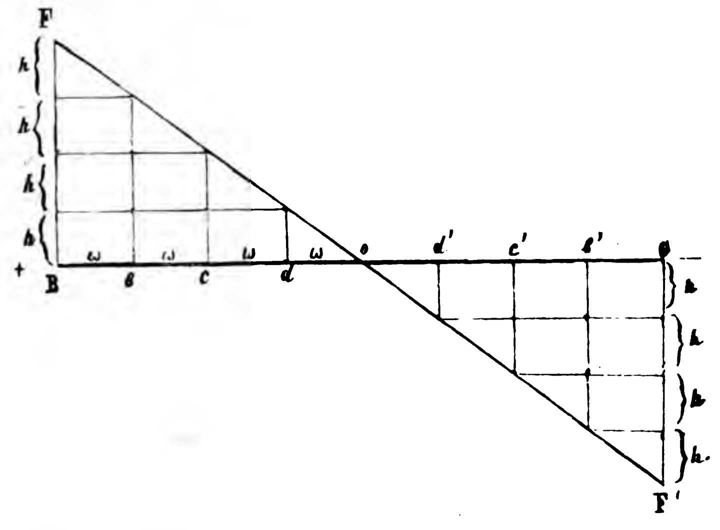


Рис. 29.

точки B до точки d сопротивленіе между которыми въ 3 раза больше, потенціалъ упадетъ на величину втрое большую, равную 3 h и т. д.

283. Итакъ, *въ замкнутой цѣпи потенціалъ падаетъ равномѣрно отъ положительнаго полюса вдоль цѣпи*, т. е. на каждую единицу сопротивленія проводника на одну и ту же величину, иначе говоря, *разность потенціаловъ между каждыми двумя точками цѣпи, равно отстоящими другъ отъ друга по сопротивленію, одна и та же.*

284. Такъ какъ потенціалъ падаетъ вдоль цѣпи равномѣрно, то понятно, что, зная разность потенціаловъ между двумя точками цѣпи и сопротивленіе между ними, зная, другими словами, на какую величину (въ вольтахъ) упалъ потенціалъ въ данномъ отрѣзкѣ проводника, мы легко можемъ опредѣлить разность потенціаловъ между двумя *любыми* точками той же цѣпи, если сопротивленіе между этими точками извѣстно.

Положимъ, что разность потенціаловъ между двумя точками

a и b проводника (рис. 30), замыкающаго полюсы гальваниче-

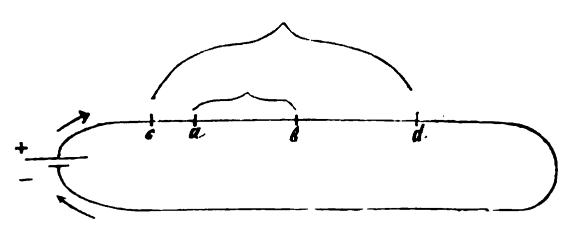


Рис. 30.

скаго элемента, равна 0,6 вольта, а сопротивленіе между этими точками равно 4 омамъ. Опредѣлить разность потенціаловъ между точками c и d, сопротивленіе между которыми 9 омъ.

Если на 4 ома сопротивленія потенціалъ падаетъ на 0,6 вольта, то на 9 омъ онъ упадетъ на величину во столько разъ бо̀льшую, во сколько разъ второе сопротивленіе больше перваго. Отсюда искомая величина паденія потенціала $\left(x : 0{,}6 = 9 : 4;\ x = \frac{0{,}6.9}{4}\right) = 1{,}35$ вольта.

Итакъ, отъ точки c до точки d потенціалъ упадетъ на 1,35 вольта, иначе говоря, разность потенціаловъ между этими точками будетъ равна 1,35 вольта.

285. Подобнымъ же образомъ, зная разность потенціаловъ между двумя какими либо точками цѣпи и сопротивленіе между ними, мы можемъ опредѣлить разность потенціаловъ у полюсовъ самаго элемента (замкнутаго), коль скоро извѣстно сопротивленіе всей внѣшней цѣпи.

Положимъ, что въ предъидущемъ примѣрѣ сопротивленіе всей внѣшней цѣпи равно 12 омамъ. Тогда, разсуждая по прежнему, искомая разность потенціаловъ у полюсовъ элемента $\left(x : 0{,}6 = 12 : 4;\ x = \frac{0{,}6\,.\,12}{4}\right) = 1{,}8$ вольта.

286. Для того, чтобы опредѣлить *абсолютную величину потенціаловъ* въ точкахъ a и b или c и d, намъ необходимо, помимо разности потенціаловъ между этими точками и сопротивленія между ними, знать еще разность потенціаловъ у полюсовъ

элемента (замкнутаго) и сопротивленіе отъ какого либо полюса до одной изъ точекъ. Положимъ, что въ приведенномъ выше примѣрѣ сопротивленіе проводника отъ положительнаго полюса до точки $a = 2$ омамъ. Разность потенціаловъ между точкой (+) полюса и точкой a, понятно, будетъ $\left(x : 0,6 = 2 : 4; x = \frac{0,6 \, . \, 2}{4}\right) = 0,3$ вольта. Такъ какъ разность потенціаловъ полюсовъ $= 1,8$ вольта (§ 285), то очевидно, что абсолютный потенціалъ каждаго полюса $= 0,9$ вольта. Итакъ, разность между потенціаломъ (+) полюса и искомымъ потенціаломъ V точки a равна

$$0,9 - V = 0,3 \text{ вольта},$$

откуда абсолютный потенціалъ V точки a

$$V = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ вольта}.$$

Возьмемъ другой примѣръ: сопротивленіе проводника отъ (+) полюса до точки d, потенціалъ которой мы желаемъ опредѣлить, равно 8 омамъ. Тогда разность потенціаловъ между (+) полюсомъ и точкой d будетъ:

$$x = \frac{0,6 \, . \, 8}{4} = 1,2 \text{ вольта}.$$

Такъ какъ потенціалъ (+) полюса $= 0,9$ вольта, а разность потенціаловъ между нимъ и искомымъ потенціаломъ V точки $d = 1,2$ вольта, то

$$0,9 - V = 1,2 \text{ вольта}.$$

Отсюда искомый потенціалъ

$$V = 0,9 - 1,2 = -0,3 \text{ вольта}.$$

Выше мы сказали, что сопротивленіе всей внѣшней цѣпи въ послѣднемъ примѣрѣ $= 12$ омъ. Раздѣливъ всю внѣшнюю цѣпь на 12 частей, по 1 ому сопротивленія въ каждой, найдемъ абсолютные потенціалы для всѣхъ 12 точекъ дѣленій и разности потенціаловъ между этими точками и (+) и (—) полюсами элемента:

Точки дѣленія, считая отъ (+) полюса.	Абсолютные потенціалы въ вольтахъ.	Разность потенціаловъ между соотвѣтств. точками	
		и (+) полюсомъ.	и (—) полюсомъ.
0 [(+) полюсъ].....	+ 0,90	0,00	1,80
1	+ 0,75	0,15	1,65
2	+ 0,60	0,30	1,50
3	+ 0,45	0,45	1,35
4	+ 0,30	0,60	1,20
5	+ 0,15	0,75	1,05
6	0,00	0,90	0,90
7	— 0,15	1,05	0,75
8	— 0,30	1,20	0,60
9	— 0,45	1,35	0,45
10	— 0,60	1,50	0,30
11	— 0,75	1,65	0,15
12 [(—) полюсъ].....	— 0,90	1,80	0,00

Изъ таблицы видно, что разность потенціаловъ между какими либо двумя сосѣдними точками всюду = 0,15 вольта. Далѣе, разность потенціаловъ между двумя произвольными точками равна произведенію 0,15 на сопротивленія между этими точками. Такъ, напр., разность потенціаловъ

между точкой 3 и 8 = 0,15.5 = 0,75 вольта.
» » 7 и 11 = 0,15.4 = 0,60 вольта.

Разность потенціаловъ между полюсами равна сопротивленію всей внѣшней цѣпи помноженному на 0,15:

$$V - V_1 = 12.0{,}15 = 1{,}80 \text{ вольта.}$$

Тѣмъ же способомъ не трудно найти и электровозбудительную силу дѣйствующаго въ цѣпи элемента, если извѣстно внутреннее сопротивленіе его. Положимъ что сопротивленіе это равно 0,5 ома. Очевидно, что электровозбудительная сила E равна произведенію общаго сопротивленія замкнутой цѣпи на 0,15, т. е.

$$E = (12 + 0{,}5)\,.\,0{,}15 = 1{,}875 \text{ вольта.}$$

287. Мы видѣли, что потенціалъ падаетъ вдоль цѣпи равномѣрно, когда сопротивленіе проводника равномѣрно. Очевидно, что паденіе потенціала по отношенію къ сопротивленію выразится тою же прямой линіей и тогда, когда отдѣльные, равные по длинѣ, участки проводника будутъ имѣть различныя сопротивленія.

Отложимъ на горизонтали нѣсколько частей, пропорціональныхъ по длинѣ сопротивленіямъ отдѣльныхъ участковъ проводника, и изъ пограничныхъ точекъ возстановимъ перпендикуляры, соотвѣтствующіе по высотѣ величинѣ потенціаловъ въ этихъ

точкахъ (рис. 29). Линія, соединяющая вершины перпендикуляровъ изобразитъ намъ паденіе потенціала вдоль цѣпи и будетъ прямою, что доказываетъ, что паденіе потенціала во всей цѣпи равномѣрно, т. е. на каждую единицу сопротивленія потенціалъ падаетъ на одну и ту же величину.

288. Совсѣмъ другой видъ будетъ имѣть линія, выражающая паденіе потенціала, если мы будемъ разсматривать паденіе его вдоль цѣпи не на единицу сопротивленія, а на единицу длины проводника при неравномѣрномъ сопротивленіи послѣдняго.

Положимъ, что мы имѣемъ проводникъ, соединяющій полюсы *B* и *C* элемента, раздѣленный на 8 участковъ равныхъ

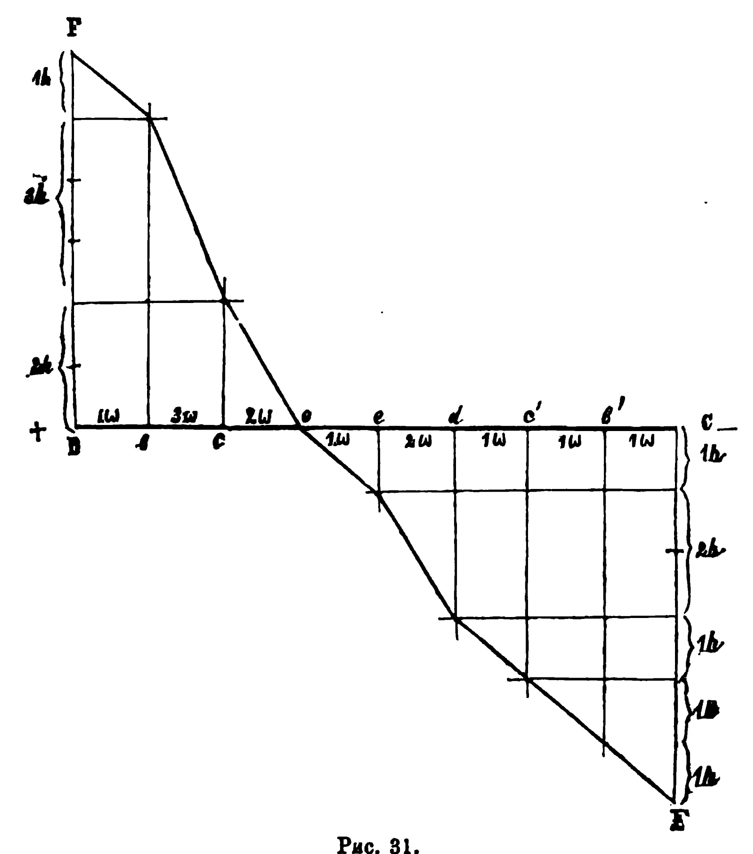


Рис. 31.

по длинѣ, но различныхъ по сопротивленію (рис. 31). Обозна-

чимъ точки дѣленія буквами b, c, o, e, d, c', b', и положимъ, что

сопротивленіе участка $Bb = 1\ \omega$
» » $bc = 3\ \omega$
» » $co = 2\ \omega$
» » $oe = 1\ \omega$
» » $ed = 2\ \omega$

а сопротивленіе каждаго изъ остальныхъ участковъ $= 1\ \omega$.

Такимъ образомъ получимъ общее сопротивленіе всѣхъ восьми участковъ $= 12\ \omega$.

Такъ какъ мы знаемъ, что въ замкнутой цѣпи потенціалъ падаетъ равномѣрно отъ положительнаго полюса вдоль цѣпи на каждую единицу сопротивленія ($1\ \omega$) проводника на одну и ту же величину h, то очевидно, что линія FF' паденія потенціала пересѣчетъ линію BC въ точкѣ o, отстоящей отъ полюсовъ B и C на равномъ по *сопротивленію* разстояніи. Такимъ образомъ точка o раздѣлитъ въ нашемъ случаѣ проводникъ BC на два отрѣзка, по $6\ \omega$ сопротивленія въ каждомъ.

Для того, чтобы опредѣлить величины потенціаловъ въ точкахъ b, c, o, e, d... проводника BC и по нимъ построить линію паденія потенціала въ этомъ проводникѣ, прежде всего возстановимъ изъ полюсовъ B и C къ линіи BC перпендикуляры BF и CF' равной (произвольной) высоты, изображающіе численно равную величину потенціаловъ полюсовъ элемента. Очевидно, что потенціалъ отъ точки B до точки o упадетъ на всю величину BF, такъ какъ линія паденія потенціала пересѣкаетъ проводникъ BC въ точкѣ o. Если на $1\ \omega$ сопротивленія потенціалъ падаетъ на нѣкоторую величину h, а протяженіе проводника отъ B до o имѣетъ $6\ \omega$ сопротивленія, то полное паденіе потенціала $BF = 6\ h$. Поэтому перпендикуляръ BF дѣлимъ на 6 равныхъ частей, соотвѣтственно $6\ h$. По той же причинѣ дѣлимъ на 6 частей и перпендикуляръ CF'.

Для того, чтобы опредѣлить потенціалъ въ точкѣ b, возстановляемъ изъ нея перпендикуляръ къ линіи BC и одновременно

другой изъ точки дѣленія на линіи BF, соотвѣтствующей паденію потенціала на 1 h. Точка пересѣченія обоихъ перпендикуляровъ показываетъ высоту потенціала въ точкѣ b.

Для того, чтобы найти величину потенціала въ слѣдующей точкѣ c, возстановляемъ изъ нея перпендикуляръ къ линіи BC и одновременно другой изъ точки дѣленія на линіи BF, соотвѣтствующей дальнѣйшему паденію потенціала на 3 h. Точка пересѣченія обоихъ перпендикуляровъ показываетъ высоту потенціала въ точкѣ c.

Поступая далѣе такимъ же образомъ, находимъ высоты потенціаловъ во всѣхъ остальныхъ точкахъ дѣленія линіи BC. Выше было сказано, почему перпендикуляры отъ (+) къ o возстановляются надъ линіей BC, а отъ o къ (—) — подъ нею (§ 281).

Найдя всѣ высоты потенціаловъ и соединивъ послѣдовательно прямыми линіями[1]) соотвѣтствующіе имъ концы перпендикуляровъ, получаемъ ломанную линію FF', показывающую паденіе потенціала въ данной цѣпи и дающую возможность опредѣлить величину потенціала для любой промежуточной части всего проводника BC. При этомъ видно изъ рисунка, что и въ разобранномъ случаѣ потенціалъ падаетъ на единицу сопротивленія — равномѣрно, на единицу же длины проводника — неравномѣрно, именно быстрѣе въ томъ отрѣзкѣ, сопротивленіе котораго, при равной длинѣ, больше.

289. Мы уже не разъ говорили, что электровозбудительная сила всякаго гальваническаго элемента есть величина для него постоянная, по крайней мѣрѣ въ томъ случаѣ, если ее не нарушаютъ побочныя причины.

О величинѣ электровозбудительной силы элемента мы судимъ по разности потенціаловъ[2]) полюсовъ его до замкнутія цѣпи. Та-

---

1) Предполагается, что сопротивленіе каждаго отдѣльнаго участка равномѣрно по всей длинѣ его.

2) Въ сочиненіяхъ по электротехникѣ мы весьма часто встрѣчаемъ выраженіе «*напряженіе*» у полюсовъ, вмѣсто разность потенціаловъ полюсовъ. Это выраженіе въ сущности не позволительно, ибо подъ терминомъ *напряженіе*

кимъ образомъ, до замкнутія цѣпи электровозбудительная сила гальваническаго элемента [1]) и разность потенціаловъ у полюсовъ его суть понятія равнозначущія.

290. Если замкнуть цѣпь элемента, то электровозбудительная сила его конечно *отъ этого* не измѣнится [2]), тогда какъ разность потенціаловъ у полюсовъ элемента теперь будетъ другая, чѣмъ до замкнутія цѣпи: она уменьшится. Уменьшеніе это будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше внутреннее сопротивленіе самого элемента и чѣмъ меньше сопротивленіе проводника, соединяющаго полюсы его. Если внутреннее сопротивленіе элемента равно нулю [3]), то разность потенціаловъ у полюсовъ его, и до и по замкнутіи цѣпи проводникомъ любаго сопротивленія, будетъ одна и та же. Причины всего этого ясны изъ изложеннаго закона паденія потенціала.

291. Уже одно то обстоятельство, что электровозбудительная сила элемента есть величина постоянная [4]), разность же потенціаловъ у полюсовъ элемента до и послѣ соединенія ихъ проводникомъ оказывается различной, показываетъ намъ, что понятіе «разность потенціаловъ» и «электровозбудительная сила» не могутъ быть отождествляемы [5]).

мы понимаемъ нѣчто совершенно иное, чѣмъ «потенціалъ» (§§ 122, 171). Упомянутое выраженіе сохранилось въ техническомъ языкѣ съ того времени, когда еще не привились точныя опредѣленія сказанныхъ понятій; въ этомъ отношеніи грѣшатъ и нѣкоторыя руководства по физикѣ (старыя изданія Гано, Кольраушъ и др.).

1) Вообще всякаго источника *постоянной* электровозбудительной силы (аккумулятора, термоэлемента). О разности потенціаловъ, производимой источниками непостоянной, напр. періодически измѣняющейся, электровозбудительной силы, будетъ говорено въ своемъ мѣстѣ.

2) Предполагается, что элементъ не поляризуется и что дѣйствіе электролиза въ немъ не отразилось еще на его электровозбудительной силѣ.

3) «Внутреннее» сопротивленіе многихъ большихъ термоэлементовъ практически можетъ быть приравнено нулю.

4) Всюду, гдѣ мы говоримъ, что электровозбудительная сила гальваническаго элемента есть величина *постоянная*, предполагается, что величина эта не нарушается побочными явленіями: поляризаціей, электролизомъ, измѣненіями температуры и т. п..

5) Вообще не слѣдуетъ смѣшивать оба понятія, такъ какъ разность по-

292. Такъ какъ, по закону Ома, сила тока равна [1]) электровозбудительной силѣ, дѣйствующей въ цѣпи, дѣленной на сопротивленіе всей цѣпи (§ 51):

$$J = \frac{E}{w + W}$$

то, замѣнивъ согласно сказанному E чрезъ $P - P_1$ (разность потенціаловъ у полюсовъ незамкнутаго элемента), получимъ

$$J = \frac{P - P_1}{w + W}$$

откуда

$$P - P_1 = J\,(w + W)$$

т. е. *разность потенціаловъ у полюсовъ незамкнутаго элемента, или электровозбудительная сила его, опредѣляется произведеніемъ силы тока въ замкнутомъ элементѣ на сумму внутренняго* (w) *и внѣшняго* (W) *сопротивленія, короче, на сопротивленіе всей цѣпи.*

293. Законъ Ома примѣнимъ и въ томъ случаѣ, если мы разсматриваемъ не всю цѣпь, а лишь часть послѣдней, заключенную между какими либо двумя точками. Тогда законъ Ома формулируется слѣдующимъ образомъ: *сила тока равна разности потенціаловъ между двумя точками цѣпи, дѣленной на сопротивленіе между этими точками*:

$$J = \frac{V - V_1}{W_1},$$

гдѣ V и V_1 суть потенціалы данныхъ точекъ замкнутой цѣпи, а W_1 — сопротивленіе между упомянутыми точками. Отсюда

$$V - V_1 = JW_1$$

тенціаловъ можетъ существовать между тѣлами и помимо электровозбудительной силы. Такъ напр., сообщивъ двумъ тѣламъ заряды (+) и (—), мы получаемъ разность потенціаловъ между этими тѣлами, но никто не скажетъ, что между ними дѣйствуетъ электровозбудительная сила.

1) Мы говоримъ «равна» вмѣсто «пропорціональна», такъ какъ предполагаемъ выражать всѣ входящія въ формулу Ома величины въ общепринятыхъ электротехническихъ единицахъ, гдѣ амперъ $= \frac{\text{вольту}}{\text{омъ}}$.

т. е. *разность потенціаловъ данныхъ двухъ точекъ цѣпи равна произведенію силы тока на сопротивленіе между этими точками.*

Чтобы нагляднѣе ознакомиться съ измѣненіемъ разности потенціаловъ полюсовъ замкнутаго элемента, въ зависимости отъ величины внутренняго и внѣшняго сопротивленія цѣпи, мы приводимъ слѣдующіе примѣры:

Имѣемъ гальваническій элементъ, электровозбудительная сила коего = 2 вольтъ, а внутреннее сопротивленіе = 1 ому. Замыкаемъ полюсы его поочередно тремя различными проводниками. Сопротивленіе перваго проводника = 1 ому, втораго = 3 омамъ, третьяго = 1000 омамъ. Опредѣлимъ разность потенціаловъ у полюсовъ этого элемента изъ силы тока и сопротивленія замыкающаго полюсы проводника.

Случай 1-й: Сила тока въ цѣпи будетъ

$$J = \frac{2}{1+1} = 1 \text{ амперу.}$$

Сопротивленіе внѣшняго проводника равно 1 ому; отсюда разность потенціаловъ у полюсовъ элемента будетъ

$$V - V_1 = J.W = 1.1 = 1{,}0 \text{ вольту.}$$

Случай 2-й: Сила тока въ цѣпи будетъ

$$J = \frac{2}{1+3} = 0{,}5 \text{ ампера.}$$

Сопротивленіе внѣшняго проводника равно 3 омамъ; отсюда разность потенціаловъ у полюсовъ элемента будетъ

$$V - V_1 = J.W = 0{,}5.3 = 1{,}5 \text{ вольта.}$$

Случай 3-й: Сила тока въ цѣпи будетъ

$$J = \frac{2}{1+1000} = 0{,}001998 \text{ ампера.}$$

Сопротивленіе внѣшняго проводника = 1000 омамъ; отсюда разность потенціаловъ у полюсовъ элемента будетъ

$$V - V_1 = 0{,}001998.1000 = 1{,}998 \text{ вольта,}$$

т. е. почти = 2 вольтамъ.

294. Изъ послѣдняго примѣра не трудно замѣтить, что въ случаѣ, если внѣшнее сопротивленіе цѣпи весьма значительно сравнительно съ внутреннимъ сопротивленіемъ элемента, изъ силы тока въ цѣпи и сопротивленія внѣшняго проводника опре-

дѣляется разность потенціаловъ у полюсовъ элемента почти равная электровозбудительной силѣ его. Чѣмъ больше сопротивленіе внѣшняго проводника, тѣмъ ближе вычисленная разность потенціаловъ у полюсовъ элемента приближается къ электровозбудительной силѣ его.

295. Изъ только что изложеннаго ясно, что опредѣленіе разности потенціаловъ двухъ точекъ замкнутой гальванической цѣпи, точно такъ же какъ и опредѣленіе электровозбудительной силы гальваническаго элемента, можетъ быть произведено помощью гальванометрическаго опредѣленія силы тока, для чего служитъ уже знакомый намъ амперометръ, и отнюдь не требуется инструмента, основаннаго на какихъ либо новыхъ началахъ. Въ самомъ дѣлѣ, если мы въ гальваническую цѣпь включимъ амперометръ и онъ показываетъ намъ силу тока J амперъ, а обмотка его имѣетъ сопротивленіе W омъ, то отсюда мы заключаемъ, что разность потенціаловъ у зажимовъ амперометра $= JW$ вольтамъ.

Такъ напр., если амперометръ, обмотка коего имѣетъ сопротивленіе въ 60 омъ, показываетъ силу тока въ 0,015 ампера, то разность потенціаловъ у зажимовъ его $= 0{,}015 . 60 = 0{,}9$ вольта. Если этотъ амперометръ включенъ въ цѣпь, соединяющую оба полюса гальваническаго элемента, и сопротивленіе внѣшней цѣпи равно, напр., 30 омамъ, то отсюда слѣдуетъ, что, при упомянутомъ выше показаніи амперометра, разность потенціаловъ у полюсовъ замкнутаго элемента равна $0{,}015 . (60 + 30) = 0{,}015 . 90 = 1{,}35$ вольта.

Слѣдовательно, всякій гальванометръ можетъ быть употребляемъ какъ *амперометръ* и какъ *вольтметръ*, т. е. какъ измѣритель силы тока и какъ измѣритель разности потенціаловъ. На шкалѣ амперометра магнитная стрѣлка указываетъ намъ силу тока въ амперахъ, на шкалѣ вольтметра она же указываетъ намъ прямо разность потенціаловъ въ вольтахъ. Такъ какъ извѣстное показаніе силы тока въ амперахъ соотвѣтствуетъ извѣстной разности потенціаловъ въ вольтахъ у зажимовъ инструмента, то дѣленія на шкалѣ могутъ служить одновременно для обозначенія того и другаго. Рисунокъ 32 изображаетъ такую шкалу, гдѣ цифры 1, 2, 3, 4, 5 обозначаютъ напр. силу

тока въ сотыхъ ампера и разность потенціаловъ въ цѣлыхъ

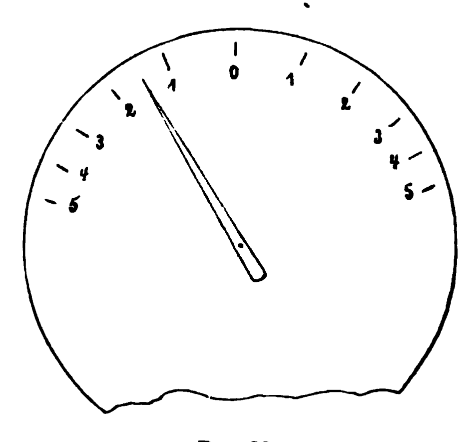


Рис. 32.

вольтахъ (слѣдовательно обмотка гальванометра имѣетъ сопротивленіе ровно въ 100 омъ).

Въ качествѣ вольтметровъ употребляются гальванометры, обладающіе относительно большою чувствительностью и имѣющіе относительно большое сопротивленіе обмотки, причемъ сопротивленію этому придаютъ круглую величину въ десятичныхъ числахъ, напр., въ 100, 500, 1000 и болѣе омъ. Въ этомъ случаѣ гальванометръ пригоденъ, во-первыхъ, для измѣренія значительной разности потенціаловъ и, во-вторыхъ, обладаетъ большою чувствительностью, такъ какъ обмотка его состоитъ изъ большаго числа оборотовъ тонкой проволоки.

Приводимъ примѣры опредѣленія разности потенціаловъ при помощи гальванометра.

Имѣемъ гальванометръ, сопротивленіе обмотки коего равно 100 омамъ и который градуированъ такимъ образомъ, что шкала его раздѣлена на 100 частей, изъ коихъ каждое дѣленіе соотвѣтствуетъ 0,0001 ампера, такъ что гальванометръ показываетъ силу тока въ предѣлахъ отъ 0,0001 до 0,01 ампера.— Представимъ себѣ, что приборъ включенъ въ цѣпь и стрѣлка его показываетъ 0,0001 ампера. Изъ этого мы заключаемъ, что разность потенціаловъ у зажимовъ его равна $0{,}0001 . 100 = 0{,}01$ вольта. Если стрѣлка стоитъ на 0,01 ампера, то это значитъ, что разность потенціаловъ у зажимовъ его равна $0{,}01 . 100 = 1$ вольту и т. д.. Слѣдовательно, мы имѣемъ весьма чувствительный инструментъ, позволяющій намъ измѣрять силу тока въ предѣлахъ отъ 0,0001 до 0,01 ампера и разность потенціаловъ отъ 0,01—1 вольта. Каждое

дѣленіе этого прибора соотвѣтствуетъ 0,0001 ампера или 0,01 вольта. Поэтому, смотря по тому, что именно измѣряется, мы говоримъ, что гальванометръ въ данную минуту указываетъ намъ силу тока въ цѣпи равную, напр., 0,0078 ампера, или разность потенціаловъ у своихъ зажимовъ въ 0,78 вольта.

Если мы возьмемъ гальванометръ, имѣющій то же сопротивленіе, но менѣе чувствительный, каждое дѣленіе шкалы коего соотвѣтствуетъ, напр., 0,01 ампера, то, при 100 дѣленіяхъ шкалы, гальванометръ будетъ указывать силу тока въ предѣлахъ отъ 0,01 до 1,0 ампера или разность потенціаловъ въ предѣлахъ отъ 1 до 100 вольтъ.

296. Техническіе вольтметры употребляются для измѣреній разностей потенціаловъ въ извѣстныхъ, спеціальныхъ для каждаго инструмента, предѣлахъ. Одинъ, напр., показываетъ разность потенціаловъ отъ 0—10 вольтъ въ половинахъ вольта, другой — отъ 30—50 вольтъ въ цѣлыхъ вольтахъ, третій — отъ 100—500 вольтъ въ десяткахъ вольтъ и т. д.. При этомъ обмотка вольтметра разсчитывается такъ, чтобы инструментъ для данной цѣли имѣлъ достаточную чувствительность. Вмѣстѣ съ тѣмъ, при наибольшей допускаемой для инструмента разности потенціаловъ, сила проходящаго въ немъ тока должна быть такова, чтобы обмотка не нагрѣвалась чрезмѣрно этимъ токомъ, что не только вліяло бы неблагопріятно на точность показаній инструмента (увеличивая сопротивленіе проволоки при увеличеніи температуры ея), но повело бы и къ порчѣ изоляціи обмотки. Поэтому, чѣмъ выше максимальная разность потенціаловъ, для которой устроенъ данный вольтметръ, тѣмъ значительнѣе должно быть сопротивленіе его обмотки.

297. Если мы желаемъ измѣрить разность потенціаловъ не у зажимовъ самого инструмента, а у какихъ либо двухъ другихъ точекъ цѣпи, то мы должны эти точки соединить съ зажимами вольтметра проводниками, сопротивленіе коихъ, по отношенію къ сопротивленію обмотки гальванометра, было бы столь ничтожно, что имъ можно пренебречь.

Такъ, напр., мы желаемъ измѣрить разность потенціаловъ у полюсовъ гальваническаго элемента. Для этого соединяемъ зажимы вольтметра съ полюсами гальваническаго элемента толстыми и короткими проволоками. Положимъ, что гальванометръ показываетъ силу тока въ 0,0154 ампера при сопротивленіи обмотки инструмента въ 100 омъ. Отсюда разность потенціаловъ у

полюсовъ элемента = 0,0154 100 = 1,54 вольта. При этомъ мы пренебрегли сопротивленіемъ проводовъ, соединяющихъ зажимы инструмента съ полюсами элемента, но мы имѣемъ полное право сдѣлать это, такъ какъ сопротивленіе короткихъ и толстыхъ проволокъ, употребленныхъ нами въ этомъ случаѣ, будетъ составлять лишь нѣсколько тысячныхъ ома. Если бы сопротивленіе соединительныхъ проводовъ было равно даже цѣлому ому, то и тогда ошибка была бы не велика, ибо показаніе гальванометра, 0,0154 ампера, пришлось бы помножить не на 100, а на 101, что дало бы не 1,54 вольта, а 1,5554 вольта. Такимъ образомъ, пренебрегши сопротивленіемъ соединительныхъ проводовъ, мы сдѣлали въ этомъ случаѣ ошибку въ — 1%.

Если употреблять соединительные провода заранѣе опредѣленнаго сопротивленія и умножать силу тока, указываемую гальванометромъ, на сумму сопротивленій обмотки послѣдняго и соединительныхъ проводовъ, то послѣдняя ошибка устраняется.

X. Контактная теорія.

298. Сила тока въ цѣпи, замыкающей полюсы гальваническаго элемента, прямо пропорціональна электровозбудительной силѣ послѣдняго и обратно пропорціональна сопротивленію всей цѣпи. Зная электровозбудительную силу элемента и сопротивленіе *всей* цѣпи, мы можемъ вычислить ту силу тока, которую долженъ произвести данный элементъ. Разъ какъ вычисленіе подтверждается прямымъ опытомъ, нѣтъ основанія предполагать, что въ разсматриваемой цѣпи дѣйствуютъ, помимо электровозбудительной силы гальваническаго элемента, еще другія электровозбудительныя силы, обусловливаемыя, напр., соприкосновеніемъ между собою разнородныхъ металловъ, составляющихъ внѣшнюю цѣпь. Если допустить существованіе такихъ электровозбудительныхъ силъ, то необходимо вмѣстѣ съ тѣмъ допустить, что силы эти либо крайне ничтожны, либо сумма ихъ во всякой замкнутой цѣпи равна нулю. Въ обоихъ случаяхъ оказывается, что электровозбудительныя силы соприкосновенія между металлами на практикѣ можно вполнѣ игнорировать.

299. Вызываетъ ли соприкосновеніе металловъ между собою появленіе электровозбудительной силы — это вопросъ, до сихъ

поръ окончательно не разрѣшенный, вслѣдствіе чрезвычайной трудности опытной провѣрки его. Извѣстная постановка опыта показываетъ, что вслѣдствіе простаго соприкосновенія между собою двухъ металловъ, одинъ изъ нихъ электризуется положительно, другой отрицательно. Изслѣдованія послѣдняго времени доказываютъ однако, что причина такого явленія лежитъ, вѣроятно, не въ фактѣ соприкосновенія металлическихъ поверхностей. Должно полагать, что соприкосновеніе между собою металловъ съ абсолютно чистыми поверхностями не вызываетъ электровозбудительной силы. Если же таковая появляется, то это объясняется тѣмъ, что поверхности металловъ всегда покрыты нѣкоторымъ, хотя бы и крайне ничтожнымъ, слоемъ влаги, осѣдающей изъ воздуха. Въ такомъ случаѣ, электровозбудительная сила возникаетъ не вслѣдствіе соприкосновенія двухъ разнородныхъ металловъ, а вслѣдствіе одновременнаго соприкосновенія ихъ съ водою, причемъ образуется гальваническая пара. Опытъ показываетъ, что тончайшій слой влаги упорно удерживается на поверхности металла даже подъ колоколомъ воздушнаго насоса, особенно если поверхность металла окислена. Какъ бы мы, поэтому, ни очищали поверхность легко окисляющагося металла, поверхность эта тотчасъ вновь покрывается тончайшимъ слоемъ окисла и влаги или хотя бы одной только влаги. Вслѣдствіе этого о соприкосновеніи «чистыхъ» поверхностей металловъ врядъ ли вообще можетъ быть и рѣчь. Должно помнить, что каковы бы ни были соприкасающіяся тѣла, разъ какъ соприкосновеніе ихъ вызываетъ появленіе электровозбудительной силы, величина послѣдней зависитъ только отъ природы, но отнюдь не отъ массы (количества) соприкасающихся тѣлъ и не отъ величины поверхности ихъ соприкосновенія. Отсюда понятно, что ничтожнѣйшіе слѣды влаги, осѣвшей на поверхность приводимыхъ въ соприкосновеніе металловъ, совершенно искажаютъ результатъ опыта.

300. Въ виду этого «теорія контакта», допускающая возникновеніе электровозбудительной силы вслѣдствіе соприкосновенія

металловъ между собою, можетъ быть сведена на «химическую теорію», по которой электровозбудительная сила появляется подъ вліяніемъ химической реакціи между однимъ или обоими металлами и покрывающей ихъ влагой (водой), причемъ химическая энергія переходитъ въ электрическую.

Но въ такомъ случаѣ электровозбудительная сила не могла бы возникнуть при соприкосновеніи металловъ и жидкостей, химически другъ на друга не дѣйствующихъ. Далѣе, слѣдовало бы предположить, что величина электровозбудительной силы будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ энергичнѣе химическое взаимодѣйствіе двухъ соприкасающихся тѣлъ.

Такія предположенія однако не оправдываются на опытѣ. Мы знаемъ, что весьма значительныя электровозбудительныя силы появляются при соприкосновеніи металловъ и жидкостей химически другъ на друга совершенно не дѣйствующихъ (см. таблицу въ § 303). Поэтому нѣтъ основанія a priori не допускать возможности возникновенія электровозбудительной силы при соприкосновеніи между собою веществъ, химически другъ на друга не дѣйствующихъ.

301. Какъ бы то ни было, если соприкосновеніе между собою металловъ и вызываетъ электровозбудительную силу, то послѣдняя не можетъ быть причиной тока, такъ какъ электричество въ такомъ токѣ производило бы работу, возникая само изъ ничего. Необходимое условіе для того, чтобы въ цѣпи могъ развиться гальваническій токъ, заключается въ томъ, чтобы по крайней мѣрѣ одно изъ тѣлъ, составляющихъ цѣпь, представляло собою электролитъ. Гальваническій токъ поддерживается исключительно химической реакціей, причемъ химическая энергія переходитъ въ электрическую; поэтому и гальваническій токъ безъ участія электролита — немыслимъ.

Въ виду того, что «контактная теорія» не представляетъ практическаго интереса, мы не остановимся на разсмотрѣніи ея. «Законы контакта» излагаются болѣе или менѣе подробно во всякомъ учебникѣ физики; изслѣдованія же, опровергающія тео-

рію контакта, можно найти въ періодической литературѣ послѣднихъ лѣтъ [1]).

XI. Электровозбудительная сила соприкосновенія металловъ съ жидкостями.

302. Электровозбудительная сила соприкосновенія металла съ жидкостью зависитъ:

1) *отъ химическихъ свойствъ металла и соприкасающейся съ нимъ жидкости*;
2) *отъ температуры соприкасающихся тѣлъ.*

Напротивъ, электровозбудительная сила соприкосновенія не зависитъ:

1) *отъ величины и формы поверхности соприкосновенія*;
2) *отъ продолжительности соприкосновенія*: т. е. электровозбудительная сила одинаково велика, какъ при мгновенномъ, такъ и при продолжительномъ соприкосновеніи.

303. Приводимъ числовую таблицу электровозбудительныхъ силъ соприкосновенія металловъ (и нѣкоторыхъ другихъ твердыхъ тѣлъ) съ различными жидкостями, обыкновенно употребляемыми въ гальваническихъ элементахъ, при температурѣ 20° С.. Таблица составлена по опытамъ, произведеннымъ мною по способу Экснера [2]). Числа таблицы означаютъ электровозбудительную силу въ вольтахъ, а знаки передъ числами показываютъ, какъ электризуются металлы съ данными жидкостями.

---

1) См. работы Exner'a въ Sitzungsberichte d. Kais. Akad. d. Wissenschaften in Wien, а также соотвѣтствующую главу въ его «Vorlesungen über Elektricität» 1888.

2) См. Exner und Tuma «Chemische Theorie des galvanischen Elementes» Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie d. Wissenschaften in Wien 1888, а также спеціальную часть настоящаго сочиненія.

МЕТАЛЛЫ и проч..	ЖИДКОСТИ.										
	H_2O дестиллированная.	HCl 10%-ый растворъ.	H_2SO_4 10%-ый растворъ.	CrO_3 растворъ въ 20° Боме.	Жидкость Поггендорфа.	KHO 40%-ый растворъ.	$NaCl$ насыщенный растворъ.	NH_4Cl насыщенный растворъ.	$MgSO_4$ 20%-ый растворъ.	$ZnSO_4$ насыщенный растворъ.	$CuSO_4$ насыщенный растворъ.
Цинкъ амальгамированный	—	—1,35	—1,53	—0,81	—1,09	—1,29	—1,28	—1,30	—1,24	—1,19	—
Цинкъ химически чистый	—0,99	—1,30	—1,49	—	—	—1,28	—1,26	—1,25	—1,23	—1,17	—
Кадмій химически чистый	—0,90	—1,00	—1,14	—0,33	—0,69	—0,90	—1,07	—0,97	—0,91	—0,81	—
Свинецъ продажный	—0,75	—0,79	—1,00	—0,07	—0,12	—0,76	—0,82	—0,73	—0,74	—0,76	—
Желѣзо мягкое продажное	—0,69	—0,70	—0,93	+0,60	—0,19	—0,61	—0,73	—0,74	—0,73	—0,66	—
Мѣдь химически чистая	—0,24	—0,48	—0,58	+0,44	+0,12	—0,40	—0,50	—0,48	—0,22	—0,21	—0,38
Серебро химически чистое	—0,20	—0,35	—0,35	+0,56	+0,45	+0,18	—0,30	—0,37	—0,19	—0,14	—0,11
Пиролюзитъ въ видѣ аггломерата Лекланше	+0,14	+0,59	+0,34	—	—	+0,08	+0,19	+0,20	+0,13	+0,11	—
Ртуть химически чистая	+0,14	—0,22	—0,14	—	—	+0,02	+0,02	+0,10	0,00	+0,06	0,00
Платина чистая	0,00	0,00	0,00	+1,02	+1,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Уголь батарейный (ретортный)	0,00	0,00	0,00	+1,07	+1,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Къ этой таблицѣ слѣдуетъ еще прибавить, что

электровозб. сила соприк. $Pt|HNO_3$ концентрир. $=+1{,}02$ вольта
» » » $C|HNO_3$ » $=+1{,}04$ »
» » » $Zn|Na_2S_2O_3$[1]) 25° Боме $=-1{,}06$ »

Изъ таблицы видно, что

1) *цинкъ* амальгамированный и неамальгамированный, *кадмій* и *свинецъ* въ соприкосновеніи со всѣми изслѣдованными жидкостями электризуются *отрицательно*;

2) *желѣзо, мѣдь, серебро* и *ртуть* также электризуются *отрицательно, за исключеніемъ соприкосновеній*
желѣза съ CrO_3,
мѣди » CrO_3 и жидкостью Поггендорфа,
серебра » CrO_3, жидкостью Поггендорфа и KHO,
ртути » H_2O, KHO, $NaCl$, NH_4Cl и $ZnSO_4$;

3) *пиролюзитъ* въ соприкосновеніи со всѣми жидкостями электризуется *положительно*;

4) *платина* и *уголь* электризуются *положительно* только въ соприкосновеніи съ CrO_3 (поэтому и съ жидкостью Поггендорфа) и съ HNO_3, съ остальными же жидкостями *не образуютъ электровозбудительной силы.*

304. Разсмотримъ теперь нѣсколько подробнѣе теорію гальваническаго элемента.

Намъ извѣстно, что электровозбудительная сила соприкосновенія амальгамированнаго цинка со слабой сѣрной кислотою равна 1,53 вольта. Слѣдовательно цинкъ, электризуясь отрицательно, а жидкость — положительно, получаютъ потенціалы равные 0,765 вольта для каждаго изъ этихъ тѣлъ[2]). Электровозбудительная сила соприкосновенія мѣди со слабой сѣрной кислотой равна 0,58 вольта, такъ что на мѣди устанавливается

1) Сѣрноватисто кислый натръ.

2) Для простоты расчета принимаемъ, что электроемкость полюса электрода равна электроемкости поверхности жидкости (§ 246).

потенціалъ отрицательнаго электричества = 0,29 вольта, а на жидкости такой же потенціалъ положительнаго электричества.

Посмотримъ, каковы будутъ потенціалы цинка и мѣди въ томъ случаѣ, если погрузить въ слабую сѣрную кислоту оба металла одновременно, т. е. устроить гальваническій элементъ.

На рис. 33 мы видимъ распредѣленіе потенціаловъ согласное съ вышесказаннымъ:

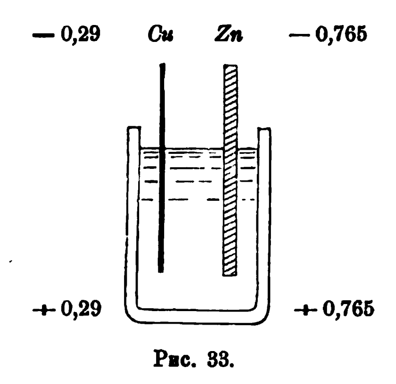


Рис. 33.

Но такое распредѣленіе потенціаловъ не можетъ удержаться: невозможно, чтобы часть жидкости имѣла потенціалъ = 0,29, а другая часть ея — потенціалъ = 0,765 вольта.

Положительное электричество жидкости, образовавшееся дѣйствіемъ электровозбудительной силы соприкосновенія $Zn \mid H_2SO_4$, не можетъ распространиться на цинкъ, такъ какъ этого не допускаетъ дѣйствующая здѣсь электровозбудительная сила (§ 4), но электричество это распространится по жидкости на мѣдь. Точно также и положительное электричество жидкости, образовавшееся при соприкосновеніи $Cu \mid H_2SO_4$, распространится на цинкъ (рис. 34). Такимъ образомъ, каждая пластинка пріобрѣтетъ потенціалъ, равный половинѣ разности потенціаловъ обоихъ соприкосновеній (рис. 35).

$$Zn \mid H_2SO_4 - Cu \mid H_2SO_4 = 1,53 - 0,58 = 0,95;$$

$$\frac{0,95}{2} = 0,475 \text{ вольта.}$$

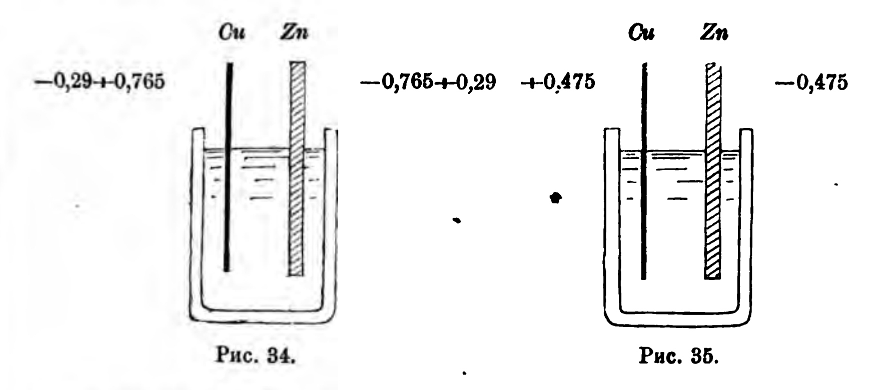


Рис. 34. Рис. 35.

т. е. потенціалъ мѣдной пластинки

$$V_1 = -0{,}29 + 0{,}765 = 0{,}475 \text{ вольта}$$

и потенціалъ цинковой пластинки

$$V_2 = -0{,}765 + 0{,}29 = -0{,}475 \text{ вольта}.$$

Итакъ, *потенціалы обоихъ электродовъ численно равны, но соотвѣтствуютъ противоположнымъ по знаку зарядамъ.* Разность потенціаловъ обоихъ электродовъ въ разсмотрѣнномъ случаѣ будетъ

$$V_1 - V_2 = 0{,}475 - (-0{,}475) = 0{,}95 \text{ вольта};$$

другими словами, такова электровозбудительная сила элемента.

305. Мы разсмотрѣли такой случай, когда электроды, погруженные отдѣльно въ одну и ту же возбуждающую жидкость, электризовались одноименно. Вышеприведенное разсужденіе вполнѣ примѣнимо, однако, и въ случаѣ, когда электроды, при погруженіи врозь въ одну и ту же жидкость, электризуются разноименно. Такъ напр., ретортный уголь въ растворѣ хромовой кислоты электризуется положительно, а амальгамированный цинкъ — отрицательно. Электровозбудительная сила перваго соприкосновенія $= +1{,}07$ вольта, а втораго $= -0{,}81$ вольта. Разсуждая по предыдущему, получимъ потенціалъ положительнаго электрода $V_1 = +0{,}94$ вольта, а — отрицательнаго $V_2 = -0{,}94$

вольта. Отсюда электровозбудительная сила такого элемента будетъ

$$V_1 - V_2 = +0{,}94 - (-0{,}94) = 1{,}88 \text{ вольта.}$$

Слѣдующіе рисунки иллюстрируютъ сказанное:

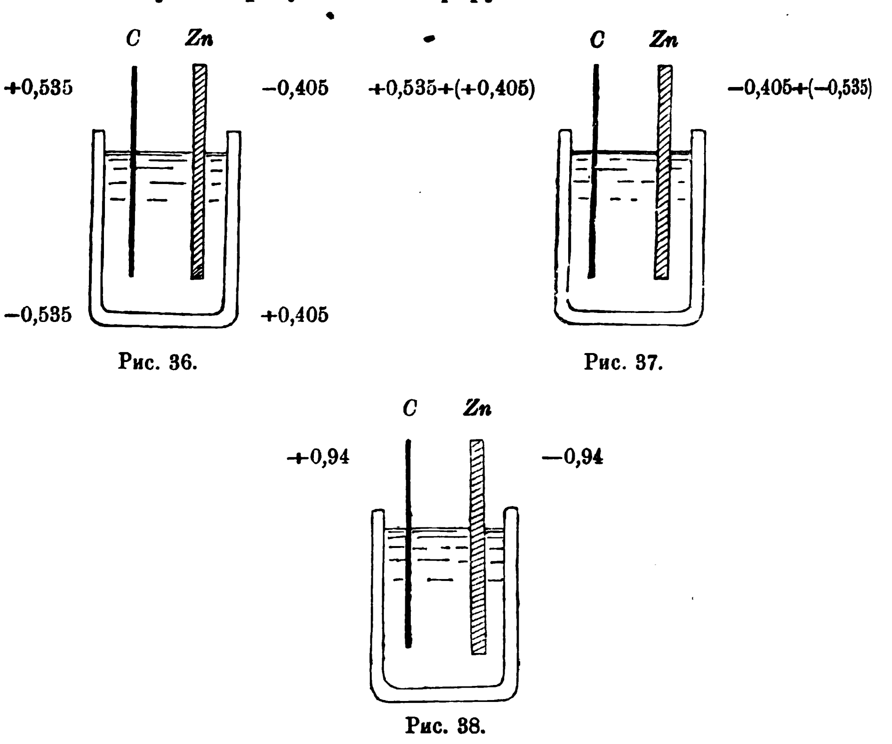


Рис. 36.

Рис. 37.

Рис. 38.

306. Изъ таблицы § 303 мы видѣли, что существуютъ металлы, соприкосновеніе которыхъ со многими жидкостями совершенно не вызываетъ электровозбудительной силы. Такой металлъ, по отношеніи къ упомянутымъ жидкостямъ, можетъ быть названъ *пассивнымъ электродомъ*, тогда какъ металлъ, вызывающій въ соприкосновеніи съ жидкостью электровозбудительную силу, представляетъ собою *активный электродъ*. Очевидно, что при одновременномъ соприкосновеніи съ жидкостью активнаго и пассивнаго электродовъ, послѣдній пріобрѣтаетъ тотъ зарядъ, который получила жидкость вслѣдствіе соприкосновенія съ активнымъ электродомъ. Электровозбудительная сила, полученнаго такимъ

образомъ гальваническаго элемента, равна электровозбудительной силѣ соприкосновенія съ жидкостью активнаго электрода.

Напримѣръ, электровозбудительная сила элемента

$$Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Pt = 1,53 - 0 = 1,53 \text{ вольта.}$$

Потенціалы электродовъ будутъ [1]):

$$Zn = -0,765 \text{ вольта,}$$
$$Pt = +0,765 \text{ вольта.}$$

307. Итакъ, въ гальваническомъ элементѣ, состоящемъ изъ двухъ металловъ и одной жидкости, въ большинствѣ случаевъ образуются *двѣ* электровозбудительныя силы, дѣйствующія чаще другъ противъ друга, рѣже — въ одномъ направленіи. Наконецъ, бываютъ такіе элементы, въ которыхъ дѣйствуетъ всего только *одна* электровозбудительная сила.

1) Если электровозбудительныя силы дѣйствуютъ *другъ противъ друга*, то онѣ вычитаются и *активною* остается избытокъ большей. Этотъ активный избытокъ большей электровозбудительной силы и есть *электровозбудительная сила гальваническаго элемента.* Сюда относятся гальваническіе элементы, электроды коихъ, будучи каждый врозь приведены въ соприкосновеніе съ возбуждающей жидкостью, электризуются *одноименно.* — Электровозбудительная сила такихъ элементовъ значительнѣе всего тогда, когда электровозбудительная сила одного соприкосновенія велика, другаго же — возможно мала.

Примѣры:

$$Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Cu = 1,53 - 0,58 = 0,95 \text{ вольта.}$$
$$Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Ag = 1,53 - 0,35 = 1,18 \text{ вольта.}$$

2) Если обѣ электровозбудительныя силы дѣйствуютъ *въ одномъ направленіи*, то онѣ слагаются. Въ этомъ случаѣ *электровоз-*

1) Принимается, что емкость полюса активнаго электрода равна емкости полюса пассивнаго — плюсъ поверхности жидкости.

будительная сила элемента есть сумма электровозбудительныхъ силъ обоихъ соприкосновеній. Сюда относятся гальваническіе элементы, электроды коихъ, будучи каждый врозь приведены въ соприкосновеніе съ возбуждающей жидкостью, электризуются *разноименно*. Электровозбудительная сила такихъ элементовъ значительнѣе всего тогда, когда электровозбудительная сила обоихъ соприкосновеній возможно велика.

Примѣры:

Zn | CrO_3 + CrO_3 | *Pt* = 0,81 + 1,02 = 1,83 вольта.
Zn | жидк. Поггендорфа + жидк. Поггендорфа | *C* = 1,09 + + 1,04 = 2,13 вольта.

3) Если въ элементѣ дѣйствуетъ всего одна электровозбудительная сила соприкосновенія, то она и представляетъ собою *электровозбудительную силу элемента* и будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше электровозбудительная сила соприкосновенія активнаго электрода съ жидкостью элемента. Сюда относятся элементы, одинъ электродъ коихъ не вызываетъ электровозбудительной силы при соприкосновеніи съ возбуждающею жидкостью.

Примѣры:

Fe | *HCl* + *HCl* | *C* = 0,70 — 0 = 0,70 вольта.
Zn | *HCl* + *HCl* | *Pt* = 1,35 — 0 = 1,35 вольта.

Такимъ образомъ, пользуясь вышеприведенной таблицей электровозбудительныхъ силъ соприкосновеній металловъ съ жидкостями, можно составить гальваническіе элементы весьма различныхъ электровозбудительныхъ силъ. Поэтому обширныя изслѣдованія электровозбудительныхъ силъ соприкосновеній металловъ (и другихъ твердыхъ проводниковъ) съ жидкостями должны повести къ изобрѣтенію новыхъ гальваническихъ элементовъ, которые, быть можетъ, далеко превозойдутъ настоящіе.

308. Величина электровозбудительной силы соприкосновенія между металлами и жидкостями находится въ большей или меньшей зависимости отъ температуры. *Съ повышеніемъ темпера-*

туры электровозбудительная сила однихъ соприкосновеній металловъ съ жидкостями уменьшается, другихъ — увеличивается. Вслѣдствіе этого и электровозбудительная сила гальваническихъ элементовъ находится въ прямой зависимости отъ температуры возбуждающей жидкости, и если говорятъ, что электровозбудительная сила какого либо элемента равна столькимъ-то вольтамъ, то это вѣрно только для той температуры, при которой сдѣлано опредѣленіе электровозбудительной силы. Опытъ показываетъ, что при повышеніи температуры электровозбудительная сила большинства элементовъ уменьшается.

Особенно важно помнить это въ тѣхъ случаяхъ, когда пользуются величиной электровозбудительной силы гальваническаго элемента, какъ единицей сравненія. — Мы уже говорили (примѣч. къ § 76), что существуютъ такъ называемые *нормальные гальваническіе элементы*, электровозбудительная сила которыхъ почти неизмѣнна при условіи употребленія ихъ въ незамкнутой цѣпи, напр., при пользованіи ими для заряженія электрометра. Какъ сказано, электровозбудительная сила такихъ элементовъ измѣняется въ зависимости отъ температуры. Напр., нормальный элементъ Клэрка имѣетъ при температурѣ 15,5° С. электровозбудительную силу = 1,442 вольта, при повышеніи же температуры на 1° С. электровозбудительная сила его уменьшается на 0,0012545 вольта (= — 0,087%). Такимъ образомъ при 50° С. (= 40° R.) электровозбудительная сила этого элемента равна всего только 1,4 вольта.

309. *Величина, показывающая въ процентахъ измѣненіе электровозбудительной силы элемента при повышеніи температуры его на 1° С., называется температурнымъ коэффиціентомъ электровозбудительной силы гальваническаго элемента.*

Только что приведенный температурный коэффиціентъ электровозбудительной силы элемента Клэрка относится къ числу значительныхъ. Вообще же, коэффиціенты эти столь малы, что ихъ можно не принимать въ расчетъ при обыкновенныхъ задачахъ практики (при работѣ элементовъ въ замкнутой цѣпи). По-

этому подъ электровозбудительной силой элемента подразумѣвается обыкновенно та, которую элементъ имѣетъ при «комнатной температурѣ».

По опытамъ, произведеннымъ мною[1]), температурный коэффиціентъ употребительнѣйшихъ рабочихъ элементовъ оказывается весьма незначительнымъ. Принимая электровозбудительную силу элементовъ при 20° C. за «нормальную» и нагрѣвая элементы до 50° C., я получалъ слѣдующіе результаты:

Элементы.	Нормальная электровозбудительная сила въ вольтахъ.	Измѣненія электровозбудительной силы при повышеніи температуры на 1° C..	Температурный коэффиціентъ электровозбудительной силы элементовъ.
Даніэля A (§ 312)[2])	0,972	+ 0,0003	+ 0,031
Даніэля B (§ 312)	0,943	— 0,0003	— 0,032
Лекланше	1,461	— 0,0004	— 0,027
Поггендорфа . . .	2,031	— 0,0009	— 0,044

310. Если нагрѣваніе не вызвало химическихъ реакцій, измѣняющихъ жидкость элемента, то, по мѣрѣ охлажденія, электровозбудительная сила его возвращается къ нормѣ, въ противномъ случаѣ — остается ниже нормальной. Такъ напр., оказалось, что элементъ Гренэ теряетъ 0,0034 вольта на 1° C., но это зависитъ лишь отъ того, что жидкость его сильно измѣняется химически, дѣйствіемъ на нее цинковаго электрода. Вслѣдствіе этого, электровозбудительная сила элемента, по охлажденіи его, не можетъ возвратиться къ прежней величинѣ, и цифра 0,0034 вольта потери на 1° C. отнюдь не представляетъ собою температурнаго коэффиціента въ — 0,16 [3]).

1) Измѣренія производились на незамкнутыхъ элементахъ квадрантнымъ электрометромъ Эдельманна.

2) По Гельмгольцу температурный коэффиціентъ элемента Даніэля равенъ всего только 0,003, что справедливо для температуръ не превышающихъ 35—40° C..

3) Электровозбудительная сила элемента Гренэ = 2,13 вольта.

311. Электровозбудительная сила соприкосновенія металловъ съ растворами кислотъ, щелочей и солей зависитъ, наконецъ, еще отъ процентнаго содержанія этихъ веществъ въ растворѣ. Для выясненія этой зависимости мною были произведены опыты съ нѣкоторыми практически важными растворами и металлами. Результаты этихъ опытовъ сопоставлены въ слѣдующей таблицѣ:

Металлы	въ растворахъ:	Процентное содержаніе растворенпаго вещества.					
		1%	5%	10%	20%	25%	50%
Мѣдь	мѣднаго купороса	0,31	0,32	0,32	0,33	0,33	—
Цинкъ	цинковаго купороса	1,15	1,15	1,16	1,17	1,17	1,17
Цинкъ	сѣрной кислоты	1,36	1,51	1,57	1,58	1,49	1,54
Цинкъ амальгамированный	сѣрной кислоты	1,58	1,60	1,60	1,60	1,55	1,65

Электровозбудительныя силы въ вольтахъ.

Изъ этой таблицы видно, что концентрація растворовъ весьма различно вліяетъ на электровозбудительную силу. Въ однихъ случаяхъ (Cu | $CuSO_4$ и Zn | $ZnSO_4$) электровозбудительная сила соприкосновенія металла съ жидкостью увеличивается вмѣстѣ съ увеличеніемъ процентнаго содержанія растворенпаго вещества; въ другихъ случаяхъ (Zn *amalg.* | H_2SO_4 и Zn | H_2SO_4) она достигаетъ максимума при опредѣленномъ процентномъ содержаніи послѣдняго. Наконецъ, существуютъ растворы, въ соприкосновеніи съ которыми металлы электризуются тѣмъ слабѣе, чѣмъ концентрированнѣе растворъ.

312. Вслѣдствіе этого и электровозбудительная сила гальваническихъ элементовъ увеличивается или уменьшается въ зависимости отъ концентраціи входящихъ въ составъ ихъ растворовъ.

Приводимъ примѣры вліянія концентраціи растворовъ въ элементахъ съ одною и двумя жидкостями:

I. ЭЛЕМЕНТЫ СЪ ОДНОЮ ЖИДКОСТЬЮ [1]).

Названіе элемента.	Процентное содержаніе «нормальной» жидкости.							
	100%	50%	25%	10%	5%	1%	0%	
Лекланше	1,48	1,43	1,41	1,36	1,36	1,26	1,15	Электровозбудительныя силы въ вольтахъ.
Гренэ	2,10	2,08	2,04	2,00	1,97	1,83	1,02	

II. ЭЛЕМЕНТЫ СЪ ДВУМЯ ЖИДКОСТЯМИ [2]).

1. Элементъ Даніэля A:

амальгамированный цинкъ въ растворѣ сѣрной кислоты, мѣдь въ растворѣ мѣднаго купороса.

Процентное содержаніе H_2SO_4.	Процентное содержаніе $Cu\,SO_4$.		
	25% (насыщ. раств.)	10%	0,5%
50%	1,15	1,16	1,20
25%	1,20	1,22	1,24
10%	1,19	1,21	1,22
5%	1,18	1,19	1,21
1%	1,15	1,15	1,15

2. Элементъ Даніэля B:

неамальгамированный цинкъ въ растворѣ цинковаго купороса, мѣдь въ растворѣ мѣднаго купороса.

Процентное содержаніе $Zn\,SO_4$.	Процентное содержаніе $Cu\,SO_4$.			
	25% (насыщ. раств.)	10%	5%	1%
50% (насыщ. раств.)	1,06	1,07	1,09	1,08
20%	1,06	1,07	1,09	1,08
10%	1,06	1,07	1,09	1,08
5%	1,06	1,07	1,09	1,08
1%	1,08	1,07	1,09	1,07

1) Собственные опыты.

2) Таблицы составлены отчасти на основаніи собственныхъ опытовъ, отчасти же на основаніи опытовъ Киттлера.

Изъ двухъ послѣднихъ таблицъ видно, что

1) электровозбудительная сила элемента *Zn am.* | H_2SO_4 | $CuSO_4$ | *Cu* вначалѣ повышается вмѣстѣ съ увеличеніемъ процентнаго содержанія H_2SO_4, затѣмъ, достигнувъ максимума при 25—30% H_2SO_4, при дальнѣйшемъ увеличеніи процентнаго содержанія кислоты, вновь падаетъ. Эта законность сохраняется при всѣхъ концентраціяхъ $CuSO_4$. Вообще же электровозбудительная сила такого элемента тѣмъ выше, чѣмъ слабѣе растворъ $CuSO_4$.
2) Электровозбудительная сила элемента *Zn* | $ZnSO_4$ | $CuSO_4$ | *Cu* тѣмъ значительнѣе, чѣмъ слабѣе растворъ какъ цинковаго, такъ и мѣднаго купороса въ предѣлахъ отъ 50% до 5% перваго и отъ 25% до 5% втораго.

Изъ сказаннаго, однако, отнюдь не слѣдуетъ, что практично составлять элементы съ очень слабыми растворами солей. Электровозбудительная сила такихъ элементовъ лишь немногимъ выше той, которою обладаютъ элементы съ болѣе насыщенными растворами; внутреннее же сопротивленіе элементовъ со слабыми растворами значительно превосходитъ сопротивленіе элементовъ съ болѣе концентрированными растворами.

Приведенные примѣры имѣютъ особенный интересъ потому, что элементы Даніэля часто употребляются въ качествѣ «нормальныхъ» элементовъ. О такихъ нормальныхъ элементахъ будетъ говорено подробнѣе въ спеціальной части настоящаго сочиненія.

313. *При неизмѣнной температурѣ и составѣ жидкости, электровозбудительная сила соприкосновенія жидкости съ даннымъ металломъ есть величина постоянная.* Бо́льшія или меньшія измѣненія этой величины, наблюдаемыя на практикѣ, зависятъ отъ случайныхъ измѣненій температуры и состава жидкости. Если жидкость не дѣйствуетъ химически на металлъ, то все же она можетъ измѣниться въ смыслѣ процентнаго содержанія растворенныхъ въ ней веществъ (напр., при увеличеніи концентраціи вслѣдствіе испаренія воды). Если жидкость дѣйствуетъ на ме-

таллъ, то электровозбудительная сила тѣмъ менѣе постоянна, чѣмъ энергичнѣе происходящая химическая реакція. Особенно значительно нарушается электровозбудительная сила въ томъ случаѣ, если вслѣдствіе химической реакціи происходитъ выдѣленіе газовъ на поверхности металла, или если металлъ покрывается слоемъ окисла. Но и въ томъ случаѣ, когда жидкость, вступая въ реакцію съ металломъ, не измѣняетъ поверхности его ни отложеніемъ на ней газовъ, ни образованіемъ слоя окисловъ, электровозбудительная сила все же можетъ болѣе или мѣнѣе измѣниться (побочнымъ путемъ) вслѣдствіе того, что перешедшіе въ растворъ продукты химическаго взаимодѣйствія измѣняютъ составъ, а слѣдовательно и электровозбудительныя свойства возбуждающей жидкости. Вслѣдствіе этихъ причинъ нѣтъ возможности опредѣлить сколько нибудь точно величину электровозбудительной силы соприкосновенія нѣкоторыхъ металловъ съ различными жидкостями. Сюда относится прежде всего цинкъ въ соприкосновеніи съ водою, растворами солей и кислотъ, особенно же въ соприкосновеніи съ кислотами сильно окисляющими, какова, напр., хромовая кислота[1]). Такая же непостоянная электровозбудительная сила появляется и при соприкосновеніи упомянутыхъ жидкостей съ кадміемъ, желѣзомъ и свинцемъ. Поэтому числа таблицъ §§ 303 и 311 представляютъ лишь величины приближенныя: различные куски одного и того же металла даютъ съ одною и тою же жидкостью электровозбудительныя силы, разнящіяся по величинѣ иногда до 10%, въ зависимости отъ того, насколько окислена поверхность металла, насколько энергична химическая реакція между металломъ и жидкостью и какъ долго продолжается эта реакція, т. е. насколько продолжительно соприкосновеніе металла съ жидкостью. Очевидно, что послѣднее обстоятельство ничуть не противорѣчитъ основному положенію § 302. Продолжи-

---

1) Этимъ объясняется то обстоятельство, что электровозбудительная сила элемента Гренэ измѣняется уже чрезъ нѣсколько минутъ послѣ его составленія, даже въ томъ случаѣ, если элементъ этотъ остается разомкнутымъ.

тельность соприкосновенія металла съ жидкостью вліяетъ здѣсь на электровозбудительную силу только потому, что жидкость и поверхность металла съ теченіемъ времени измѣняются все болѣе и болѣе.

XII. Электровозбудительная сила соприкосновенія жидкостей между собою.

314. Если жидкости расположены одна надъ другой слоями вслѣдствіе разности ихъ удѣльнаго вѣса, то въ плоскости соприкосновенія ихъ можетъ развиться электровозбудительная сила, вслѣдствіе чего одна изъ двухъ соприкасающихся жидкостей электризуется положительно, другая же — отрицательно.

Электровозбудительныя силы соприкосновенія жидкостей необходимо должны играть роль въ образованіи т. н. «животныхъ токовъ» и поэтому представляютъ особый интересъ для физіологіи. Къ сожалѣнію, электровозбудительныя силы этого рода еще очень мало изучены, касательно же жидкостей животнаго организма — не существуетъ даже никакихъ изслѣдованій.

Электровозбудительныя силы соприкосновенія между жидкостями могутъ имѣть практическое значеніе въ элементахъ съ двумя жидкостями, раздѣленными или нераздѣленными пористой перегородкой. Въ послѣднемъ случаѣ дѣло можетъ, однако, осложнить электровозбудительная сила, развивающаяся при *диффузіи жидкостей чрезъ пористую перегородку* (см. соотвѣтствующую главу).

315. Электровозбудительная сила соприкосновенія жидкостей въ большинствѣ случаевъ очень незначительна. Такъ напр., электровозбудительная сила соприкосновенія растворовъ сѣрной кислоты (отъ 1% до 20% содержанія H_2SO_4) съ водой, растворовъ цинковаго и мѣднаго купороса съ водой, растворовъ этихъ солей между собою или съ растворами сѣрной кислоты — не превосходятъ по моимъ опытамъ нѣсколькихъ сотыхъ вольта. Поэтому разность потенціаловъ полюсовъ элемента Даніэля обу-

словливается главнымъ образомъ разностью тѣхъ электровозбудительныхъ силъ, которыя развиваются соприкосновеніемъ металловъ этого элемента съ соотвѣтственными жидкостями его, электровозбудительная же сила соприкосновенія между жидкостями играетъ лишь второстепенную роль. Это подтверждается слѣдующимъ сопоставленіемъ электровозбудительной силы элемента Даніэля, вычисленной на основаніи таблицы § 311 и опредѣленной прямымъ опытомъ:

Элементъ Даніэля;

амальгамированный цинкъ въ растворѣ сѣрной кислоты, мѣдь въ растворѣ мѣднаго купороса.

Процентное содержаніе сѣрной кислоты.	Процентное содержаніе мѣднаго купороса.	Электровозбудительная сила въ вольтахъ		Разница между вычисленной и найденной электровозбудительной силой.
		вычисленная теоретически	найденная практически.	
50%	25%	1,32	1,15	0,17
50%	10%	1,33	1,16	0,17
25%	25%	1,22	1,20	0,02
25%	10%	1,23	1,22	0,01
10%	25%	1,27	1,19	0,08
10%	10%	1,28	1,21	0,07
5%	25%	1,27	1,18	0,09
5%	10%	1,28	1,19	0,09
1%	25%	1,25	1,15	0,10
1%	10%	1,26	1,15	0,11

Не только величина, но иногда и самое *направленіе* дѣйствія электровозбудительной силы могутъ быть различны въ зависимости отъ концентраціи соприкасающихся жидкостей.

316. До тѣхъ поръ пока жидкости, расположенныя одна надъ другой слоями, находятся въ полномъ покоѣ, электровозбудительная сила ихъ соприкосновенія остается неизмѣнной. Въ покоѣ же жидкіе слои остаются въ томъ случаѣ, если между

ними нѣтъ химическаго взаимодѣйствія, если диффузія между ними незначительна, и сосудъ съ жидкостью не подвергается сотрясенію. Напротивъ, электровозбудительная сила измѣняется болѣе или менѣе сильно и скоро, если жидкости начинаютъ смѣшиваться вслѣдствіе химическаго взаимодѣйствія, диффузіи или случайныхъ сотрясеній. Такъ какъ въ большинствѣ случаевъ даже на короткое время невозможно избѣжать диффузіи между соприкасающимися слоями, то экспериментальное изслѣдованіе электровозбудительной силы соприкосновенія жидкостей оказывается крайне затруднительнымъ. Раздѣленіе жидкостей пористыми перегородками ни къ чему не ведетъ, такъ какъ диффузія чрезъ нихъ часто идетъ еще энергичнѣе и пористая перегородка не даетъ строго разграничивающей плоскости соприкосновенія жидкостей. Поэтому мы не считаемъ возможнымъ привести какія либо числовыя данныя разсматриваемыхъ электровозбудительныхъ силъ: результаты отдѣльныхъ опытовъ слишкомъ не схожи между собою.

317. Если жидкости химически дѣйствуютъ другъ на друга, то о постоянствѣ электровозбудительной силы ихъ соприкосновенія не можетъ быть рѣчи уже потому, что таковая нарушается образованіемъ новыхъ веществъ (продуктовъ реакцій), переходящихъ въ растворъ или отлагающихся въ плоскости соприкосновенія жидкостей. Поэтому электровозбудительную силу соприкосновенія между жидкостями можно наблюдать въ довольно чистомъ видѣ лишь тогда, когда соприкасающіяся жидкости химически другъ на друга мало или совершенно не дѣйствуютъ.

XIII. «Случайные токи».

318. Если погрузить одновременно въ какую либо жидкость (электролитъ) двѣ пластинки, приготовленныя изъ одного и того же металла, то между полюсами такихъ *однородныхъ* электродовъ не должно быть разности потенціаловъ, и потому, по соединеніи полюсовъ проволокой, въ послѣдней не должно появиться тока.

Это справедливо, однако, только въ томъ случаѣ, если оба электрода дѣйствительно вполнѣ однородны, чего на практикѣ почти никогда не бываетъ. Поэтому электровозбудительная сила соприкосновенія съ жидкостью одного изъ электродовъ, обыкновенно, нѣсколько больше, чѣмъ другаго. Такъ какъ обѣ электровозбудительныя силы дѣйствуютъ другъ противъ друга, то активнымъ остается лишь случайный избытокъ большей. Вслѣдствіе этого получается гальваническая пара, обладающая ничтожной «случайною» электровозбудительной силой, способною въ теченіе нѣкотораго времени поддерживать слабый токъ въ замкнутой цѣпи. Токъ этотъ настолько слабъ, что можетъ быть обнаруженъ только весьма чувствительнымъ гальваноскопомъ. Но въ случаяхъ, когда, какъ напр. при электрофизіологическихъ опытахъ, употребляются крайне чувствительные гальваноскопы, случайная неоднородность двухъ металлическихъ электродовъ, приведенныхъ въ соприкосновеніе съ влажными животными тканями, можетъ ввести экспериментатора въ ошибку. Возможно, что упомянутые «случайные токи» будутъ приняты за такъ называемые «животные токи» тамъ, гдѣ послѣдніе совершенно отсутствуютъ. Возможно, что электровозбудительная сила, вызванная соприкосновеніемъ неоднородныхъ электродовъ съ животными тканями, смотря по своему направленію, ослабитъ или усилитъ изслѣдуемый животный токъ.

319. Въ виду практической важности такихъ «случайныхъ» электровозбудительныхъ силъ, я произвелъ рядъ опытовъ, съ цѣлью опредѣлить возможную абсолютную величину ихъ *при одновременномъ погруженіи* въ различныя жидкости различныхъ электродовъ, приготовленныхъ попарно изъ одного и того же металла.

Въ слѣдующей таблицѣ сопоставлены результаты этихъ опытовъ:

Электроды приготовленные изъ	Жидкости:	Электровозбудительная сила (въ вольтахъ), дѣйствующая въ замкнутой цѣпи	
		непосредственно послѣ погруженія электродовъ въ жидкость.	нѣкоторое время спустя, когда электровозбудительная сила лишь медленно падаетъ.
мѣди [1])	Дестиллированная вода	0,0003 до 0,0006.	0,0001 до 0,0002.
мѣди	20⁰/₀-ый растворъ мѣднаго купороса	0,004 до 0,01.	0,0007 до 0,003.
мѣди	10⁰/₀-ый растворъ сѣрной кислоты	0,01 до 0,03.	0,004 до 0,007.
платины [2])	Дестиллированная вода	0,001.	0,0005.
платины	0,5⁰/₀-ый растворъ хлористаго натрія	0,007.	0,0004.
платины	10⁰/₀-ый растворъ сѣрной кислоты	0,02.	0,0005.
цинка [3]) амальгамированнаго	Насыщенный растворъ цинковаго купороса.	0,01.	0,00007.

Изъ этой таблицы видно, что при соприкосновеніи двухъ «одинаковыхъ» электродовъ съ какою либо жидкостью, образующійся активный избытокъ электровозбудительной силы колеблется въ весьма широкихъ предѣлахъ [4]), въ зависимости отъ различныхъ случайныхъ причинъ. Къ такимъ причинамъ относятся: присутствіе окисловъ на поверхности электродовъ, случайныя примѣси въ поверхностномъ слоѣ металловъ и т. п..

320. Выше было уже говорено (§ 303), что платина въ соприкосновеніи съ водою, слабою сѣрною кислотою, растворомъ хлористаго натрія и т. п. не вызываетъ никакой электровозбу-

1) Электроды приготовлены изъ одного куска проволоки высокаго сорта.

2) Электроды приготовлены изъ одного куска проволоки.

3) Химически чистый матеріалъ.

4) Предѣлы эти будутъ еще шире, если электроды приготовлены изъ двухъ кусковъ одного и того же металла, различнаго сорта, или если поверхности электродовъ загрязнены. Опыты, результаты коихъ мы только что привели, производились съ электродами изъ имѣющагося въ продажѣ возможно чистаго матеріала.

дительной силы. Если же мы, при погруженіи въ эти жидкости двухъ платиновыхъ электродовъ, иногда и констатируемъ таковую, то это зависитъ только отъ того, что поверхность металловъ была неравномѣрно измѣнена, главнымъ образомъ поглощеніемъ кислорода изъ воздуха. Ниже мы увидимъ (§ 338), что платина отличается способностью поглощать ничтожныя количества газовъ, «окклюдировать» газы въ своихъ поверхностныхъ слояхъ. Измѣненная такимъ образомъ платина въ соприкосновеніи съ дотолѣ индиферентными для нея жидкостями вызываетъ электровозбудительную силу, достигающую иногда значительной величины. Если платиновые электроды тщательно вычистить, прокалить, охладить и тотчасъ же погрузить въ одну изъ упомянутыхъ жидкостей, то въ замкнутой цѣпи не появится никакого тока, такъ какъ, благодаря очисткѣ и прокаливанію, электроды сдѣлались вполнѣ однородными и потеряли окклюдированные ими газы. Такіе электроды съ теченіемъ времени, отъ соприкосновенія съ воздухомъ, вновь сдѣлаются неоднородными.

321. Если свободные концы двухъ мѣдныхъ, платиновыхъ или иныхъ проволокъ, соединенныхъ съ чувствительнымъ гальванометромъ, приложить къ поверхности языка или влажной кожи, то гальванометръ обнаружитъ токъ, направленіе котораго будетъ совершенно случайное. Причины этого тока лежатъ единственно въ неоднородности обѣихъ проволокъ, соприкасающихся съ влажнымъ слоемъ; какіе либо «животные токи» не играютъ здѣсь никакой роли.

322. *«Случайная» электровозбудительная сила гальванической пары съ двумя хотя и «одинаковыми», но неоднородными электродами вообще очень непостоянна и особенно быстро падаетъ по замкнутіи цѣпи*, такъ что производимый ею токъ чрезъ нѣсколько минутъ ослабляется во много разъ и притомъ тѣмъ скорѣе, чѣмъ меньше общее сопротивленіе цѣпи[1]), т. е.

---

1) Въ нашихъ опытахъ сопротивленіе цѣпи равнялось приблизительно 4000 омъ.

чѣмъ сильнѣе токъ. Это зависитъ отъ того, что электроды поляризуются токомъ (см. слѣдующую главу). Сила тока падаетъ вообще неравномѣрно: очень быстро въ теченіе первыхъ секундъ, затѣмъ медленно.

323. Если сначала погрузить въ жидкость одинъ изъ двухъ совершенно однородныхъ электродовъ, а другой лишь по прошествіи нѣсколькихъ секундъ или минутъ, то электроды эти, по соединеніи ихъ полюсовъ проводникомъ, дадутъ токъ, не смотря на то, что *при одновременномъ погруженіи* ихъ въ ту же жидкость они тока не давали. Это зависитъ отъ того, что поверхность ранѣе погруженнаго электрода успѣваетъ болѣе или менѣе измѣниться подъ вліяніемъ химическаго дѣйствія жидкости, и тогда электровозбудительная сила соприкосновенія такой поверхности съ жидкостью окажется иною, чѣмъ та, которую развиваетъ другой электродъ, позже погруженный въ ту же жидкость. Въ зависимости отъ свойствъ жидкостей и металловъ, поверхности послѣднихъ измѣняются различнымъ образомъ: въ однихъ жидкостяхъ поверхности металловъ освобождаются отъ покрывающаго ихъ тончайшаго слоя окисла, въ другихъ, напротивъ, поверхности эти болѣе или менѣе окисляются. Неокисляющіеся металлы измѣняются инымъ путемъ: такъ напр., платина, въ однихъ случаяхъ, поглощаетъ своею поверхностью газы, растворенные въ жидкости, въ другихъ случаяхъ, напротивъ, теряетъ газы, поглощенные ею изъ воздуха (кислородъ).

Измѣненіе однородности поверхностей электродовъ, *при неодновременномъ погруженіи* ихъ въ жидкость, представляетъ большой интересъ для электрофизіологическихъ изслѣдованій. Не будучи знакомымъ съ такимъ свойствомъ электродовъ, можно придти къ совершенно ошибочнымъ выводамъ, объясняя физіологическимъ явленіемъ тотъ токъ, который происходитъ единственно вслѣдствіе неодновременнаго соприкосновенія электродовъ съ влажными животными тканями.

Чтобы получить представленіе о *величинѣ активной электровозбудительной силы*, *появляющейся въ цѣпи при неодновре-*

менномъ погруженіи въ жидкость двухъ вполнѣ однородныхъ электродовъ, я произвелъ рядъ опытовъ, результаты коихъ сопоставлены въ слѣдующей таблицѣ:

Парные электроды изъ	Жидкость	Электровозбудительная сила (въ вольтахъ), дѣйствующая въ замкнутой цѣпи		Направленіе дѣйствія электровозбудительной силы
		непосредственно послѣ погруженія втораго электрода въ жидкость.	нѣкоторое время спустя, когда электровозбудительная сила лишь медленно падаетъ.	
мѣди	Дестиллированная вода	0,001 до 0,006	0,0002 до 0,0006	отъ II къ I.
мѣди	20%-ый растворъ мѣднаго купороса	0,008	0,0016 до 0,004	отъ II къ I.
мѣди	10%-ый растворъ сѣрной кислоты	0,04	0,005 до 0,02	сначала отъ II къ I, затѣмъ отъ I къ II.
платины	Дестиллированная вода	0,008	0,002	отъ I къ II.
платины	0,5%-ый растворъ хлористаго натрія	0,016	0,002	отъ II къ I.
платины	10%-ый растворъ сѣрной кислоты	0,045	0,003	отъ II къ I.
цинка амальгамированнаго	Насыщенный растворъ цинковаго купороса	0,01	0,001	отъ I къ II.

Цифра I въ таблицѣ означаетъ ранѣе погруженный электродъ, цифра II — позже погруженный. Второй электродъ погружался въ жидкость на 5 минутъ позже перваго. Гальванометръ былъ заранѣе соединенъ съ обоими электродами такъ, что токъ замыкался въ моментъ погруженія втораго электрода въ жидкость.

324. Для нѣкоторыхъ опытовъ электрофизіологіи представляетъ особенный интересъ измѣненіе свойствъ поверхности амальгамированнаго цинка при погруженіи его въ насыщенный растворъ $ZnSO_4$. Такъ какъ Дю-Буа-Реймонъ утверждаетъ, что электровозбудительныя свойства цинка остаются неизмѣнными при различныхъ условіяхъ соприкосновенія его съ вышеозначеннымъ растворомъ, то я обратилъ особенное вниманіе на

отношеніе цинковыхъ электродовъ къ неодновременному погруженію ихъ въ $Zn\,SO_4$. При этомъ оказалось, что Zn въ растворѣ $H_2\,SO_4$ не имѣетъ большаго преимущества передъ платиновыми электродами въ водѣ или слабомъ растворѣ поваренной соли и даже уступаетъ мѣднымъ электродамъ въ растворѣ $Cu\,SO_4$. Амальгамированъ ли цинкъ (химически чистый) непосредственно передъ опытомъ или за цѣлый мѣсяцъ до этого — результаты получаются одни и тѣ-же.

325. Изъ вышеприведенной таблицы видно, что *токъ, появляющійся въ цѣпи при неодновременномъ погруженіи электродовъ въ жидкость, чрезъ нѣкоторое время можетъ измѣнить свое направленіе.* Послѣднее зависитъ отъ того, что поверхность позже погруженнаго электрода мало по малу измѣняется, подобно поверхности перваго, и въ то же время электроды поляризуются проходящимъ токомъ. Такимъ образомъ, послѣ того какъ исчезнетъ электровозбудительная сила, обусловленная первоначальною неоднородностью обоихъ электродовъ, въ цѣпи остается активною лишь электровозбудительная сила поляризаціи, по направленію обратная предыдущей. Наконецъ, вслѣдъ за угасаніемъ электровозбудительной силы поляризаціи, электроды дѣлаются однородными, вслѣдствіе чего, какъ первоначальный, такъ и обратный токъ (вызванный поляризаціей) прекращаются. Время, въ теченіе котораго продолжаются упомянутые токи, весьма различно: иногда они исчезаютъ спустя одну или нѣсколько минутъ, иногда же длятся около $^1/_4$ часа. Продолжительность существованія токовъ, вызванныхъ неоднородностью двухъ цинковыхъ электродовъ, погруженныхъ въ $Zn\,SO_4$, не менѣе продолжительности токовъ, вызванныхъ другими неоднородными электродами.

326. Мы видѣли, что въ случаѣ одновременнаго погруженія въ жидкость двухъ неоднородныхъ электродовъ изъ одного и того же металла, или въ случаѣ неодновременнаго погруженія двухъ хотя бы и однородныхъ металловъ, въ цѣпи сначала появляется токъ, но затѣмъ величины электровозбудительныхъ

силъ соприкосновенія обоихъ электродовъ съ данною жидкостью вполнѣ уравновѣшиваются. *Это равновѣсіе противоположно дѣйствующихъ электровозбудительныхъ силъ тотчасъ же нарушается, если привести хотя бы даже въ слабое движеніе одинъ или оба электрода.*

При этомъ причины измѣненія электровозбудительной силы могутъ быть различны:

1) Если *электродъ* случайно при движеніи *погружается глубже въ жидкость*, то съ послѣднею приходятъ въ соприкосновеніе свѣжія части поверхности электрода, еще неизмѣненныя дѣйствіемъ жидкости, что равносильно неодновременному погруженію электродовъ въ жидкость.

2) Если *смоченныя части электрода извлекаются изъ жидкости*, то электровозбудительная сила можетъ измѣниться вслѣдствіе дѣйствія кислорода воздуха на увлаженную поверхность металла.

3) Если, наконецъ, *электродъ не извлекается изъ жидкости и не погружается въ нее глубже, а только движется въ ней*, или же если *сама жидкость приходитъ въ движеніе вокругъ электрода*, то первоначальная величина электровозбудительной силы можетъ измѣниться вслѣдствіе того, что при этомъ съ поверхности металла удаляется тончайшій слой окисла или слой сгущеннаго на поверхности газа (воздуха, водорода). — Если металлъ химически дѣйствуетъ на жидкость, то первоначальная величина электровозбудительной силы измѣнится вслѣдствіе того, что, при движеніи жидкости или электрода, въ соприкосновеніе съ послѣднимъ приходятъ части жидкости мало или совершенно неизмѣненныя металломъ, тогда какъ дотолѣ онъ могъ быть окруженъ слоемъ *значительно* измѣненной жидкости.

327. Подобное же измѣненіе первоначальной величины электровозбудительной силы соприкосновенія одного изъ электродовъ съ данною жидкостью происходитъ и въ томъ случаѣ, если пальцами или какимъ либо механическимъ приспособленіемъ *сжимать*

или тереть погруженную въ жидкость поверхность электрода. Измѣненіе электровозбудительной силы зависитъ здѣсь опять-таки отъ того, что при этомъ механически удаляются съ поверхности электрода окислы, слой сгущенныхъ газовъ и сама жидкость, окружающая электродъ, приводится въ движеніе. Во всякомъ случаѣ, при сдавливаніи электрода подъ жидкостью пальцами или при давленіи какихъ либо мышцъ на погруженный въ животныя ткани электродъ, появляются токи, зависящіе отъ чисто физическихъ, а не отъ физіологическихъ причинъ.

328. Какъ о причинѣ измѣненія однородности двухъ электродовъ, надо еще упомянуть о *теплѣ* въ томъ случаѣ, если оно дѣйствуетъ на одинъ изъ двухъ однородныхъ электродовъ, погруженныхъ въ какую либо жидкость, сильнѣе, чѣмъ на другой.

Дѣйствіе тепла можно весьма удобно изучать, погрузивъ два однородныхъ электрода въ отдѣльные, но сообщающіеся посредствомъ стеклянной трубки, сосуды, наполнивъ эти сосуды и трубку одною и тою же жидкостью и нагрѣвая затѣмъ одинъ изъ сосудовъ. *Дѣйствіе неравномѣрнаго нагрѣванія весьма рѣзко сказывается появленіемъ относительно сильнаго тока въ проводникѣ, замыкающемъ полюсы электродовъ.*

Поддерживая при температурѣ 20° С. жидкость, окружающую одинъ изъ электродовъ, и нагрѣвая до 40° С. жидкость, окружающую другой, я нашелъ, что дѣйствіе неравномѣрнаго нагрѣванія выражается слѣдующимъ образомъ:

Электроды и окружающія ихъ жидкости.	Активная электровозбудительная сила (въ вольтахъ)		Температурный коэффиціентъ электровозбудительной силы соприкосновенія.
	при разности температуръ электродовъ въ 20° С.	при разности температуръ электродовъ въ 1° С.	
Платина въ 0,5% растворѣ хлористаго натрія..............	0	0	0
Мѣдь въ насыщенномъ растворѣ мѣднаго купороса...........	0,012	0,0006	0,182
Платина въ томъ же растворѣ...	0	0	0
Цинкъ (амальгамир.) въ насыщенномъ раств. цинк. купороса	0,015	0,00075	0,063
Платина въ томъ же растворѣ...	0	0	0

Изъ приведенной таблицы прежде всего видно, что *повышеніе температуры одного изъ двухъ однородныхъ электродовъ и окружающей его жидкости остается безъ результата въ томъ случаѣ, если соприкосновеніе даннаго металла и жидкости само по себѣ не вызываетъ никакой электровозбудительной силы* (§ 303). *Въ противномъ случаѣ* оказывается, что *во внѣшней цѣпи, замыкающей полюсы обоихъ электродовъ, появляется токъ, имѣющій направленіе отъ нагрѣтаго электрода къ ненагрѣтому.* Отсюда слѣдуетъ, что электровозбудительная сила соприкосновенія цинка и мѣди съ растворами сѣрнокислыхъ солей этихъ металловъ увеличивается при повышеніи температуры. При этомъ *электровозбудительная сила соприкосновенія возрастаетъ вполнѣ пропорціонально повышенію температуры*, т. е. увеличивается, при повышеніи температуры на одинъ градусъ, на нѣкоторую постоянную для даннаго сопротивленія величину. Если увеличеніе электровозбудительной силы соприкосновенія при повышеніи температуры на 1° C. выразить въ процентахъ, то мы получимъ *температурный коэффиціентъ соотвѣтствующей электровозбудительной силы соприкосновенія.*

Токъ, производимый неравенствомъ температуръ электродовъ и окружающей ихъ жидкости, отличается весьма большимъ постоянствомъ, что и не можетъ быть иначе, разъ какъ величина электровозбудительной силы находится въ строгой зависимости отъ температуры.

Считаемъ нужнымъ замѣтить, что отнюдь *не должно смѣшивать описанное вліяніе температуры на величину электровозбудительной силы соприкосновенія металла съ жидкостью съ явленіями термоэлектрическими.*

Токи, вызванные неравномѣрнымъ нагрѣваніемъ электродовъ, имѣютъ интересъ для электрофизіологіи въ томъ случаѣ, когда, напр. замыкается «животный токъ» посредствомъ двухъ неполяризующихся электродовъ Дю-Буа-Реймона, изъ коихъ одинъ случайно можетъ имѣть температуру большую, чѣмъ другой.

Тогда во внѣшней цѣпи появится токъ отъ болѣе нагрѣтаго электрода къ менѣе нагрѣтому.

329. Подобно неравномѣрному нагрѣванію дѣйствуетъ и *неравномѣрное освѣщеніе* обоихъ однородныхъ электродовъ, погруженныхъ въ одну и ту же возбуждающую жидкость. Мы не будемъ, однако, останавливаться на дѣйствіи неравномѣрнаго освѣщенія, потому что оно сказывается рѣзко только въ томъ случаѣ, когда мы имѣемъ дѣло съ металлами, погруженными въ такія жидкости, которыя подъ вліяніемъ свѣта дѣйствуютъ химически на эти металлы иначе, чѣмъ въ темнотѣ. Если этого нѣтъ, то вліяніе неравномѣрнаго освѣщенія сказывается весьма слабо. Въ физіологической практикѣ мы имѣемъ обыкновенно дѣло съ платиновыми или золотыми электродами въ растворѣ поваренной соли и съ цинковыми электродами въ растворѣ цинковаго купороса: на такіе электроды неравномѣрное освѣщеніе сильно не дѣйствуетъ; во всякомъ случаѣ, дѣйствіе неравномѣрнаго нагрѣванія превосходитъ здѣсь дѣйствіе неравномѣрнаго освѣщенія въ нѣсколько сотъ разъ. Слѣдуетъ помнить, что неравномѣрное освѣщеніе на практикѣ всегда сопровождается и неравномѣрнымъ нагрѣваніемъ.

330. Резюмируя полученные результаты, мы можемъ сказать, что при извѣстной постановкѣ электрофизіологическихъ опытовъ съ отведеніемъ «животныхъ токовъ» въ чувствительный гальванометръ, возможенъ рядъ ошибокъ, зависящихъ отъ «случайныхъ токовъ», обусловливаемыхъ неоднородностью повидимому одинаковыхъ электродовъ, приведенныхъ въ соприкосновеніе съ животными тканями. Поэтому опыты такого рода должны быть обставлены съ крайнею осмотрительностью.

Какъ мы видѣли, *случайные токи могутъ зависѣть отъ слѣдующихъ причинъ:*

1) *Отъ первоначальной неоднородности обоихъ электродовъ* въ смыслѣ неоднородности всей массы или только поверхностей ихъ. Поверхность металловъ можетъ быть измѣнена слоемъ окисловъ, сгущенными въ ней газами, случайнымъ загрязненіемъ.

2) *Отъ неодновременнаго соприкосновенія обоихъ электродовъ съ электролитомъ.*

3) *Отъ случайныхъ движеній и сотрясеній одного или обоихъ электродовъ или окружающей ихъ жидкости.*

4) *Отъ случайнаго сжатія одного изъ электродовъ подъ покрывающей его жидкостью.*

5) *Отъ неравной температуры обоихъ электродовъ и непосредственно съ ними соприкасающагося электролита.*

Нѣкоторыя изъ этихъ причинъ часто трудно устранимы, другія же нерѣдко совершенно неустранимы. Въ своемъ мѣстѣ будетъ говорено о надежнѣйшихъ способахъ устраненія поводовъ къ возникновенію «случайныхъ токовъ».

XIV. Удѣльное сопротивленіе и удѣльная проводимость.

331. Всякій наэлектризованный *проводникъ*, будучи сообщенъ въ какой либо части своей поверхности съ землею, тотчасъ же теряетъ электрическій зарядъ и приходитъ въ нейтральное состояніе. Напротивъ, наэлектризованный *непроводникъ* при тѣхъ же условіяхъ теряетъ только то количество электричества, которое находится на части поверхности его, непосредственно соприкасающейся съ проводникомъ, отходящимъ въ землю. Вслѣдствіе этого *проводникъ*, сообщенный съ землею, получаетъ потенціалъ равный нулю, *непроводникъ* же этому закону не слѣдуетъ.

При сообщеніи изолированнаго *проводника* съ источникомъ электричества, послѣднее мгновенно или вообще очень быстро распространяется во всемъ проводникѣ, распредѣляясь на поверхности его, сообразно емкости отдѣльныхъ ея частей. При сообщеніи *непроводника* съ источникомъ электричества, послѣднее не распространяется тотчасъ по поверхности его, а остается въ томъ мѣстѣ, которому непосредственно былъ сообщенъ зарядъ; дальнѣйшее распространеніе заряда совершается медленно.

Такимъ образомъ, всѣ точки поверхности заряженнаго *проводника* получаютъ одинъ и тотъ же электрическій потенціалъ, соотвѣтствующій заряду какого либо одного знака, тогда какъ потенціалъ различныхъ точекъ поверхности *непроводника* различенъ по величинѣ и можетъ соотвѣтствовать зарядамъ противоположныхъ знаковъ, такъ какъ разноименные заряды, оставаясь на поверхности непроводника относительно мало подвижными, долгое время не нейтрализуютъ другъ друга.

Проводники служатъ для проведенія электричества, а непроводники — для предохраненія перехода его съ одного проводника на другой. Однако опытъ показываетъ, что *непроводниковъ электричества въ полномъ смыслѣ этого слова не существуетъ.*

332. Изготовивъ изъ различнаго матеріала стержни одинаковой длины и одинаковой плоскости поперечнаго сѣченія, мы убѣждаемся, что стержни эти при одной и той же температурѣ и одной и той же разности потенціаловъ у конечныхъ своихъ точекъ проводятъ электричество лучше или хуже, въ зависимости отъ самой природы своей. Такъ напр., при разности потенціаловъ въ одинъ вольтъ конечныхъ точекъ нѣкоторой серебряной проволоки находимъ, что сила проходящаго въ ней тока равна 1 амперу, тогда какъ при тѣхъ же условіяхъ сила тока въ точно такой же алюминіевой проволокѣ равна 0,5 ампера, а въ такой же оловянной — всего только 0,1 ампера. Такимъ образомъ, принявъ *проводимость* серебра за единицу сравненія, находимъ, что проводимость алюминія вдвое меньше, а проводимость олова въ десять разъ меньше.

Отсюда очевидно, что въ различныхъ по матеріалу проводникахъ, при одинаковой длинѣ, одинаковой плоскости поперечнаго сѣченія и при одинаковой температурѣ ихъ, сила тока прямо пропорціональна проводимости матеріала и разности потенціаловъ конечныхъ ихъ точекъ; слѣдовательно, такіе проводники противопоставляютъ движенію электричества въ массѣ своей тѣмъ большее сопротивленіе, чѣмъ меньше ихъ проводимость.

333. *Если измѣрить въ омахъ сопротивленія различныхъ*

тѣлъ (однородныхъ во всей своей массѣ) *при одинаковомъ ихъ объемѣ и формѣ и при одной и той же температурѣ, то найденныя величины будутъ представлять собою такъ называемыя абсолютныя удѣльныя сопротивленія этихъ тѣлъ.* — Такъ какъ длину и объемъ мы измѣряемъ метрическими единицами, то принято называть *абсолютнымъ удѣльнымъ сопротивленіемъ тѣла то, которое при 0° C. представляетъ данное вещество въ формѣ куба, имѣющаго объемъ одного кубическаго сантиметра, причемъ противоположныя стороны куба включены между квадратными электродами, каждая сторона коихъ равна одному сантиметру* [1]).

Такимъ образомъ находимъ, что удѣльное сопротивленіе ртути = 0,00 009 434 ома, а мѣди = 0,00 000 158 4 ома и т. д. Во избѣжаніе столь большихъ дробныхъ чиселъ, *удѣльныя сопротивленія металловъ выражаютъ въ микромахъ*, такъ что удѣльное сопротивленіе ртути = 94,34 микрома, а мѣди = 1,584 микрома. Напротивъ, *удѣльное сопротивленіе относительно плохихъ проводниковъ удобнѣе выражать въ омахъ, удѣльное же сопротивленіе т. н. непроводниковъ — въ мегомахъ.* Такимъ образомъ, удѣльное сопротивленіе выражается въ т. н. *микромо-, омо-* или *мегомо-сантиметрахъ.* Эти названія употребляются во избѣжаніе недоразумѣній, могущихъ возникнуть въ виду того, что удѣльное сопротивленіе металловъ часто практичнѣе опредѣлять еще инымъ способомъ (см. § 335). Микромо-, омо- и мегомо-сантиметры не суть однако единицы измѣренія, а лишь для

---

1) Отношеніе абсолютнаго удѣльнаго сопротивленія различныхъ тѣлъ къ абсолютному удѣльному сопротивленію ртути называется *относительнымъ удѣльнымъ сопротивленіемъ* этихъ тѣлъ, а числа, выражающія эти отношенія, *коэффиціентами относительнаго удѣльнаго сопротивленія.* Большая часть авторовъ подъ *удѣльнымъ сопротивленіемъ* тѣлъ подразумѣваетъ какъ абсолютное, такъ и относительное удѣльныя сопротивленія ихъ, не отличая другъ отъ друга эти понятія. Мы же подъ *удѣльнымъ сопротивленіемъ* тѣлъ будемъ подразумѣвать лишь *абсолютное удѣльное сопротивленіе* ихъ, относительное же удѣльное сопротивленіе мы разсматривать не будемъ, такъ какъ оно не представляетъ практическаго интереса.

краткости употребляемыя техническія выраженія, и если мы говоримъ, напр., что *удѣльное сопротивленіе мѣди въ микромо-сантиметрахъ* = 1,584, то это означаетъ только то, что мѣдная масса, имѣющая длину одного сантиметра и площадь поперечнаго сѣченія въ одинъ квадратный сантиметръ, представляетъ сопротивленіе равное 1,584 *микрома;* удѣльное сопротивленіе мѣди въ *омо-сантиметрахъ* = 0,00 000 158 4.

Приводимъ нѣсколько примѣровъ удѣльнаго сопротивленія различныхъ тѣлъ:

удѣльное сопротивленіе платины въ микромо-сантиметрахъ. . . . . = 8,981
удѣльное сопротивленіе висмута въ микромо-сантиметрахъ . . . . = 130,1
удѣльное сопротивленіе ретортнаго угля въ омо-сантиметрахъ. . . . . = 5,55
удѣльное сопротивленіе 30%-го раствора $H_2 SO_4$ въ омо-сантиметрахъ . . = 1,41
удѣльное сопротивленіе химически чистой воды въ мегомо-сантиметрахъ. = 1,328
удѣльное сопротивленіе эбонита въ мегомо-сантиметрахъ. . . . . = 61030.10^6

Если дано удѣльное сопротивленіе тѣла безъ указанія на температуру, при которой сдѣлано опредѣленіе, то предполагается, что оно относится къ температурѣ 0° С. Если же измѣренія производились при какой либо иной температурѣ, то температура эта должна быть тутъ же обозначена, причемъ соотвѣтствующія данныя могутъ быть перечислены на температуру 0° С., разъ какъ извѣстна величина измѣненія удѣльнаго сопротивленія въ зависимости отъ повышенія температуры на 1° С., т. н. температурный коэффиціентъ удѣльнаго сопротивленія (см. § 340).

334. Зная удѣльное сопротивленіе матеріала линейнаго про-

водника [1]), мы легко можемъ опредѣлить абсолютное сопротивленіе послѣдняго, если даны длина его и величина площади поперечнаго сѣченія. Какъ извѣстно, абсолютное сопротивленіе линейнаго проводника прямо пропорціонально его длинѣ и обратно пропорціонально площади его поперечнаго сѣченія; при равныхъ же условіяхъ, абсолютное сопротивленіе проводника будетъ тѣмъ больше, чѣмъ больше удѣльное сопротивленіе его матеріала. Такимъ образомъ *абсолютное сопротивленіе линейнаго проводника прямо пропорціонально удѣльному сопротивленію его матеріала и его длинѣ и обратно пропорціонально плоскости поперечнаго его сѣченія.*

Если означить через $\mathfrak{W}_ж$ удѣльное сопротивленіе матеріала проводника, чрезъ l — его длину, а чрезъ F — величину площади его поперечнаго сѣченія, то абсолютное сопротивленіе проводника

$$R = \frac{\mathfrak{W}_ж l}{F}.$$

Такъ какъ величина $\mathfrak{W}_ж$ выражена въ микромо-, омо- или мегомо-сантиметрахъ, то и величины l и F должны быть опредѣлены въ сантиметрахъ.

Примѣръ: Каково абсолютное сопротивленіе мѣднаго стержня, длина котораго = 0,12 метра, а площадь поперечнаго сѣченія = 1,6 кв. сантиметра, если удѣльное сопротивленіе мѣди при температурѣ опыта (= 20° C.) въ микромо-сантиметрахъ = 1,706?

Выразивъ длину (0,12 метра) въ сантиметрахъ (= 12) и подставивъ въ формулу

$$R = \frac{\mathfrak{W}_ж l}{F}$$

---

1) Линейнымъ проводникомъ называется такой, длина котораго значительно превосходитъ поперечникъ, и площадь поперечнаго сѣченія котораго на всемъ протяженіи имѣетъ одну и ту же величину. Линейные проводники, съ которыми мы имѣемъ дѣло на практикѣ, т. е. главнымъ образомъ проволоки, имѣютъ на всемъ протяженіи не только равномѣрную величину, но и одну и ту же форму плоскости поперечнаго сѣченія. Примѣрами линейныхъ проводниковъ, помимо проволоки, могутъ служить: равномѣрный металлическій брусокъ, столбъ жидкости въ цилиндрической трубкѣ или длинномъ призматическомъ сосудѣ и т. п.

соотвѣтствующія числовыя значенія, получимъ:

$$R = \frac{1{,}706 . 12}{1{,}6} = 12{,}795 \text{ микрома.}$$

335. Вычисляя такимъ способомъ сопротивленіе *длинныхъ металлическихъ проводниковъ*, мы получаемъ многозначныя числа, обременительныя для расчета. Поэтому въ подобныхъ случаяхъ для облегченія расчета выражаютъ удѣльное сопротивленіе металловъ не въ микромо-сантиметрахъ, а въ *омо-метрахъ*, т. е. *за удѣльное сопротивленіе металла принимаютъ то абсолютное сопротивленіе, которое представляетъ стержень* (столбъ) *изъ этого металла, длиною въ одинъ метръ и съ площадью поперечнаго сѣченія въ одинъ квадратный миллиметръ, при температурѣ 0° С.*

Очевидно, что металлическій стержень, длиною въ 100 сантиметровъ и съ площадью поперечнаго сѣченія въ 0,01 квадратнаго сантиметра (= 1 кв. миллиметру) будетъ представлять сопротивленіе въ 100.100 = 10000 разъ большее противъ того, которое представляетъ тотъ же металлъ въ формѣ куба, стороны коего равны 1 квадратному сантиметру. Такимъ образомъ, *зная удѣльное сопротивленіе металла въ микромо-сантиметрахъ, находимъ удѣльное сопротивленіе его въ омо-метрахъ, помноживъ первую величину на 10000.*

Такъ, напр., если удѣльное сопротивленіе мѣди въ микромо-сантиметрахъ = 1,584, то оно же въ омо-метрахъ = 0,01584. Въ самомъ дѣлѣ, абсолютное сопротивленіе мѣднаго куба, стороны коего равны 1 квадратному сантиметру, = 1,584 микрома; отсюда абсолютное сопротивленіе мѣднаго стержня длиною въ 1 метръ, при площади поперечнаго сѣченія въ 1 квадр. миллиметръ, равно

$$1{,}584 . 10000 = 15840 \text{ микрома} = 0{,}01584 \text{ ома}$$

или удѣльное сопротивленіе мѣди въ омо-метрахъ = 0,01584.

Понятно, что если въ формулѣ

$$R = \frac{\mathfrak{W}_м l}{F}$$

$\mathfrak{W}_{ж}$ означаетъ удѣльное сопротивленіе проводника въ омо-метрахъ, то длина проводника — l — должна быть выражена въ метрахъ, а площадь поперечнаго сѣченія его въ квадратныхъ миллиметрахъ, причемъ R опредѣлится въ омахъ.

Примѣръ: Опредѣлить сопротивленіе мѣдной проволоки, длина которой 50 метровъ, а площадь поперечнаго сѣченія 2,5 кв. миллиметра, если удѣльное сопротивленіе мѣди въ омо-метрахъ при температурѣ опыта (20° C.) = 0,01706.

$$R = \frac{0,01706 . 50}{2,5} = 0,3412 \text{ ома.}$$

336. Такъ какъ сопротивленіе тѣла и его проводимость суть величины обратно пропорціональныя другъ другу, то понятно, что проводимости ($\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$) двухъ тѣлъ относятся другъ къ другу обратно пропорціонально ихъ сопротивленіямъ ($\mathfrak{W}_1$ и $\mathfrak{W}_2$), т. е.

$$\frac{\mathfrak{L}_1}{\mathfrak{L}_2} = \frac{\mathfrak{W}_2}{\mathfrak{W}_1}.$$

Если принять проводимость ртути за единицу, то *отношеніе удѣльнаго сопротивленія ртути къ удѣльнымъ сопротивленіямъ другихъ тѣлъ выразитъ т. н. удѣльную проводимость этихъ тѣлъ*. Удѣльная проводимость ($\mathfrak{L}_{ж}$) изслѣдуемаго тѣла относится къ проводимости ртути, принятой за единицу (1), такъ, какъ удѣльное сопротивленіе ртути ($\mathfrak{W}_{Hg}$) относится къ удѣльному сопротивленію ($\mathfrak{W}_{ж}$) изслѣдуемаго тѣла:

$$\frac{\mathfrak{L}_{ж}}{1} = \frac{\mathfrak{W}_{Hg}}{\mathfrak{W}_{ж}},$$

откуда

$$\mathfrak{L}_{ж} = \frac{\mathfrak{W}_{Hg}}{\mathfrak{W}_{ж}} = \frac{0,9434}{\mathfrak{W}_{ж}} \text{ или } = \frac{94,34}{\mathfrak{W}_{ж}},$$

смотря потому, выражаемъ ли мы $\mathfrak{W}_{ж}$ въ омо-метрахъ или микромо-сантиметрахъ. Самое число, выражающее означенное отношеніе, есть *коэффиціентъ удѣльной проводимости* и указываетъ *во сколько разъ проводимость даннаго тѣла больше проводимости ртути или какую часть проводимости послѣдней оно представляетъ.*

Примѣръ 1: Удѣльное сопротивленіе мѣди = 1,529; какова ея удѣльная проводимость?

Такъ какъ удѣльное сопротивленіе ртути = 94,34, то удѣльная проводимость мѣди

$$= \frac{94,34}{1,529} = 61,7.$$

Число 61,7 есть коэффиціентъ удѣльной проводимости и означаетъ, что мѣдь проводитъ электричество почти въ 62 раза лучше ртути.

Примѣръ 2: Удѣльное сопротивленіе висмута = 130,1; какова его удѣльная проводимость?

$$\mathfrak{L}_{ж} = \frac{94,34}{130,1} = 0,725.$$

Число 0,725 показываетъ, что проводимость висмута составляетъ 0,725 проводимости ртути. Отсюда проводимость висмута

$$\text{въ } \frac{1000}{725} = 1,38 \text{ раза}$$

меньше проводимости ртути.

Зная удѣльную проводимость тѣла

$$\mathfrak{L}_{ж} = \frac{94,34}{\mathfrak{W}_{ж}},$$

находимъ удѣльное сопротивленіе его:

$$\mathfrak{W}_{ж} = \frac{94,34}{\mathfrak{L}_{ж}}.$$

337. Въ тѣхъ случаяхъ, когда тѣла обладаютъ весьма большимъ удѣльнымъ сопротивленіемъ, во избѣжаніе чрезмѣрно большихъ чиселъ, принимаютъ удѣльное сопротивленіе ртути за единицу, дѣленную на 10 въ какой либо степени, что для краткости пишется, напр., такъ:

$$\mathfrak{W}_{Hg} = 10^{-5}\ *).$$

Такъ, напр., удѣльное сопротивленіе воды по отношенію къ удѣльному сопротивленію ртути, принятому за $10^{-10} = 1,408$:

$$(\mathfrak{W}_{Hg} = 10^{-10}), \text{ удѣльное сопротивленіе воды} = 1,408.$$

---

*) Припомнимъ, что $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Отсюда легко найти *истинное удѣльное сопротивленіе* воды въ микромо-сантиметрахъ:

$$\mathfrak{W}_{H_2O} : 94{,}34 = 1{,}408 : \frac{1}{10^{10}}$$

$$\mathfrak{W}_{H_2O} = 94{,}34 . 1{,}408 . 10^{10} = 132{,}83072 . 10^{10} .$$

Такъ какъ столь значительное удѣльное сопротивленіе удобнѣе выразить въ мегомо-сантиметрахъ и такъ какъ

$$132{,}83072 . 10^{10} \text{ микромъ} = 1{,}328 \text{ мегомъ},$$

то пишемъ

$$\mathfrak{W}_{H_2O} \text{ въ мегомо-сантиметрахъ} = 1{,}328.$$

338. Въ тѣхъ случаяхъ, когда не желаютъ *удѣльную проводимость* плохихъ проводниковъ выражать въ дробяхъ, приравниваютъ удѣльную проводимость ртути *десяти въ какой либо степени* (положительной) и выражаютъ проводимость тѣла по отношенію къ этому числу, такъ что *истинная удѣльная проводимость* тѣла

$$\mathfrak{L}_{м} = \frac{\beta}{10^n},$$

гдѣ β есть величина, выражающая проводимость тѣла по отношенію къ 10^n. Такъ напр.,

$$(\mathfrak{L}_{Hg} = 10^{10}), \text{ удѣльная проводимость воды} = 0{,}71 \text{ *)}.$$

Отсюда, *истинная удѣльная проводимость* воды

$$\mathfrak{L}_{H_2O} = \frac{0{,}71}{10^{10}} = 0{,}00\ 000\ 000\ 007\ 1.$$

339. Намъ уже извѣстно, что токъ, проходя въ химически сложномъ тѣлѣ, разлагаетъ его. Существуютъ, однако, проводники, хотя и сложные по своему химическому составу, тѣмъ не

---

*) При 21,5° С.

менѣе, при обыкновенныхъ условіяхъ, не разлагаемыя дѣйствіемъ тока. Сюда прежде всего относятся *перекиси* и *сѣрныя соединенія* нѣкоторыхъ металловъ. Существуютъ, наконецъ, химически сложные проводники, не разлагаемые токомъ ни при какихъ условіяхъ: таковы *металлическіе сплавы.*

Проводники, не разлагаемыя дѣйствіемъ тока, называются **проводниками перваго класса,** *въ отличіе отъ электролитовъ, называемыхъ* **проводниками втораго класса.** Само собою разумѣется, что къ проводникамъ перваго класса относятся металлы и вообще химическіе элементы, проводящіе токъ (большинство металлоидовъ суть «непроводники»). Приводимъ списокъ важнѣйшихъ проводниковъ перваго класса:

Металлы и сплавы ихъ.

Графитъ и другіе плотные виды угля (но не алмазъ).

Мышьякъ, сюрма, кристаллическій селенъ, кремній.

Нѣкоторыя металлическія перекиси (PbO_2, MnO_2).

Нѣкоторыя сѣрныя соединенія металловъ (PbS, FeS, FeS_2).

Необходимо при этомъ замѣтить, что многія сѣрныя соединенія металловъ, неразлагаемыя дѣйствіемъ тока въ холодномъ состояніи, разлагаются — въ расплавленномъ, и потому въ первомъ случаѣ относятся къ проводникамъ перваго класса, во второмъ же — къ проводникамъ втораго класса.

Къ проводникамъ втораго класса относится огромное большинство какъ органическихъ, такъ и неорганическихъ химическихъ соединеній. Объ особенностяхъ такъ называемыхъ «непроводниковъ» будетъ говорено въ спеціальной главѣ.

340. *Удѣльное сопротивленіе почти всѣхъ проводниковъ перваго класса увеличивается съ повышеніемъ температуры, удѣльное же сопротивленіе проводниковъ втораго класса — уменьшается.* — Увеличеніе или уменьшеніе удѣльнаго сопротивленія проводниковъ въ зависимости отъ повышенія температуры ихъ можетъ быть опредѣлено въ числахъ; *число показывающее, насколько измѣняется сопротивленіе проводника въ зависимости отъ повышенія температуры его на 1° С.*, назы-

вается температурнымъ коэффиціентомъ удѣльнаго сопротивленія даннаго проводника.— Соотвѣтствующіе расчеты будутъ приведены въ главахъ, спеціально посвященныхъ сопротивленіямъ проводниковъ перваго и втораго класса и т. н. непроводниковъ.

XV. Проводимость и сопротивленіе проводниковъ перваго класса.

341. Приступая къ разсмотрѣнію сопротивленія и проводимости проводниковъ перваго класса, приводимъ прежде всего таблицу удѣльныхъ сопротивленій чистыхъ металловъ.

Удѣльное сопротивленіе химически чистыхъ металловъ при 0°C.

Металлы:	Въ микромо-сантиметрахъ (сопротивленіе въ микромахъ куба, объемомъ въ одинъ кубическій сантиметръ).	въ омо-метрахъ (сопротивленіе въ омахъ столба, длиною въ 1 метръ съ площадью поперечнаго сѣченія 1 кв. миллиметръ).
Отожженное *серебро*	1,492	0,01492
Отожженная (мягкая) *мѣдь* . . .	1,584	0,01584
Кованное *серебро*	1,620	0,01620
Кованная (твердая) *мѣдь*	1,621	0,01621
Отожженное *золото*	2,041	0,02041
Кованное *золото*	2,077	0,02077
Отожженный *алюминій*	2,889	0,02889
Плющенный *цинкъ*	5,580	0,05580
Отожженная *платина*	8,981	0,08981
Отожженное (мягкое) *желѣзо* .	9,636	0,09636
Отожженный *никкель*	12,356	0,12356
Плющенное *олово*	13,103	0,13103
Плющенный *свинецъ*	19,465	0,19465
Плющенная *сюрма*	35,21	0,3521
Ртуть	**94,34**	**0,9434**
Плющенный *висмутъ*	130,1	1,301

342. Что касается удѣльной проводимости металловъ, то она, согласно § 336, опредѣляется по отношенію къ проводимости ртути, принятой за единицу.

Нерѣдко, однако, сравниваютъ проводимость различныхъ тѣлъ съ проводимостью серебра или мѣди, принятой за сто. Такъ какъ (§ 336)

$$\frac{\mathfrak{L}_1}{\mathfrak{L}_2} = \frac{\mathfrak{W}_2}{\mathfrak{W}_1},$$

то проводимость всякаго тѣла по отношенію къ проводимости отожженнаго серебра, принятой за сто, опредѣляется формулой:

$$\mathfrak{L}_{x\,(Ag=100)} = \frac{100\,\mathfrak{W}_{Ag}}{\mathfrak{W}_x}{}^{*)} = \frac{100\,.\,1{,}492}{\mathfrak{W}_x} = \frac{149{,}2}{\mathfrak{W}_x}$$

а по отношенію къ проводимости мягкой мѣди, принятой за сто, формулой

$$\mathfrak{L}_{x\,(Cu=100)} = \frac{100.\mathfrak{W}_{Cu}}{\mathfrak{W}_x} = \frac{100\,.\,1{,}584}{\mathfrak{W}_x} = \frac{158{,}4}{\mathfrak{W}_x}$$

причемъ величины $\mathfrak{W}_x$ должны быть выражены въ микромахъ.

343. Зная проводимость даннаго тѣла по отношенію къ проводимости серебра или мѣди, принятой за сто, легко вычислить удѣльную проводимость ($\mathfrak{L}_x$) этого тѣла:

$$\mathfrak{L}_x = \frac{\mathfrak{L}_{x\,(Ag=100)}.63{,}23^{**)}}{100}$$

и

$$\mathfrak{L}_x = \frac{\mathfrak{L}_{x\,(Cu=100)}\cdot 59{,}56}{100}$$

гдѣ 63,23 и 59,56 суть коэффиціенты удѣльной проводимости отожженныхъ серебра и же мѣди.

344. Иногда бываетъ нужно перечислить проводимость какого-либо металла, выраженную по отношенію къ $Ag = 100$, на проводимость, выраженную по отношенію къ $Cu = 100$. Такъ

---

*) $\mathfrak{L}_x : 100 = \mathfrak{W}_{Ag} : \mathfrak{W}_x$.

**) $\mathfrak{L}_x : \mathfrak{L}_{x\,(Ag=100)} = 63{,}23 : 100$.

какъ коэффиціентъ проводимости всякаго металла по отношенію къ мѣди всегда больше такого же коэффиціента по отношенію къ серебру, и притомъ во столько разъ, во сколько удѣльное сопротивленіе мѣди больше удѣльнаго сопротивленія серебра, то

$$\mathfrak{L}_{x\,(Cu=100)} = \frac{\mathfrak{L}_{x\,(Ag=100)} \cdot 1{,}584}{1{,}492} = \mathfrak{L}_{x\,(Ag=100)} \cdot 1{,}06166.$$

345. Приводимъ результаты изслѣдованій надъ удѣльною проводимостью нѣкоторыхъ химически чистыхъ металловъ при 0° С., а также проводимость ихъ по сравненію съ проводимостями серебра и мѣди, принятыми за сто:

Таблица проводимости металловъ (0° С).

Металлы:	Удѣльная проводимость.	Проводимость по сравненію съ проводимостью серебра, принятою=100.	Проводимость по сравненію съ проводимостью мѣди, принятою=100.
Отожженное *серебро*	63,23	100,00	106,11
Отожженная (мягкая) *мѣдь* . . .	59,56	94,19	100,00
Кованное *серебро*	58,23	92,09	97,77
Кованная (твердая) *мѣдь*	58,20	92,04	97,72
Отожженное *золото*	46,22	73,10	77,60
Кованное *золото*	45,42	71,83	76,26
Отожженный *алюминій*	32,65	51,64	54,82
Плющенный *цинкъ*	16,91	26,74	28,39
Отожженная *платина*	10,50	16,61	17,63
Отожженное (мягкое) *желѣзо* .	9,79	15,48	16,44
Отожженный *никкель*	7,63	12,07	12,81
Плющенное *олово*	7,20	11,39	12,09
Плющенный *свинецъ*	4,85	7,67	8,14
Плющенная *сюрма*	2,68	4,24	4,50
Ртуть	**1,00**	1,58	1,68
Плющенный *висмутъ*	0,72	1,14	1,21

346. Изъ этой таблицы мы видимъ прежде всего, что удѣльная проводимость различныхъ металловъ колеблется въ весьма обширныхъ предѣлахъ. Кромѣ того, удѣльная проводимость одного и того же металла измѣняется отъ физическаго его состоянія, главнымъ образомъ отъ степени его твердости. Такъ напр., закаливая сталь, мы уменьшаемъ проводимость ея болѣе, чѣмъ на 20%; «отпуская» закаленную сталь, вновь увеличиваемъ проводимость ея почти до первоначальной величины. Рѣзче всего дѣйствуетъ плавленіе металла: въ моментъ плавленія проводимость его сразу уменьшается во много разъ. Интересный примѣръ вліянія молекулярнаго строенія на проводимость представляетъ, наконецъ, селенъ, который въ кристаллическомъ состояніи проводитъ токъ, въ аморфномъ же является непроводникомъ.

Отсюда очевидно, что различныя причины, вліяющія на молекулярное строеніе проволокъ, измѣняютъ ихъ абсолютное сопротивленіе. Такъ напр., если какое-либо мѣсто проволоки сжать, сплющить или согнуть, то сопротивленіе ея увеличится. Натяженіе проволоки (напр. грузомъ) также увеличиваетъ ея сопротивленіе, что не всегда можетъ быть объяснено однимъ удлинненіемъ и утонченіемъ проволоки подъ вліяніемъ натяженія, такъ какъ сопротивленіе ея увеличивается нерѣдко гораздо значительнѣе, чѣмъ это можно было бы ожидать, судя по измѣненію ея длины и плоскости поперечнаго сѣченія; только сопротивленіе крайне мягкихъ проволокъ (напр. серебряныхъ) увеличивается пропорціонально вытяженію ихъ, изъ твердыхъ же сюда можно причислить лишь нейзильберныя. Понятно, что волоченіе измѣняетъ удѣльное сопротивленіе металла еще сильнѣе, чѣмъ умѣренное натяженіе; удѣльное сопротивленіе металла послѣ проволоченія его въ проволоку нерѣдко увеличивается на 10, 15%; поэтому свѣже проволоченную проволоку необходимо отжечь, для того, чтобы вновь придать ей уменьшенную волоченіемъ мягкость и проводимость[1]).

---

1) Объ измѣненіи проводимости проволокъ дѣйствіемъ тока см. §§ 359 и 360.

347. Удѣльная проводимость металловъ сильно измѣняется при нарушеніи ихъ химической чистоты. Незначительнѣйшія примѣси посторонняго металла, металлоида или какого-либо химически сложнаго вещества измѣняютъ часто проводимость основнаго металла въ весьма значительной степени; болѣе всего вліяетъ на проводимость металла, сильно ее уменьшая, примѣсь къ нему окисловъ его, что обыкновенно происходитъ при плавленіи и отливкѣ. Приводимъ таблицу, показывающую вліяніе постороннихъ примѣсей на проводимость мѣди:

Проводимость *химически чистой мѣди*				100,00
»	*мѣди*, заключ.	слѣды *окисловъ ея*		78,77
»	»	»	0,05% *угля*	80,48
»	»	»	0,13% *краснаго фосфора*	72,70
»	»	»	2,5% » »	7,78
»	»	»	0,48% *желѣза*	36,13
»	»	»	1,06% »	28,95
»	»	»	1,33% *олова*	52,13
»	»	»	0,1% *свинца*	96,03
»	»	»	слѣды *цинка*	89,22.

348. Проводимость *ртути* увеличивается отъ примѣси къ ней почти всѣхъ другихъ металловъ, что зависитъ отъ того, что большинство металловъ обладаетъ большей проводимостью, чѣмъ ртуть. Принимая проводимость химически чистой ртути за единицу, получимъ слѣдующія измѣненія проводимости ея при прибавленіи къ ней свинца, олова и цинка:

Примѣси въ объемныхъ процентахъ	свинца,	олова,	цинка.	
0	1,0000	1,0000	1,0000	Проводимость
0,01	1,0007	1,0017	1,0017	
0,05	1,0031	1,0061	1,0075	
0,1	1,0057	1,0120	1,0153	
0,2	1,0116	1,0239	1,0298	
0,5	1,0286	1,0566	1,0720	
1,0	1,0536	1,0808	1,1411	
2,0	1,0729	1,1290	1,2434	
4,0	1,0883	1,2069	1,3435	

Поглощеніе ртутью кислорода воздуха и, быть можетъ, образованіе въ ней при этомъ незначительнаго количества (несуществующей въ свободномъ состояніи) закиси (Hg_2O) не измѣняетъ проводимости ея.

349. Такъ какъ удѣльная проводимость металловъ измѣняется незначительными примѣсями постороннихъ веществъ или даже однимъ измѣненіемъ молекулярнаго строенія, то понятно, что для опредѣленія величины удѣльнаго сопротивленія *чистыхъ* металловъ недостаточно имѣть ихъ въ дѣйствительно химически чистомъ состояніи, а необходимо привести ихъ еще въ состояніе опредѣленной твердости (такъ сказать въ «физически нормальное состояніе»). Выполненіе всѣхъ этихъ условій на практикѣ не только крайне затруднительно, но отчасти даже немыслимо. Отсюда понятно, почему измѣренія удѣльнаго сопротивленія, произведенныя различными авторами, нерѣдко не сходятся между собою. Всѣмъ требуемымъ условіямъ химической чистоты и физической однородности массы вполнѣ удовлетворить можетъ лишь ртуть, такъ какъ ее не только легко добыть въ химически чистомъ видѣ, но помимо того и физическое ея состояніе, при неизмѣняющейся температурѣ, постоянно. Поэтому ртуть всюду и принимается за основную единицу при опредѣленіяхъ абсолютнаго сопротивленія и удѣльной проводимости.

350. Вслѣдствіе вышеизложенныхъ причинъ числа таблицъ удѣльныхъ сопротивленія и проводимости химически чистыхъ металловъ (§§ 341 и 345) не могутъ претендовать на большую точность. Для практическихъ расчетовъ числа эти имѣютъ вообще лишь относительное значеніе, такъ какъ на практикѣ мы имѣемъ дѣло съ металлами, далеко не чистыми. Въ практической части настоящаго сочиненія будутъ даны таблицы, болѣе соотвѣтствующія требованіямъ практики, здѣсь приведемъ лишь нѣкоторыя данныя.

Таблица удѣльнаго сопротивленія и проводимости продажныхъ металловъ по сравненію съ химически чистыми.

Металлы:	Удѣльное сопротивленіе (при 0°C).	Сопротивленіе въ омометрахъ.	Удѣльная проводимость	Проводимость по отношенію къ химически чистой отожженной мѣди.
Мѣдь отожженная химически чистая	**1,584**	**0,01584**	**59.56**	**100,0**
Мѣдь въ мягкой проволокѣ наиболѣе высокаго сорта	1,41	0,0141	66,91	112,34
Мѣдь въ обыкновенной хорошей мягкой проволокѣ	1,65	0,0165	57,17	96,00
Мѣдь въ проволокѣ низкаго сорта	1,88	0,0188	50,18	84,25
Платина отожженная химически чистая	**8,981**	**0,08981**	**10,50**	**17,63**
Платина въ продажной проволокѣ	9,63	0,0963	9,80	16,44
Желѣзо отожженное химически чистое	**9,636**	**0,09636**	**9,79**	**16,44**
Желѣзо въ мягкой проволокѣ высокаго сорта	9,32	0,0932	10,12	16,99
Желѣзо въ проволокѣ низкаго сорта	13,98	0,1398	6,75	11,33

Итакъ, мы видимъ, что проводимость нечистыхъ металловъ можетъ быть и больше и меньше соотвѣтствующихъ химически чистыхъ; причины этого явленія будутъ выяснены въ § 351.

351. Если небольшія количества примѣсей часто въ значительной степени измѣняютъ первоначальную проводимость металловъ, то очевидно, что бо̀льшія количества примѣсей измѣняютъ проводимость еще рѣзче. Такимъ образомъ *сплавы* изъ различныхъ металловъ обладаютъ проводимостью весьма различной отъ проводимости металловъ, вошедшихъ въ сплавъ.

При этомъ наблюдаются нѣкоторыя особенности, вслѣдствіе которыхъ оказалось практически удобнымъ раздѣлить металлы на двѣ группы. Мы перечислимъ здѣсь только наиболѣе важные металлы:

Къ *первой группѣ* относятся: свинецъ, олово, цинкъ.

Ко *второй группѣ* » алюминій, желѣзо, никкель, мѣдь, висмутъ, ртуть, серебро, золото, платина и сюрма.

При сплавленіи металловъ отдѣльныхъ группъ между собою и при сплавленіи металловъ двухъ разныхъ группъ замѣчается слѣдующее:

I. При сплавленіи между собою металловъ первой группы, полученный сплавъ имѣетъ проводимость, равную средней проводимости, вычисленной изъ *объемнаго* отношенія вошедшихъ въ сплавъ металловъ.

Примѣръ: Приготовленъ сплавъ изъ 5 объемовъ свинца и 10 объемовъ олова; удѣльная проводимость свинца = 4,85, а удѣльная проводимость олова = 7,2. Отсюда находимъ, что удѣльная проводимость сплава должна быть равна

$$\frac{4,85.5+7,2.10}{5+10}=\frac{96,25}{15}=6,42.$$

При такихъ вычисленіяхъ, зная удѣльный вѣсъ входящихъ въ составъ сплава металловъ, легко опредѣлить вѣсовыя отношенія ихъ изъ объемныхъ и обратно.

II. Сплавленіе между собою металловъ второй группы не даетъ столь простыхъ отношеній проводимости полученнаго сплава къ проводимости входящихъ въ составъ сплава металловъ, и удѣльная проводимость сплава часто меньше удѣльной проводимости отдѣльныхъ металловъ.

III. При сплавленіи металловъ первой и второй группъ между собою получаются различные результаты:

a) При прибавленіи къ большому количеству металла второй группы лишь незначительнаго количества металла первой, получается сплавъ, проводимость котораго часто значительно меньше той, какую можно было бы ожидать, примѣнивъ сюда вычисленіе употребленное въ I-мъ случаѣ. Примѣромъ этого можетъ служить малая проводимость *нейзильбера*, состоящаго изъ большаго количества металловъ второй группы (мѣди и никкеля) и малаго количества металла первой (цинка) [1].

b) Напротивъ, при прибавленіи къ металлу первой группы даже относительно значительнаго количества металла второй, получается сплавъ, проводимость коего близко подходитъ къ проводимости взятаго металла первой группы.

Приводимъ таблицу сопротивленія и проводимости нѣкоторыхъ практически важныхъ сплавовъ.

---

1) Обыкновенный составъ нейзильбера: 54% мѣди, 28% цинка, 18% никкеля.

Таблица проводимости и сопротивленія нѣкоторыхъ сплавовъ.

Сплавы.	Удѣльное сопротивленіе въ микромосантиметрахъ.	Сопротивленіе въ омометрахъ.	Удѣльная проводимость.	Проводимость по отношенію къ мѣди, принятой за 100.
Латунь....................	6,79	0,0679	13,89	23,32
Сталь......................	10,86	0,1086	8,69	14,59
Сплавъ 9 ч. *Pt* + 1 ч. *Ir*.....	21,63	0,2163	4,36	7,32
Сплавъ 2 ч. *Pt* + 1 ч. *Ag*....	24,19	0,2419	3,90	6,55
Нейзильберъ...............	20,76	0,2076	4,54	7,62
Нейзильберъ (другой сортъ)..	27,00	0,27	3,49	5,86
Никкелинъ.................	45,00	0,45	2,10	3,52

352. Изъ проводниковъ перваго класса, представляющихъ для насъ практическое значеніе, разсмотримъ еще удѣльное сопротивленіе различныхъ видовъ *«угля»* и *пиролюзита* (натуральная перекись марганца). Эти вещества во всѣхъ своихъ видахъ характеризуются малою проводимостью:

Таблица удѣльнаго сопротивленія и проводимости пиролюзита и различныхъ видовъ угля.

Виды угля.	Удѣльное сопротивленіе въ омо-сантиметрахъ.	Сопротивленіе въ омо-метрахъ.	Удѣльная проводимость.	Проводимость по отношенію къ мѣди, принятой за 100.
Батарейный уголь	5,55	55500	0,000017	0,000028
Тоже, другой сортъ.........	0,008576	85,76	0,011	0,0184
» » »	0,008063	80,63	0,0117	0,0196
» » »	0,003866	38,66	0,0244	0,0409
Уголь для вольтовой дуги....	0,006836	68,36	0,0138	0,0232
Тоже, другой сортъ.........	0,003206	32,06	0,0288	0,0483
Графитъ..................	0,020734	207,34	0,00455	0,00764
Пиролюзитъ................	0,767	7670	0,000123	0,00021

353. Удѣльное сопротивленіе металловъ и сплавовъ ихъ возрастаетъ съ повышеніемъ температуры и притомъ, въ предѣлахъ отъ 10° до 80° С., почти вполнѣ пропорціонально послѣднему. При болѣе высокихъ и болѣе низкихъ температурахъ молекулярное строеніе металловъ настолько измѣняется, что первоначальная правильность въ увеличеніи сопротивленія нарушается. Вообще же, повышеніе удѣльнаго сопротивленія металловъ продолжается до наивысшихъ достижимыхъ температуръ. Такъ напр.:

желѣзная проволока, имѣющая при 20° С. сопротивленіе . . . . = 1,0 ома,
при температурѣ бѣлаго каленія имѣетъ сопротивленіе . . . . = 7,1 »
при температурѣ, близкой къ плавленію, имѣетъ сопротивленіе. . . . . =11,0 »

Въ моментъ плавленія удѣльное сопротивленіе всѣхъ металловъ сразу значительно повышается.

Увеличеніе удѣльнаго сопротивленія металловъ, въ зависимости отъ повышенія температуры ихъ, можетъ быть опредѣлено числами; *число, показывающее насколько увеличивается удѣльное сопротивленіе металла при повышеніи температуры на 1° С., называется температурнымъ коэффиціентомъ удѣльнаго сопротивленія даннаго металла.*

354. Зная абсолютное сопротивленіе проводника при извѣстной температурѣ и температурный коэффиціентъ сопротивленія его матеріала, можно вычислить то абсолютное сопротивленіе, которое будетъ имѣть проводникъ при любой температурѣ между 0° и 80° С. (для болѣе высокихъ температуръ требуется иной расчетъ).

Примѣръ: Мѣдная проволока при 20° С. имѣетъ сопротивленіе = 10 омамъ; каково будетъ сопротивленіе ея при 25° С., если температурный коэффиціентъ сопротивленія мѣди = 0,0038?

Приростъ сопротивленія на 1° С. = 10 . 0,0038 = 0,038

ома, а на 5° С. $= 0{,}038 \, . \, 5 = 0{,}19$ ома. Слѣдовательно, искомое сопротивленіе мѣдной проволоки при 25° С. будетъ $= 10{,}19$ ома.

Отсюда ясно, что искомое абсолютное сопротивленіе R_t проводника при температурѣ t опредѣляется эмпирическою формулой:

$$R_t = R_0 + R_0 \, . \, \beta \, . \, (t - t^0)\ ^{*)}$$

гдѣ R_0 — извѣстное сопротивленіе при нѣкоторой извѣстной температурѣ t^0; t — та температура, при которой мы желаемъ опредѣлить сопротивленіе металла, и наконецъ β — температурный коэффиціентъ даннаго металла. Такимъ образомъ, искомое сопротивленіе мѣдной проволоки предшествовавшаго примѣра равно

$$R_t = 10 + 10 \, . \, 0{,}0038\,(25 - 20) = 10 + 0{,}038 \, . \, 5 = 10{,}19 \text{ ома.}$$

Между 10° и 80° С. температурный коэффиціентъ сопротивленія для химически чистыхъ *алюминія*, *олова*, *цинка*, *мѣди*, *свинца*, *висмута*, *серебра*, *платины*, *золота* и *сюрмы* близокъ къ 0,0038; для *желѣза* онъ равенъ 0,0045, а для *ртути* 0,00089. Не безъинтересно, что только *жидкая ртуть* имѣетъ столь низкій коэффиціентъ, твердой же ртути соотвѣтствуетъ коэффиціентъ = 0,0035.

355. Такъ какъ на практикѣ мы имѣемъ дѣло не съ химически чистыми металлами, то въ случаяхъ, когда требуется знать вліяніе колебаній температуры на абсолютное сопротивленіе проводниковъ, температурный коэффиціентъ сопротивленія ихъ матеріала приходится всякій разъ опредѣлять экспериментально. Вообще же можно принять, что температурные коэффиціенты сопротивленія относительно чистыхъ, важныхъ для электротехники металловъ слѣдующіе:

---

*) Очевидно, что если $t - t^0$ = отрицательной величинѣ, то

$$R_t = R_0 - R_0 \, . \, \beta \, . \, (t^0 - t).$$

мѣди 0,00388
платины 0,00247
желѣза 0,00453
ртути 0,000887

Для болѣе точныхъ вычисленій сопротивленія мѣдныхъ проводовъ употребляется эмпирическая формула:

$$R_t = R_0[1 + 0,003824\,(t - t^0) + 0,00000126\,(t - t^0)^2].$$

Такимъ образомъ сопротивленіе мѣдной проволоки послѣдняго примѣра находимъ

$$R_t = 10\,[1 + 0,003824\,(25 - 20) + 0,00000126\,(25 - 20)^2]$$
$$R_t = 10\,[1 + 0,01912 + 0,0000315]$$
$$R_t = 10 . 1,019151 = 10,191515 \text{ ома.}$$

Для болѣе точныхъ вычисленій сопротивленія ртути употребляется эмпирическая формула:

$$R_t = R_0[1 + 0,0008649\,(t - t^0) + 0,0000012\,(t - t^0)^2].$$

356. Разъ какъ сопротивленіе большинства металловъ увеличивается на 0,0038 при повышеніи температуры на 1° С. или уменьшается на ту же величину при такомъ же пониженіи температуры, то можно ожидать, что при очень низкихъ температурахъ удѣльное сопротивленіе будетъ ничтожно, проводимость возрастетъ во много разъ. Изслѣдованій въ этомъ направленіи сдѣлано еще немного, но имѣющіяся оправдываютъ высказанное предположеніе. Такъ напр., Вроблевскій, производя опыты съ мѣдною проволокой, имѣвшей при + 25° С. 18,183 ома сопротивленія, нашелъ, что при температурѣ — 201° С. проволока эта имѣла 1,562 ома, т. е. всего 8,5% первоначальнаго сопротивленія.

357. Сопротивленіе сплавовъ при повышеніи температуры измѣняется обыкновенно менѣе, чѣмъ сопротивленіе основныхъ металловъ, вошедшихъ въ составъ сплава. Это особенно относится къ нейзильберу и никкелину. Такъ какъ послѣдніе сплавы вмѣстѣ съ тѣмъ обладаютъ большимъ удѣльнымъ сопротивленіемъ, то оба свойства дѣлаютъ ихъ весьма драгоцѣнными для изготовленія проволокъ для реостатовъ.

Приводимъ

таблицу температурныхъ коэффиціентовъ удѣльнаго сопротивленія нѣкоторыхъ сплавовъ:

стали	0,005
латуни	0,0015
алюминіевой бронзы	0,001
нейзильбера	0,0005 до 0,00025
сплава *Pt* съ *Ag* . .	0,00022
никкелина.	0,0002 до 0,0001

Зависимость проводимости сплава отъ температуры опредѣляется не только качественнымъ, но и количественнымъ составомъ сплава. Слѣдующая таблица даетъ примѣры сказаннаго, причемъ проводимость при температурѣ 0° С. принята за 100.

Сплавъ изъ:	Содержаніе перваго металла въ объемныхъ процентахъ.	Паденіе проводимости въ процентахъ при нагрѣваніи до 100° С.
Олова и мѣди	93,57	28,71
	83,60	26,24
	14,91	5,18
	12,35	5,48
	11,61	6,60
	6,02	9,25
	1,41	21,74
Цинка и мѣди	42,06 } латунь	12,40
	29,45 } латунь	11,49
	23,61 } латунь	12,80
	10,88	17,41
	5,03	20,61

358. *Удѣльное сопротивленіе угля*, несмотря на то, что онъ относится къ проводникамъ перваго класса, *уменьшается при повышеніи температуры*, и притомъ въ различной степени

для различныхъ видовъ угля. Такъ напр., при повышеніи температуры до 260° С. температурный коэффиціентъ сопротивленія

древеснаго угля . . . . = 0,0037
графита . . . . = 0,00082
кокса . . . . = 0,00026
ретортнаго угля . . . . = 0,00034

Числа эти, конечно, не постоянны для различныхъ сортовъ одного и того же вида угля.

Такъ какъ удѣльное сопротивленіе угля уменьшается съ повышеніемъ температуры, то сопротивленіе раскаленнаго угля очень мало сравнительно съ сопротивленіемъ его въ холодномъ состояніи. Такъ напр., сопротивленіе угольной нити (въ лампочкѣ каленія), раскаленной до бѣла дѣйствіемъ тока, равно всего 14% первоначальной величины. Отсюда ясно, что токъ, по мѣрѣ нагрѣванія имъ угольной нити, постепенно усиливается, вслѣдствіе уменьшенія сопротивленія цѣпи; поэтому для поддержанія угольной нити въ состояніи каленія требуется батарея съ электровозбудительною силой гораздо меньшею противъ той, какая бы потребовалась въ томъ случаѣ, если бы сопротивленіе угля при нагрѣваніи не уменьшалось.

359. Токъ, проходя по проволокѣ, увеличиваетъ сопротивленіе ея пропорціонально производимому имъ нагрѣванію. Само собою понятно, что сопротивленіе проволоки, нагрѣтой токомъ, возрастаетъ совершенно такъ же, какъ при равносильномъ нагрѣваніи этой проволоки внѣшнимъ источникомъ тепла. Вслѣдъ за прекращеніемъ тока сопротивленіе проволоки, по мѣрѣ охлажденія ея, возвращается къ первоначальной величинѣ. Только весьма сильный для данной проволоки токъ способенъ чрезмѣрнымъ нагрѣваніемъ быстро и устойчиво измѣнить молекулярное строеніе металла, а вмѣстѣ съ тѣмъ и сопротивленіе проволоки, такъ что и послѣ охлажденія, вслѣдъ за прекращеніемъ дѣйствія тока, сопротивленіе проволоки остается измѣненнымъ.

360. Замѣчательно, что очень продолжительное (цѣлыми

мѣсяцами) дѣйствіе даже не особенно сильныхъ прерывистыхъ (особенно индукціонныхъ) токовъ, увеличиваетъ сопротивленіе проволокъ, дѣлая ихъ въ то же время ломкими, что указываетъ на постепенное измѣненіе молекулярнаго строенія проволокъ подъ вліяніемъ *механическаго* дѣйствія прерывистыхъ токовъ.

XVI. Сила тока.

361. Опытъ показываетъ, что весьма тонкая, широкая металлическая лента и цилиндрическая проволока имѣютъ равныя сопротивленія, коль скоро лента приготовлена изъ того же матеріала, что и проволока, и равна ей какъ по длинѣ, такъ и по площади поперечнаго сѣченія. Напротивъ, массивная проволока обладаетъ гораздо меньшимъ сопротивленіемъ, чѣмъ трубка, равная ей по длинѣ, діаметру и матеріалу; сопротивленіе трубки тѣмъ больше, чѣмъ тоньше стѣнка ея. Такимъ образомъ, сопротивленіе проводника обусловливается матеріаломъ его, его длиною и величиною площади поперечнаго сѣченія, но отнюдь не *формою* послѣдней. Отсюда слѣдуетъ, что электричество въ движеніи (электрическій токъ) распространяется въ самой массѣ проводника, въ противоположность электричеству въ статическомъ состояніи, располагающемуся только на поверхности тѣла.

Электрическимъ токомъ, въ смыслѣ дуалистической теоріи, мы называемъ встрѣчное теченіе и нейтрализацію двухъ противоположныхъ электричествъ въ проводникѣ, соединяющемъ два разноименно наэлектризованныя тѣла. Примѣромъ сказаннаго можетъ служить токъ въ проводникѣ, соединяющемъ полюсы гальваническаго элемента, термоэлемента или токъ въ проводникѣ, соединяющемъ разноименно наэлектризованные кондукторы электрической машины, противоположныя обкладки конденсатора и т. п. Во всѣхъ приведенныхъ случаяхъ въ означенномъ смыслѣ нѣтъ никакой качественной разницы между получаемыми токами. Такіе термины, какъ «гальваническій», «термоэлектрическій», «ин-

дукціонный» токъ и проч. указываютъ только на разныя причины, вызывающія появленіе тока. Итакъ токъ, доставляемый гальваническимъ элементомъ, обладаетъ тѣми же магнитными, термическими, химическими и физіологическими свойствами, какъ и токъ, развиваемый термоэлементомъ, электрофорною, динамоэлектрическою машинами и т. д.

Токи вообще подраздѣляются на

постоянные и *непостоянные*.

И тѣ и другіе дѣлятся въ свою очередь на

непрерывные и *прерывистые*,

одного направленія и *перемѣннаго направленія*.

Помимо этого отличаютъ еще

мгновенные токи.

362. *Постояннымъ токомъ* называется такой, въ которомъ въ равныя единицы времени чрезъ любое поперечное сѣченіе проводника протекаютъ равныя количества электричества. Такой токъ во всякій моментъ имѣетъ одну и ту же *абсолютную силу*, указываемую напр. гальванометромъ.

363. *Непостояннымъ токомъ* называется такой, въ которомъ въ равныя единицы времени чрезъ любое поперечное сѣченіе проводника протекаютъ неодинаковыя количества электричества. При этомъ возможны 3 случая:

a) Количества электричества, протекающія чрезъ поперечное сѣченіе проводника въ равныя единицы времени, увеличиваются и уменьшаются неправильно. Такой токъ называется *неправильнымъ-непостояннымъ*.

b) Количества электричества, протекающія чрезъ поперечное сѣченіе проводника въ равныя единицы времени, увеличиваются или уменьшаются въ какой-нибудь правильной прогрессіи. Такой токъ называется *правильно усиливающимся* или *правильно ослабляющимся*.

c) Количества электричества, протекающія чрезъ попереч-

ное сѣченіе проводника въ равныя единицы времени, попеременно увеличиваются и уменьшаются. Такой токъ называется *періодическимъ*. Если *періоды* (усиленія и ослабленія тока) чередуются правильно, то получится *правильно-періодическій токъ*, въ противномъ случаѣ *неправильно-періодическій*.

364. Во всѣхъ случаяхъ непостояннаго тока можно говорить объ *абсолютной силѣ* его въ данный моментъ и о *средней его силѣ* за какой-либо періодъ времени.

Если раздѣлить общее количество кулонъ, протекшихъ въ непостоянномъ токѣ, на число прошедшихъ секундъ, то полученное частное опредѣляетъ среднюю силу тока въ амперахъ.

Примѣръ: Измѣряя въ теченіи 90 секундъ силу нѣкотораго непостояннаго тока, мы нашли, что абсолютная сила его въ теченіе первой секунды была = 11 амперамъ, затѣмъ 20 секундъ неизмѣнно держалась на 3 амперахъ, слѣдующія 40 секундъ — на 2 амперахъ и, наконецъ, послѣднія 29 секундъ — на 1 амперѣ. Слѣдовательно, въ данномъ проводникѣ

въ первую секунду прошло		....	11 кулонъ,
въ слѣдующія	20 секундъ	прошло..	60 »
» »	40 »	» ..	80 »
» »	29 »	» ..	29 »
итого въ теченіе	90 секундъ	прошло ..	180 кулонъ

Отсюда средняя сила тока за все время была

$$\frac{180}{90} = 2 \text{ амперамъ.}$$

Въ разсмотрѣнномъ примѣрѣ сила тока мѣнялась скачками, причемъ абсолютная сила его за извѣстные періоды оставалась неизмѣнною. На практикѣ это возможно лишь въ томъ случаѣ, когда въ цѣпи дѣйствуетъ постоянная электровозбудительная сила, сила же тока измѣняется внезапнымъ введеніемъ новыхъ сопротивленій. Обыкновенно мы имѣемъ дѣло съ непостоянными токами, уменьшающимися въ своей абсолютной силѣ или вслѣдствіе *непрерывнаго* увеличенія сопротивленія цѣпи (напр. путемъ постепеннаго нагрѣванія проводниковъ токомъ), или вслѣдствіе постепеннаго непрерывнаго ослабленія дѣйствующей электровозбудительной силы (напр. вслѣдствіе поляризаціи элементовъ). Такъ какъ въ подобныхъ случаяхъ сила тока ослабѣваетъ не

непрерывно, то число кулонъ, протекающихъ въ цѣпи, не можетъ быть вычислено изъ измѣняющихся показаній гальванометра, а должно быть опредѣлено путемъ вольтаметрическаго измѣренія.

365. Токъ, протекающій по проводнику непрерывно, называется *непрерывнымъ;* очень нерѣдко такому току даютъ неправильно названіе *постояннаго* (сравн. § 362).

366. Токъ, попеременно появляющійся и вновь исчезающій, называется *перерывистымъ*. Перерывистый токъ можетъ быть *неправильнымъ,* когда перерывы слѣдуютъ другъ за другомъ въ неправильные промежутки времени, или *правильнымъ періодическимъ,* когда перерывы и появленія тока чередуются правильно. Прерывающійся токъ можетъ быть постояннымъ и непостояннымъ въ смыслѣ своей силы. — Измѣреніе силы прерывистаго тока можно произвести въ двухъ направленіяхъ: 1) можно измѣрять *абсолютную силу его въ данный моментъ* и 2) можно опредѣлять *среднюю силу* его, — то и другое въ амперахъ. Относительно опредѣленія абсолютной силы прерывистаго тока въ данный моментъ, считаемъ не лишнимъ сказать слѣдующее: лишь силу постояннаго тока мы опредѣляемъ въ амперахъ числомъ кулонъ, протекающихъ чрезъ поперечное сѣченіе проводника въ одну секунду, *абсолютную же силу въ данный моментъ* всякаго измѣняющагося тока мы вообще опредѣляемъ какъ частное $E/_R$, гдѣ E есть та величина (въ вольтахъ), которую представляетъ въ данный моментъ активно дѣйствующая въ цѣпи электровозбудительная сила, а R есть (въ омахъ) то сопротивленіе, которое въ этотъ же моментъ представляетъ цѣпь. Въ своемъ мѣстѣ мы увидимъ, что «сила прерывистаго тока въ данный моментъ» опредѣляется сложными математическими выраженіями, но сущность этихъ выраженій всегда представляетъ извѣстную формулу **Ома**.

367. *Мгновеннымъ токомъ* называютъ вообще токъ весьма кратковременный, напр. длящійся менѣе секунды. Въ извѣст-

ныхъ случаяхъ такого рода токъ называется *электрическимъ разрядомъ*.—Измѣреніе силы мгновеннаго тока производится въ двухъ направленіяхъ: 1) можно измѣрять (въ амперахъ) *абсолютную силу его въ данный моментъ*, считая отъ момента возникновенія тока, и 2) можно измѣрять (въ кулонахъ или микрокулонахъ) *интегральную силу мгновеннаго тока*, подъ каковою величиною понимается количество электричества, протекшаго въ мгновенномъ токѣ за все время его существованія. Смыслъ измѣренія «абсолютной силы мгновеннаго тока въ данный моментъ» есть тотъ же, что̀ и измѣренія силы прерывистаго тока въ данный моментъ (§ 366).

368. До сихъ поръ мы имѣли въ виду токъ, имѣющій одно постоянное, неизмѣняющееся направленіе — *токъ одного направленія*. Такой токъ часто неправильно называютъ *постояннымъ*, но мы не будемъ употреблять этого выраженія, такъ какъ подъ постояннымъ токомъ мы понимаемъ нѣчто совершенно иное (см. § 362).

369. Если токъ безпрерывно мѣняетъ свое направленіе, то онъ называется *перемѣннымъ* или *альтернативнымъ*. Перемѣнный токъ очевидно можетъ быть *правильнымъ*, *неправильнымъ* и *періодичнымъ* (сравн. §§ 363 и 366). Измѣрять мы можемъ, на основаніи того, что сказано въ § 366, или *абсолютную силу перемѣннаго тока въ данное мгновеніе* или *среднюю силу* его,— то и другое въ амперахъ. Средняя сила перемѣннаго тока измѣряется также, какъ сила постояннаго непрерывнаго тока, т. е. количествомъ электричества, протекающаго чрезъ поперечное сѣченіе проводника въ единицу времени. Подробнѣе о всѣхъ такихъ измѣреніяхъ будетъ говорено въ спеціальныхъ главахъ.

370. *Періодомъ въ прерывистомъ токѣ одного направленія* называется продолжительность одного полнаго колебанія тока, т. е. продолжительность одного перерыва и одного дѣйствія тока, *періодомъ же въ альтернативномъ токѣ* — продолжительность дѣйствія тока въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ.

371. *Частотою перерывовъ* или *частотою перемѣнъ направленія* въ токахъ одного направленія или токахъ альтернативныхъ называютъ число періодовъ въ секунду.

372. Если мы имѣемъ прерывистый токъ одного или перемѣннаго направленія, то электровозбудительная сила, поддерживающая этотъ токъ, можетъ быть выражена, подобно электровозбудительной силѣ, поддерживающей постоянный токъ ($E = IR$), произведеніемъ

$$JR = \mathfrak{E}$$

гдѣ R есть сопротивленіе всей цѣпи, а J — *средняя сила тока*. Въ такомъ случаѣ $\mathfrak{E}$ есть т. н. *дѣятельная электродвижущая сила въ цѣпи*, соотвѣтствующая понятію о средней силѣ тока.

373. Если извѣстна истинная электровозбудительная сила E источника электричества, дѣйствующаго въ цѣпи, и средняя сила тока J, то частное отъ раздѣленія

$$\frac{E}{J} = \mathfrak{R}$$

даетъ величину *кажущагося сопротивленія цѣпи*, которая, очевидно, всегда больше истиннаго сопротивленія ея.

374. Возвращаясь теперь къ понятію о силѣ тока, считаемъ не лишнимъ замѣтить, что выраженія *«сила»* и *«интензивность»* тока — синонимы Вмѣстѣ съ тѣмъ считаемъ необходимымъ сказать нѣсколько словъ о выраженіи *«напряженность»* или *«напряженіе тока»*, такъ какъ это выраженіе часто ведетъ къ большимъ недоразумѣніямъ. Выраженіе *«напряженіе тока»* равнозначуще съ выраженіемъ *«электровозбудительная сила тока»* и *характеризуетъ отнюдь не силу тока, а лишь величину той электровозбудительной силы, которая поддерживаетъ данный токъ*. Такимъ образомъ, *«токами высокаго напряженія»* называютъ токи, вызванные значительною электровозбудительною силой, причемъ названіе это сохраняютъ безразлично какъ за сильными, такъ и за слабыми токами. Если, напримѣръ, въ цѣпи съ сопротивленіемъ въ 50000 омъ, дѣйствуетъ электровозбудительная сила въ 100 вольтъ, то получается токъ силою въ 0,002 ампера, который, конечно, весьма слабъ и можетъ быть названъ токомъ высокаго напряженія только по отношенію къ значительной электровозбудительной силѣ, вызвавшей его.

Слѣдствіемъ вышеизложеннаго понятія о «напряженіи тока» являются нѣкоторыя, часто встрѣчающіяся техническія выраженія. Такъ напр., говорятъ о *«токахъ, дающихъ малое количество электричества, но имѣющихъ высо-*

кое напряженіе». Только-что приведенный примѣръ относится прямо сюда: токъ въ 0,002 ампера даетъ малое количество электричества (0,002 кулона въ секунду), но имѣетъ *«высокое напряженіе»*, такъ какъ вызванъ электровозбудительною силою въ 100 вольтъ. Напротивъ, тѣ же 100 вольтъ, дѣйствуя въ цѣпи въ 5 омъ, производятъ *«токъ, дающій большое количество электричества* (20 кулонъ въ секунду) *и имѣющій вмѣстѣ съ тѣмъ большое напряженіе».* Наконецъ, элементъ въ 2 вольта, дѣйствуя въ цѣпи въ $1/2$ ома. произведетъ *«токъ, дающій большое количество электричества* (4 кулона въ секунду), *но имѣющій малое напряженіе».* Во всѣхъ этихъ случаяхъ подъ выраженіемъ «большое», «высокое» или «малое напряженіе тока» должно понимать значительную или незначительную электровозбудительную силу, дѣйствующую въ цѣпи.

Выраженія «напряженіе тока» и «электровозбудительная сила тока» въ сущности не вѣрны и ведутъ нерѣдко къ ложнымъ представленіямъ. Мы упомянули обо всѣхъ этихъ техническихъ выраженіяхъ лишь потому, что они часто встрѣчаются въ литературѣ, особенно электротехнической, но мы лично употреблять ихъ не будемъ [1]).

Въ сочиненіяхъ по физіологіи нерѣдко также говорится, что для полученія того или иного физіологическаго эффекта требуется токъ «высокаго напряженія» Это значитъ, что для того, чтобы получить силу тока, способную вызвать требуемый эффектъ, необходима относительно значительная электровозбудительная сила, вслѣдствіе того, что сопротивленіе животныхъ тканей значительно.

375. Имѣя дѣло съ какимъ-либо аппаратомъ, приводимымъ въ дѣйствіе электрическимъ токомъ, мы интересуемся тою силой тока, которая нужна для достиженія желаемаго эффекта работы; поэтому слѣдуетъ на каждомъ приборѣ обозначать необходимую для дѣйствія его силу тока. На практикѣ мы часто встрѣчаемся съ другими обозначеніями, которыя ставятъ нерѣдко начинающаго въ тупикъ; такъ напр., на лампахъ каленія обыкновенно значится: *«лампы на 50, 80, 100 вольтъ»*, или *«на 80 вольтъ и 0,5 ампера»* и т. п. Если о силѣ тока ничего не говорится, то все же приведеннымъ обозначеніемъ вольтъ хотятъ лишь сказать, что лампы даютъ нормальную для нихъ силу свѣта при той силѣ тока, которой соотвѣтствуетъ разность потенціаловъ у зажимовъ ихъ въ 50, 80 или 100 вольтъ. Если же обозначена и сила тока, то мы можемъ судить и о сопротивленіи угольныхъ нитей въ лампахъ: такъ напр., если лампы на 50, 80 и 100 вольтъ даютъ нормальную силу свѣта при 0,5 ампера, то отсюда слѣдуетъ, что сопротивленіе ихъ равно 100, 160 и 200 омамъ. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ исключительное обозначеніе числа вольтъ не только достаточно само по себѣ, но и удобнѣе всякаго другаго, какъ это видно изъ слѣдующаго примѣра: располагая батареей аккумуляторовъ съ вполнѣ ничтожнымъ внутреннимъ сопротивленіемъ и съ электровозбудительною силой въ 60 вольтъ, желаемъ пользоваться этою батареей для освѣщенія лампами каленія, которыя всегда включаются въ цѣпь параллельно; очевидно, мы должны взять лампы не болѣе какъ «на 55—58 вольтъ», такъ какъ лампы,

---

1) Выраженіе «напряженіе» тока вдвойнѣ невѣрно, такъ какъ здѣсь подъ напряженіемъ подразумѣвается электровозбудительная сила (см. примѣч. къ § 289).

напр., «на 80 или на 100 вольтъ» не будутъ достаточно накаливаться, вслѣдствіе того, что сила тока въ нихъ будетъ менѣе 0,5 ампера, а именно около 0,37 и 0,29 ампера [1]). Такимъ образомъ мы видимъ, что «обозначеніе числа вольтъ» на лампахъ вмѣсто требуемой для нихъ силы тока имѣетъ здѣсь [2]) всѣ преимущества, такъ какъ даетъ возможность сдѣлать выборъ лампъ, не прибѣгая ни къ какимъ вычисленіямъ.

376. Въ электротехникѣ мы часто встрѣчаемся еще съ понятіемъ о *«потери въ вольтахъ въ проводникахъ»;* для уясненія этого выраженія приводимъ слѣдующій примѣръ: имѣемъ электродвигатель «требующій 10 вольтъ», сопротивленіе обмотки его = 100 омамъ и дѣйствуетъ онъ при силѣ тока въ 0,1 ампера. Соединивъ электродвигатель непосредственно съ батареей, электровозбудительная сила которой = 12 вольтамъ, внутреннее же сопротивленіе — 5 омамъ, мы и приводимъ аппаратъ въ дѣйствіе, такъ какъ сила тока въ цѣпи = 0,114 ампера, а разность потенціаловъ у борновъ двигателя = 11,43 вольта. Представимъ себѣ теперь, что намъ нужно помѣстить двигатель за 500 метровъ отъ батареи, такъ что проводы, къ нему и обратно, должны имѣть длину въ 1000 метровъ. Для этого провода употребимъ мѣдную проволоку въ 0,5 мм. въ діаметрѣ, причемъ сопротивленіе 1 метра такой проволоки = 0,089 ома, такъ что сопротивленіе всего провода = 89 омамъ. Въ такомъ случаѣ, сила тока въ цѣпи будетъ

$$\frac{12}{5+100+89} = 0{,}062 \text{ ампера}$$

и аппаратъ дѣйствовать не будетъ; разность нотенціаловъ у зажимовъ его будетъ всего 6,2 вольта, слѣдовательно, *потеря въ вольтахъ въ проводникѣ*

$$= 11{,}43 - 6{,}7 = 4{,}73 \text{ вольта},$$

между тѣмъ какъ *допустимая потеря* въ этомъ случаѣ не должна бы превышать 1,43 вольта, для достиженія чего слѣдуетъ взять проводникъ бóльшаго діаметра. Изъ этого примѣра ясно и значеніе выраженія *«потеря въ вольтахъ на единицу длины проводника»:* въ нашемъ случаѣ потеря эта равна 0,00473 на каждый метръ.

377. Электричество, протекающее въ проводникѣ, мы можемъ представить себѣ въ видѣ столба невѣсомой матеріи, движущейся въ массѣ проводника. При этомъ, какова бы ни была величина площади поперечнаго сѣченія проводника, одинъ кулонъ, протекая чрезъ эту площадь въ теченіе одной секунды, даетъ въ проводникѣ токъ силою въ 1 амперъ. Понятно, что

---

1) Поэтому и разность потенціаловъ у зажимовъ ихъ не достигнетъ требуемыхъ 80 или 100 вольтъ, а будетъ всего равна 59,2 и 58 вольтамъ.

2) Не трудно убѣдиться простымъ вычисленіемъ, что при употребленіи батареи гальваническихъ элементовъ, сопротивленіе коей не ничтожно, нельзя сдѣлать выбора лампъ, принимая въ соображеніе только электровозбудительную силу батареи.

чѣмъ меньше площадь поперечнаго сѣченія проводника, тѣмъ большее количество электричества будетъ протекать чрезъ квадратную единицу ея, т. е. тѣмъ *гуще* будетъ потокъ протекающаго электричества.

Въ самомъ дѣлѣ, въ проволокѣ, площадь поперечнаго сѣченія которой = 10 квадратнымъ миллиметрамъ, кулонъ въ секунду будетъ протекать менѣе густымъ потокомъ, чѣмъ въ проволокѣ въ 1 квадратный миллиметръ. При равной силѣ тока густота его въ первомъ случаѣ будетъ относиться къ таковой же во второмъ, какъ 1:10.

Итакъ, *густота тока, при данной силѣ его, обратно пропорціональна площади поперечнаго сѣченія проводника, при данной же площади поперечнаго сѣченія проводника — прямо пропорціональна силѣ тока.*

378. Въ нѣкоторыхъ опытахъ (напр. вольтаметрическихъ измѣреніяхъ) густота тока прямо опредѣляется числами. Напримѣръ, говорятъ, что «густота тока у такого-то электрода вольтаметра должна равняться 0,5 ампера на 1 квадратный дециметръ площади электрода». Это значитъ, что надо знать величину погруженной въ жидкость поверхности электрода и сообразно съ нею брать ту или иную силу тока. Положимъ, что поверхность электрода въ жидкости равна 2,5 квадратнымъ дециметрамъ. Слѣдовательно, для полученія густоты тока въ 0,5 ампера на 1 квадратный дециметръ, мы должны взять токъ въ 2,5 раза большій 0,5 ампера, т. е. токъ въ 1,25 ампера.

Такимъ образомъ требуемая сила тока I для густоты его $\mathfrak{D}$ по отношенію къ единицѣ поверхности электрода будетъ

$$I = F\mathfrak{D},$$

гдѣ F есть площадь электрода, выраженная въ тѣхъ же единицахъ, къ которымъ отнесена густота $\mathfrak{D}$.

376. Сказанное имѣетъ большое значеніе не только для электротехники, но и для физіологіи и электротерапіи.

Представимъ себѣ (рис. 39) въ продольномъ разрѣзѣ нервъ

(*NN*), діаметромъ въ 1 миллиметръ, лежащій среди различныхъ тканей (*GG*) на извѣстномъ отдаленіи отъ кожи (*HH*), къ которой по обѣимъ сторонамъ отъ нерва приложены плоскіе, круглые, одинаковые по величинѣ электроды (+) и (—). Діаметръ электродовъ = 30 миллиметрамъ, откуда прилежащая къ кожѣ поверхность каждаго составляетъ 707 кв. мм. Токъ идетъ отъ (+) къ (—) черезъ всю массу тканей, въ томъ числѣ и черезъ нервъ. Пунктирныя линіи, соединяющія электроды, означаютъ продольный разрѣзъ столба электрическаго тока [1]). Разсматривая теперь

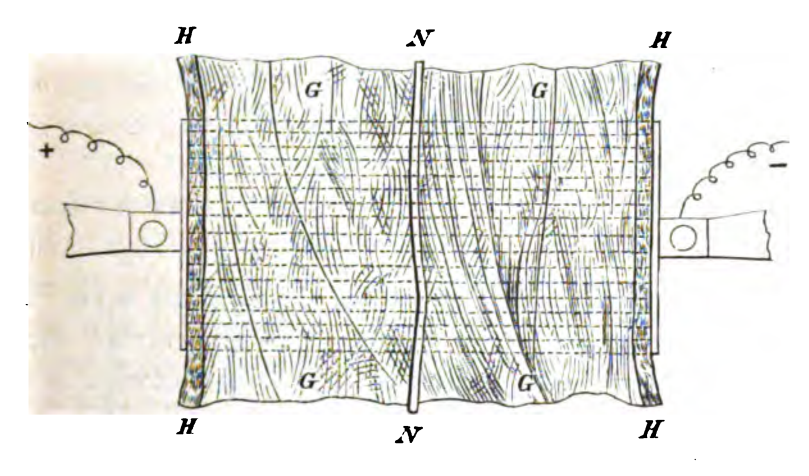


Рис. 39.

другой разрѣзъ (рис. 40), проходящій продольно черезъ тотъ же нервъ, но перпендикулярный къ столбу электрическаго тока, изображеннаго на первомъ рисункѣ, мы получимъ продольный разрѣзъ нерва и поперечный разрѣзъ столба тока, означенный на рисункѣ концентрическими рядами линій.

На второмъ рисункѣ электродовъ не видно, но площадь сѣченія столба тока взята равной площади электродовъ (707 квадр. мм.). Спрашивается, *какова сила тока, проходящаго соб-*

---

1) Единственно для простоты послѣдующаго разсчета мы принимаемъ равномѣрное и прямолинейное распространеніе тока между электродами. На самомъ дѣлѣ токъ распространяется иначе, о чемъ будетъ говорено ниже.

ственно чрезъ нервъ, если чрезъ всю массу тканей проходитъ токъ силою въ 0,01 ампера, измѣряемый введеннымъ въ цѣпь гальванометромъ?

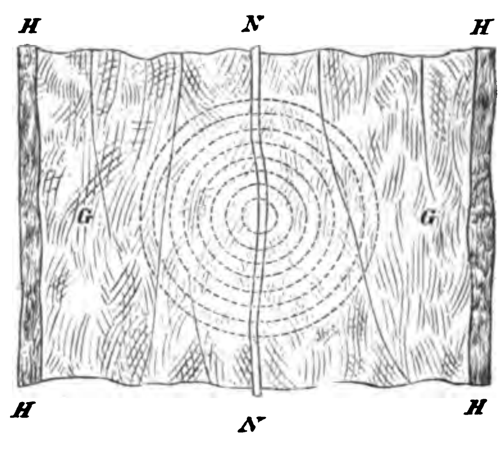


Рис. 40.

Изъ обоихъ рисунковъ видно, что длина отрѣзка нерва, захватываемаго токомъ, равна 30 мм. (діаметру столба). Если толщина нерва = 1 мм., то площадь продольнаго сѣченія части его, захваченной токомъ, составитъ 30 квадр. мм. Если на площадь сѣченія столба тока въ 707 квадр. мм. приходится 0,01 ампера, то на площадь сѣченія его въ 1 квадр. мм. придется $\frac{0,01}{707} = 0,000014$ ампера, а на всю захваченную токомъ площадь сѣченія нерва придется $0,000014 . 30 = 0,00042$ ампера или 4,2% силы общаго тока.

Изъ приведеннаго примѣра видно, что *сила тока, проходящаго чрезъ нервъ*, прямо пропорціональна, *но отнюдь не равна*, силѣ тока, указываемой введеннымъ въ цѣпь гальванометромъ; если послѣдняя постоянна, то сила тока, проходящаго чрезъ нервъ, обратно пропорціональна плоскости соприкосновенія электродовъ съ кожей. Поэтому, прилагая электроды къ кожѣ съ цѣлью раздраженія лежащаго въ глубинѣ нерва, мы не имѣемъ никакого права говорить, что раздражаемъ нервъ токомъ такой-

то силы, указываемой гальванометромъ. Обстоятельство это слѣдуетъ имѣть въ виду какъ при раздраженіи токомъ нервовъ при физіологическихъ опытахъ, такъ и при примѣненіи тока въ электротерапіи съ діагностическою и терапевтическою цѣлями. Къ сожалѣнію, правильныя представленія въ этомъ отношеніи до сихъ поръ отсутствуютъ какъ среди экспериментаторовъ, такъ и среди врачей.

Допустивъ въ приведенномъ примѣрѣ, что столбъ тока во всей массѣ тканей сохраняетъ площадь поперечнаго сѣченія, равную приложенной къ кожѣ поверхности электрода, мы взяли случай въ дѣйствительности не встрѣчающійся. Въ самомъ дѣлѣ, токъ распространяется въ тканяхъ не прямолинейно между поверхностями электродовъ, а совершенно иными путями, частью въ областяхъ, весьма удаленныхъ отъ прямаго пути (см. главу о распространеніи тока въ нелинейныхъ проводникахъ). Кромѣ того, струя тока повсюду имѣетъ различную густоту въ зависимости отъ большей или меньшей проводимости лежащихъ на пути тканей, ибо бо́льшія массы тока пойдутъ въ тканяхъ, обладающихъ наилучшею проводимостью. Поэтому нѣтъ никакой возможности даже приблизительно вычислить силу тока, приходящагося въ различныхъ случаяхъ на долю того или другаго нерва.

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что если на правой сторонѣ тѣла какой-либо нервъ «реагируетъ на силу тока въ 0,003 ампера», а на лѣвой сторонѣ лишь «на токъ въ 0,005 ампера», то это обстоятельство не всегда говоритъ за то, что нервъ слѣва менѣе возбудимъ, чѣмъ справа. Такой выводъ мы могли бы сдѣлать только въ томъ случаѣ, если бы были увѣрены, что оба нерва на обѣихъ сторонахъ тѣла окружены вполнѣ симметрично одними и тѣми же тканями и расположены симметрично какъ по отношенію къ наружнымъ покровамъ, такъ и къ электродамъ, чего на практикѣ никогда быть не можетъ.

Итакъ, измѣренія гальванометромъ силы токовъ, служащихъ для раздраженія мышцъ и нервовъ, лежащихъ подъ наружными покровами въ общей массѣ тканей, не ведутъ къ цѣли.

Если такія измѣренія, употребляемыя въ настоящее время въ электротерапіи, и даютъ кое-какія указанія о состояніи электровозбудимости изслѣдуемыхъ частей, то, тѣмъ не менѣе, полученные результаты имѣютъ лишь *относительное* значеніе и всегда будутъ крайне не точны.

379. Теперь остается опредѣлить еще одну электротехническую величину, извѣстную подъ названіемъ *амперъ-часъ*. *Амперъ-часъ есть то количество электричества, которое протекаетъ въ проводникѣ въ теченіе 1 часа при силѣ тока въ 1 амперъ.* Такъ какъ въ 1 секунду при силѣ тока въ 1 амперъ въ проводникѣ проходитъ 1 кулонъ, то въ 1 часъ (= 3600 секундамъ) при той же силѣ тока протечетъ 3600 кулонъ. Итакъ, *одинъ амперъ-часъ равенъ 3600 кулонамъ.*

Если говорятъ, что данный гальваническій или вторичный элементъ способенъ дать столько-то амперъ-часовъ или, наоборотъ, что на работу такого-то электрическаго аппарата затрачено столько-то амперъ-часовъ, то тѣмъ самымъ опредѣляется число кулонъ, развитыхъ элементомъ или протекшихъ чрезъ аппаратъ.

Число амперъ-часовъ, развиваемыхъ элементомъ, имѣетъ большое значеніе, потому что имъ опредѣляется *работоспособность даннаго элемента.*

Примѣръ: Данъ гальваническій или вторичный элементъ, работоспособность коего опредѣлена въ 15 амперъ-часовъ. Это значитъ, что такой элементъ можетъ въ теченіе какого-бы то ни было времени дать

$$3600 . 15 = 54000 \text{ кулонъ.}$$

Зная, что электровозбудительная сила этого элемента равна, напр., 2 вольтамъ, сопротивленіе его = 1 ому, и желая включить этотъ элементъ въ цѣпь, имѣющую 99 омъ сопротивленія, мы знаемъ, что получимъ токъ, равный $\frac{2}{1+99} = 0{,}02$ ампера. Въ такомъ токѣ тратится 0,02 кулона въ секунду или $0{,}02 . 3600 = 72$ кулона въ часъ. Такъ какъ работоспособность даннаго элемента опредѣлена въ 54000 кулонъ, то это даетъ намъ возможность заключить, что элементъ, развивая токъ въ 0,02 ампера, можетъ проработать непрерывно 750 часовъ (т. е. болѣе мѣсяца).

Мы привели этотъ примѣръ съ цѣлью облегчить усвоеніе понятія «ам-

перъ-часъ». Но гораздо проще можно придти къ послѣднему выводу путемъ слѣдующаго разсужденія: мы знаемъ, что работоспособность элемента опредѣлена въ 15 амперъ-часовъ; допуская, что элементъ въ теченіе часа дѣйствительно въ состояніи поддержать токъ въ 15 амперъ[1]), мы находимъ, что токъ въ 0,02 ампера онъ можетъ непрерывно развивать въ теченіе времени во столько разъ большаго, во сколько разъ 15 больше 0,02, т. е. въ теченіе

$$\frac{15}{0,02} = 750 \text{ часовъ.}$$

При этихъ разсчетахъ, конечно, не могутъ быть приняты во вниманіе случайныя причины (побочныя реакціи въ элементѣ), вредно вліяющія на элементъ и уменьшающія такимъ образомъ его работоспособность.

Величина «амперъ-часъ» имѣетъ большое значеніе въ электротехникѣ; такъ напр., цѣнность работы электромотора или цѣнность электрическаго освѣщенія опредѣляются числомъ амперъ-часовъ и цѣною одного амперъ-часа.

XVII. Вѣтвленіе тока въ сѣти линейныхъ проводниковъ, содержащихъ одну электровозбудительную силу.

380. Если электричество, распространяясь въ проводникѣ, встрѣчаетъ на своемъ пути развѣтвленіе послѣдняго, то токъ направляется по всѣмъ вѣтвямъ, каковы-бы ни были отношенія сопротивленій ихъ другъ къ другу, такъ что если изъ двухъ вѣтвей одна имѣетъ сопротивленіе ничтожное, другая же — огромное, часть тока тѣмъ не менѣе устремится и въ послѣднюю. Тока не будетъ только въ той вѣтви, потенціалы въ конечныхъ точкахъ которой равны между собою (§ 397).

Всѣ случаи вѣтвленія токовъ подчинены вполнѣ опредѣленнымъ законамъ. Въ этой главѣ мы будемъ имѣть въ виду лишь

---

1) Такъ какъ внутреннее сопротивленіе большинства элементовъ довольно значительно, электровозбудительная же сила сильнѣйшихъ изъ нихъ не превышаетъ 2,5 — 2,6 вольта, то большинство элементовъ вообще не въ состояніи развить тока въ 15 амперъ, даже при сопротивленіи внѣшней цѣпи, близкомъ къ нулю. Но и при ничтожномъ внутреннемъ сопротивленіи ни одинъ гальваническій элементъ не былъ бы въ состояніи дать тока такой силы въ продолженіи часа, вслѣдствіе развитія въ немъ при такихъ условіяхъ энергическихъ побочныхъ реакцій, быстро уменьшающихъ его электровозбудительную силу.

вѣтвленіе постояннаго, непрерывнаго тока; особенности вѣтвленія прерывистыхъ, перемѣнныхъ и мгновенныхъ токовъ могутъ быть разсматриваемы только послѣ ознакомленія съ законами самоиндукціи въ проводникахъ.

Познакомимся прежде всего съ тремя[1]) основными законами Кирхгоффа.

381. Первый законъ Кирхгоффа: *Если нѣсколько проводниковъ соединяются* (пересѣкаются) *въ одной точкѣ, то сумма силъ токовъ, приближающихся къ ней, равна суммѣ силъ токовъ, удаляющихся отъ нея,* и если считать первые токи за положительныя величины, а вторые — за отрицательныя, то *въ точкѣ пересѣченія проводниковъ алгебраическая сумма силъ токовъ равна нулю.*

Примѣръ: три приводящихъ проводника (AO, BO, CO — рис. 41) соединяются въ точкѣ O въ два отводящихъ (OF и OD);

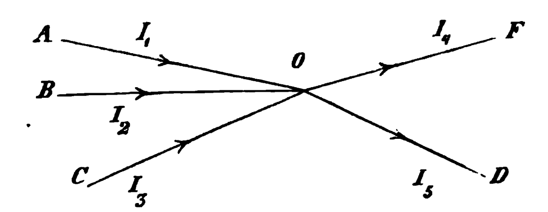


Рис. 41.

согласно сказанному, сумма силъ токовъ въ приводящихъ проводникахъ равна суммѣ силъ токовъ въ отводящихъ, т. е.

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5.$$

и

$$I_1 + I_2 + I_3 + (-I_4) + (-I_5) = 0.$$

Справедливость этого закона очевидна: если бы не существовало означенныхъ равенствъ, то къ точкѣ O притекало бы

1) Кирхгоффъ вывелъ *два* закона, но изъ нихъ *второй* относится къ двумъ различнымъ случаямъ; поэтому послѣдній удобнѣе разсматривать какъ два самостоятельныхъ закона, что мы и позволяемъ себѣ сдѣлать въ виду того, что этимъ много выигрываетъ ясность изложенія.

большее количество электричества чѣмъ то, которое отъ нея оттекаетъ, и потому здѣсь происходило бы возрастающее скопленіе электричества, чего на самомъ дѣлѣ не можетъ быть.

382. Такимъ образомъ, если въ цѣпи дѣйствуетъ электровозбудительная сила E, а проводникъ, замыкающій цѣпь, распадается въ одной точкѣ на двѣ (рис. 42) вѣтви, которыя вновь соединяются въ другой точкѣ, то сумма силъ токовъ (i_1 и i_2) въ вѣтвяхъ равна силѣ тока I въ главной цѣпи:

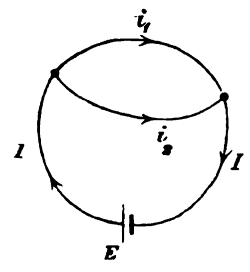


Рис. 42.

$$I = i_1 + i_2$$

При числѣ же вѣтвей $= n$

$$I_1 = i_1 + i_2 + i_3 \ldots + i_n$$

т. е. *сумма силъ токовъ всѣхъ параллельныхъ вѣтвей*[1]) *равна силѣ тока, проходящаго въ главной цѣпи*[2]).

383. Второй законъ Кирхгоффа заключается въ слѣдующемъ: *Въ простой замкнутой цѣпи произведеніе силы тока на сумму сопротивленій отдѣльныхъ отрѣзковъ цѣпи равно алгебраической суммѣ дѣйствующихъ электровозбудительныхъ силъ.*

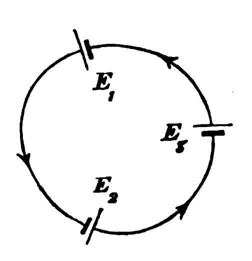


Рис. 43.

Положимъ, что въ замкнутой цѣпи (рис. 43) дѣйствуютъ три электровозбудительныя силы въ одномъ направленіи, напр. три послѣдовательно включенные гальваническіе элемента E_1, E_2

1) *Параллельными вѣтвями* называются такія, которыя, исходя всѣ вмѣстѣ изъ одной точки цѣпи, сходятся въ другой. Если проводникъ дѣлится только на двѣ вѣтви, то вѣтви эти не могутъ быть иными, какъ параллельными, при многочисленномъ же вѣтвленіи, вѣтви могутъ быть и *непараллельными* (§ 402).

2) Въ случаѣ простаго развѣтвленія *главною цѣпью* называется та, въ которой дѣйствуетъ электровозбудительная сила (напр. включеннаго гальваническаго элемента).

и E_3; тогда, по закону Ома, сила тока I въ цѣпи равна суммѣ электровозбудительныхъ силъ, дѣйствующихъ въ ней, дѣленной на сумму сопротивленій отдѣльныхъ звеньевъ цѣпи (§§ 53—55):

$$I = \frac{\Sigma\varepsilon}{\Sigma W}$$

откуда

$$I . \Sigma W = \Sigma\varepsilon$$
$$\Sigma IW = \Sigma\varepsilon$$

въ чемъ и заключается второй законъ Кирхгоффа.

Такимъ образомъ, если сопротивленія трехъ участковъ цѣпи (рис. 43) равны w_1, w_2 и w_3, а электровозбудительныя силы элементовъ $= E_1$, E_2 и E_3, то

$$Iw_1 + Iw_2 + Iw_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$
$$\Sigma Iw = \Sigma\varepsilon.$$

Если не всѣ электровозбудительныя силы дѣйствуютъ въ одномъ направленіи, то однѣ изъ нихъ мы обозначаемъ со знакомъ (+), а другія со знакомъ (—); такъ напр., если бы электровозбудительная сила E_3 дѣйствовала въ обратномъ направленіи относительно электровозбудительныхъ силъ E_1 и E_2, то, согласно сказанному,

$$Iw_1 + Iw_2 + Iw_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + (-\varepsilon_3)$$

384. Если отъ различныхъ точекъ замкнутой цѣпи отходятъ вѣтви, такъ что разсматриваемая цѣпь составляетъ лишь часть сложной сѣти проводниковъ, то сила тока въ отдѣльныхъ частяхъ упомянутой цѣпи между отходящими отъ нея вѣтвями будетъ различна ($= i_1$, i_2, i_3 и i_4 на рис. 44), но тѣмъ не менѣе *алгебраическая сумма произведеній силъ токовъ на соотвѣтствую-*

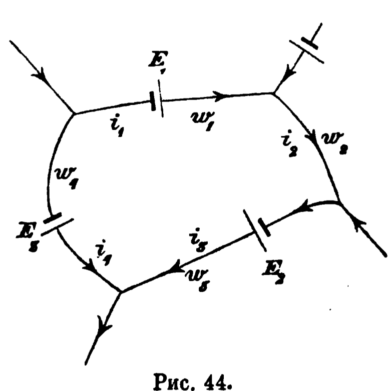


Рис. 44.

щія сопротивленія равна алгебраической суммѣ дѣйствующихъ въ цѣпи электровозбудительныхъ силъ. Если токи въ отдѣльныхъ частяхъ разсматриваемой замкнутой цѣпи имѣютъ различныя направленія, то одни изъ нихъ мы означаемъ со знакомъ (+), противоположные же — со знакомъ (—), такъ что, для случая изображеннаго на рис. 44, получаемъ:

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 + (-i_4 w_4) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + (-\varepsilon_3)$$
$$\Sigma i w = \Sigma \varepsilon$$

Какъ бы ни была сложна сѣть проводниковъ и сколько бы ни было въ ней электровозбудительныхъ силъ, все же въ отдѣльномъ замкнутомъ кругѣ этой сѣти алгебраическая сумма имѣющихся въ ней электровозбудительныхъ силъ всегда можетъ быть опредѣлена на основаніи втораго закона Кирхгоффа.

385. Разсмотримъ теперь, чему будетъ равна алгебраическая сумма произведеній силъ токовъ, проходящихъ въ отдѣльныхъ частяхъ замкнутой цѣпи, на сопротивленія соотвѣтствующихъ частей ея въ томъ случаѣ, когда въ этой замкнутой цѣпи вовсе нѣтъ электровозбудительныхъ силъ. Положимъ, что токъ входитъ у точки B въ замкнутую часть $BCAB$ сѣти проводниковъ и выходитъ изъ нея у точекъ A и C (рис. 45). Направленія токовъ въ вѣтвяхъ указано стрѣлками.

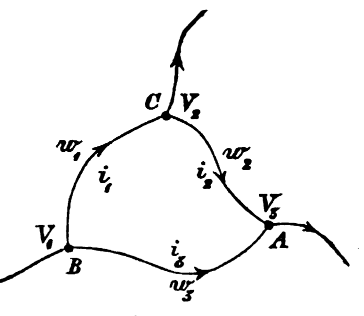


Рис. 45.

Означимъ сопротивленія вѣтвей BC, CA и BA чрезъ w_1, w_2 и w_3, а абсолютные потенціалы точекъ B, C и A черезъ V_1, V_2 и V_3.

Тогда

сила тока въ вѣтви BC равна $i_1 = \frac{V_1 - V_2}{w_1}$

» » » » CA » $i_2 = \frac{V_2 - V_3}{w_2}$

» » » » AB » $i_3 = \frac{V_1 - V_3}{w_3}$

Разность потенціаловъ конечныхъ точекъ вѣтвей:

$$BC \text{ равна } V_1 - V_2 = i_1 w_1$$
$$CA \quad » \quad V_2 - V_3 = i_2 w_2$$
$$AB \quad » \quad V_1 - V_3 = i_3 w_3$$

Такъ какъ разность потенціаловъ $V_1 - V_3$ обусловливаетъ токъ, по направленію противоположный обоимъ предыдущимъ, то при сложеніи полученныхъ выраженій мы должны взять означенную разность потенціаловъ съ обратнымъ знакомъ:

$$i_1 w_1 = V_1 - V_2$$
$$i_2 w_2 = V_2 - V_3$$
$$- i_3 w_3 = -(V_1 - V_3)$$
$$i_1 w_1 + i_2 w_2 + (- i_3 w_3) = V_1 - V_2 + V_2 - V_3 - V_1 + V_3 = 0$$
$$\Sigma iw = 0.$$

Итакъ, **третій законъ Кирхгоффа** формулируется слѣдующимъ образомъ: *когда въ замкнутой части развѣтвленія нѣтъ электровозбудительныхъ силъ, то алгебраическая сумма произведеній силъ токовъ, проходящихъ въ этой части, на сопротивленія соотвѣтствующихъ вѣтвей ея равна нулю.*

Приводимъ числовой примѣръ: Имѣемъ замкнутую часть $BCAB$ сѣти проводниковъ; сопротивленія вѣтвей—5, 2 и 4 ома; въ вѣтви BC сила тока $=0{,}3$, въ вѣтви CA — $=0{,}25$ и въ вѣтви BA — $=0{,}5$ ампера; направленія токовъ указано стрѣлками (рис. 46).

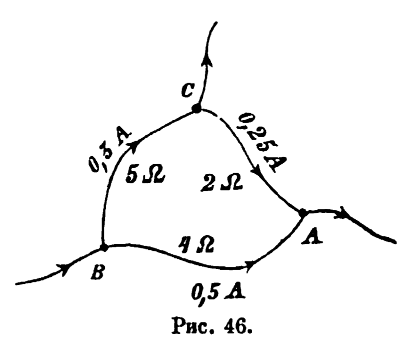


Рис. 46.

Такъ какъ токъ въ вѣтви BA имѣетъ направленіе, противоположное токамъ въ вѣтвяхъ BC и CA, то, обозначая послѣдніе токи со знакомъ (+), мы должны разность потенціаловъ конечныхъ точекъ вѣтви BA и обусловливаемый ею токъ обозначить со знакомъ (−).

Такимъ образомъ

разность потенц. конечныхъ точекъ вѣтви BC равна	0,3 .5 =	1,5	вольта,
» » » » » CA »	0,25.2 =	0,5	» ,
» » » » » BA »	— 0,5 .4 =	—2,0	» .

Откуда алгебраическая сумма произведеній силъ токовъ, проходящихъ въ цѣпи, на сопротивленія соотвѣтствующихъ частей ея равна нулю:

$$1{,}5 + 0{,}5 - 2{,}0 = 0.$$

386. Приведенные законы Кирхгоффа даютъ возможность изслѣдовать вѣтвленіе тока въ сѣти проводниковъ и опредѣлить силу токовъ въ отдѣльныхъ вѣтвяхъ ея. Начнемъ съ разсмотрѣнія простѣйшаго случая.

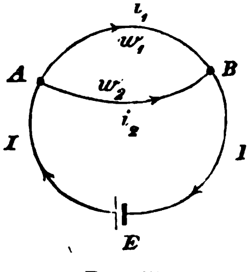


Рис. 47.

Положимъ, что въ главной цѣпи (рис. 47), вѣтвящейся на двѣ части, сила тока $= I$, силы токовъ въ вѣтвяхъ $= i_1$ и i_2, сопротивленія же вѣтвей $= w_1$ и w_2. Изслѣдуемъ отношеніе силы токовъ въ вѣтвяхъ къ силѣ тока въ главной цѣпи:

По третьему закону Кирхгоффа имѣемъ:

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0$$

или

$$i_1 w_1 = i_2 w_2$$

Разсматривая части послѣдняго уравненія какъ произведенія среднихъ и крайнихъ членовъ геометрической пропорціи и возстановляя самую пропорцію, получимъ:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}$$

$$i_1 : i_2 = \frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2}$$

т. е. *силы токовъ въ вѣтвяхъ обратно пропорціональны сопротивленіямъ этихъ вѣтвей*: въ той вѣтви, сопротивленіе которой

меньше сопротивленія другой, сила тока во столько же разъ больше.

Изъ пропорціи

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}$$

получаемъ

$$i_1 = \frac{i_2 w_2}{w_1}$$

$$i_2 = \frac{i_1 w_1}{w_2}$$

Такъ какъ по первому закону Кирхгоффа

$$I = i_1 + i_2$$

то

$$i_1 = I - i_2$$

а

$$i_2 = I - i_1$$

Замѣщая во второй части этихъ уравненій i_2 и i_1 только что найденными для нихъ выраженіями, получимъ

$$i_1 = I - \frac{i_1 w_1}{w_2}$$

$$i_1 w_2 = I w_2 - i_1 w_1$$

$$i_1 (w_1 + w_2) = I w_2$$

откуда

$$i_1 = I \frac{w_2}{w_1 + w_2}$$

Точно также находимъ, что сила тока

$$i_2 = I \frac{w_1}{w_1 + w_2}$$

Очевидно, что *въ томъ случаѣ, когда сопротивленія обѣихъ вѣтвей равны между собою, сила тока въ каждой изъ нихъ*

$$i = \frac{I}{2}$$

т. е. *равна половинѣ силы тока въ главной цѣпи.*

Такимъ образомъ, зная сопротивленіе вѣтвей и силу тока въ главной цѣпи, мы всегда можемъ опредѣлить силу тока въ вѣтвяхъ.

Примѣръ: Сила тока въ главной цѣпи $I=2$ амперамъ; сопротивленія двухъ вѣтвей этой цѣпи: первой (w_1) — 5 омъ, второй (w_2) — 3 ома. Каковы будутъ силы токовъ (i_1 и i_2) въ вѣтвяхъ (рис. 47)?

Подставляя въ только что выведенныя формулы соотвѣтствующія данныя, получимъ:

$$i_1 = I\frac{w_2}{w_1+w_2} = 2 \cdot \frac{3}{5+3} = 0{,}75 \text{ ампера},$$

$$i_2 = I\frac{w_1}{w_1+w_2} = 2 \cdot \frac{5}{5+3} = 1{,}25 \text{ ампера}.$$

Сумма силъ этихъ токовъ равна

$$0{,}75 + 1{,}25 = 2 \text{ амперамъ},$$

т. е. силѣ тока въ главной цѣпи.

387. Наоборотъ, зная силу тока въ одной изъ двухъ вѣтвей и сопротивленіе обѣихъ, не трудно опредѣлить силу тока въ главной цѣпи:

Такъ какъ

$$i_2 = I\frac{w_1}{w_1+w_2}$$

то

$$I = i_2\frac{w_1+w_2}{w_1}$$

или, когда извѣстно i_1,

$$I = i_1\frac{w_1+w_2}{w_2}$$

388. Помимо опредѣленія силъ токовъ въ вѣтвяхъ, для практики весьма важно **опредѣленіе общаго сопротивленія этихъ вѣтвей.**

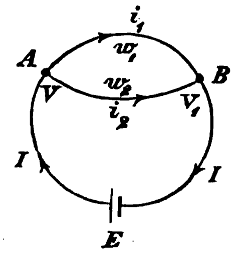


Рис. 48.

Возьмемъ опять случай простаго развѣтвленія; сопротивленія вѣтвей (рис. 48) — w_1 и w_2, силы токовъ въ вѣтвяхъ — i_1 и i_2, разность потенціаловъ точекъ вѣтвленія A и $B = V - V_1$,

искомое же общее сопротивленіе обѣихъ вѣтвей означимъ чрезъ $w_{(1+2)}$ *).

Мы знаемъ, что сумма силъ токовъ (i_1 и i_2) обѣихъ вѣтвей по закону Ома равна

$$\frac{V-V_1}{w_{(1+2)}}=I$$

и что въ отдѣльныхъ вѣтвяхъ силы токовъ будутъ:

$$i_1=\frac{V-V_1}{w_1}$$

$$i_2=\frac{V-V_1}{w_2}$$

А такъ какъ

$$I=i_1+i_2$$

то

$$\frac{V-V_1}{w_{(1+2)}}=\frac{V-V_1}{w_1}+\frac{V-V_1}{w_2}$$

Раздѣливъ обѣ части уравненія на $V-V_1$, получимъ:

$$\frac{1}{w_{(1+2)}}=\frac{1}{w_1}+\frac{1}{w_2}$$

$$\left(\frac{1}{w_1}+\frac{1}{w_2}\right)w_{(1+2)}=1.$$

Отсюда

$$w_{(1+2)}=\frac{1}{\frac{1}{w_1}+\frac{1}{w_2}}$$

иначе

$$w_{(1+2)}=\frac{1}{\frac{w_1+w_2}{w_1w_2}}=\frac{w_1w_2}{w_1+w_2}$$

т. е. *общее сопротивленіе двухъ вѣтвей равно произведенію сопротивленій этихъ вѣтвей, дѣленному на сумму этихъ же сопротивленій.*

---

*) Вообще сопротивленіе вѣтвей мы обозначаемъ чрезъ w_1, w_2, w_3, w_4..., общее же сопротивленіе двухъ или нѣсколькихъ вѣтвей развѣтвленія обозначаемъ чрезъ w съ суммой соотвѣтствующихъ знаковъ. Напр., общее сопротивленіе вѣтвей w_1, w_3 и w_6 нѣкоего развѣтвленія обозначаемъ чрезъ $w_{(1+3+6)}$.

Во всякомъ случаѣ, общее сопротивленіе параллельныхъ вѣтвей главной цѣпи всегда меньше сопротивленія каждой вѣтви въ отдѣльности.

Примѣръ: Сопротивленіе главной цѣпи — 0,125 ома (рис. 49); сопротивленія вѣтвей — 5 и 3 ома. Какъ велико общее ихъ сопротивленіе?

По вышеприведенной формулѣ это сопротивленіе

$$w_{(1+2)} = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = \frac{5 \cdot 3}{5+3} = \frac{15}{8} = 1{,}875 \text{ ома.}$$

Рис. 49.

Итакъ, при общемъ сопротивленіи обѣихъ вѣтвей равномъ 1,875 ома или при замѣнѣ развѣтвленія однимъ проводникомъ того же сопротивленія, общее сопротивленіе всей цѣпи

$$R = 0{,}125 + 1{,}875 = 2 \text{ омамъ.}$$

Если электровозбудительная сила E баттареи, помѣщенной въ главной цѣпи, $= 4$ вольтамъ, то сила тока въ послѣдней въ обоихъ случаяхъ будетъ

$$= \frac{4}{2} = 2 \text{ амперамъ.}$$

Если сопротивленія обѣихъ вѣтвей равны между собою, то общее ихъ сопротивленіе, очевидно, *равно половинѣ сопротивленія одной вѣтви.*

$$w_{(1+2)} = \frac{w\,w}{w+w} = \frac{w^2}{2w} = \frac{w}{2}$$

389. Если сила тока I въ главной цѣпи не извѣстна, а извѣстны только электровозбудительная сила E, дѣйствующая въ ней, сопротивленіе W главной цѣпи и сопротивленія w_1 и w_2 обѣихъ вѣтвей, то, для того чтобы найти силу тока въ вѣтвяхъ и въ главной цѣпи, необходимо прежде всего опредѣлить общее сопротивленіе вѣтвей. Такъ какъ общее сопротивленіе двухъ вѣтвей

$$w_{(1+2)} = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$$

то сила тока въ главной цѣпи

$$I = \frac{E}{W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}}$$

Зная величину I и сопротивленія w_1 и w_2, силу токовъ въ вѣтвяхъ находимъ по § 386.

390. Въ практикѣ нерѣдко представляется задача — **снабдить нѣкоторый участокъ цѣпи такимъ отвѣтвленіемъ, чтобы чрезъ этотъ участокъ шла какая либо опредѣленная часть общаго тока** (т. е. того, который течетъ въ неразвѣтвленной цѣпи). Если чрезъ часть цѣпи должна идти $\frac{1}{n}$ общаго тока, то черезъ побочную вѣтвь очевидно пойдетъ $\frac{n-1}{n}$ общаго тока.

Означивъ силу тока и сопротивленіе отрѣзка цѣпи черезъ i_1 и w_1, а силу тока и сопротивленіе побочной вѣтви черезъ i_2 и w_2, мы видимъ, что отношеніе силъ токовъ должно быть слѣдующее:

$$i_1 : i_2 = 1 : n - 1.$$

Для того, чтобы получить такое отношеніе силъ токовъ, отношеніе сопротивленія отрѣзка цѣпи къ сопротивленію побочной вѣтви должно быть обратное:

$$w_1 : w_2 = n - 1 : 1$$

отсюда

$$w_2 = \frac{w_1}{n-1}$$

т. е. *для того, чтобы черезъ нѣкоторый участокъ цѣпи шла* $\frac{1}{n}$ *общаго тока* (протекающаго въ неразвѣтвленной цѣпи), *сопротивленіе побочной вѣтви должно быть въ* $n-1$ *разъ меньше того сопротивленія, которое представляетъ часть цѣпи между точками отвѣтвленія.*

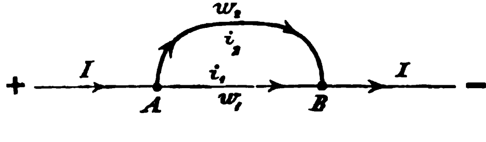


Рис. 50.

Если напр., чрезъ часть Aw_1B проводника (рис. 50) должна идти $\frac{1}{n}$ тока I, при чемъ извѣстно, что сопротивленіе части

$A w_1 B = w_1$, то конечныя точки A и B соединяемъ вѣтвью $A w_2 B$, сопротивленіе коей

$$w_2 = \frac{w_1}{n-1}.$$

Примѣръ: $w_1 = 100$ омамъ; какъ велико должно быть сопротивленіе побочной вѣтви (w_2) для того, чтобы силу тока въ участкѣ $A w_1 B$ уменьшить въ 10 разъ противъ силы общаго тока I, равнаго 2 амперамъ?

Такъ какъ $\frac{1}{n}$ равна въ этомъ случаѣ $\frac{1}{10}$, то $n = 10$. Отсюда

$$w_2 = \frac{w_1}{n-1} = \frac{100}{10-1} = \frac{100}{9} = 11,111\ldots \text{ ома.}$$

Тогда сила тока въ участкѣ Aw_1B

$$i_1 = I\frac{w_2}{w_1+w_2} = 2 \cdot \frac{11,111\ldots}{100+11,111\ldots} = 2 . 0,0999\ldots = 0,1999\ldots = 0,2 \text{ ампера,}$$

сила же тока въ отвѣтвленіи Aw_2B

$$i_2 = I\frac{w_1}{w_1+w_2} = 2 \cdot \frac{100}{100+11,111\ldots} = 2 . 0,9 = 1,8 \text{ ампера.}$$

Отвѣтвленіе, которымъ мы снабдили участокъ Aw_1B съ цѣлью уменьшить въ немъ силу тока, называется *побочнымъ замыканіемъ*.

391. До сихъ поръ мы разсматривали случаи вѣтвленія тока *въ двухъ* проводникахъ; посмотримъ теперь, какъ распредѣляется токъ *въ нѣсколькихъ параллельныхъ вѣтвяхъ* главной цѣпи, и каково общее сопротивленіе такого развѣтвленія? Начнемъ съ **опредѣленія общаго сопротивленія нѣсколькихъ параллельныхъ вѣтвей.**

Означимъ потенціалы у точекъ вѣтвленія A и B черезъ V_1 и V_2, а сопротивленія вѣтвей (беремъ для примѣра 4 вѣтви — рис. 51) черезъ w_1, w_2, w_3 и w_4, искомое же общее сопротивленіе ихъ — чрезъ $w_{(1+2+3+4)}$.

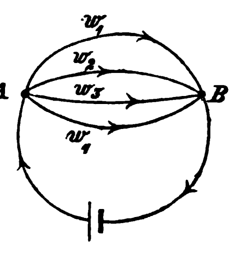


Рис. 51.

Такъ какъ сила тока въ главной цѣпи равна суммѣ силъ токовъ i_1, i_2, i_3 и i_4 въ развѣтвленіи (§ 382):

$$I = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

и такъ какъ вѣтви w_1, w_2, w_3 и w_4 могутъ быть замѣнены однимъ проводникомъ, сопротивленіе коего равняется общему сопротивленію $w_{(1+2+3+4)}$, причемъ разность потенціаловъ $V_1 - V_2$ точекъ A и B не измѣнится, то сила тока въ проводникѣ съ сопротивленіемъ $w_{(1+2+3+4)}$ была бы

$$I = \frac{V_1 - V_2}{w_{(1+2+3+4)}}.$$

Разсматривая силы токовъ въ отдѣльныхъ вѣтвяхъ развѣтвленія, мы находимъ, что

въ вѣтви w_1 сила тока $i_1 = \frac{V_1 - V_2}{w_1}$

» » w_2 » » $i_2 = \frac{V_1 - V_2}{w_2}$

» » w_3 » » $i_3 = \frac{V_1 - V_2}{w_3}$

» » w_4 » » $i_4 = \frac{V_1 - V_2}{w_4}$

Такъ какъ

$$I = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

и вмѣстѣ съ тѣмъ

$$I = \frac{V_1 - V_2}{w_{(1+2+3+4)}}$$

то

$$\frac{V_1 - V_2}{w_{(1+2+3+4)}} = \frac{V_1 - V_2}{w_1} + \frac{V_1 - V_2}{w_2} + \frac{V_1 - V_2}{w_3} + \frac{V_1 - V_2}{w_4}$$

откуда

$$\frac{1}{w_{(1+2+3+4)}} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_4}$$

Слѣдовательно

$$w_{(1+2+3+4)} = \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_4}}$$

392. Если всѣ вѣтви имѣютъ одинаковое сопротивленіе и число такихъ вѣтвей $= n$, то выведенная формула принимаетъ такой видъ

$$w_{(n)} = \frac{1}{n \cdot \frac{1}{w}} = \frac{1}{\frac{n}{w}} = \frac{w}{n}$$

т. е. *если сопротивленія параллельныхъ вѣтвей равны, то общее сопротивленіе ихъ равно сопротивленію одной изъ нихъ, дѣленному на число вѣтвей.*

393. Что касается **распредѣленія тока въ нѣсколькихъ параллельныхъ вѣтвяхъ**, то законъ, приведенный для двухъ вѣтвей, и здѣсь сохраняетъ свою силу: *силы токовъ въ нѣсколькихъ параллельныхъ вѣтвяхъ обратно пропорціональны сопротивленіямъ этихъ вѣтвей,* такъ что токъ наибольшей силы приходится на ту изъ нихъ, сопротивленіе которой наименьшее.

Такимъ образомъ, если сопротивленія вѣтвей — w_1, w_2, w_3 и w_4, то токъ въ вѣтвяхъ распредѣляется пропорціонально:

$$\frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2} : \frac{1}{w_3} : \frac{1}{w_4}.$$

Примѣръ: Сопротивленія четырехъ параллельныхъ вѣтвей, на которыхъ распадается главная цѣпь (рис. 51), равны 2, 3, 6 и 12 омамъ, сила тока въ главной цѣпи = 2,6 ампера. Опредѣлить силы токовъ въ вѣтвяхъ.

Мы знаетъ, что сила тока главной цѣпи распредѣляется въ вѣтвяхъ обратно пропорціонально ихъ сопротивленіямъ:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6} : \frac{1}{12}$$

Приведя эти дроби къ одному знаменателю и отбросивъ послѣдній, получимъ отношенія силъ токовъ въ вѣтвяхъ въ цѣлыхъ числахъ:

$$6 : 4 : 2 : 1$$

пропорціонально которымъ и распредѣлится въ вѣтвяхъ сила тока главной цѣпи.

Такимъ образомъ, *сила тока въ каждой вѣтви относится къ силѣ тока въ главной цѣпи такъ, какъ каждое изъ чиселъ, пропорціонально которымъ распредѣляется сила тока въ вѣтвяхъ, относится къ суммѣ этихъ чиселъ.*

Такъ

$$i_1 : I = 6 : 13$$

$$i_1 : 2{,}6 = 6 : 13$$

$$i_1 = \frac{2{,}6 . 6}{13} = 1{,}2 \text{ ампера.}$$

Подобнымъ же образомъ находимъ

$$i_2 = 0{,}8 \text{ ампера,}$$

$$i_3 = 0{,}4 \quad » \quad ,$$

$$i_4 = 0{,}2 \quad » \quad .$$

Общее сопротивленіе развѣтвленія въ этомъ примѣрѣ будетъ

$$w_{(1+2+3+4)} = \frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}} = \frac{1}{\frac{13}{12}} = \frac{12}{13} = 0{,}9231 \text{ ома.}$$

394. Очевидно, что *въ томъ случаѣ, когда всѣ параллельныя вѣтви имѣютъ одинаковое сопротивленіе, и сила тока во всѣхъ нихъ будетъ одинакова.* Если сила тока въ главной цѣпи $= I$, а общее число параллельныхъ вѣтвей одинаковаго сопротивленія $= n$, то сила тока въ каждой изъ нихъ

$$i = \frac{I}{n}$$

395. Каковы бы ни были число и сопротивленія параллельныхъ вѣтвей, общее сопротивленіе развѣтвленія всегда меньше сопротивленія любой изъ его вѣтвей въ отдѣльности. Присоединяя къ имѣющимся вѣтвямъ новыя, мы уменьшаемъ общее сопротивленіе развѣтвленія и увеличиваемъ силу тока въ главной цѣпи, уменьшая ее въ то же время въ каждой отдѣльной вѣтви.

396. Въ практическомъ отношеніи важно помнить, что *если вѣтви отходятъ отъ полюсовъ гальваническаго элемента* (аккумулятора, термоэлемента), *внутреннее сопротивленіе котораго ничтожно по отношенію къ сопротивленію вѣтвей, то разность потенціаловъ полюсовъ элемента можно принять равной элек-*

тровозбудительной силѣ его. Въ этомъ случаѣ, зная электровозбудительную силу, мы непосредственно опредѣляемъ силу тока въ вѣтвяхъ:

$$i_1 = \frac{E}{w_1}$$

$$i_2 = \frac{E}{w_2}$$

и т. д.

Такой расчетъ допустимъ, однако, только тогда, когда по замкнутіи цѣпи электровозбудительная сила элемента вовсе не измѣняется или измѣняется очень мало. При такомъ условіи сила тока въ вѣтвяхъ не измѣняется несмотря на то, уменьшаемъ ли мы или увеличиваемъ число самихъ вѣтвей.

Если сопротивленіе источника электричества или, вообще, сопротивленіе главной цѣпи повысить, то сила тока въ вѣтвяхъ измѣняется въ зависимости отъ увеличенія или уменьшенія числа ихъ (отъ того, напр., замыкается или размыкается та или иная изъ вѣтвей).

396. Если желаютъ, чтобы при размыканіи и замыканіи тока въ одной изъ вѣтвей, сила тока въ другихъ измѣнялась не болѣе какъ на извѣстный процентъ, то необходимо расчитать, при какомъ наибольшемъ сопротивленіи главной цѣпи вообще возможно удовлетворить требованію задачи.

Примѣръ: имѣемъ двѣ параллельныхъ вѣтви по 500 омъ каждая; въ первой токъ течетъ постоянно, вторую же мы размыкаемъ и замыкаемъ по желанію. Каково можетъ быть наибольшее сопротивленіе главной цѣпи при условіи, что сила тока въ первой вѣтви, при замыканіи и размыканіи второй, должна измѣняться не болѣе какъ на 1%.

Пусть электровозбудительная сила, дѣйствующая въ главной цѣпи, $= E$ вольтамъ, сопротивленіе главной цѣпи $= W$ омамъ. Тогда сила тока *въ одной изъ вѣтвей, когда другая разомкнута*, (слѣдовательно и сила тока *въ главной цѣпи*) будетъ

$$I = \frac{E}{W + 500} \text{ ампера.}$$

Если замкнуть вторую вѣтвь, то сила тока *въ главной цѣпи*

$$I_1 = \frac{E}{W + \frac{500}{2}} = \frac{E}{W + 250} \text{ ампера},$$

а въ каждой изъ вѣтвей

$$i = \frac{1}{2} \frac{E}{W + 250} = \frac{E}{2(W + 250)} \text{ ампера}.$$

Изъ условій задачи видно, что W должно быть равно столькимъ омамъ, чтобы разность

$$I - i$$

иначе

$$\frac{E}{W + 500} - \frac{E}{2(W + 250)}$$

не превышала одного процента силы тока I, т. е. не превышала

$$\frac{I}{100} = \frac{E}{100(W + 500)}$$

Поэтому искомое W опредѣляется изъ слѣдующаго уравненія

$$I - i = \frac{I}{100}$$

или

$$\frac{E}{W + 500} - \frac{E}{2(W + 250)} = \frac{E}{100(W + 500)}$$

$$\frac{(2W + 500 - W - 500)\,100}{(W + 500)(2W + 500)} = \frac{2W + 500}{(W + 500)(2W + 500)}$$

$$100\,W = 2W + 500$$

$$98\,W = 500$$

$$W = \frac{500}{98} = 5{,}1 \text{ ома},$$

т. е. сопротивленіе главной цѣпи (батареи и соединительныхъ проводовъ) не должно превышать 5,1 ома. При этомъ сила тока въ вѣтвяхъ будетъ зависѣть отъ электровозбудительной силы батареи.

397. Въ практическомъ отношеніи весьма важенъ случай вѣтвленія тока, извѣстный подъ названіемъ **мостика Уитстона** (Wheatstone) (*параллелограммъ сопротивленій*).

Имѣемъ простое развѣтвленіе, въ вѣтвяхъ котораго требуется найти такія двѣ точки C и D (рис. 52), по соединеніи которыхъ проводникомъ (*«мостикомъ»*, — inde nomen) въ послѣднемъ не появилось бы тока.

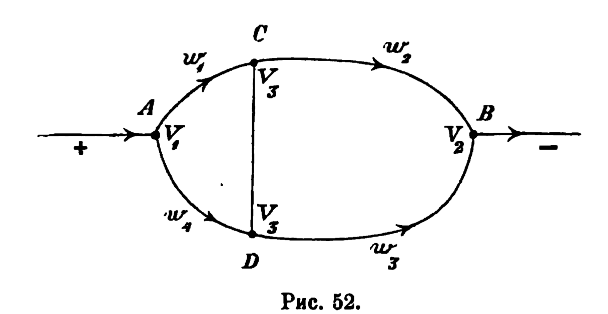


Рис. 52.

Очевидно, это возможно лишь при томъ условіи, что соединенныя точки имѣютъ одинаковый потенціалъ.

Представимъ себѣ, что задача рѣшена; искомыя точки C и D, имѣющія одинаковый потенціалъ V_3, найдены и соединены мостикомъ CD. Потенціалы у точекъ A и B вѣтвленія $= V_1$ и V_2. Сопротивленіе

вѣтви $AC = w_1$

» $CB = w_2$

» $AD = w_3$

» $DB = w_3$

Разъ какъ въ вѣтви CD (мостикѣ) тока нѣтъ, то мы имѣемъ дѣло какъ бы съ простымъ развѣтвленіемъ, такъ какъ въ этомъ случаѣ не только безразлична величина сопротивленія вѣтви CD, но и вообще безразлично, существуетъ ли послѣдняя или нѣтъ.

По закону Ома сила тока

$$\text{въ отрѣзкѣ } AC = \frac{V_1 - V_3}{w_1}$$

$$\text{»} \quad \text{»} \quad CB = \frac{V_3 - V_2}{w_2}$$

а такъ какъ мы имѣемъ дѣло съ однимъ и тѣмъ же токомъ, то

$$\frac{V_1 - V_3}{w_1} = \frac{V_3 - V_2}{w_2}.$$

Подобнымъ же образомъ, для вѣтви ADB имѣемъ:

$$\frac{V_1 - V_3}{w_4} = \frac{V_3 - V_2}{w_3}.$$

Раздѣливъ второе уравненіе на первое, получимъ

$$\frac{(V_1 - V_3) w_2}{(V_1 - V_3) w_3} = \frac{(V_3 - V_2) w_1}{(V_3 - V_2) w_4}$$

$$\frac{w_1}{w_4} = \frac{w_2}{w_3}$$

или, по перемѣщеніи членовъ,

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_4}{w_3} \text{ *)}$$

т. е. *двѣ точки двухъ вѣтвей простаго развѣтвленія имѣютъ одинаковый потенціалъ тогда, когда отношеніе сопротивленій послѣдовательно лежащихъ отрѣзковъ одной вѣтви равно отношенію такихъ же отрѣзковъ другой.*

Обыкновенно главную цѣпь и «мостикъ» называютъ *діагональными вѣтвями*, четыре же отрѣзка остальныхъ двухъ вѣтвей — *боковыми вѣтвями* параллелограмма Уитстона (см. рис. 54) и законъ уитстонова мостика формулируютъ слѣдующимъ образомъ: *если въ одной изъ діагональныхъ вѣтвей дѣй-*

*) Отсюда: $w_1 w_3 = w_2 w_4$.

ствуетъ электровозбудительная сила, то въ другой тока не будетъ въ томъ случаѣ, когда отношеніе сопротивленій двухъ послѣдовательно лежащихъ боковыхъ вѣтвей одной стороны параллелограмма равно отношенію такихъ же вѣтвей другой стороны его.

Для большей наглядности изложеннаго приводимъ числовой примѣръ:

Положимъ, что въ точкахъ A и B (рис. 53) вѣтвленія глав-

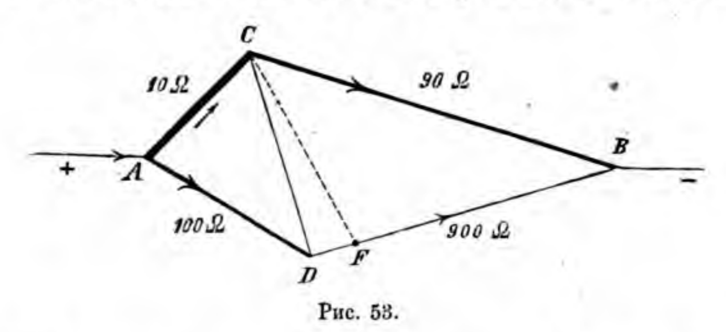


Рис. 53.

ной цѣпи разность потенціаловъ равна двумъ вольтамъ, сопротивленія четырехъ отрѣзковъ вѣтвей (AC, CB, AD, DB) составляютъ пропорцію

$$\frac{10}{100} = \frac{90}{900} \text{ *)}$$

(сопротивленія выражены въ омахъ) и точки C и D проводникомъ еще не соединены.

По закону Ома сила тока въ вѣтви ACB будетъ

$$i_1 = \frac{2}{10+90} = 0,02 \text{ ампера,}$$

а въ вѣтви ADB —

$$i_2 = \frac{2}{100+900} = 0,002 \text{ ампера.}$$

Такъ какъ разность потенціаловъ между двумя какими либо

*) Или: $\frac{10}{90} = \frac{100}{900}$.

точками цѣпи равна произведенію силы проходящаго тока на сопротивленіе между этими точками, то

разность потенціаловъ между точками A и $C = 0{,}02 . 10 =$ 0,2 вольта,
» » » » A и $D = 0{,}002 . 100 =$ 0,2 вольта.

Такимъ образомъ отъ точки A, общей для вѣтвей AC и CD, потенціалъ упалъ въ направленіи тока до точекъ C и D на одну и ту же величину, равную 0,2 вольта, вслѣдствіе чего и абсолютные потенціалы въ точкахъ C и D между собою равны; поэтому, по соединеніи названныхъ точекъ проводникомъ, тока въ немъ не окажется.

Посмотримъ, что произойдетъ, если мы соединимъ точку C не съ точкою D, а съ точкою F (рис. 53).

Положимъ, что сопротивленіе между точкой A и F равно 110 омамъ. Разность потенціаловъ между точками A и C, какъ мы видѣли, равна 0,2 вольта, разность же потенціаловъ между точками A и F, очевидно, будетъ

$$0{,}002 . 110 = 0{,}22 \text{ вольта},$$

т. е. потенціалъ отъ A до F упадетъ на величину бо́льшую, чѣмъ отъ A до C.

Такимъ образомъ, потенціалъ въ точкѣ F будетъ меньше, чѣмъ въ точкѣ C, вслѣдствіе чего, по соединеніи этихъ точекъ проводникомъ, въ немъ («въ мостикѣ») пойдетъ токъ, и притомъ въ направленіи отъ C къ F.

Понятно, что тотчасъ же по соединеніи точекъ C и F сила тока какъ въ главной цѣпи, такъ и въ вѣтвяхъ, болѣе или менѣе измѣнится въ зависимости отъ того, какого сопротивленія проводникомъ будутъ соединены эти точки. Вслѣдствіе этого измѣнятся какъ абсолютные потенціалы въ точкахъ C и F, такъ и разность потенціаловъ точекъ A и B.

398. Итакъ, если въ одну изъ діагональныхъ вѣтвей включить гальваническій элементъ E (рис. 54), а въ другую («въ мостикъ») — гальванометръ, то стрѣлка послѣдняго останется въ покоѣ лишь въ томъ случаѣ, если сопротивленія четырехъ боковыхъ вѣтвей находятся въ извѣстномъ уже намъ отношеніи:

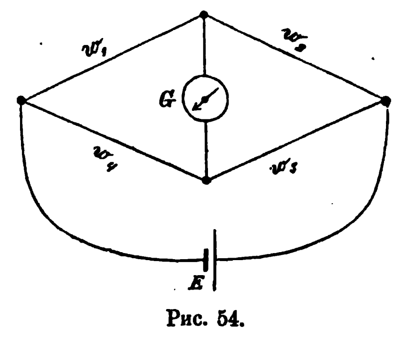


Рис. 54.

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_4}{w_3}$$

Если двѣ боковыя вѣтви параллелограмма, напр. w_1 и w_2, имѣютъ извѣстныя неизмѣнныя сопротивленія, сопротивленіе третьей вѣтви (w_3) можетъ быть по желанію измѣняемо, тогда какъ сопротивленіе четвертой — неизвѣстно ($= x$), то x будетъ опредѣленъ, когда измѣненіемъ величины w_3 мы достигнемъ того, что стрѣлка гальванометра въ мостикѣ болѣе не отклоняется; тогда

$$x = \frac{w_1 \cdot w_3}{w_2}$$

Такимъ образомъ производятся измѣренія сопротивленій проводниковъ помощью уитстонова мостика.

Обыкновенно боковыя вѣтви съ неизмѣннымъ сопротивленіемъ (w_1 и w_2) называютъ *пропорціональными*, а ту вѣтвь, сопротивленіе которой можетъ быть по желанію измѣняемо (w_3) — *сравнительною*; проводникъ, сопротивленіе (w_4) коего желаютъ опредѣлить, образуетъ четвертую боковую вѣтвь параллелограмма. — Такъ какъ въ вѣтви w_1, w_2 и w_3 мы вводимъ сопротивленія, величины коихъ уже извѣстны намъ въ омахъ, то и неизвѣстное сопротивленіе $w_4 = x$ опредѣляется въ этихъ же единицахъ измѣренія.

Приводимъ два примѣра такихъ измѣреній:

1) Сопротивленія w_1 и w_2 равны каждое 10 омамъ; стрѣлка гальванометра стоитъ на нулѣ, когда въ сравнительной вѣтви установлено сопротивленіе w_3 въ 150 омъ. Какова величина неизвѣстнаго сопротивленія x вѣтви w_4?

Въ этомъ случаѣ x, конечно, равно 150 омамъ, такъ какъ

$$x = \frac{10.150}{10}$$

2) Сопротивленіе $w_1 = 10$ омамъ, а $w_2 = 1000$ омамъ; стрѣлка гальванометра стоитъ на нулѣ, когда въ сравнительной вѣтви установлено сопротивленіе w_3 въ 134,5 ома. Какова величина неизвѣстнаго сопротивленія x вѣтви w_4?

$$x = \frac{w_1 \cdot w_3}{w_2} = \frac{10 . 134,5}{1000} = 1,345 \text{ ома.}$$

399. Зная законы вѣтвленія токовъ, не трудно понять принципы **измѣренія силы тока** и разности потенціаловъ **„чрезъ отвѣтвленіе"**.

Въ самомъ дѣлѣ, силу тока I въ неразвѣтвленной части проводника AB (рис. 55) можно измѣрить включивъ амперометръ

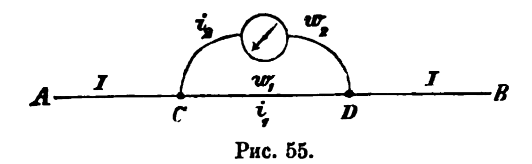


Рис. 55.

не только непосредственно въ эту часть цѣпи, но и помѣстивъ его «въ отвѣтвленіи», т. е. соединивъ амперометръ проводниками съ двумя какими либо точками (напр. C и D) главной цѣпи.

Тогда имѣемъ въ неразвѣтвленной цѣпи токъ I, а въ вѣтвяхъ ея (Cw_2D и Cw_1D) токи i_1 и i_2.

Разъ какъ сила тока i_2 опредѣлена амперометромъ, то силу тока I мы находимъ по формулѣ выведенной въ § 387:

$$I = i_2 \frac{w_1 + w_2}{w_1}$$

Примѣръ: Точки C и D проводника AB (рис. 55) соединены проволоками ничтожнаго сопротивленія съ амперометромъ, сопротивленіе коего $w_2 = 100$ омамъ; сопротивленіе w_1 части проводника AB между точками вѣтвленія $= 15$

омамъ. Какова сила тока I въ неразвѣтвленной части цѣпи, если амперометръ указываетъ силу тока i_2 въ 0,03 ампера?

$$I = \frac{0{,}03\,.\,(15+100)}{15} = \frac{3{,}45}{15} = 0{,}23 \text{ ампера.}$$

400. И здѣсь считаемъ не лишнимъ напомнить сказанное въ § 107: сила тока въ цѣпи измѣняется вслѣдъ за включеніемъ въ нее гальванометра, такъ какъ этимъ измѣняется сопротивленіе цѣпи. Очевидно, что, *включая гальванометръ въ главную цѣпь, мы увеличиваемъ сопротивленіе ея и ослабляемъ въ ней токъ.* Поэтому для измѣреній силы тока непосредственно введеннымъ въ цѣпь гальвонометромъ часто употребляютъ инструменты, имѣющіе *обмотку возможно малаго сопротивленія* (§ 108). Напротивъ, *включая гальванометръ въ отвѣтвленіе, мы уменьшаемъ общее сопротивленіе цѣпи и тѣмъ усиливаемъ токъ въ главной цѣпи,* такъ какъ общее сопротивленіе полученнаго развѣтвленія менѣе сопротивленія той части цѣпи, къ которой присоединена вѣтвь, и притомъ въ тѣмъ большей степени, чѣмъ меньше сопротивленіе этой вѣтви. *Если условія сопротивленія цѣпи желаютъ оставить по возможности не нарушенными, то включаютъ въ отвѣтвленіе гальванометръ съ большимъ сопротивленіемъ обмотки,* т. е. съ большимъ числомъ оборотовъ тонкой проволоки, чѣмъ одновременно достигается большая чувствительность инструмента, а слѣдовательно и точность измѣренія.

401. Опредѣленіе разности потенціаловъ двухъ точекъ цѣпи чрезъ отвѣтвленіе основано на измѣреніи силы тока въ вѣтви, соединяющей эти точки и заключающей гальванометръ съ обмоткой извѣстнаго сопротивленія. Очевидно, что умноживъ силу тока, указываемую гальванометромъ, на сопротивленіе обмотки его, мы находимъ разность потенціаловъ точекъ вѣтвленія. При такихъ расчетахъ обыкновенно не принимаютъ въ соображеніе сопротивленія проводовъ, соединяющихъ гальванометръ съ точками отвѣтвленія, такъ какъ оно совершенно ничтожно сравнительно съ сопротивленіемъ обмотки самого гальванометра.

Примѣръ: Разность потенціаловъ точекъ вѣтвленія A и B числоваго примѣра § 399 равна

$$0,03.100 = 3 \text{ вольтамъ}.$$

Въ практикѣ для опредѣленія разностей потенціаловъ двухъ точекъ цѣпи отвѣтвленіемъ употребляютъ вольтметры (§ 295), дозволяющіе такое опредѣленіе безъ всякаго вычисленія, прямо по показанію инструмента.

Измѣреніе разности потенціаловъ точекъ вѣтвленія имѣетъ различное практическое значеніе; укажемъ пока лишь на то, что благодаря такому измѣренію мы можемъ опредѣлить силу тока въ цѣломъ рядѣ параллельныхъ вѣтвей, соединивъ вольтметръ съ точками вѣтвленія. При этомъ намъ, конечно, нѣтъ надобности знать силу тока въ главной цѣпи или величину дѣйствующей въ ней электровозбудительной силы, но надо знать сопротивленіе параллельныхъ вѣтвей.

Такъ напр., можно опредѣлить силы токовъ въ четырехъ параллельныхъ вѣтвяхъ рис. 51, относящагося къ числовому примѣру § 393, соединивъ точки вѣтвленія A и B съ вольтметромъ большаго сопротивленія, который опредѣлитъ намъ разность потенціаловъ этихъ точекъ весьма близко къ 2,4 вольта. Отсюда силы токовъ въ вѣтвяхъ будутъ сообразно величинамъ сопротивленій ихъ:

$$i_1 = \frac{2,4}{2} = 1,2 \text{ ампера}$$

$$i_2 = \frac{2,4}{3} = 0,8 \quad \text{»}$$

$$i_3 = \frac{2,4}{6} = 0,4 \quad \text{»}$$

$$i_4 = \frac{2,4}{12} = 0,2 \quad \text{»}$$

т. е. тѣ же, какія мы опредѣлили въ § 393 совершенно инымъ способомъ.

402. До сихъ поръ мы разсматривали, какъ распространяется токъ въ сѣти *параллельныхъ* (примѣчаніе 1-ое на стр. 207) вѣтвей и какъ опредѣляется общее сопротивленіе послѣднихъ. Теперь разсмотримъ тѣ же задачи, относящіяся къ **непараллельнымъ вѣтвямъ**, т. е. такимъ, *которыя, исходя изъ нѣсколькихъ точекъ главной цѣпи, оканчиваются въ нѣсколькихъ другихъ.*

Начнемъ съ разсмотрѣнія **общаго сопротивленія сѣти непараллельныхъ вѣтвей.**

На рисункѣ 56 — w_1 и w_2 означаютъ сопротивленія двухъ параллельныхъ, а w_3 и w_4 — сопротивленія двухъ непараллельныхъ вѣтвей, соединяющихъ отдѣльныя точки главной цѣпи, подъ которой мы разумѣемъ проводникъ $abcWc'b'a'$; подъ ρ_1 мы понимаемъ сумму сопротивленій отрѣзковъ ab и $a'b'$ главной цѣпи между вѣтвями aw_2a' и bw_3b'; подъ ρ_2 — сумму сопротивленій такихъ же отрѣзковъ bc и $b'c'$; наконецъ, W означаетъ сопротивленіе неразвѣтвленнаго отрѣзка cWc' главной цѣпи, въ которомъ включенъ гальваническій элементъ.

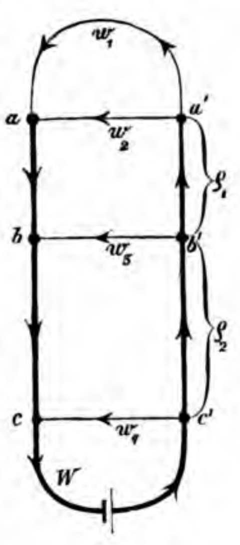


Рис. 56.

Для того, чтобы опредѣлить общее сопротивленіе всей сѣти, находятъ сначала общее сопротивленіе двухъ вѣтвей, наиболѣе удаленныхъ отъ полюсовъ элемента; изъ этого сопротивленія плюсъ сопротивленія отрѣзковъ главной цѣпи, заключенныхъ между 2-й и 3-й вѣтвями, и сопротивленія послѣдней находятъ общее сопротивленіе части сѣти ими образованной; поступая далѣе такимъ же образомъ, постепенно опредѣляютъ общее сопротивленіе всей сѣти.

Согласно сказанному находимъ, что общее сопротивленіе вѣтвей aw_2a' и aw_1a' равно (§ 338)

$$=\frac{1}{\frac{1}{w_2}+\frac{1}{w_1}}$$

общее сопротивленіе первыхъ двухъ вѣтвей вмѣстѣ съ отрѣзками ab и $a'b'$ главной цѣпи

$$=\rho_1+\frac{1}{\frac{1}{w_2}+\frac{1}{w_1}}$$

присоединивъ сюда третью вѣтвь bw_3b', находимъ общее сопротивленіе

$$=\cfrac{1}{\left(\cfrac{1}{w_3}\right)+\cfrac{1}{\rho_1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_2}+\cfrac{1}{w_1}}}}$$

это сопротивленіе вмѣстѣ съ сопротивленіемъ отрѣзковъ bc и $b'c'$ главной цѣпи

$$=\rho_2+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_3}+\cfrac{1}{\rho_1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_2}+\cfrac{1}{w_1}}}}$$

а вмѣстѣ съ четвертой вѣтвью cw_4c'

$$=\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_4}+\cfrac{1}{\rho_2+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_3}+\cfrac{1}{\rho_1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_2}+\cfrac{1}{w_1}}}}}}$$

наконецъ, присоединивъ неразвѣтвленную часть cWc' главной цѣпи, находимъ для общаго сопротивленія всей сѣти выраженіе:

$$R=W+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_4}+\cfrac{1}{\rho_2+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_3}+\cfrac{1}{\rho_1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{w_2}+\cfrac{1}{w_1}}}}}}$$

Примѣръ: положимъ, что $w_1=10$, $w_2=2$, $w_3=6$, $w_4=8$, $\rho_1=5$, $\rho_2=10$ и $W=7{,}0249$ ома. Тогда, подставляя въ выве-

денную непрерывную дробь соотвѣтствующія числовыя данныя, получимъ:

$$R = 7{,}0249 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{8} + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{6} + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{2} + \cfrac{1}{10}}}}}}$$

Для рѣшенія этой непрерывной дроби производимъ указанныя въ ней дѣйствія (начиная съ конца ея), причемъ находимъ:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$$

$$5 + \frac{1}{6/10} = 5 + \frac{10}{6} = \frac{40}{6}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{40/6} = \frac{1}{6} + \frac{6}{40} = \frac{19}{60}$$

$$10 + \frac{1}{19/60} = 10 + \frac{60}{19} = \frac{250}{19}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{250/19} = \frac{1}{8} + \frac{19}{250} = \frac{201}{1000}$$

$$7{,}0249 + \frac{1}{201/1000} = 7{,}0249 + \frac{1000}{201} = 7{,}0249 + 4{,}9751 = 12 \text{ омамъ.}$$

403. Если извѣстна электровозбудительная сила, дѣйствующая въ неразвѣтвленной части главной цѣпи только что разсмотрѣнной сѣти проводниковъ, и требуется найти силы токовъ въ отдѣльныхъ ея вѣтвяхъ, то, прежде всего, изъ электровозбудительной силы и общаго сопротивленія сѣти, должно вычислить силу тока въ неразвѣтвленной части главной цѣпи, послѣ чего, на основаніи законовъ Кирхгоффа, не трудно вычислить и силы токовъ въ отдѣльныхъ вѣтвяхъ сѣти. Но въ этомъ случаѣ, вмѣсто того, чтобы строить непрерывную дробь, выгоднѣе вычислять общее сопротивленіе послѣдовательныхъ частей сѣти по

порядку: сначала находятъ общее сопротивленіе для обѣихъ конечныхъ параллельныхъ вѣтвей по формулѣ (§ 338)

$$R_1 = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$$

затѣмъ, по той же формулѣ, вычисляютъ общее сопротивленіе этихъ двухъ первыхъ вѣтвей плюсъ отрѣзковъ главной цѣпи, заключенныхъ между 2-ой и 3-ей вѣтвями, и самой 3-ей вѣтви и т. д.

Такой порядокъ опредѣленія общаго сопротивленія сѣти имѣетъ то преимущество, что при этомъ получается общее сопротивленіе каждой части сѣти въ отдѣльности, что необходимо для послѣдующаго опредѣленія силы тока въ отдѣльныхъ вѣтвяхъ.

Рѣшимъ по этому способу ту же задачу:

Общее сопротивленіе двухъ конечныхъ вѣтвей aw_1a' и aw_2a' равно

$$R = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = \frac{10.2}{10+2} = 1{,}6667 \text{ ома.}$$

Такимъ образомъ мы можемъ представить себѣ обѣ вѣтви замѣщенными однимъ неразвѣтвленнымъ проводникомъ, продолженіе коего составляютъ отрѣзки ab и $a'b'$. Общее сопротивленіе этого проводника вмѣстѣ съ упомянутыми отрѣзками равно

$$R_1 + \rho_1 = 1{,}6667 + 5 = 6{,}6667 \text{ ома.}$$

Разсматривая сопротивленіе $R_1 + \rho_1$ какъ сопротивленіе неразвѣтвленнаго проводника и присоединяя къ послѣднему параллельную съ нимъ вѣтвь bw_3b', мы находимъ общее сопротивленіе для этой части сѣти равнымъ

$$R_2 = \frac{(R_1+\rho_1)\,w_3}{R_1+\rho_1+w_3} = \frac{6{,}6667.6}{6{,}6667+6} = \frac{40{,}0002}{12{,}6667} = 3{,}1579 \text{ ома.}$$

Присоединивъ сюда отрѣзки bc и $b'c'$, получаемъ

$$R_2 + \rho_2 = 3{,}1579 + 10 = 13{,}1579 \text{ ома.}$$

Принимая опять, что вся часть сѣти выше точекъ c и c' замѣнена однимъ неразвѣтвленнымъ проводникомъ, сопротивленіе коего $= R_2 + \rho_2$, и присоединивъ къ этоту проводнику параллельную ему вѣтвь cw_4c', находимъ общее сопротивленіе обѣихъ равнымъ

$$R_3 = \frac{(R_2 + \rho_2)\,w_4}{R_2 + \rho_2 + w_4} = \frac{13{,}1579 . 8}{13{,}1579 + 8} = \frac{105{,}2632}{21{,}1579} = 4{,}9751 \text{ ома.}$$

Такимъ образомъ, вся сѣть за исключеніемъ неразвѣтвленной части главнаго проводника можетъ быть замѣнена однимъ проводникомъ, сопротивленіе коего $= 4{,}9751$ ома. Представивъ себѣ, что неразвѣтвленная часть cWc' главнаго проводника, сопротивленіе коей $W = 7{,}0249$ ома, замкнута упомянутымъ проводникомъ R_3, находимъ, что сумма сопротивленій обоихъ равна

$$W + R_3 = 7{,}0249 + 4{,}9751 = 12 \text{ омамъ,}$$

т. е. таково общее сопротивленіе всей разсмотрѣнной сѣти.

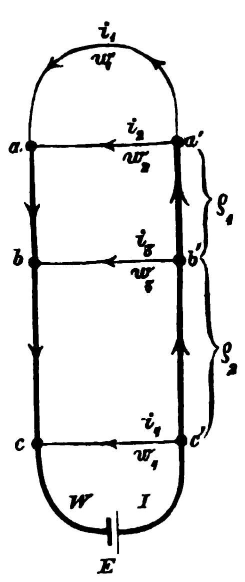


Рис. 57.

404. Теперь обратимся къ **опредѣленію силы токовъ въ отдѣльныхъ частяхъ сѣти непараллельныхъ проводниковъ.**

Силу тока въ неразвѣтвленной части главной цѣпи обозначимъ чрезъ I, въ остальныхъ же частяхъ этой цѣпи и въ вѣтвяхъ ея силы проходящихъ токовъ обозначимъ черезъ i съ соотвѣтствующими знаками (рис. 57). Положимъ, что дѣйствующая въ части cWc' электровозбудительная сила $E = 2{,}4$ вольта, тогда въ неразвѣтвленной части главной цѣпи сила тока

$$I = \frac{E}{R} = \frac{2{,}4}{12} = 0{,}2 \text{ ампера.}$$

Такъ какъ

$$I = i_4 + i_5$$

то

$$i_4 = I\frac{(R_2 + \rho_2)}{(R_2 + \rho_2) + w_4} = \frac{0{,}2 \, . \, 12{,}92}{12{,}92 + 8} = 0{,}12352 \text{ ампера},$$

$$i_5 = I\frac{w_4}{(R_2 + \rho_2) + w_4} = \frac{0{,}2 . 8}{12{,}92 + 8} = 0{,}07648 \text{ ампера}.$$

Далѣе, такъ какъ

$$i_5 = i_3 + i_6$$

то

$$i_3 = i_5\frac{(R_1 + \rho_1)}{(R_1 + \rho_1) + w_3} = \frac{0{,}07648 . 6{,}6667}{6{,}6667 + 6} = 0{,}04025 \text{ ампера},$$

$$i_6 = i_5\frac{w_3}{(R_1 + \rho_1) + w_3} = \frac{0{,}07648 . 6}{6.6667 + 6} = 0{,}03623 \text{ ампера}.$$

Точно также

$$i_6 = i_2 + i_1$$

откуда

$$i_1 = i_6\frac{w_2}{w_2 + w_1} = \frac{0{,}03623 \, . \, 2}{2 + 10} = 0{,}00604 \text{ ампера},$$

$$i_2 = i_6\frac{w_1}{w_2 + w_1} = \frac{0{,}03623 . 10}{2 + 10} = 0{,}03019 \text{ ампера}.$$

Разсматривая рисунокъ 57, мы видимъ, что

$$i_6 = i_2 + i_1$$

$$i_5 = i_3 + i_6 = i_3 + i_2 + i_1$$

$$I = i_4 + i_5 = i_4 + i_3 + i_2 + i_1$$

т. е.: *сумма силъ токовъ, проходящихъ въ вѣтвяхъ, равна силѣ тока въ неразвѣтвленной части главной цѣпи.* Это даетъ намъ возможность повѣрить рѣшеніе задачи:

$$I = 0{,}12352 + 0{,}04025 + 0{,}03019 + 0{,}00604 = 0{,}2 \text{ ампера}.$$

405. Особый практическій интересъ представляетъ случай, когда сопротивленія отрѣзковъ главной цѣпи между непарал-

лельными вѣтвями ничтожно сравнительно съ сопротивленіемъ самихъ вѣтвей; въ этомъ случаѣ и «потеря въ вольтахъ» (§ 376) въ главной цѣпи ничтожна, вслѣдствіе чего разность потенціаловъ у конечныхъ точекъ вѣтвей, наиболѣе близкихъ къ батареи и наиболѣе удаленныхъ отъ нея, почти одна и та же. Поэтому, при одинаковомъ сопротивленіи вѣтвей и силы токовъ въ нихъ одинаковы, вслѣдствіе чего аппараты (напр. лампы каленія), включенныя въ эти вѣтви, дѣйствують всѣ съ одинаковою силой.

Если въ подобномъ случаѣ желаютъ имѣть въ каждой изъ n вѣтвей силу тока i, то сила его въ неразвѣтвленной части главной цѣпи должна быть

$$I = ni$$

тогда въ вѣтвяхъ сила тока

$$i = \frac{I}{n}$$

Если число вѣтвей велико, то, для достиженія совершенно одинаковыхъ разностей потенціаловъ конечныхъ точекъ ихъ, сопротивленія вѣтвей должны соотвѣтственно уменьшаться на незначительную величину въ направленіи отъ ближайшей къ батареи вѣтви къ болѣе удаленной. Если, во время прохожденія тока въ такой сѣти, разомкнуть одну или нѣсколько вѣтвей, то въ остальныхъ сила тока чрезъ это не измѣнится, такъ какъ увеличившееся теперь общее сопротивленіе сѣти уменьшитъ соотвѣтственно силу тока въ неразвѣтвленной части главной цѣпи. Если сила тока въ главной цѣпи упадетъ при этомъ до I', то все же силы токовъ въ каждой изъ вѣтвей

$$\frac{I'}{n-1} = i$$

т. е. равны прежней величинѣ.

XVIII. Распредѣленіе тока въ сѣти проводниковъ, въ вѣтвяхъ которой дѣйствуютъ нѣсколько электровозбудительныхъ силъ.

406. Зная законы вѣтвленія тока въ сѣти линейныхъ проводниковъ, содержащихъ лишь одну электровозбудительную силу, не трудно опредѣлить силы токовъ въ отдѣльныхъ вѣтвяхъ сѣти и въ томъ случаѣ, когда въ послѣдней дѣйствуютъ нѣсколько электровозбудительныхъ силъ. Разсмотримъ относящіяся сюда задачи въ томъ же порядкѣ, какъ и въ предшествующей главѣ.

Имѣемъ три параллельныхъ вѣтви; въ одной изъ нихъ дѣйствуетъ электровозбудительная сила $E_1 = 1$ вольту, въ другой — $E_2 = 2$ вольтамъ (рис. 58); положимъ, что E_1 и E_2 — два гальваническіе элемента, дѣйствующіе въ противоположныхъ направленіяхъ по отношенію другъ къ другу; сопротивленія трехъ вѣтвей суть: w_1 — 10, w_2 — 30 и W — 15 омъ. Требуется опредѣлить силы токовъ въ этихъ трехъ вѣтвяхъ.

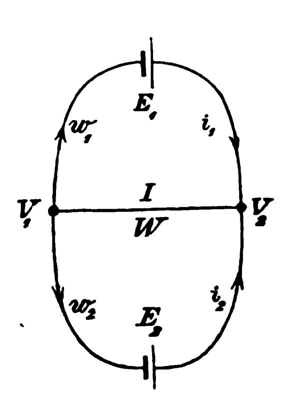


Рис. 58.

Задача эта можетъ быть рѣшена двумя способами, изъ коихъ первый основанъ на томъ, что *если электровозбудительныя силы дѣйствуютъ въ нѣсколькихъ вѣтвяхъ сѣти, то сила тока въ каждой вѣтви равна алгебраической суммѣ силъ токовъ, развиваемыхъ въ ней каждою изъ электровозбудительныхъ силъ порознь.*

Первый способъ рѣшенія. Разсмотримъ сначала силы токовъ въ трехъ вѣтвяхъ при условіи дѣйствія только одной электровозбудительной силы E_2, затѣмъ при условіи дѣйствія одной электровозбудительной силы E_1.

Согласно § 388 и § 386 находимъ:

1) для случая дѣйствія одной электровозбудительной силы E_2:

$$R_{(W+w_1)} = \frac{Ww_1}{W+w_1} = \frac{15.10}{15+10} = 6 \text{ омамъ};$$

$$i_2' = \frac{E_2}{w_2 + R_{(W+w_1)}} = \frac{2}{30+6} = 0{,}0555 \text{ ампера},$$

$$i_1' = i_2' \frac{W}{W+w_1} = \frac{0{,}0555.15}{15+10} = 0{,}0333 \text{ ампера},$$

$$I' = i_2 \frac{w_1}{W+w_1} = \frac{0{,}0555.10}{15+10} = 0{,}0222 \text{ ампера}.$$

2) для случая дѣйствія одной электровозбудительной силы E_1:

$$R'_{(W+w_2)} = \frac{W.w_2}{W+w_2} = \frac{15.30}{15+30} = 10 \text{ омамъ};$$

$$i_1'' = \frac{E_1}{w_1 + R'_{(W+w_2)}} = \frac{1}{10+10} = 0{,}05 \text{ ампера},$$

$$i_2'' = i_1'' \frac{W}{W+w_2} = \frac{0{,}05.15}{15+30} = 0{,}0166 \text{ ампера},$$

$$I'' = i_1'' \frac{w_2}{W+w_2} = \frac{0{,}05.30}{15+30} = 0{,}0333 \text{ ампера}.$$

Такъ какъ вѣтвь $V_1 WV_2$ служитъ общимъ проводникомъ для токовъ I' и I'' (имѣющихъ одинаковое направленіе), то сила тока въ этой вѣтви при одновременномъ дѣйствіи обоихъ элементовъ (E_1 и E_2) равна

$$I = I' + I'' = 0{,}0222 + 0{,}0333 = 0{,}0555 \text{ ампера};$$

точно также и разность потенціаловъ конечныхъ точекъ этой вѣтви при послѣднемъ условіи можетъ быть разсматриваема какъ сумма разностей потенціаловъ

$$V_1' - V_2' = I'W = 0{,}0222.15 = 0{,}333 \text{ вольта}$$

и

$$V_1'' - V_2'' = I''W = 0{,}0333.15 = 0{,}4995 \text{ вольта},$$

такъ что, при одновременномъ дѣйствіи E_1 и E_2,

$$V_1 - V_2 = (V_1' - V_2') + (V_1'' - V_2'') = 0{,}333 + 0{,}4995 = 0{,}8325 \text{ вольта.}$$

Такимъ образомъ, когда въ одной изъ трехъ параллельныхъ вѣтвей дѣйствуетъ одна электровозбудительная сила, то вслѣдъ за введеніемъ въ одну изъ двухъ остальныхъ вѣтвей новой электровозбудительной силы, по направленію обратной уже дѣйствующей, разность потенціаловъ у конечныхъ точекъ третьей (свободной) вѣтви повышается, rspct. и сила тока въ ней увеличивается, а именно становится равна суммѣ силъ токовъ, развиваемыхъ въ этой вѣтви каждой изъ электровозбудительныхъ силъ порознь. Далѣе, сила тока въ каждой изъ двухъ остальныхъ вѣтвей равна силѣ тока, развиваемой дѣйствующею въ данной вѣтви электровозбудительною силой, минусъ сила тока, развиваемая въ ней же противодѣйствующею электровозбудительною силой.

Отсюда находимъ:

$$i_1 = i_1'' - i_1' = 0{,}05 - 0{,}0333 = 0{,}0167 \text{ ампера,}$$

$$i_2 = i_2' - i_2'' = 0{,}0555 - 0{,}0166 = 0{,}0389 \text{ ампера.}$$

407. *Второй способъ рѣшенія.*

Какъ извѣстно (второй законъ Кирхгоффа) алгебраическая сумма произведеній силъ токовъ на соотвѣтствующія сопротивленія замкнутой цѣпи равна алгебраической суммѣ дуйствующихъ въ ней электровозбудительныхъ силъ; отсюда, электровозбудительная сила, дѣйствующая въ замкнутой цѣпи $V_1 E_1 V_2 W V_1$, равна

$$E_1 = i_1 w_1 + IW$$

а электровозбудительная сила, дѣйствующая въ замкнутой цѣпи $V_1 E_2 V_2 W V_1$, равна

$$E_2 = i_2 w_2 + IW$$

Тогда силы токовъ

$$i_1 = \frac{E_1 - IW}{w_1}$$

и

$$i_2 = \frac{E_2 - IW}{w_2}$$

Далѣе извѣстно (первый законъ Кирхгоффа), что если нѣсколько проводниковъ соединяются въ одной точкѣ, то сумма силъ токовъ, приближающихся къ ней, равна суммѣ силъ токовъ, удаляющихся отъ нея; откуда

$$i_1 + i_2 = I$$

или

$$I = \frac{E_1 - IW}{w_1} + \frac{E_2 - IW}{w_2}$$

$$Iw_1 w_2 = E_1 w_2 - IWw_2 + E_2 w_1 - IWw_1$$

$$Iw_1 w_2 + IWw_2 + IWw_1 = E_1 w_2 + E_2 w_1$$

$$I = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Опредѣливъ такимъ образомъ силу тока въ вѣтви, не содержащей электровозбудительной силы, не трудно найти силу токовъ въ другихъ вѣтвяхъ, подставивъ найденное для I выраженіе въ уравненія

$$i_1 = \frac{E_1 - IW}{w_1}$$

и

$$i_2 = \frac{E_2 - IW}{w_2}$$

Тогда

$$i_1 = \frac{E_1}{w_1} - \frac{(E_1 w_2 + E_2 w_1)\, W}{(Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2)\, w_1}$$

и

$$i_2 = \frac{E_2}{w_2} - \frac{(E_1 w_2 + E_2 w_1)\, W}{(Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2)\, w_2}$$

Рѣшивъ эти уравненія, получимъ:

$$i_1 = \frac{E_1 (W + w_2) - E_2 W}{Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

и

$$i_2 = \frac{E_2 (W + w_1) - E_1 W}{W w_1 + W w_2 + w_1 w_2} \qquad \text{3)}$$

Подставивъ въ конечныя выраженія для силъ токовъ I, i_1 и i_2 числовыя данныя, получимъ:

$$I = \frac{1.30 + 2.10}{15.10 + 15.30 + 10.30} = 0{,}0555 \text{ ампера},$$

$$i_1 = \frac{1.(15 + 30) - 2.15}{15.10 + 15.30 + 10.30} = 0{,}0167 \text{ ампера},$$

$$i_2 = \frac{2.(15 + 10) - 1.15}{15.10 + 15.30 + 10.30} = 0{,}0389 \text{ ампера}.$$

408. Можетъ случиться, что токъ въ одной изъ вѣтвей будетъ имѣть направленіе, обратное дѣйствію электровозбудительной силы элемента, включеннаго въ эту вѣтвь; такъ напр., если $E_1 = 1{,}5$ вольта, а E_2 есть электровозбудительная сила батареи, равная 6 вольтамъ, сопротивленія: $W = 38$, $w_1 = 15$ и $w_2 = 5$ омамъ (тотъ же рис. 58), то

$$I = \frac{1{,}5.5 + 6.15}{38.15 + 38.5 + 15.5} = 0{,}116 \text{ ампера},$$

$$i_1 = \frac{1{,}5\,(38 + 5) - 6.38}{38.15 + 38.5 + 15.5} = \frac{-163{,}5}{835} = -0{,}197 \text{ ампера}.$$

Отрицательный знакъ для силы тока i_1 указываетъ на то, что электровозбудительная сила E_1 не только вполнѣ компенсирована противодѣйствующей ей электровозбудительною силой E_2, но что послѣдняя развиваетъ даже въ вѣтви $V_1 E_1 V_2$ токъ по направленію обратный тому, который развила бы въ ней электровозбудительная сила E_1.

409. Такимъ образомъ, направленіе тока въ вѣтвяхъ, содержащихъ электровозбудительныя силы, можетъ быть одинаково (рис. 59). Не можетъ, однако, случиться, чтобы въ свободной вѣтви не было тока; напротивъ, возможно отсутствіе тока въ одной изъ вѣтвей, заключающихъ электровозбудительную

силу. Послѣднее достигается постепеннымъ уменьшеніемъ сопротивленія W (рис. 58), ибо при этомъ наступитъ моментъ, когда въ вѣтви $V_1 E_1 V_2$ токъ, развиваемый электровозбудительною силой E_1, будетъ только что компенсированъ токомъ, развиваемымъ обратно дѣйствующею электровозбудительною силой E_2, такъ что i_1 будетъ равенъ нулю:

$$i_1 = \frac{E_1 (W + w_2) - E_2 W}{W w_1 + W w_2 + w_1 w_2} = 0.$$

Рис. 59.

Но такъ какъ послѣднее возможно лишь при равенствѣ

$$E_1 (W + w_2) - E_2 W = 0$$

то

$$E_1 = E_2 \frac{W}{W + w_2}$$

и

$$E_2 = E_1 \frac{W + w_2}{W}$$

Введя послѣднее выраженіе въ формулу для силы тока

$$I = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{W w_1 + W w_2 + w_1 w_2}$$

получаемъ теперь (при отсутствіи тока въ вѣтви $V_1 E_1 V_2$) для силы тока въ вѣтви $V_1 W V_2$ выраженіе

$$I' = \frac{E_1 W w_2 + E_1 w_1 (W + w_2)}{W (W w_1 + W w_2 + w_1 w_2)}$$

$$I' = \frac{E_1 (W w_1 + W w_2 + w_1 w_2)}{W (W w_1 + W w_2 + w_1 w_2)} = \frac{E_1}{W}$$

Изъ равенства

$$I' = \frac{E_1}{W}$$

слѣдуетъ, что

$$E_1 = I' W = V_1 - V_2$$

т. е. въ случаѣ, когда нѣтъ тока въ вѣтви, содержащей меньшую электровозбудительную силу, послѣдняя равна разности потенціаловъ конечныхъ точекъ свободной вѣтви. Такимъ образомъ *электровозбудительная сила* E_1 *компенсирована* разностью потенціаловъ $V_1 - V_2$ и если извѣстна послѣдняя, respct. извѣстны величины I' и W, то тѣмъ самымъ опредѣлена и величина электровозбудительной силы E_1.

410. Разсмотримъ теперь способъ опредѣленія силы токовъ въ n параллельныхъ вѣтвяхъ въ случаѣ, когда въ $n-1$ изъ нихъ дѣйствуютъ самостоятельныя электровозбудительныя силы въ одинаковомъ направленіи относительно свободной вѣтви.

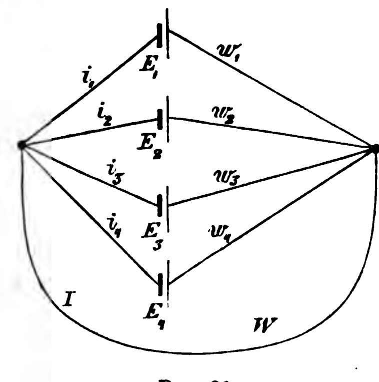


Рис. 60.

Положимъ, что мы имѣемъ 5 параллельныхъ вѣтвей (рис. 60), сопротивленія которыхъ обозначимъ чрезъ w_1, w_2, w_3, w_4 и W, а дѣйствующія въ нихъ электровозбудительныя силы чрезъ E_1, E_2, E_3 и E_4; требуется опредѣлить силы токовъ i_1, i_2, i_3, i_4 и I, проходящихъ въ этихъ вѣтвяхъ.

Для этого начнемъ съ опредѣленія силы тока I въ вѣтви, не содержащей самостоятельной электровозбудительной силы. Разсуждая такъ же, какъ въ § 407, находимъ, что

$$E_1 = i_1 w_1 + IW \qquad \text{откуда} \quad i_1 = \frac{E_1 - IW}{w_1}$$

$$E_2 = i_2 w_2 + IW \qquad \text{откуда} \quad i_2 = \frac{E_2 - IW}{w_2}$$

$$E_3 = i_3 w_3 + IW \qquad \text{откуда} \quad i_3 = \frac{E_3 - IW}{w_3}$$

$$E_4 = i_4 w_4 + IW \qquad \text{откуда} \quad i_4 = \frac{E_4 - IW}{W_4}$$

а такъ какъ

$$I = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

то

$$I = \frac{E_1 - IW}{w_1} + \frac{E_2 - IW}{w_2} + \frac{E_3 - IW}{w_3} + \frac{E_4 - IW}{w_4}$$

$$Iw_1w_2w_3w_4 = E_1w_2w_3w_4 - IWw_2w_3w_4 + E_2w_1w_3w_4 - IWw_1w_3w_4 + \\ + E_3w_1w_2w_4 - IWw_1w_2w_4 + E_4w_1w_2w_3 - IWw_1w_2w_3$$

$$I(w_1w_2w_3w_4 + Ww_2w_3w_4 + Ww_1w_3w_4 + Ww_1w_2w_4 + Ww_1w_2w_3) = \\ = E_1w_2w_3w_4 + E_2w_1w_3w_4 + E_3w_1w_2w_4 + E_4w_1w_2w_3$$

$$I = \frac{E_1w_2w_3w_4 + E_2w_1w_3w_4 + E_3w_1w_2w_4 + E_4w_1w_2w_3}{w_1w_2w_3w_4 + Ww_1w_2w_3 + Ww_2w_3w_4 + Ww_1w_3w_4 + Ww_1w_2w_4}$$

Силы токовъ въ остальныхъ вѣтвяхъ находимъ, подставляя найденное для I выраженіе въ формулы

$$i_1 = \frac{E_1 - IW}{w_1}$$

$$i_2 = \frac{E_2 - IW}{w_2}$$

и т. д.;

такимъ образомъ находимъ, напр., что

$$i_1 = \frac{E_1}{w_1} - \frac{W(E_1w_2w_3w_4 + E_2w_1w_3w_4 + E_3w_1w_2w_4 + E_4w_1w_2w_3)}{w_1(w_1w_2w_3w_4 + Ww_1w_2w_3 + Ww_2w_3w_4 + Ww_1w_3w_4 + Ww_1w_2w_4)}$$

Въ томъ случаѣ, когда сопротивленія всѣхъ $n-1$ параллельныхъ вѣтвей, заключающихъ электровозбудительныя силы, равны между собою и когда дѣйствующія въ вѣтвяхъ электровозбудительныя силы E также равны другъ другу, опредѣленіе силы тока I въ свободной вѣтви и силъ токовъ i въ остальныхъ вѣтвяхъ — весьма упрощается; разсмотрѣніемъ этой задачи мы займемся въ слѣдующей главѣ (§ 416).

411. Въ случаѣ, если мы имѣемъ дѣло съ тремя параллельными вѣтвями, изъ коихъ въ двухъ дѣйствуютъ электровозбудительныя силы E_1 и E_2, имѣющія по отношенію другъ къ другу

одинаковое направленіе, то сила токовъ во всѣхъ трехъ вѣтвяхъ опредѣляется тѣмъ же способомъ, какъ и въ § 406. Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что $E_1 = 1$ вольту, $E_2 = 2$ вольтамъ, $w_1 = 10$, $w_2 = 30$, а $W = 15$ омамъ (рис. 61); тогда находимъ:

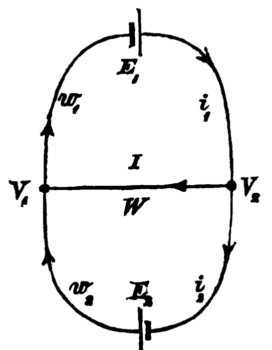


Рис. 61.

1) Для случая дѣйствія одной электровозбудительной силы E_2:

$$R_{(W+w_1)} = 6 \text{ омамъ},$$

$$i_2' = 0{,}0555 \text{ ампера},$$

$$i_1' = 0{,}0333 \quad » \quad ,$$

$$I' = 0{,}0222 \quad » \quad ;$$

2) для случая дѣйствія одной электровозбудительной силы E_1:

$$R'_{(W+w_2)} = 10 \text{ омамъ},$$

$$i_1'' = 0{,}05 \quad \text{ампера},$$

$$i_2'' = 0{,}0166 \quad » \quad ,$$

$$I'' = 0{,}0333 \quad » \quad .$$

Такъ какъ вѣтвь $V_1 W V_2$ служитъ общимъ проводникомъ для токовъ I' и I'', *различныхъ по направленію*, то сила тока въ этой вѣтви при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ электровозбудительныхъ силъ (E_1 и E_2)

$$I = I'' + I' = 0{,}0333 - 0{,}0222 = 0{,}0111 \text{ ампера};$$

отсюда разность потенціаловъ

$$V_1 - V_2 = 0{,}0111 \,.\, 15 = 0{,}1665 \text{ вольта},$$

тогда какъ, при дѣйствіи каждой изъ электровозбудительныхъ силъ порознь, послѣдняя была бы равна

$$V_1' - V_2' = 0{,}0222 \,.\, 15 = 0{,}333 \text{ вольта}$$

и

$$V_1'' - V_2'' = 0{,}0333 \,.\, 15 = 0{,}4995 \text{ вольта.}$$

Отсюда слѣдуетъ, что если въ одной изъ трехъ параллельныхъ вѣтвей дѣйствуетъ одна электровозбудительная сила, то вслѣдъ за введеніемъ въ одну изъ двухъ остальныхъ вѣтвей новой электровозбудительной силы, по направленію одинаковой съ уже дѣйствующей, разность потенціаловъ у конечныхъ точекъ свободной (третьей) вѣтви падаетъ, rspct. и сила тока въ ней уменьшается, а именно становится равна разности силъ токовъ, развиваемыхъ въ этой вѣтви каждой изъ электровозбудительныхъ силъ порознь. Далѣе, силы токовъ въ вѣтвяхъ содержащихъ электровозбудительныя силы равны суммѣ силъ токовъ развиваемыхъ въ этихъ вѣтвяхъ каждой изъ электровозбудительныхъ силъ.

Такимъ образомъ:

$$i_1 = i_1' + i_1'' = 0{,}0333 + 0{,}05 \quad = 0{,}0833 \text{ ампера,}$$
$$i_2 = i_2' + i_2'' = 0{,}0555 + 0{,}0166 = 0{,}0721 \quad \text{»}$$

412. Другой способъ опредѣленія силъ токовъ въ трехъ вѣтвяхъ въ этомъ случаѣ тотъ же, что и изложенный въ § 407. Дѣйствительно, разсматривая отдѣльную замкнутую цѣпь $V_1 E_1 V_2 V_1$, мы, согласно второму закону Кирхгоффа, находимъ, что

$$E_1 = i_1 w_1 - IW$$

откуда

$$i_1 = \frac{E_1 - IW}{w_1}$$

Такъ какъ токъ, развиваемый электровозбудительною силой E_2 въ вѣтви $V_1 W V_2$, имѣетъ обратное направленіе относительно тока, развиваемаго въ этой же вѣтви электровозбудительною силой E_1, то E_2 мы беремъ со знакомъ (—). Тогда, разсматривая замкнутую цѣпь $V_1 E_2 V_2 V_1$, мы видимъ, что

$$-E_2 = i_2 w_2 + IW$$

откуда

$$i_2 = \frac{-E_2 - IW}{w_2}$$

Такъ какъ, по первому закону Кирхгоффа,

$$I = i_1 + i_2$$

то

$$I = \frac{E_1 - IW}{w_1} + \frac{-E_2 - IW}{w_2}$$

$$Iw_1w_2 = E_1w_2 - IWw_2 + (-E_2w_1) + (-IWw_1)$$

$$Iw_1w_2 + IWw_1 + IWw_2 = E_1w_2 - E_2w_1$$

$$I = \frac{E_1w_2 - E_2w_1}{Ww_1 + Ww_2 + w_1w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Подставивъ въ послѣднюю формулу числовыя данныя, находимъ:

$$I = \frac{1.30 - 2.10}{10.30 + 15.10 + 15.30} = 0{,}0111 \text{ ампера.}$$

Силы токовъ i_1 и i_2 опредѣляемъ, подставляя найденное для I выраженіе въ формулы

$$i_1 = \frac{E_1 - IW}{w_1}$$

$$i_2 = \frac{-E_2 - IW}{w_2}$$

тогда

$$i_1 = \frac{E_1}{w_1} - \frac{(E_1w_2 - E_2w_1)\,W}{(Ww_1 + Ww_2 + w_1w_2)\,w_1}$$

$$i_1 = \frac{E_1w_1w_2 + E_1Ww_1 + E_1Ww_2 - E_1Ww_2 + E_2Ww_1}{w_1\,(Ww_1 + Ww_2 + w_1w_2)}$$

$$i_1 = \frac{W\,(E_1 + E_2) + E_1w_2}{Ww_1 + Ww_2 + w_1w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Подставивъ въ послѣднюю формулу числовыя данныя, находимъ

$$i_1 = \frac{15\,(1+2) + 1.30}{15.10 + 15.30 + 10.30} = 0{,}0833 \text{ ампера.}$$

Подобнымъ же образомъ

$$i_2 = \frac{-E_2}{w_2} - \frac{(E_1 w_2 - E_2 w_1)\,W}{w_2\,(Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2)}$$

$$i_2 = \frac{-E_2 w_1 w_2 - E_2 W w_1 - E_2 W w_2 - E_1 W w_2 + E_2 W w_1}{w_2\,(Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2)}$$

$$i_2 = -\frac{W\,(E_1 + E_2) + E_2 w_1}{Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Знакъ (—) передъ всѣмъ выраженіемъ для i_2 указываетъ на то, что токи i_1 и i_2 въ отдѣльныхъ замкнутыхъ частяхъ $V_1 E_1 V_2 V_1$ и $V_1 E_2 V_2 V_1$ имѣютъ направленіе обратное другъ другу. Подставляя числовыя данныя въ послѣднюю формулу, получаемъ:

$$i_2 = \frac{15\,(1+2) + 2.10}{15.10 + 15.30 + 10.30} = 0{,}0722 \text{ ампера.}$$

Изъ разсмотрѣнной задачи мы видимъ, что

1) токъ въ цѣпи $V_1 E_1 V_2 E_2 V_1$ всегда будетъ имѣть направленіе, обозначенное на рисункѣ (61), т. е. соотвѣтствующее согласному направленію дѣйствія обѣихъ электровозбудительныхъ силъ;

2) направленіе тока въ вѣтви $V_1 W V_2$ можетъ быть различно, въ зависимости отъ относительной величины сопротивленій трехъ вѣтвей и отъ относительной величины дѣйствующихъ въ нихъ электровозбудительныхъ силъ;

3) токъ въ свободной вѣтви $V_1 W V_2$ можетъ совершенно отсутствовать вслѣдствіе равенства потенціаловъ конечныхъ точекъ ея, каковое равенство является въ томъ случаѣ, когда электровозбудительныя силы E_1 и E_2, дѣйствующія въ остальныхъ двухъ вѣтвяхъ, относятся другъ къ другу какъ сопротивленія этихъ вѣтвей или, въ частномъ случаѣ, когда обѣ электровозбудительныя силы равны между собою и сопротивленія вѣтвей, ихъ заключающихъ, также равны другъ другу. Въ самомъ дѣлѣ, изъ формулы

$$I = \frac{E_1 w_2 - E_2 w_1}{Ww_1 + Ww_2 + w_1 w_2}$$

видно, что въ случаѣ, если

$$w_1 = w_2$$

а

$$E_1 = E_2$$

или въ случаѣ, если

$$E_1 : E_2 = w_1 : w_2$$

или

$$E_1 w_2 = E_2 w_1$$

сила тока въ свободной вѣтви должна быть равна нулю, такъ какъ, при означенныхъ условіяхъ, выраженіе

$$E_1 w_2 - E_2 w_1 = 0.$$

413. Разобранный въ предшествовавшей главѣ законъ *«уитстонова мостика»* представляетъ лишь частный случай общаго закона, выведеннаго Фрелихомъ, заключающагося въ слѣдующемъ: *когда отношеніе сопротивленій двухъ послѣдовательно лежащихъ боковыхъ вѣтвей одной стороны параллелограмма Уитстона равно отношенію такихъ же вѣтвей другой стороны его, то сила тока, проходящаго въ одной изъ діагональныхъ вѣтвей, при замыканіи и размыканіи другой діагональной вѣтви, не измѣняется.* Законъ этотъ сохраняетъ свою силу независимо отъ направленія электровозбудительныхъ силъ въ вѣтвяхъ и отъ того, всѣ ли вѣтви содержатъ электровозбудительныя силы или только нѣкоторыя изъ нихъ.

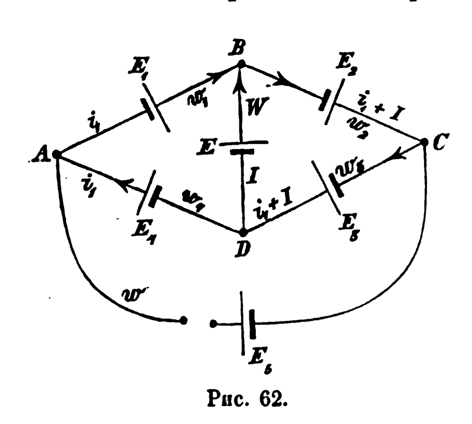


Рис. 62.

Для доказательства закона Фрелиха разсмотримъ случай, когда во всѣхъ 6-ти вѣтвяхъ параллелограмма Уитстона дѣйствуютъ электровозбудительныя силы E, E_1, E_2, E_3, E_4 и E_5, причемъ сопротивленія вѣтвей $= W, w_1, w_2, w_3, w_4$ и w.

Начнемъ съ момента, когда одна изъ діагональныхъ вѣтвей AE_5C (рис. 62) не замкнута.

Если сила тока

$$\text{въ діагональной вѣтви } BD = I$$

$$\text{а въ боковой вѣтви } AD = i_1$$

то силы токовъ въ боковыхъ вѣтвяхъ (согласно § 381) будутъ:

$$\text{въ } AB = i_1$$
$$\text{» } BC = i_1 + I$$
$$\text{» } CD = i_1 + I$$

Если по замкнутіи второй діагональной вѣтви (AC) сила тока въ первой (BD) не измѣнилась [1]) (рис. 63), то тѣмъ не менѣе силы токовъ въ боковыхъ вѣтвяхъ при этомъ тотчасъ же измѣнятся. Если сила тока, появившагося въ діагональн. вѣтви $AC=i$, а сила тока въ боковой вѣтви AB теперь $= i_2$,

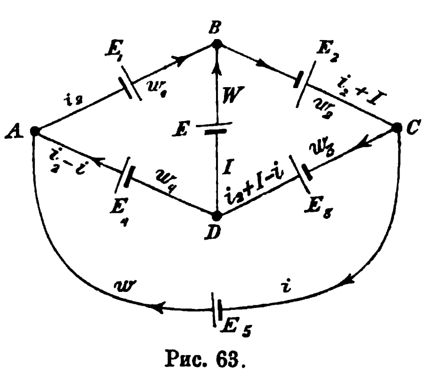


Рис. 63.

то силы токовъ въ остальныхъ боковыхъ вѣтвяхъ будутъ:

$$\text{въ } BC = i_2 + I$$
$$\text{» } CD = i_2 + I - i_1$$
$$\text{» } AD = i_2 - i_1$$

Разсматривая отдѣльныя замкнутыя цѣпи $ABDA$ и $BCDB$, мы, согласно второму закону Кирхгоффа, находимъ:

[1]) Слѣдовательно, если $w_1 : w_4 = w_2 : w_3$

I. Для цѣпи *ABDA:*

когда діагональная вѣтвь *AC* разомкнута, то

$$E_1 - E + E_4 = i_1 w_1 - IW + i_1 w_4 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

когда діагональная вѣтвь *AC* замкнута, то

$$E_1 - E + E_4 = i_2 w_1 - IW + (i_2 - i)\, w_4 \quad \ldots\ldots 2)$$

II. Для цѣпи *BCDB:*

когда діагональная вѣтвь *AC* разомкнута, то

$$E_2 + E_3 + E = (i_1 + I)\, w_2 + (i_1 + I)\, w_3 + IW \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

когда діагональная вѣтвь *AC* замкнута, то

$$E_2 + E_3 + E = (i_2 + I)\, w_2 + (i_2 + I - i)\, w_3 + IW \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Такъ какъ первыя части 1 и 2 уравненій между собою равны, то

$$i_1 w_1 - IW + i_1 w_4 = i_2 w_1 - IW + (i_2 - i)\, w_4$$

Отсюда находимъ

$$i_1 w_1 + i_1 w_4 = i_2 w_1 + i_2 w_4 - i w_4$$

$$i_1 (w_1 + w_4) = i_2 (w_1 + w_4) - i w_4$$

$$(i_2 - i_1)\, (w_1 + w_4) = i w_4$$

$$i_2 - i_1 = i \frac{w_4}{w_1 + w_4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Точно также изъ уравненій 3 и 4 слѣдуетъ, что

$$(i_1 + I)\, w_2 + (i_1 + I)\, w_3 + IW = (i_2 + I)\, w_2 + (i_2 + I - i)\, w_3 + IW$$

откуда

$$i_2 - i_1 = i \frac{w_3}{w_2 + w_3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Изъ уравненій 5 и 6 очевидно, что

$$i\frac{w_3}{w_2+w_3}=i\frac{w_4}{w_1+w_4}$$

$$w_3(w_1+w_4)=w_4(w_2+w_3)$$

$$w_1w_3+w_3w_4=w_2w_4+w_3w_4$$

$$w_1w_3=w_2w_4$$

или

$$\frac{w_1}{w_4}=\frac{w_2}{w_3}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

т. е. если сила тока, проходящаго въ одной изъ діагональныхъ вѣтвей, не измѣняется вслѣдствіе размыканія и замыканія другой діагональной вѣтви, то отношеніе сопротивленій двухъ послѣдовательно лежащихъ боковыхъ вѣтвей одной стороны параллелограмма Уитстона равно отношенію такихъ же вѣтвей другой стороны его.

Законъ этотъ относится и къ первоначальной схемѣ «уитстонова мостика», гдѣ, какъ мы видѣли, при извѣстномъ отношеніи сопротивленій боковыхъ вѣтвей, сила тока, равная нулю, въ одной изъ діагональныхъ вѣтвей, остается таковой, какъ при размыканіи, такъ и при замыканіи другой.

XIX. Сочетаніе гальваническихъ элементовъ въ батареи.

414. При практическихъ работахъ намъ приходится часто встрѣчаться со слѣдующими двумя вопросами:

I. Какимъ образомъ и какое число элементовъ извѣстнаго типа слѣдуетъ сгруппировать въ батарею для того, чтобы во внѣшней цѣпи даннаго сопротивленія получить опредѣленную силу тока?

II. Какимъ образомъ нужно сгруппировать въ батарею имѣющееся въ нашемъ распоряженіи число гальваническихъ элементовъ для того, чтобы во внѣшней цѣпи даннаго сопротивленія получить наибольшую силу тока?

При рѣшеніи этихъ задачъ должно принимать въ соображеніе четыре величины, характеризующія каждый типъ элементовъ:

a) *Электровозбудительную силу элемента* (ε);

b) *Внутреннее сопротивленіе* » (w);

c) *Характеристическую силу тока элемента*, т. е. ту, которую развиваетъ элементъ «будучи замкнутъ самъ на себя», другими словами, когда полюсы его соединены проводникомъ ничтожнѣйшаго сопротивленія. Очевидно, что характеристическая сила тока элемента

$$=\frac{\varepsilon}{w} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

d) *Наибольшую полезную силу тока элемента*, т. е. ту, которую развилъ бы элементъ въ томъ случаѣ, если бы внутреннее сопротивленіе его было $= 0$. Отсюда слѣдуетъ, что наибольшая полезная сила тока элемента

$$=\frac{\varepsilon}{W} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

гдѣ W есть сопротивленіе внѣшней цѣпи, замыкающей полюсы элемента.

415. Существуютъ три способа сочетанія (соединенія) элементовъ въ батареи:

1) *Параллельное сочетаніе, при которомъ нѣсколько элементовъ соединяются одноименными полюсами вмѣстѣ.* Положительный полюсъ такой батареи есть точка соединенія (+) полюсовъ всѣхъ элементовъ, отрицательный — точка соединенія (—) полюсовъ ихъ (рис. 64) или, вообще конечныя точки проводни-

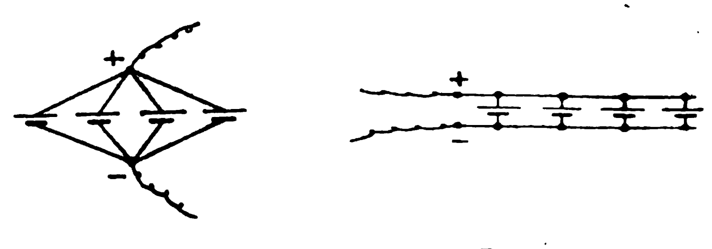


Рис. 64. Рис. 65.

ковъ, непосредственно соединяющихъ одноименные полюсы элементовъ (рис. 65), суть полюсы параллельно соединенной батареи.

2) *Послѣдовательное сочетаніе, при которомъ элементы располагаются въ рядъ такимъ образомъ, что* (+) *полюсъ перваго соединяется съ* (—) *втораго,* (+) *втораго — съ* (—) *третьяго и т. д.* Разноименные полюсы крайнихъ элементовъ суть (+) и (—) полюсы всей батареи (рис. 66).

Рис. 66.

3) *Смѣшанное сочетаніе, при которомъ нѣсколько группъ параллельно соединенныхъ элементовъ сочетаются послѣдовательно* (рис. 67 и 68), *или наоборотъ, нѣсколько группъ послѣдовательно соединенныхъ элементовъ располагаются параллельно* (рис. 69 и 70). Свободные полюсы крайнихъ группъ суть полюсы смѣшанно соединенной батареи.

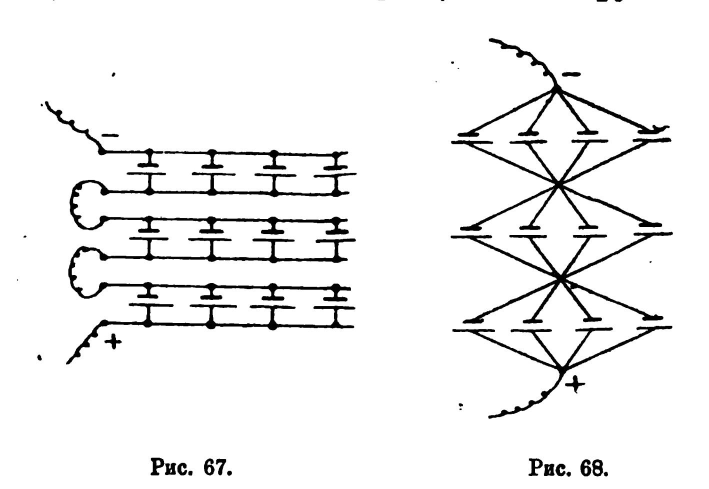


Рис. 67. Рис. 68.

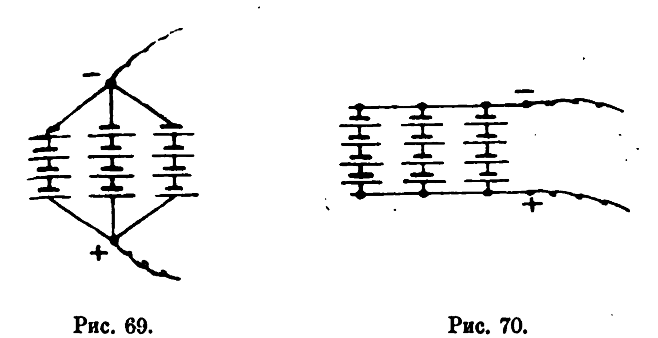


Рис. 69. Рис. 70.

Обратимся теперь къ болѣе подробному разбору каждаго изъ способовъ сочетанія.

416. Разсматривая рис. 64, показывающій расположеніе четырехъ элементовъ въ **параллельномъ сочетаніи,** мы видимъ, что имѣемъ дѣло съ извѣстнымъ уже намъ случаемъ (§ 410, рис. 60), дѣйствія въ пяти параллельныхъ вѣтвяхъ четырехъ электровозбудительныхъ силъ, направленіе которыхъ, по отношенію къ свободной (пятой) вѣтви одинаково.

Если, какъ это всегда и бываетъ на практикѣ, сопротивленіе проводниковъ, соединяющихъ полюсы отдѣльныхъ элементовъ, ничтожно, то мы можемъ пренебречь этимъ сопротивленіемъ и принять сопротивленіе каждой параллельной вѣтви равнымъ внутреннему сопротивленію включеннаго въ нее элемента. Такъ какъ въ составъ батареи, обыкновенно, входятъ элементы одного типа, т. е. имѣющіе одинаковую электровозбудительную силу и одинаковое внутреннее сопротивленіе, то вычисленіе силы тока I во внѣшней цѣпи по способу, выведенному въ § 410, значительно упрощается: Если электровозбудительная сила каждаго элемента $= \varepsilon$, внутреннее сопротивленіе $= w$, число всѣхъ элементовъ $= 4$, а сопротивленіе свободной вѣтви, rspct. внѣшней цѣпи $= W$, то изъ формулы для силы тока I, развиваемаго четырьмя *различными* электровозбудительными силами,

$$I = \frac{\varepsilon_1 w_2 w_3 w_4 + \varepsilon_2 w_1 w_3 w_4 + \varepsilon_3 w_1 w_2 w_4 + \varepsilon_4 w_1 w_2 w_3}{w_1 w_2 w_3 w_4 + W w_1 w_2 w_3 + W w_2 w_3 w_4 + W w_1 w_3 w_4 + W w_1 w_2 w_4}$$

находимъ силу тока, развиваемую четырьмя *одинаковыми* электровозбудительными силами:

$$I = \frac{\varepsilon w^3 + \varepsilon w^3 + \varepsilon w^3 + \varepsilon w^3}{w^4 + W w^3 + W w^3 + W w^3 + W w^3} = \frac{4 \varepsilon w^3}{w^4 + 4 W w^3} = \frac{4 \varepsilon}{w + 4 W}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{w}{4} + W}$$

Отсюда сила тока, развиваемая во внѣшней цѣпи батареей

изъ n параллельно соединенныхъ элементовъ одного типа, опредѣляется формулою:

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{w}{n} + W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 3)$$

Такимъ образомъ, *электровозбудительная сила батареи изъ n одинаковыхъ параллельно соединенныхъ элементовъ равна электровозбудительной силѣ одного изъ нихъ*, что понятно изъ слѣдующаго разсужденія: если мы соединимъ два или болѣе элементовъ одного типа одноименными полюсами вмѣстѣ, то абсолютные потенціалы разомкнутыхъ полюсовъ такой батареи, очевидно, будутъ равны потенціаламъ соотвѣтствующихъ полюсовъ одного незамкнутаго элемента, такъ какъ при соединеніи проводниковъ, имѣющихъ одинаковый потенціалъ, и вся система получаетъ тотъ же потенціалъ.

Такъ какъ сопротивленія разсматриваемыхъ n параллельныхъ вѣтвей, содержащихъ электровозбудительныя силы, между собою равны, то общее ихъ сопротивленіе, иначе говоря, *внутреннее сопротивленіе* (ρ) *параллельно соединенной батареи* (согласно § 392), *равно сопротивленію одного изъ элементовъ ея, дѣленному на число послѣднихъ*:

$$\rho = \frac{w}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 4)$$

А такъ какъ сила тока во внѣшней цѣпи, по закону Ома,

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{w}{n} + W}$$

то *сила тока* (i), *проходящаго чрезъ каждый элементъ, равна силѣ тока въ главной цѣпи, дѣленной на число параллельно соединенныхъ элементовъ батареи*

$$i = \frac{I}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 5)$$

Такимъ образомъ, соединяя элементы параллельно, мы достигаемъ увеличенія силы тока во внѣшней цѣпи единственно путемъ уменьшенія сопротивленія того отрѣзка цѣпи, который занятъ батареей, причемъ сопротивленіе этого отрѣзка уменьшается пропорціонально числу параллельно соединенныхъ элементовъ.— Очевидно, что вмѣсто того, чтобы соединять n элементовъ параллельно, можно получить ту же силу тока, взявъ всего одинъ элементъ съ тою же электровозбудительною силой, но съ внутреннимъ сопротивленіемъ въ n разъ меньшимъ первоначальнаго, чего мы приблизительно достигнемъ, увеличивъ въ n разъ погруженную часть электродовъ элемента и массу жидкости его.

417. Изъ вышеприведенной формулы

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{w}{n} + W}$$

видно, что въ случаѣ, если величина W мало разнится отъ w, то сила тока I во внѣшней цѣпи будетъ возрастать почти прямо пропорціонально числу параллельно соединенныхъ элементовъ.

Если же величина W значительно превышаетъ w, то при увеличеніи числа параллельно соединенныхъ элементовъ сила тока будетъ увеличиваться едва замѣтно.

Та же формула даетъ намъ возможность опредѣлить число элементовъ, необходимое для полученія желаемой силы тока во внѣшней цѣпи даннаго сопротивленія:

$$n = \frac{Iw}{\varepsilon - IW} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Изъ послѣдняго уравненія видно, что наибольшее значеніе n получаетъ тогда, когда

$$\varepsilon = IW \quad \text{или} \quad I = \frac{\varepsilon}{W}$$

Въ этомъ случаѣ, т. е. когда желаемая сила тока равна наибольшей полезной силѣ тока отъ одного элемента,

$$n = \infty$$

Когда же

$$I > \frac{\varepsilon}{W}$$

то выраженіе для n получаетъ отрицательное значеніе, изъ чего слѣдуетъ, что при данномъ сопротивленіи внѣшней цѣпи ни отъ какого числа параллельно соединенныхъ элементовъ даннаго типа нельзя получить желаемой силы тока.

Итакъ, *параллельное сочетаніе можетъ быть съ выгодою примѣнено лишь тогда, когда*

$$I < \frac{\varepsilon}{W}$$

т. е. когда требуемая сила тока менѣе наибольшей полезной силы тока одного элемента батареи.

Примѣры:

1) Имѣемъ элементы, коихъ $\varepsilon = 0{,}9$ вольта, а $w = 12$ омамъ; сколько нужно такихъ элементовъ въ параллельномъ сочетаніи, чтобы, при $W = 0{,}8$ ома, получить силу тока $I = 0{,}5$ ампера?

$$n = \frac{0{,}5.12}{0{,}9 - 0{,}5.0{,}8} = \frac{6}{0{,}5} = 12 \text{ элементовъ.}$$

2) Сколько нужно тѣхъ же элементовъ для того, чтобы при тѣхъ же условіяхъ получить токъ въ 2 ампера?

Такъ какъ

$$2 > \frac{0{,}9}{0{,}8}$$

то ни отъ какого числа параллельно соединенныхъ элементовъ даннаго типа нельзя получить требуемой силы тока; въ самомъ дѣлѣ

$$n = \frac{2.12}{0{,}9 - 2.0{,}8} = \frac{24}{-0{,}7} = -34.$$

418. При **послѣдовательномъ сочетаніи** мы имѣемъ дѣло съ нѣсколькими электровозбудительными силами, дѣйствующими последовательно и въ одномъ направленіи. Въ этомъ случаѣ сила тока въ цѣпи, какъ намъ уже извѣстно изъ § 90, прямо пропорціональна суммѣ дѣйствующихъ электровозбудительныхъ силъ и обратно пропорціональна сопротивленію всей цѣпи, т. е. суммѣ сопротивленій внѣшней цѣпи и самой батареи. Такимъ образомъ:

электровозбудительная сила батареи изъ n элементовъ въ послѣдовательномъ сочетаніи

$$E = n\varepsilon \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad 7)$$

внутреннее сопротивленіе батареи

$$\rho = nw \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad 8)$$

сила тока, развиваемая батареей

$$I = \frac{n\varepsilon}{nw + W} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad 9)$$

419. Изъ послѣдней формулы видно, что если величина W значительно превышаетъ w, то, съ введеніемъ въ цѣпь новыхъ элементовъ, сила тока будетъ увеличиваться почти прямо пропорціонально числу послѣднихъ.

Если же разница между w и W незначительна, то токъ почти совершенно не усиливается увеличеніемъ числа введенныхъ въ цѣпь элементовъ. Наконецъ, въ случаѣ, если $w > W$, то увеличеніе числа элементовъ не только не усиливаетъ тока, а, наоборотъ, ослабляетъ послѣдній, и тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше w.

Изъ формулы (9) для силы тока, мы можемъ опредѣлить и число (n) элементовъ, необходимое для полученія желаемой силы тока при данномъ сопротивленіи внѣшней цѣпи:

$$n = \frac{IW}{\varepsilon - Iw} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad 10)$$

Изслѣдуя это уравненіе, мы видимъ, что наибольшее значеніе n получаетъ тогда, когда

$$\varepsilon = Iw \quad \text{или} \quad I = \frac{\varepsilon}{w}$$

Въ этомъ случаѣ, т. е. когда требуемая задачей сила тока равна характеристической силѣ тока элемента,

$$n = \infty$$

Когда же

$$I > \frac{\varepsilon}{w}$$

то выраженіе для n пріобрѣтаетъ отрицательное значеніе, что указываетъ на то, что при данномъ сопротивленіи внѣшней цѣпи ни отъ какого числа элементовъ даннаго типа нельзя получить желаемой силы тока.

Итакъ, *послѣдовательное сочетаніе можетъ быть съ выгодою примѣнено лишь тогда, когда*

$$I < \frac{\varepsilon}{w}$$

т. е. когда желаемая сила тока менѣе характеристическаго тока элемента даннаго типа.

Примѣры:

1) Имѣемъ элементы, коихъ $\varepsilon = 1{,}2$ вольта, а $w = 1$ ому; сколько нужно такихъ элементовъ въ послѣдовательномъ сочетаніи, чтобы, при $W = 10$ омамъ, получить силу тока $I = 0{,}6$ ампера?

$$n = \frac{0{,}6 . 10}{1{,}2 - 0{,}6 . 1} = \frac{6}{0{,}6} = 10 \text{ элементовъ.}$$

2) Имѣемъ элементы, коихъ $\varepsilon = 0{,}9$ вольта, а $w = 12$ омамъ; сколько нужно такихъ элементовъ въ послѣдовательномъ сочетаніи, чтобы, при $W = 0{,}8$ ома, получить силу тока $I = 2$ амперамъ?

Такъ какъ

$$2 > \frac{0{,}9}{12}$$

то ни отъ какого числа послѣдовательно соединенныхъ элементовъ даннаго типа нельзя получить требуемой силы тока; въ самомъ дѣлѣ

$$n = \frac{2 . 0{,}8}{0{,}9 - 2 . 12} = -0{,}07.$$

420. Въ тѣхъ случаяхъ, когда желаемая сила тока превышаетъ, какъ характеристическую, такъ и наибольшую полезную силу тока элемента даннаго типа, т. е. когда ни параллельное ни послѣдовательное сочетаніе не ведутъ къ желаемой цѣли, обращаются къ **смѣшанному сочетанію** элементовъ, соединяя послѣдовательно группы изъ одинаковаго числа параллельно соединенныхъ элементовъ.

Такъ какъ группа изъ n параллельно соединенныхъ элементовъ, обладая электровозбудительной силой одного элемента группы, отличается тѣмъ преимуществомъ, что представляетъ току сопротивленіе въ n разъ меньшее сравнительно съ сопротивленіемъ одного элемента, то понятно, что, соединяя такія группы послѣдовательно, мы увеличиваемъ электровозбудительную силу батареи во столько разъ, сколько взято группъ, выигрывая въ то же время въ общемъ сопротивленіи ея. Положимъ, что въ каждой группѣ 4 элемента соединены параллельно, и 4 такихъ группы взяты въ послѣдовательномъ сочетаніи; тогда мы получаемъ батарею, внутреннее сопротивленіе которой равно сопротивленію одного элемента, электровозбудительная же сила коей превосходитъ таковую одного элемента въ 4 раза. Того же результата мы достигли бы и въ томъ случаѣ, если бы соединили послѣдовательно 4 элемента того же типа, но съ электродами, погруженная поверхность коихъ приблизительно въ 4 раза превосходитъ поверхность электродовъ тѣхъ элементовъ, которые мы употребили для смѣшаннаго сочетанія.

Вмѣсто того, чтобы соединять послѣдовательно a группъ изъ b параллельно расположенныхъ элементовъ (рис. 67 и 68), можно соединить параллельно a группъ изъ b послѣдовательно соединенныхъ элементовъ (рис. 69 и 70).

Легко убѣдиться, что электровозбудительная сила и внутреннее сопротивленіе батареи въ обоихъ случаяхъ однѣ и тѣ же. Въ самомъ дѣлѣ, въ первомъ случаѣ электровозбудительная сила каждой группы b параллельно соединенныхъ элементовъ $= \varepsilon$, а такъ какъ самыя группы соединены послѣдовательно, и число ихъ $= a$, то электровозбудительная сила всей батареи $= a\varepsilon$; во второмъ случаѣ электровозбудительная сила каждой группы a послѣдовательно соединенныхъ элементовъ $= a\varepsilon$, и эта величина выражаетъ и электровозбудительную силу всей батареи, такъ какъ параллельное соединеніе группъ не увеличиваетъ электровозбудительной силы батареи. Что касается внутренняго сопротивленія батареи, то, при параллельномъ соединеніи b элемен-

товъ, сопротивленіе каждой группы $= \frac{w}{b}$, сопротивленіе же всей батареи $= \frac{aw}{b}$; при послѣдовательномъ соединеніи a элементовъ сопротивленіе каждой группы $= aw$, всей же батареи $= \frac{aw}{b}$, т. е. то же, что и выше.

Сила тока, развиваемаго во внѣшней цѣпи батареей въ смѣшанномъ сочетаніи, очевидно, равна электровозбудительной силѣ ея, дѣленной на общее сопротивленіе всей цѣпи (т. е. на сопротивленіе батареи и внѣшней цѣпи):

$$I = \frac{ae}{\frac{aw}{b} + W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 11)$$

Примѣръ: 8 элементовъ соединены въ двѣ параллельныя группы, по 4 послѣдовательно въ каждой; электровозбудительная сила каждаго элемента = 1 вольту, внутреннее сопротивленіе его = 5 омамъ. Какую силу тока разовьетъ эта батарея во внѣшней цѣпи съ сопротивленіемъ въ 10 омъ?

$$I = \frac{4.1}{\frac{4.5}{2} + 10} = 0{,}2 \text{ ампера.}$$

421. Разсмотримъ теперь подробнѣе свойства батареи смѣшаннаго сочетанія.

Положимъ, что мы имѣемъ n послѣдовательно соединенныхъ элементовъ съ внутреннимъ сопротивленіемъ $= w$; тогда общее сопротивленіе батареи

$$= nw$$

Если эту батарею раздѣлить на b группъ, то сопротивленіе каждой группы будетъ

$$= \frac{nw}{b}$$

Если эти группы соединить между собою параллельно, то общее сопротивленіе полученной батареи смѣшаннаго сочетанія

$$= \frac{nw}{b.b} = \frac{nw}{b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

Такимъ образомъ, *если батарею, состоящую изъ n элементовъ въ послѣдовательномъ сочетаніи, раздѣлить на b одинаковыхъ группъ и группы эти соединить между собою параллельно, то внутреннее сопротивленіе вновь полученной смѣшанной батареи будетъ въ b^2 разъ меньше первоначальнаго (nw).*

Примѣръ: имѣемъ 12 элементовъ, коихъ $w = 20$ омамъ, въ послѣдовательномъ сочетаніи; внутреннее сопротивленіе такой батареи

$$\rho = 12.20 = 240 \text{ омамъ}.$$

Раздѣливъ эту батарею на 4 группы, по 3 элемента послѣдовательно въ каждой, соединимъ группы параллельно; тогда

$$\rho' = \frac{12.20}{4^2} = \frac{12.20}{16} = 15 \text{ омамъ}.$$

422. *Наибольшая сила тока отъ имѣющагося числа (n) элементовъ получается тогда, когда элементы скомбинированы такимъ образомъ, что внутреннее сопротивленіе батареи равно сопротивленію внѣшней цѣпи.*

Въ самомъ дѣлѣ, имѣемъ батарею изъ нѣсколькихъ послѣдовательно соединенныхъ элементовъ, внутреннее сопротивленіе которой $= W$, а электровозбудительная сила $= E$; замкнувъ полюсы батареи проводникомъ, сопротивленіе котораго также $= W$, получимъ силу тока

$$I = \frac{E}{2W}$$

Если теперь то же число элементовъ расположить какимъ либо инымъ образомъ, то, очевидно, измѣнятся, какъ электровозбудительная сила, такъ и внутреннее сопротивленіе батареи. Раздѣлимъ батарею на b одинаковыхъ группъ послѣдовательно соединенныхъ элементовъ и соединимъ эти группы параллельно: тогда сопротивленіе вновь полученной смѣшанной батареи будетъ (форм. 12)

$$= \frac{W}{b^2}$$

сопротивленіе же всей цѣпи

$$= W + \frac{W}{b^2}$$

Такъ какъ мы раздѣлили первоначальную батарею на b частей, то и электровозбудительная сила каждой группы, rspct. всей новой батареи уменьшилась въ b разъ, т. е. теперь она

$$=\frac{E}{b}$$

Отсюда, сила тока во внѣшней цѣпи теперь

$$I'=\frac{\frac{E}{b}}{W+\frac{W}{b^2}}=\frac{Eb^2}{b(W+Wb^2)}=\frac{Eb}{W+Wb^2}=\frac{E}{W\left(\frac{1}{b}+b\right)}$$

Изъ послѣдняго выраженія видно, что разъ какъ нарушено равенство сопротивленій батареи и внѣшней цѣпи, то и сила тока во внѣшней цѣпи уменьшилась.

Въ самомъ дѣлѣ, въ обоихъ выраженіяхъ для силы тока,

$$I=\frac{E}{2W}$$

и

$$I'=\frac{E}{W\left(\frac{1}{b}+b\right)}$$

дѣлимое есть одна и та же величина, тогда какъ въ дѣлителѣ въ первомъ случаѣ мы имѣемъ

$$W\times 2$$

во второмъ же

$W\times$ на величину бо́льшую, чѣмъ 2,

такъ какъ только въ томъ случаѣ, когда $b=1$,

$$\frac{1}{b}+b=2$$

при всякомъ же другомъ числовомъ значеніи для b,

$$\frac{1}{b}+b>2.$$

423. Итакъ, для того, чтобы получить во внѣшней цѣпи опредѣленнаго сопротивленія наибольшую силу тока отъ батареи, состоящей изъ даннаго числа элементовъ, необходимо соединять эти элементы такъ, чтобы внутреннее сопротивленіе батареи по возможности приближалось къ сопротивленію внѣшней цѣпи. Поэтому

1) въ случаѣ, если сопротивленіе W внѣшней цѣпи равно или больше суммы сопротивленій всѣхъ n элементовъ

$$W \geqq wn$$

то употребляется *послѣдовательное сочетаніе;*

2) если сопротивленіе внѣшней цѣпи равно или меньше общаго сопротивленія всѣхъ n параллельно соединенныхъ элементовъ

$$W \leqq \frac{w}{n}$$

то употребляется *параллельное сочетаніе*;

3) если

$$W < wn$$

и въ то же время

$$W > \frac{w}{n}$$

то выгоднѣе всего *смѣшанное* сочетаніе.

424. Посмотримъ теперь, какъ должно составить батарею смѣшаннаго сочетанія изъ n элементовъ, съ внутреннимъ сопротивленіемъ каждаго $= w$, чтобы во внѣшней цѣпи сопротивленія W получить наибольшую силу тока?

Означая искомое число параллельно соединенныхъ группъ черезъ b, а число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ каждой группы черезъ a, находимъ (форм. 12) общее сопротивленіе батареи

$$= \frac{nw}{b^2}$$

Для полученія наибольшей силы тока, это сопротивленіе должно быть (§ 422) равно сопротивленію внѣшней цѣпи

$$\frac{nw}{b^2} = W$$

Отсюда, искомое число параллельно соединенныхъ группъ

$$b = \sqrt{\frac{nw}{W}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

Такъ какъ

$$a = \frac{n}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

то, подставляя сюда на мѣсто b найденную для него величину, находимъ число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ каждой группѣ

$$a = \frac{n}{\sqrt{\frac{nw}{W}}} = \sqrt{\frac{nW}{w}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 15)$$

Примѣръ: какъ соединить 8 элементовъ, внутреннее сопротивленіе коихъ $w = 11$ омамъ, для того чтобы во внѣшней цѣпи, сопротивленіе которой $W = 21,5$ ома, получить наибольшую силу тока?

Число параллельно соединенныхъ группъ должно быть

$$\sqrt{\frac{8.11}{21,5}} = \sqrt{4,09} = 2,02;$$

округливъ полученное число, находимъ, что 8 элементовъ должны быть соединены въ 2 одинаковыя параллельныя группы по 4 элемента послѣдовательно въ каждой.

Если электровозбудительная сила элементовъ $\varepsilon = 1,2$ вольта, то получится сила тока

$$I = \frac{4.1,2}{\frac{4.11}{2} + 21,5} = 0,11 \text{ ампера.}$$

425. Посмотримъ теперь, какъ найти необходимое число элементовъ и расположеніе ихъ въ батареѣ для того, чтобы во внѣшней цѣпи извѣстнаго сопротивленія W получить опредѣленную силу тока I?

Такъ какъ желательно (§ 422), чтобы внутреннее сопротивленіе батареи было равно сопротивленію внѣшней цѣпи,

$$\frac{aw}{b} = W$$

то сопротивленіе всей цѣпи должно быть

$$\frac{aw}{b} + W = 2W$$

При этомъ, для полученія желаемой силы тока I, электровозбудительная сила батареи должна быть

$$E = I.2W$$

Если электровозбудительная сила каждаго элемента $= \varepsilon$, то число элементовъ, соединенныхъ послѣдовательно въ каждой группѣ, должно быть

$$a = \frac{I.2W}{\varepsilon} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

Такъ какъ внутреннее сопротивленіе батареи

$$\frac{aw}{b} = W$$

то число параллельно соединенныхъ группъ

$$b = \frac{aw}{W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

или, подставивъ на мѣсто a его величину (форм. 16), находимъ

$$b = \frac{I.2W.w}{\varepsilon W} = \frac{I.2w}{\varepsilon} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 18)$$

Общее число элементовъ n опредѣляемъ изъ уравненія

$$n = ab$$

Разсматривая формулы 16 и 18, мы видимъ, что при наи-

меньшемъ значеніи, которое могутъ имѣть a и b, т. е. когда $a=2$ и $b=2$, желаемая сила тока равна какъ характеристической, такъ и наибольшей полезной силѣ тока отъ одного элемента. Въ самомъ дѣлѣ,

если $\frac{I.2W}{\varepsilon}=2$ то $I=\frac{\varepsilon}{W}$

если $\frac{I.2w}{\varepsilon}=2$ то $I=\frac{\varepsilon}{w}$

При всѣхъ другихъ значеніяхъ для a и b желаемая сила тока больше, какъ характеристической, такъ и наибольшей полезной силы тока отъ одного элемента даннаго типа. Такимъ образомъ *смѣшанное сочетаніе съ выгодою можетъ быть употреблено тогда, когда*

$$I \geqq \frac{\varepsilon}{W}$$

и вмѣстѣ съ тѣмъ

$$I \geqq \frac{\varepsilon}{w}$$

426. Резюмируя все сказанное о сочетаніяхъ элементовъ, мы вкратцѣ повторимъ тѣ условія, которыми должно руководиться при выборѣ сочетанія.

1) *Параллельное сочетаніе* употребляется тогда, когда (§ 417)

$$I<\frac{\varepsilon}{W}$$

Искомое число элементовъ находимъ по формулѣ (§ 417)

$$x=\frac{Iw}{\varepsilon-IW}$$

Если число элементовъ дано, и требуется получить наибольшую силу тока, то параллельное сочетаніе употребляется тогда, когда (§ 423)

$$W \leqq \frac{w}{n}$$

2) *Послѣдовательное сочетаніе* употребляется тогда, когда (§ 419)

$$I < \frac{\varepsilon}{w}$$

Искомое число элементовъ находимъ по формулѣ (§ 419)

$$x = \frac{IW}{\varepsilon - Iw}$$

Если число элементовъ дано, и требуется получить наибольшую силу тока, то послѣдовательное сочетаніе употребляется тогда, когда (§ 423)

$$W \geqq wn$$

3) *Смѣшанное сочетаніе* употребляется когда (§ 425)

$$I > \frac{\varepsilon}{W}$$

и въ то же время

$$I > \frac{\varepsilon}{w}$$

Число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ группѣ находимъ изъ уравненія (§ 425)

$$a = \frac{I.2W}{\varepsilon}$$

а число такихъ группъ въ параллельномъ сочетаніи — изъ уравненія (§ 425)

$$b = \frac{I.2w}{\varepsilon}$$

Общее число элементовъ

$$n = ab$$

Если число элементовъ дано, то смѣшанное сочетаніе употребляется, когда (§ 423)

$$W < wn$$

и въ то же время

$$W > \frac{w}{n}$$

Въ этомъ случаѣ число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ группѣ (a) и число такихъ группъ соединенныхъ параллельно (b) находимъ изъ формулъ (§ 424)

$$a = \sqrt{\frac{nW}{w}}$$

$$b = \sqrt{\frac{nw}{W}}$$

Такъ какъ при такой группировкѣ внутреннее сопротивленіе приближается къ внѣшнему, то получаемая сила тока есть наибольшая возможная при данномъ числѣ и типѣ элементовъ.

4) Если требуемая сила тока

$$I < \frac{\varepsilon}{W}$$

и въ то же время

$$I < \frac{\varepsilon}{w}$$

то, очевидно, что для полученія такого тока *достаточно одного элемента.*

427. Разсмотрѣвъ подробно рѣшеніе вопросовъ, предложенныхъ въ началѣ этой главы, мы считаемъ не лишнимъ привести здѣсь слѣдующія правила для руководства при практическихъ разсчетахъ:

Правила для сочетанія элементовъ.

I. *Чтобы опредѣлить то число элементовъ даннаго типа и то сочетаніе ихъ, при которомъ они могутъ дать требуемую силу тока во внѣшней цѣпи даннаго сопротивленія*, мы прежде всего опредѣляемъ, какое сочетаніе выгоднѣе для даннаго случая:

Если $I < \frac{\varepsilon}{W}$ — то *параллельное* сочетаніе

» $I < \frac{\varepsilon}{w}$ — » *послѣдовательное* »

» $I \geqq \frac{\varepsilon}{W}$
и вмѣстѣ съ тѣмъ $I \geqq \frac{\varepsilon}{w}$ — » *смѣшанное* »

Опредѣливъ наивыгоднѣйшій способъ сочетанія, находимъ необходимое для полученія требуемой силы тока число элементовъ

при *параллельномъ* сочетаніи по формулѣ: $x = \frac{Iw}{\varepsilon - IW}$

» *послѣдовательномъ* » » » $x = \frac{IW}{\varepsilon - Iw}$

При *смѣшанномъ* сочетаніи мы опредѣляемъ сначала число параллельно соединенныхъ группъ

$$b = \frac{I.2w}{\varepsilon}$$

затѣмъ — число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ каждой группѣ

$$a = \frac{I.2W}{\varepsilon}$$

наконецъ — общее число элементовъ

$$x = ab$$

Обыкновенно величины a и b получаются въ дробныхъ числахъ, которыя приходится округлять, вслѣдствіе чего по большей части получается лишь приближенное рѣшеніе.

Чтобы ближе всего удовлетворить требованіямъ задачи, должно при этомъ придерживаться слѣдующихъ правилъ:

1) *Если для a и b получаются числа, очень близкія другъ къ другу*, то, округливъ одно изъ нихъ до ближайшаго цѣлаго, другое находимъ изъ формулъ

$$a = \frac{IWb}{b\varepsilon - Iw} \text{ *)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

или

$$b = \frac{Iwa}{a\varepsilon - IW} \text{ *)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 20)$$

Если при этомъ опять получается число съ дробью, то мы округляемъ его до ближайшаго *бо́льшаго* цѣлаго числа.

2) *Если* $a > b$ (что обыкновенно и бываетъ), то b округляемъ до ближайшаго цѣлаго числа, и a находимъ изъ формулы

$$a = \frac{IWb}{b\varepsilon - Iw}$$

3) *Если* $b > a$, то a округляемъ до ближайшаго цѣлаго числа и, затѣмъ, b находимъ изъ формулы

$$b = \frac{Iwa}{a\varepsilon - IW}$$

II. *Если требуется въ цѣпи извѣстнаго сопротивленія (W) получить наибольшую силу тока отъ даннаго числа элементовъ*, то прежде всего опредѣляемъ какое сочетаніе выгоднѣе для даннаго случая:

Если $W \leqq \frac{w}{n}$ — то *параллельное* сочетаніе

» $W \geqq wn$ — » *послѣдовательное* »

» $W > \frac{w}{n}$ и вмѣстѣ съ тѣмъ $W < wn$ — » *смѣшанное* »

*) Формулы эти выведены непосредственно изъ формулы (11) для силы тока:

$$I = \frac{a\varepsilon}{\frac{aw}{b} + W}$$

Опредѣливъ наивыгоднѣйшій способъ сочетанія, силу тока находимъ

для *параллельнаго* сочетанія по формулѣ $I = \frac{\varepsilon}{\frac{w}{n} + W}$

» *послѣдовательнаго* » » » $I = \frac{n\varepsilon}{nw + W}$

При *смѣшанномъ* сочетаніи мы опредѣляемъ сначала число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ группѣ по формулѣ

$$a = \sqrt{\frac{nW}{w}}$$

затѣмъ — число параллельно соединенныхъ группъ

$$= \sqrt{\frac{nw}{W}}$$

Такъ какъ и здѣсь величины a и b обыкновенно получаются въ нецѣлыхъ числахъ, то ихъ приходится округлять. Для этого беремъ *меньшее* изъ найденныхъ для a и b чиселъ и округляемъ его

1) если ближайшее къ нему большее или меньшее число кратно общему числу элементовъ (n), то до этого кратнаго[1]),

2) если же оба ближайшія числа не кратны n, то до того изъ нихъ, къ которому оно ближе.

Смотря по тому, какую величину мы округлили до цѣлаго числа, другую находимъ изъ уравненій

$$a = \frac{n}{b}$$

и

$$b = \frac{n}{a}$$

Очевидно, что условіе задачи можетъ быть строго выполнено

---

[1]) Если *оба* кратны, то до того изъ нихъ, къ которому оно ближе.

только въ первомъ случаѣ, во второмъ же при дѣленіи n получается остатокъ.

При данномъ сопротивленіи внѣшней цѣпи, оставшееся число элементовъ ни при какой группировкѣ не можетъ принести пользы, такъ что при утилизаціи *всѣхъ* элементовъ получается меньшая сила тока, чѣмъ если лишніе отбросить.

III. Если *батарея смѣшаннаго сочетанія развиваетъ во внѣшней цѣпи извѣстную силу тока и требуется увеличить послѣднюю въ n разъ*, то необходимое для этого число элементовъ опредѣляется изъ слѣдующаго разсужденія.

Для того, чтобы усилить токъ въ n разъ, мы должны во столько же разъ увеличить электровозбудительную силу батареи, сохранивъ прежнее ея внутреннее сопротивленіе. Такимъ образомъ, увеличивъ въ n разъ число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ группѣ, мы должны вмѣстѣ съ тѣмъ во столько же разъ увеличить число параллельно соединенныхъ группъ, вслѣдствіе чего число элементовъ въ новой батареѣ будетъ превосходить первоначальное въ n^2 разъ.

Приводимъ примѣры для смѣшанныхъ сочетаній:

1) Имѣемъ элементы, коихъ $\varepsilon = 1{,}2$ вольта, $w = 10$ омамъ; какъ сгруппировать ихъ для полученія во внѣшней цѣпи съ сопротивленіемъ W въ 40 омъ, силы тока въ 0,2 ампера?

Такъ какъ $0{,}2 > \frac{1{,}2}{40}$ и $0{,}2 > \frac{1{,}2}{10}$, то мы должны употребить смѣшанное сочетаніе.

Число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ группѣ

$$a = \frac{I.2\,W}{\varepsilon} = \frac{0{,}2.2.40}{1{,}2} = 13{,}3$$

а число параллельно соединенныхъ группъ

$$b = \frac{I.2w}{\varepsilon} = \frac{0{,}2.2.10}{1{,}2} = 3{,}3$$

Такъ какъ $a > b$, то округляемъ b до 3 и опредѣляемъ a изъ формулы

$$a = \frac{IWb}{b\varepsilon - Iw} = \frac{0{,}2.40.3}{3.1{,}2 - 0{,}2.10} = \frac{24}{1{,}6} = 15$$

Итакъ, требуется 15 элементовъ послѣдовательно въ группѣ, и 3 такихъ группы параллельно. Въ самомъ дѣлѣ, сила тока при этомъ

$$I = \frac{15.1,2}{\frac{15.10}{3} + 40} = 0,2 \text{ ампера}$$

2) Имѣемъ 30 элементовъ, коихъ $\varepsilon = 1,2$ вольта, $w = 10$ омамъ; какъ сгруппировать ихъ для того, чтобы во внѣшней цѣпи съ сопротивленіемъ въ 5 омъ получить наибольшую возможную силу тока?

Такъ какъ $5 > \frac{10}{30}$ и $5 < 10.30$, то мы должны употребить смѣшанное сочетаніе.

Число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ группѣ

$$a = \sqrt{\frac{nW}{w}} = \sqrt{\frac{30.5}{10}} = 3,87$$

а число параллельно соединенныхъ группъ

$$b = \sqrt{\frac{nw}{W}} = \sqrt{\frac{30.10}{5}} = 7,74$$

Такъ какъ $b > a$ и числу n кратно ближайшее меньшее къ a цѣлое число, то a округляемъ до 3 и находимъ b изъ уравненія

$$b = \frac{n}{a} = \frac{30}{3} = 10$$

Итакъ, данные 30 элементовъ нужно соединить въ 10 параллельныхъ группъ, по 3 элемента послѣдовательно въ каждой. Тогда получимъ наибольшую возможную силу тока

$$I = \frac{3.1,2}{\frac{3.10}{10} + 5} = 0,45 \text{ ампера}$$

3) Имѣемъ 46 элементовъ, коихъ $\varepsilon = 1,2$ вольта, $w = 10$ омамъ; какъ сгруппировать ихъ для того, чтобы во внѣшней цѣпи съ сопротивленіемъ въ 30 омъ получить наибольшую силу тока?

Такъ какъ $30 > \frac{10}{46}$ и $30 < 10.46$, то мы должны употребить смѣшанное сочетаніе.

Число послѣдовательно соединенныхъ элементовъ въ группѣ

$$a = \sqrt{\frac{nW}{w}} = \sqrt{\frac{46.30}{10}} = \sqrt{138} = 11,75$$

а число параллельно соединенныхъ группъ

$$b = \sqrt{\frac{nw}{W}} = \sqrt{\frac{46.10}{30}} = \sqrt{15,3} = 3,9$$

Такъ какъ $a > b$ и ближайшія къ b цѣлыя числа (3 и 4) не кратны n, то округляемъ b до 4.

Отсюда находимъ, что

$$a = \frac{n}{b} = \frac{46}{4} = 11,5$$

Итакъ, данные элементы нужно соединить въ 4 параллельныхъ группы по 11 послѣдовательно въ каждой, причемъ 2 элемента оказываются лишними. Въ этомъ случаѣ получимъ наибольшую возможную силу тока:

$$I = \frac{1,2.11}{\frac{11.10}{4} + 30} = 0,23 \text{ ампера}$$

Если бы мы пожелали составить батарею такъ, чтобы въ составъ ея вошли *всѣ* элементы, то мы получили бы меньшую силу тока; въ самомъ дѣлѣ, взявъ 2 параллельныя группы по 23 элемента послѣдовательно въ каждой, получимъ

$$I = \frac{1,2.23}{\frac{23.10}{2} + 30} = 0,19 \text{ ампера}$$

4) Имѣемъ 8 элементовъ, соединенныхъ въ двѣ параллельныя группы по 4 послѣдовательно въ каждой; электровозбудительная сила элемента =1 вольту, внутреннее сопротивленіе его =5 омамъ, а сопротивленіе внѣшней цѣпи =10 омамъ; при этомъ сила тока во внѣшней цѣпи =0,2 ампера. Желательно утроить силу тока.

Для этого общее число элементовъ должно быть

$$8.3^2 = 72$$

Соединивъ эти элементы въ 6 параллельныхъ группъ по 12 послѣдовательно въ каждой, получаемъ силу тока

$$I = \frac{1.12}{\frac{5.12}{6} + 10} = 0,6 \text{ ампера.}$$

428. На практикѣ рѣдко *соединяютъ въ батарею элементы различнаго типа.*

Если это дѣлается *при послѣдовательномъ сочетаніи,* то вычисленіе силы тока, развиваемаго такою батареей, производится по формулѣ Ома (§ 90). Но при этомъ должно принимать въ соображеніе, выгодно ли въ каждомъ данномъ случаѣ такое соединеніе, такъ какъ часто присоединеніе къ элементамъ съ меньшимъ сопротивленіемъ элементовъ съ бо̀льшимъ — не усиливаетъ, а ослабляетъ токъ въ цѣпи.

Расчетъ силы тока *при параллельномъ сочетаніи* разнородныхъ элементовъ производится по формуламъ § 410.

Соединять въ батарею *смѣшаннаго* сочетанія разнородные элементы — не имѣетъ смысла.

XX. Распространеніе тока въ нелинейныхъ проводникахъ.

429. Какъ извѣстно, *линейнымъ проводникомъ* называется такой проводникъ, длина котораго значительно превосходитъ поперечникъ, и площадь поперечнаго сѣченія котораго на всемъ протяженіи имѣетъ одну и ту же величину. Если представить себѣ проводникъ состоящимъ изъ большаго числа (n) проводниковъ, одинаковыхъ по величинѣ ихъ плоскостей сѣченій, то во всѣхъ такихъ проводникахъ силы токовъ будутъ одинаковы и равны $\frac{1}{n}$ силы общаго тока (во всемъ проводникѣ). Пути, по которымъ распространяются эти (элементарные) токи, называются *линіями тока*. Очевидно, что въ однородномъ линейномъ проводникѣ линіи тока по всей длинѣ его параллельны другъ другу, и слѣдовательно, параллельны оси и поверхности проводника. Такимъ образомъ, распространеніе тока въ линейномъ проводникѣ мы можемъ выразить въ схематическомъ рисункѣ пучкомъ параллельныхъ линій.

Густоту тока по отношенію къ площади поперечнаго сѣченія проводника (§§ 377—378) можно опредѣлить числомъ линій тока, пронизывающихъ послѣднюю, если условно принять, что единицѣ силы тока соотвѣтствуетъ какое либо опредѣленное число линій тока. Такъ какъ число линій тока, проходящихъ чрезъ любую площадь поперечнаго сѣченія линейнаго проводника, одно и то же, то и число ихъ, приходящееся на единицу площади всякаго поперечнаго сѣченія такого проводника также одинаково. Только при такихъ условіяхъ сопротивленіе линейнаго проводника вполнѣ точно выражается формулою (§ 334)

$$R = \frac{\mathfrak{W}_x l}{F}$$

гдѣ $\mathfrak{W}_x$ — удѣльное сопротивленіе проводника въ микромо-сантиметрахъ или въ омо-метрахъ,
» l — длина проводника resp. *длина линій тока* въ сантиметрахъ или метрахъ,
» F — площадь поперечнаго сѣченія въ квадратныхъ сантиметрахъ или миллиметрахъ.

430. Если линіи тока идутъ не параллельно другъ другу, а образуютъ нѣкоторыя кривыя, причемъ длина такихъ кривыхъ различна, то сопротивленіе проводника не можетъ быть вычислено по приведенной формулѣ, такъ какъ въ этомъ случаѣ мы не имѣемъ опредѣленнаго числоваго значенія для величины l, обозначающей длину линій тока.

Такъ напр., если включить между отрѣзками A и B нѣкотораго линейнаго проводника (рис. 71) другой линейный же про-

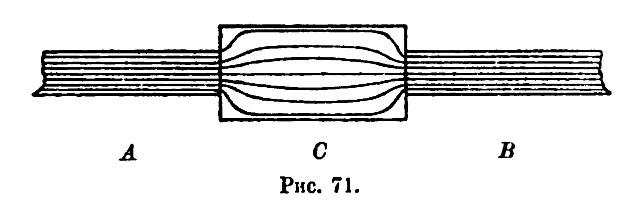


Рис. 71.

водникъ C, площадь поперечнаго сѣченія котораго больше площади поперечнаго сѣченія перваго, то линіи тока въ проводникѣ C не будутъ имѣть параллельнаго направленія. Поэтому проводникъ этотъ не будетъ относиться къ току какъ линейный проводникъ, и сопротивленіе его нельзя будетъ выразить формулою

$$R = \frac{\mathfrak{W}_x l}{F}$$

Сопротивленіе R будетъ значительнѣе, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда линіи тока на всемъ протяженіи проводника параллельны другъ другу.

431. Вслѣдствіе сказаннаго, при измѣреніи сопротивленій короткихъ линейныхъ проводниковъ, послѣдніе слѣдуетъ ставить

въ правильныя условія, такъ какъ въ противномъ случаѣ получаются ошибки, и тѣмъ бóльшія, чѣмъ меньше удѣльная проводимость и длина проводниковъ. Такимъ образомъ, при измѣреніи сопротивленій проводниковъ, имѣющихъ форму кубовъ, короткихъ цилиндровъ и т. п., ихъ должно включать между длинными металлическими электродами, площадь поперечнаго сѣченія которыхъ по формѣ и величинѣ точно соотвѣтствуетъ конечнымъ плоскостямъ включеннаго проводника (см. рис. 72).

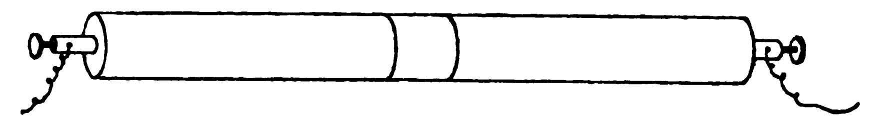


Рис. 72.

Если длина проводника значительна относительно поперечника, то линіи тока, не параллельныя у концовъ проводника, на остальномъ его протяженіи все же будутъ параллельны другъ другу. Поэтому, при измѣреніи сопротивленія проволокъ, соединяютъ концы ихъ съ измѣрительными приборами, не принимая указанныхъ предосторожностей.

432. Во всякомъ проводникѣ, площадь поперечнаго сѣченія котораго на всемъ протяженіи длины его не одинакова, линіи тока не могутъ распространяться параллельно другъ другу. Поэтому и густота тока въ такомъ проводникѣ не одинакова не только въ различныхъ поперечныхъ сѣченіяхъ его, но и въ различныхъ частяхъ одной и той же плоскости сѣченія. Такой проводникъ называется *нелинейнымъ. Распредѣленіе тока въ немъ зависитъ отъ его формы и величины и отъ формы, величины и мѣста приложенія электродовъ* (т. е. тѣхъ проводовъ, по которымъ токъ входитъ въ нелинейный проводникъ и выходитъ изъ него). Если масса нелинейнаго проводника *неоднородна,* то распредѣленіе тока въ немъ зависитъ еще и отъ относительной проводимости отдѣльныхъ его частей.

Очевидно, что если нелинейный проводникъ имѣетъ неправильную форму, то мы не можемъ путемъ вычисленія опредѣлить

ни абсолютнаго сопротивленія его, ни распредѣленія въ немъ тока, и принуждены въ такихъ случаяхъ прибѣгать къ опытному опредѣленію.

Абсолютное сопротивленіе нѣкоторыхъ *геометрически правильныхъ* нелинейныхъ проводниковъ можетъ быть вычислено, но съ проводниками такого рода рѣдко приходится имѣть дѣло на практикѣ.

Приводимъ два примѣра:

433. 1) Для вычисленія сопротивленія однороднаго *проводника, имѣющаго форму усѣченнаго конуса,* напр., столба жидкости въ конической стеклянной трубкѣ, можно пользоваться формулою:

$$R = \frac{\mathfrak{W}_{ж} l}{\pi r_1 r_2}$$

гдѣ $\mathfrak{W}_{ж}$ — удѣльное сопротивленіе жидкости въ микромо-сантиметрахъ,

l — длина столба жидкости въ сантиметрахъ,

$\pi = 3,14159$,

r_1 — радіусъ основанія конуса въ сантиметрахъ,

r_2 — радіусъ усѣченной вершины конуса въ сантиметрахъ.

Формула эта можетъ найти себѣ приложеніе при вычисленіи сопротивленія реостатовъ съ жидкостью, такъ какъ стеклянныя трубки никогда не имѣютъ правильной цилиндрической формы, а всегда представляютъ собою очень длинные усѣченные конусы.

434. 2) Если пространство между двумя конаксіальными цилиндрами выполнено жидкостью, какъ напр. въ гальваническихъ элементахъ съ двумя цилиндрическими конаксіальными электродами, то сопротивленіе этой жидкости можетъ быть вычислено по формулѣ

$$R = \frac{\mathfrak{W}_{ж}}{2\pi l} \log \text{nat.} \frac{r_2}{r_1}$$

гдѣ $\mathfrak{W}_ж$ — удѣльное сопротивленіе жидкости въ микромо-сантиметрахъ,

$2\pi = 6,28318$,

l — высота столба жидкости въ сантиметрахъ,

r_2 — внутренній радіусъ внѣшняго цилиндра въ сантиметрахъ,

r_1 — внѣшній радіусъ внутренняго цилиндра въ сантиметрахъ.

435. *Если масса нелинейнаго проводника безконечно велика, то абсолютное сопротивленіе между электродами, соприкасающимися съ этимъ проводникомъ, не зависитъ отъ разстоянія ихъ другъ отъ друга, а единственно отъ величины электродовъ, формы ихъ и отъ того, погружены ли они въ массу проводника или соприкасаются лишь съ поверхностью его.* Если электроды, имѣющіе форму прямоугольныхъ или круглыхъ пластинокъ, погружены въ массу проводника, то сопротивленіе между ними вдвое меньше, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда они только касаются поверхности его.

Проводникомъ безконечной величины является земля по отношенію къ электродамъ, погруженнымъ въ нее до грунтовой воды, т. е. до слоя, обладающаго относительно равномѣрною проводимостью. То обстоятельство, что сопротивленіе между электродами, погруженными въ землю, не измѣняется въ зависимости отъ сближенія или удаленія ихъ другъ отъ друга, объясняется тѣмъ, что токъ встрѣчаетъ значительное сопротивленіе только непосредственно при переходѣ съ электродовъ въ землю, далѣе же онъ распространяется въ столь огромной массѣ земли, что сопротивленіе послѣдней не можетъ быть сколько нибудь значительно. Землею, какъ проводникомъ, пользуются при устройствѣ телеграфныхъ линій, соединяя двѣ станціи одною проволокой, концы которой, съ одной стороны по выходѣ изъ батареи, съ другой — по выходѣ изъ пишущаго аппарата, соединяются съ металлическими электродами, опущенными въ грунтовую воду.

436. Если *электроды погружены въ массу проводника, имѣющаго ограниченные размѣры* (напр. въ жидкость, находящуюся въ стеклянномъ сосудѣ), то величина сопротивленія между электродами находится въ зависимости отъ многихъ факторовъ. Опыты, предпринятые мною, дали слѣдующіе результаты:

1) *Въ случаѣ, если проводникъ обладаетъ хорошею удѣльною проводимостью, масса его достаточно велика и величина обращенныхъ другъ къ другу поверхностей электродовъ значительно меньше соотвѣтствующихъ положенію ихъ площадей сѣченія проводника, то измѣненіе разстоянія между электродами оказываетъ лишь очень незначительное вліяніе на величину сопротивленія между ними.* Это зависитъ отъ того, что, какъ уже было сказано, наибольшее сопротивленіе токъ встрѣчаетъ при переходѣ съ поверхности электродовъ въ окружающую ихъ массу проводника; сопротивленіе же, противопоставляемое току этою массою, столь незначительно, что при сближеніи и удаленіи электродовъ не можетъ оказать существеннаго вліянія на величину сопротивленія между ними. Напротивъ, *если проводникъ обладаетъ относительно малою проводимостью или если масса его недостаточно велика, то при увеличеніи разстоянія между электродами значительно увеличивается и сопротивленіе между ними.*

Приводимъ примѣры, наглядно поясняющіе сказанное:

a) *Удѣльная проводимость проводника значительна, масса его велика и величина обращенныхъ другъ къ другу поверхностей электродовъ значительно меньше соотвѣтствующихъ положенію ихъ площадей сѣченія проводника.*

Два амальгамированные цинковые диска, обращенные другъ къ другу поверхности коихъ равны 1 квадратному сантиметру, погружены (помощью припаянныхъ къ нимъ изолированныхъ проволокъ) параллельно другъ къ другу въ средній слой насыщеннаго воднаго раствора цинковаго купороса, находящагося въ стеклянныхъ цилиндрическихъ сосудахъ. Обращенныя въ проти-

воположныя стороны поверхности дисковъ изолированы (покрыты воскомъ).

При измѣреніи сопротивленія между дисками получились слѣдующія числа:

Высота столба жидкости (въ сантиметрахъ)	Діаметръ сосудовъ (въ сантиметрахъ)	Объемъ жидкости въ литрахъ	Разстояніе между электродами въ сантиметрахъ	Сопротивленіе между электродами въ омахъ
31	41	40,9	24	17,3
—	—	—	12	17,0
21	30	14,8	24	18,0
—	—	—	12	17,2

b) *Тѣ же условія, но масса проводника значительно уменьшена:*

Высота столба жидкости (въ сантиметрахъ)	Діаметръ сосуда (въ сантиметрахъ)	Объемъ жидкости въ литрахъ	Разстояніе между электродами въ сантиметрахъ	Сопротивленіе между электродами въ омахъ
11	24	5	24	20,4
—	—	—	12	17,9

c) *Масса проводника велика и величина обращенныхъ другъ къ другу поверхностей электродовъ значительно меньше соотвѣтствующихъ положенію ихъ площадей сѣченія проводника, но удѣльная проводимость послѣдняго мала.*

Металлическіе диски погружаются параллельно другъ къ другу въ средній слой рѣчной воды, находящейся въ прямоугольномъ сосудѣ (акваріумѣ).

При измѣреніи сопротивленій между дисками получились слѣдующія числа:

Площадь электродовъ въ квадратныхъ сантиметрахъ	Длина сосуда (въ сантиметрахъ)	Ширина сосуда (въ сантиметрахъ)	Глубина жидкости (въ сантиметрахъ)	Объемъ жидкости въ кубическихъ метрахъ	Разстояніе между электродами въ сантиметрахъ	Сопротивленіе между электродами въ омахъ
400	208	100	87	0,77	170	965
—	—	—	—	—	85	755
—	—	—	—	—	42,5	620
25	—	—	—	—	170	2750
—	—	—	—	—	85	2345
—	—	—	—	—	42,5	2045

437. 2) *Если обращенныя другъ къ другу поверхности электродовъ, имѣющихъ форму дисковъ, значительно меньше соотвѣтствующихъ положенію ихъ площадей сѣченія проводника, въ который они погружены, и если удѣльная проводимость послѣдняго не слишкомъ мала, то сопротивленіе жидкости между электродами уменьшается прямо пропорціонально увеличенію радіусовъ ихъ поверхности.*

Примѣры:

а) *Поверхность дисковъ значительно меньше соотвѣтствующихъ положенію ихъ площадей сѣченія проводника.* Амальгамированные цинковые диски различной величины погружаются на разстояніи 24 сантиметровъ параллельно другъ другу въ средній слой насыщеннаго воднаго раствора цинковаго купороса, находящагося въ стеклянныхъ цилиндрахъ. Обращенныя въ противоположныя стороны поверхности дисковъ или изолированы или не изолированы.

Обращенныя въ противоположныя стороны поверхности дисковъ	Площадь электродовъ въ квадратныхъ сантиметрахъ	Діаметръ сосуда (въ сантиметрахъ)	Глубина жидкости (въ сантиметрахъ)	Объемъ жидкости въ литрахъ	Радіусъ электродовъ въ сантиметрахъ	Сопротивленіе между электродами въ омахъ	Отношеніе радіусовъ	Отношеніе сопротивленій
Изолированы	1	41	31	40,9	0,5	17,3	2,6	2,66
	5	—	—	—	1,3	6,5		
Не изолированы	2 X 25	41	31	40,9	2,8	2,2	1,43	1,48
	2 X 50	—	—	—	4,0	1,95		
Изолированы	1	24	11	5	0,5	17,9	1,8	1,79
	2,5	—	—	—	0,9	10,0		

b) *Тѣ же условія*[1]*), но поверхность дисковъ незначительно разнится отъ соотвѣтствующихъ положенію ихъ площадей сѣченія проводника.*

Площадь электродовъ въ квадратныхъ сантиметрахъ.	Діаметръ сосуда (въ сантиметрахъ)	Глубина жидкости (въ сантиметрахъ)	Объемъ жидкости въ литрахъ	Радіусъ электродовъ въ сантиметрахъ	Сопротивленіе между электродами въ омахъ	Отношеніе радіусовъ	Отношеніе сопротивленій
100	30	23	16,3	5,6	1,39	—	—
200	—	—	—	7,8	1,15	1,39	1,21
400	—	—	—	11,3	0,84	2,02	1,65

438. 3) *Если постепенно погружать въ жидкость два прямоугольные или иной формы электрода плоскостями параллельно другъ другу, то сопротивленіе между ними по мѣрѣ погруженія ихъ будетъ уменьшаться, но не пропорціонально увеличенію площади погруженныхъ поверхностей.*

[1]) Обращенныя въ противоположныя стороны поверхности дисковъ изолированы и разстояніе между ними = 20 сантиметрамъ.

Такъ напр., при постепенномъ погруженіи двухъ параллельныхъ другъ другу цинковыхъ прямоугольныхъ электродовъ, ширина которыхъ и разстояніе между которыми = 8 сантиметрамъ, въ насыщенный водный растворъ $ZnSO_4$, находящійся въ стеклянномъ цилиндрическомъ сосудѣ, получаются слѣдующія величины для сопротивленій между электродами:

Діаметръ сосуда (въ сантиметрахъ)	Глубина жидкости (въ сантиметрахъ)	Объемъ жидкости въ литрахъ	Глубина погруженія электродовъ въ сантиметрахъ	Сопротивленіе между электродами въ омахъ	Увеличеніе погруженной площади	Уменьшеніе сопротивленія между электродами
15	18	3	4	2,535	площадь = 1	Сопротивленіе = 1
			8	1,82	увеличилась *вдвое*	уменьшилась на $^1/_4$
			12	1,28	» *втрое*	» *вдвое*

Въ гальваническихъ элементахъ, электроды которыхъ могутъ быть погружаемы болѣе или менѣе глубоко въ возбуждающую жидкость, сопротивленіе между электродами, т. е. внутреннее сопротивленіе элемента уменьшается тѣмъ менѣе, чѣмъ меньше площадь погруженныхъ электродовъ относительно соотвѣтствующихъ положенію ихъ вертикальныхъ плоскостей сѣченія жидкости и чѣмъ значительнѣе масса и проводимость послѣдней.

Слѣдовательно внутреннее сопротивленіе гальваническихъ элементовъ уменьшается отнюдь не прямо пропорціонально увеличенію погруженной поверхности плоскихъ электродовъ[1]) (о цилиндрическихъ конаксіальныхъ *см.* § 434).

439. Несравненно большій интересъ представляетъ для физіолога сопротивленіе между электродами, приложенными къ поверх-

---

[1]) Обращаемъ вниманіе на то, что въ весьма распространенномъ сочиненіи Левандовскаго («Электродіагностика и электротерапія», стр. 62 русскаго изданія 1889 г.) въ этомъ отношеніи сообщаются совершенно ложныя понятія; авторъ приводитъ даже таблицу, составленную имъ, однако, не на основаніи опыта, а вычисленную на основаніи невѣрныхъ соображеній.

ности нелинейнаго проводника неправильной формы, каково, напр. тѣло животнаго. Но такъ какъ отдѣльныя ткани, составляющія животное тѣло, обладаютъ весьма различною проводимостью, что значительно усложняетъ результаты измѣреній, то не безынтересно было произвести опыты надъ измѣреніемъ сопротивленія между электродами, приложенными къ различнымъ частямъ однородной глиняной массы, которой придана форма и размѣры тѣла какого либо животнаго. Съ этою цѣлью я придалъ массѣ глины, замѣшанной на растворѣ цинковаго купороса, форму туловища собаки, размѣромъ отъ конца морды до конца крестца = 70 ctm., и произвелъ измѣренія сопротивленій между дискообразными цинковыми электродами, приложенными къ различнымъ частямъ поверхности этого туловища. При этомъ получились слѣдующіе результаты:

Положеніе электродовъ	Прямолинейное разстояніе между электродами въ сантиметрахъ	Поверхность электродовъ въ квадратныхъ сантиметрахъ	Радіусъ электродовъ въ сантиметрахъ	Сопротивленіе между электродами въ омахъ
Лобъ — бедро	65	1	0,5	220
Лобъ — плечо	30	—	—	200
Лобъ — середина живота	40	—	—	160
Лобъ — бедро	65	10	1,8	130
Лобъ — плечо	30	—	—	105
Лобъ — середина живота	40	—	—	75
Лобъ — бедро	65	25	2,8	110
Лобъ — плечо	30	—	—	85
Лобъ — середина живота	40	—	—	60
Лобъ — середина шеи	20	—	—	40
Бедро — шея	40	1	0,5	160
тоже	40	5	1,3	76
тоже	40	10	1,8	65
тоже	40	25	2,8	55
тоже	40	50	4,0	45

Числа таблицы показываютъ, что чѣмъ меньше поверхность электродовъ, тѣмъ менѣе разстояніе ихъ другъ отъ друга вліяетъ на сопротивленіе между ними. Что же касается до зависимости величины сопротивленія между электродами отъ увеличенія радіусовъ ихъ, то зависимость эта не выражается здѣсь столь правильно, какъ въ примѣрахъ съ жидкими проводниками, такъ какъ удѣльное сопротивленіе глиняной массы относительно весьма значительно и электроды неравномѣрно прилегаютъ къ поверхности ея.

440. Разсмотримъ теперь распространеніе тока въ нелинейныхъ проводникахъ.

Представимъ себѣ, что къ двумъ противоположнымъ сторонамъ нелинейнаго проводника приложены электроды, между которыми распространяется токъ. Въ массу проводника погружена

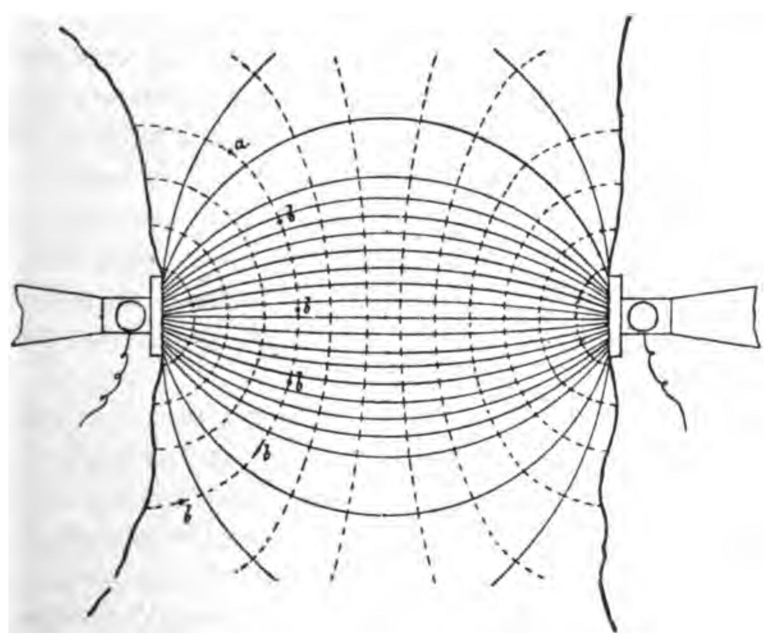


Рис. 73.

проволока, изолированная вплоть до самаго конца ея, который находится въ нѣкоторой точкѣ *a* массы проводника, представленнаго на рис. 73 въ разрѣзѣ. Погрузивъ теперь въ другомъ мѣстѣ

такую же проволоку и передвигая ее въ массѣ проводника, мы можемъ найти рядъ такихъ точекъ *b*, *b*, *b*. . ., чрезъ которыя токъ не вѣтвится въ упомянутыя проволоки, противоположные концы коихъ снаружи соединены гальванометромъ. Соединивъ точку *a* и точки *b*, *b*, *b*... линіей, мы получимъ *эквипотенціальную линію*, представляющую собою разрѣзъ *эквипотенціальной поверхности* (§ 269). На рисункѣ 12 пунктирныхъ линій изображаютъ сѣченія двѣнадцати такихъ эквипотенціальныхъ поверхностей. По соединеніи двухъ точекъ двухъ поверхностей внѣшнимъ проводникомъ—въ послѣднемъ появляется токъ, сила котораго прямо пропорціональна разности потенціаловъ точекъ отвѣтвленія и обратно пропорціональна сопротивленію внѣшней цѣпи.

Линіи тока, направляясь въ массѣ проводника отъ (+) къ (—) электроду, пересѣкаютъ эквипотенціальныя поверхности всюду подъ прямыми углами. Поэтому, зная положеніе эквипотенціальныхъ поверхностей, легко построить графически распространеніе линій тока внутри проводника и опредѣлить такимъ образомъ относительную густоту ихъ въ различныхъ мѣстахъ. Изъ рисунка видно, что густота тока въ массѣ проводника возрастаетъ съ увеличеніемъ кривизны эквипотенціальныхъ линій (поверхностей). При такихъ построеніяхъ число линій тока берется произвольное или условное по отношенію къ извѣстной силѣ тока. На нашемъ рисункѣ линіи тока обозначены сплошными чертами.

441. Въ §§ 377—378 уже было говорено, что густота тока непосредственно у электродовъ обратно пропорціональна площади послѣднихъ. При этомъ должно различать два случая:

1) Токъ исходитъ только изъ одной поверхности электродовъ, или потому, что электроды лишь прилежатъ къ поверхности проводника (рис. 73) или, если они погружены въ массу послѣдняго, то потому, что одна изъ поверхностей ихъ покрыта какимъ либо изолирующимъ веществомъ (рис. 75 и 76).

2) Токъ исходитъ изъ обѣихъ поверхностей электродовъ (рис. 74).

Въ первомъ случаѣ относительная густота тока въ каждой

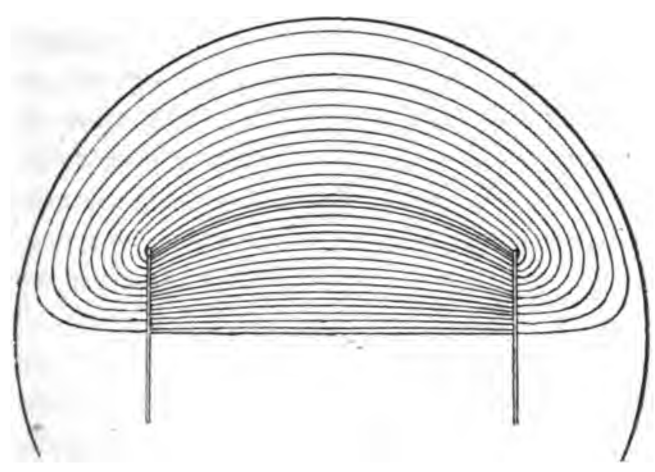


Рис. 74.

Обѣ поверхности электродовъ не изолированы.
Радіусъ электродовъ = 11,3 сантиметра.

единицѣ поверхности электродовъ равномѣрнѣе, чѣмъ во второмъ. Но, какъ бы то ни было, должно замѣтить, что густота тока у

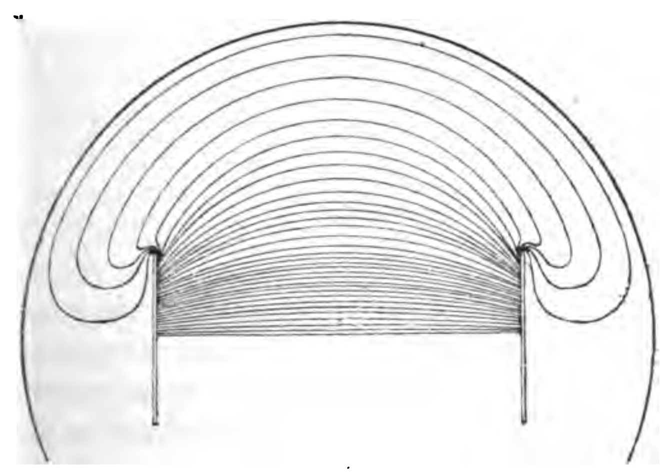


Рис. 75.

Поверхности электродовъ, обращенныя въ разныя стороны, изолированы. Та же сила тока, что и въ первомъ случаѣ.
Радіусъ электродовъ = 11,3 сантиметра.

краевъ электродовъ, имѣющихъ форму диска, нѣсколько превышаетъ густоту тока у центральныхъ частей ихъ. Точно также густота тока значительнѣе у краевъ цилиндрическихъ электродовъ, у угловъ прямоугольныхъ электродовъ, у различныхъ выпуклостей ихъ и т. п. Въ этомъ можно легко убѣдиться простымъ опытомъ: если въ растворъ азотнокислаго серебра погрузить въ видѣ электродовъ двѣ серебряныя монеты, соединенныя съ довольно сильною батареей, то спустя короткое время на (+) электродѣ сильнѣе всего будетъ замѣтна убыль серебра у краевъ

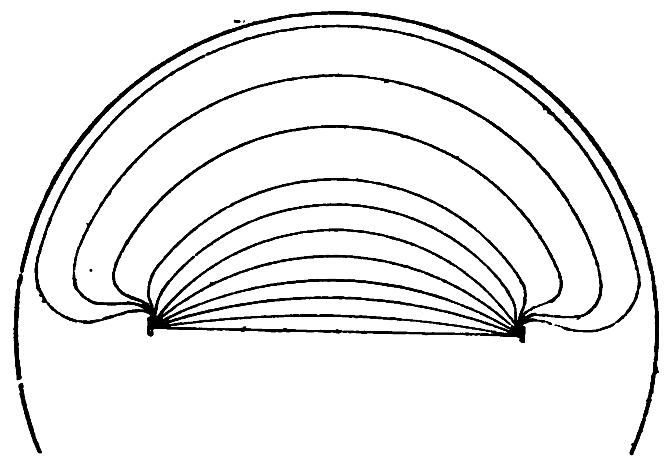


Рис. 76.

Поверхности электродовъ, обращенныя въ разныя стороны, изолированы. Сила тока составляетъ 1/3 предыдущей. Радіусъ электродовъ = 0,5 сантиметра.

и у выпуклостей его, такъ что, напр., выштампованныя на монетѣ буквы окажутся сильно разрушенными, тогда какъ углубленныя мѣста еще сохранятся; въ то же время кристаллы серебра отложатся преимущественно на краяхъ и на рельефахъ монеты, служащей (—) электродомъ. Слѣдовательно, токъ истекаетъ относительно большей массой изъ тѣхъ частей электрода, въ коихъ электричество имѣетъ наибольшее напряженіе (см. §§ 118—119).

Приведенные рисунки показываютъ распространеніе тока въ жидкости (насыщенный растворъ $ZnSO_4$) между электродами, имѣющими форму дисковъ. Электроды погружены въ средній слой жидкости, находящейся въ цилиндрическомъ стеклянномъ сосудѣ діаметромъ въ 41 Ctm. Разстояніе между электродами = 24 Ctm.; высота жидкости въ сосудѣ = 31 Ctm.; объемъ ея 40,9 литра. Рисунки сдѣланы въ $^1/_5$ натуральной величины и линіи тока нарисованы лишь для одной половины жидкости.

442. Изъ этихъ рисунковъ видно между прочимъ, что во всѣхъ случаяхъ направленіе тока въ жидкости между обращенными другъ къ другу поверхностями электродовъ иное, чѣмъ въ жидкости по ту сторону ихъ. Вообще токъ, распространяясь между двумя электродами въ объемистомъ проводникѣ, пронизываетъ отдѣльныя части массы проводника въ противоположныхъ направленіяхъ. Такъ напр., на рисункѣ 77 видно, что токъ проходитъ чрезъ нервъ (n. ulnaris плеча человѣка) у каждаго изъ электродовъ въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ (центробѣжномъ и центростремительномъ).

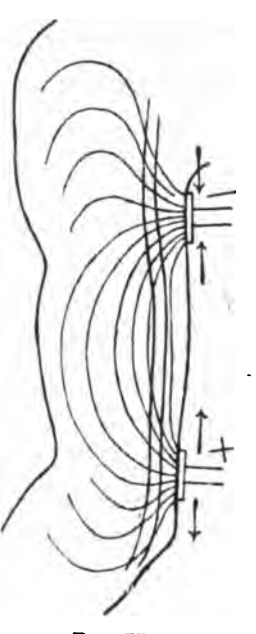


Рис. 77.

443. Экспериментальныя изслѣдованія надъ распространеніемъ тока въ животномъ тѣлѣ весьма затруднительны, и поэтому начинать ихъ слѣдуетъ съ опытовъ надъ глиняною однородною массой, которой приданы размѣры и формы этого тѣла. Мною были произведены опыты надъ глиняною массой, имѣющей форму собачьяго туловища (см. § 439), причемъ электроды, имѣющіе форму дисковъ съ радіусомъ въ 1,8 Ctm., были помѣщаемы одинъ на крестецъ, другой на бедро и соединены съ постоянною батареей. Густота тока была опредѣлена, сначала, по срединѣ прямой линіи, соединяющей центры электродовъ, затѣмъ — вдоль линіи, отходящей

подъ прямымъ угломъ отъ первой и направляющейся отсюда къ концу морды. При этомъ получены слѣдующіе результаты:

Анатомическое положеніе мѣстъ, гдѣ опредѣлялась густота тока.	Разстояніе мѣстъ, гдѣ опредѣлялась густота тока, отъ линіи, соединяющей центры электродовъ.	Относительная густота тока въ произвольныхъ единицахъ.
Полость малаго таза	Середина линіи, соединяющей электроды	100
Брюшная полость	7 Ctm.	75
Нижняя часть грудн. клѣтки	18 »	10
Верхняя часть грудн. клѣтки	30 »	10
Полость черепа	60 »	8
Кончикъ морды	65 »	4
Локоть	70 »	0
	70 »	0

Изъ этихъ опытовъ, однако, отнюдь не слѣдуетъ, что токъ въ тѣлѣ животнаго распространяется совершенно такъ же, какъ въ однородной глиняной массѣ, имѣющей форму этого тѣла. Тѣмъ не менѣе, вліяніе формы и массы животнаго тѣла на распространеніе тока въ немъ сказывается въ той же зависимости, какъ и въ глиняной массѣ.

XXI. Электролизъ.

444. Мы уже знаемъ, что всѣ тѣла подраздѣляются на проводники перваго класса, не разложимые токомъ, и проводники втораго класса или *электролиты*. Прежде чѣмъ приступить къ разсмотрѣнію законовъ электролиза, мы считаемъ нужнымъ напомнить значеніе спеціальныхъ терминовъ, употребительныхъ въ ученіи объ этомъ предметѣ.

Прежде всего опредѣлимъ — что такое *вольтаметръ*. Перво-

начально вольтаметромъ называли приборъ, состоящій изъ двухъ однородныхъ электродовъ и заключенной между ними жидкости, подвергаемой электролизу съ цѣлью качественнаго и количественнаго опредѣленія продуктовъ послѣдняго. Въ настоящее время выраженіе «вольтаметръ» употребляется въ болѣе широкомъ значеніи: два электрода изъ одного и того же или изъ двухъ различныхъ металловъ въ соприкосновеніи съ электролитомъ составляютъ вольтаметръ, коль скоро электролитъ разлагается проходящимъ токомъ, поддерживаемымъ *внѣшнею* электровозбудительною силой. Отсюда видно, что гальваническій элементъ отличается отъ вольтаметра только тѣмъ, что электролизъ въ немъ совершается дѣйствіемъ тока, поддерживаемаго его же собственною электровозбудительною силой, а не внѣшнею.

Отсюда же слѣдуетъ, что гальваническій элементъ превращается въ вольтаметръ, коль скоро электролизъ въ немъ совершается токомъ, поддерживаемымъ внѣшнею электровозбудительною силой. Такъ напр., мѣдный и платиновый электроды, погруженные въ растворъ мѣднаго купороса, составляютъ гальваническій элементъ; но этотъ же элементъ мы назовемъ вольтаметромъ, коль скоро онъ находится въ цѣпи, въ которой дѣйствуетъ электровозбудительная сила, по направленію противоположная электровозбудительной силѣ $Cu|CuSO_4|Pt$ и по величинѣ превосходящая ее. Въ этомъ случаѣ электровозбудительная сила $Cu|CuSO_4|Pt$ не развиваетъ тока, такъ какъ она нейтрализуется частью противодѣйствующей ей внѣшней электровозбудительной силы, избытокъ коей развиваетъ токъ, разлагающій $CuSO_4$.

445. О томъ, что должно разумѣть подъ выраженіемъ *электродъ*, было уже говорено въ примѣчаніи къ § 58, вслѣдствіе чего мы и позволили себѣ употреблять этотъ терминъ, какъ уже знакомый намъ. Въ указанномъ мѣстѣ сказано, что въ томъ случаѣ, когда металлическіе проводники, идущіе отъ полюсовъ гальваническаго элемента, заключаютъ между собою тѣло, разложимое токомъ, проводники эти называются электродами. Такъ напр., два батарейные проводника, погруженные въ растворъ какой

либо соли или прикасающіеся къ влажной животной ткани — суть электроды. Но и металлическія пластинки самаго гальваническаго элемента также называются электродами — электродами элемента.

Вообще же, какъ показываетъ этимологія слова «электродъ»[1]), — электроды суть пути, по которымъ электричество вступаетъ въ разлагаемое имъ тѣло. *Положительный электродъ* называется также *анодомъ*, а *отрицательный* — *катодомъ*[2]). Электроды вольтаметра носятъ названія — каждый того полюса элемента или батареи, съ которымъ онъ соединенъ. Тѣло, разлагаемое токомъ, или, лучше сказать, тѣло вообще способное къ разложенію токомъ, называется *электролитомъ*[3]), а продукты разложенія — *іонами*[4]) (собственно — *іонтами*). Іоны, выдѣляющіеся у анода (+), называютъ *аніонами*[5]), а іоны, выдѣляющіеся у катода (—), — *катіонами*[6]).

Нѣтъ надобности въ томъ, чтобы электроды, соприкасающіеся съ электролитомъ, были непремѣнно металлическіе; хотя таковые въ практикѣ наиболѣе употребительны, тѣмъ не менѣе на ряду съ ними примѣняются электроды изъ ретортнаго угля, графита и другихъ веществъ, предпочтительно изъ такихъ, на которыя не дѣйствуютъ выдѣляющіеся іоны. Іоны выдѣляются не только у электродовъ, но вообще въ мѣстахъ перехода тока изъ одного вещества въ другое, безразлично одно ли или оба изъ соприкасающихся веществъ — электролиты; поэтому іоны выдѣляются на границѣ соприкосновенія двухъ электролитовъ (напр. соприкасающихся жидкостей), которые или расположены слоями одинъ надъ другимъ вслѣдствіе разницы ихъ удѣльнаго

---

[1]) Отъ ἤλεκτρον и ὁδός — путь.

[2]) Отъ ἄνω — вверхъ и ὁδός — путь; отъ κατά — внизъ. Названія эти легко запомнить, если представить себѣ, что положительное электричество, вытекая изъ гальваническаго элемента, течетъ вверхъ по положительному электроду, а возвращаясь въ элементъ, течетъ внизъ по отрицательному.

[3]) Отъ ἤλεκτρον и λύσις — раздѣленіе.

[4]) Отъ ἴω — иду.

[5]) Отъ ἀνιών — идя вверхъ.

[6]) Отъ κατιών — идя внизъ.

вѣса, или просто механически раздѣлены другъ отъ друга какою либо пористою перегородкой. Въ подобныхъ случаяхъ одинъ электролитъ по отношенію къ другому является электродомъ, и тогда мы имѣемъ дѣло съ жидкими электродами.

446. Мы знаемъ (§§ 59 и 84), что *количество выдѣленныхъ токомъ іонъ прямо пропорціонально силѣ тока и продолжительности дѣйствія его* (первый законъ Фарадея), другими словами, *количество выдѣленныхъ іонъ прямо пропорціонально числу кулонъ, протекшихъ чрезъ электролитъ.*

Разсмотримъ примѣръ электролиза токомъ опредѣленной силы: соединимъ послѣдовательно четыре вольтаметра, состоящіе: 1-ый — изъ раствора азотнокислой окиси серебра и серебряныхъ электродовъ, 2-ой — изъ сѣрнокислой окиси цинка и цинковыхъ электродовъ, 3-ій — изъ сѣрнокислой окиси мѣди и мѣдныхъ электродовъ и, наконецъ, 4-й — изъ слабаго раствора сѣрной кислоты и платиновыхъ электродовъ; надъ послѣдними опрокинуты, вверхъ дномъ, наполненные тою же жидкостью стеклянные цилиндры, раздѣленные на кубическіе сантиметры. Сила тока, проходящаго чрезъ эти вольтаметры, во всѣхъ нихъ будетъ одна и та же. Слѣдя за ходомъ электролиза, мы увидимъ, что на катодахъ трехъ первыхъ вольтаметровъ выдѣляются соотвѣтственные металлы въ химически чистомъ видѣ, тогда какъ аноды вольтаметровъ «растворяются». Въ то же время въ 4-мъ вольтаметрѣ у катода выдѣляется водородъ, у анода же — кислородъ.

Если до начала электролиза взвѣсить отрицательные и положительные электроды первыхъ трехъ вольтаметровъ, то вторичное взвѣшиваніе по окончаніи опыта показываетъ, что прибыль въ вѣсѣ отрицательныхъ электродовъ равна убыли въ вѣсѣ соотвѣтственныхъ положительныхъ; при этомъ, прибыль въ вѣсѣ отрицательныхъ электродовъ у всѣхъ вольтаметровъ различна.

Если въ описанномъ опытѣ употреблялся токъ, силою въ 1 амперъ, дѣйствовавшій ровно 1 минуту, то оказывается, что

серебра выдѣлилось	... 67,08	миллиграмма,		
цинка	» ... 20,25	»		
мѣди	» ... 19,626	»	[1]),	
водорода	» ... 0,623	»	= 6,96	куб. сантим.
кислорода	» ... 4,976	»	= 3,48	» »

Такъ какъ тѣ же самыя абсолютныя количества металловъ и газовъ мы получаемъ и въ результатѣ дѣйствія, напр., тока въ 0,1 ампера въ теченіе 10 минутъ и тока въ 0,001 ампера въ теченіе 16 часовъ 40 минутъ, то отсюда слѣдуетъ, что количества выдѣляемыхъ продуктовъ электролиза опредѣляются лишь количествомъ электричества, протекшаго чрезъ электролитъ.

Такимъ образомъ, *каждый кулонъ, проходя въ теченіе какого бы то ни было времени чрезъ электролитъ, выдѣляетъ строго опредѣленныя количества различныхъ іонъ.* Такъ какъ въ разсмотрѣнномъ примѣрѣ въ токѣ въ 1 амперъ въ 1 минуту чрезъ электролитъ прошло 60 кулонъ, то слѣдовательно

1 кулонъ выдѣляетъ —	серебра	— 1,118	миллиграмма,
	цинка	— 0,3375	»
	мѣди	— 0,3271	»
	водорода	— 0,010391	»
	кислорода	— 0,082928	»

Само собою разумѣется, что опредѣленному количеству выдѣляющагося іона соотвѣтствуетъ вполнѣ опредѣленное количество разложеннаго химически сложнаго вещества. Такимъ образомъ, опытъ и теоретическій расчетъ показываютъ, что

при выдѣл. изъ	$AgNO_3$	1,118	млгр. Ag,	разл. 1,7609	млгр. $AgNO_3$
» » »	$ZnSO_4$	0,3375	» Zn,	» 0,8354	» $ZnSO_4$
» » »	$CuSO_4$	0,3271	» Cu,	» 0,8250	» $CuSO_4$
» » »	H_2SO_4	0,010391	» H,	» 0,5094	» H_2SO_4

---

[1]) Числа, приводимыя во многихъ руководствахъ, — 19,686 миллиграмма для мѣди и 20,21 миллиграмма для цинка, — не вѣрны.

Количества химическихъ элементовъ, электролитически выдѣляемыхъ на катодѣ однимъ кулономъ, или количества химически сложныхъ тѣлъ, разлагаемыхъ тѣмъ же количествомъ электричества, суть электрохимическіе ихъ эквиваленты. Такъ какъ выраженіе «электрохимическій» эквивалентъ совершенно не опредѣляетъ понятіе, подразумѣваемое подъ этимъ выраженіемъ, то мы позволяемъ себѣ замѣнить его другимъ: **электролитическій эквивалентъ.**

447. Если въ предыдущемъ опытѣ съ 4-мя вольтаметрами въ любой моментъ прервать токъ и взвѣсить количества электролитически выдѣлившихся химическихъ элементовъ, то окажется, что *различные катіоны выдѣляются въ количествахъ прямо пропорціональныхъ эквивалентнымъ вѣсамъ ихъ* [1]) (второй законъ Фарадея).

Такъ, если вѣсъ выдѣленнаго водорода былъ = 1 миллиграмму, то тѣмъ же токомъ въ теченіе того же времени выдѣлится

кислорода.....	7,98	миллиграмма,
хлора........	35,4	»
мѣди.........	31,48	»
серебра.......	107,6	»

и т. д.

Такъ какъ электролитическій эквивалентъ химическаго элемента есть вѣсовое количество его, выдѣляемое однимъ кулономъ, то отсюда понятно, что *электролитическіе эквиваленты различныхъ элементовъ относятся другъ къ другу какъ эквивалентные вѣса этихъ элементовъ.* Такъ какъ эквивалентный вѣсъ водорода = 1, электролитическій же эквивалентъ его = 0,010391, то, обозначая эквивалентный вѣсъ всякаго дру-

[1]) *Эквивалентнымъ вѣсомъ* или *химическимъ эквивалентомъ* какого либо элемента называется то вѣсовое количество его, которое способно замѣстить въ химическихъ соединеніяхъ одну вѣсовую часть водорода.

гаго химическаго элемента черезъ χ, а электролитическій эквивалентъ послѣдняго черезъ η, находимъ, что

$$\frac{\chi}{1} = \frac{\eta}{0{,}010391}$$

откуда

$$\chi = \frac{\eta}{0{,}010391}$$

а

$$\eta = \chi . 0{,}010391,$$

т. е.

1) *эквивалентный вѣсъ химическаго элемента равенъ электролитическому эквиваленту его, дѣленному на электролитическій эквивалентъ водорода* (0,010391),

2) *электролитическій эквивалентъ химическаго элемента равенъ его эквивалентному вѣсу, умноженному на электролитическій эквивалентъ водорода.*

Такъ напр.,

эквивалентный вѣсъ серебра $= \frac{1{,}118}{0{,}010391} = 107{,}6$

» » цинка $= \frac{0{,}3374}{0{,}010391} = 32{,}48$

электролитическій эквивалентъ серебра $= 107{,}6 . 0{,}010391 = 1{,}118$ миллиграмма,

» » сѣры $= 16 . 0{,}010391 = 0{,}166$ »

Приводимъ таблицу атомныхъ вѣсовъ, эквивалентныхъ вѣсовъ и электролитическихъ эквивалентовъ важнѣйшихъ химическихъ элементовъ (и аммонія), а также и вѣсовыя количества ихъ, выдѣляемыя токомъ въ 1 амперъ въ 1 минуту:

Названія химическихъ элементовъ.	Знакъ.	Атомный вѣсъ.	Эквивалентный вѣсъ.	Электролитическій эквивалентъ.	Количество въ миллиграммахъ, выдѣляемое однимъ амперомъ въ одну минуту.
Водородъ...	H	1	1	0,010391	0,62346
Кислородъ..	O	15,96	7,98	0,08293	4,9758
Азотъ......	N	14	3,5	0,03637	2,1821
Хлоръ......	Cl	35,4	35,4	0,36789	22,0734
Бромъ......	Br	79,7	79,7	0,82816	49,6896
Іодъ........	J	126,5	126,5	1,31446	78,8676
Сѣра........	S	32	16	0,16626	9,9756
Фосфоръ....	Ph	31	10,3	0,10703	6,4218
Углеродъ...	C	12	3	0,03117	1,8702
Калій.......	Ka	39	39	0,40525	24,3150
Натрій.....	Na	23	23	0,23899	14,3394
Аммоній.....	NH_4	18	18	0,18709	11,2254
Кальцій.....	Ca	40	20	0,20782	12,4692
Магній......	Mg	23,9	11,9	0,12365	7,4190
Алюминій...	Al	27,3	9,1	0,09456	5,6736
Хромъ......	Cr	52,4	17,5 [2])	0,18184 [2])	10,9104 [2])
Желѣзо	Fe	55,9	28 [1]) 18,6 [2])	0,29095 [1]) 0,19327 [2])	17,4570 [1]) 11,5962 [2])
Марганецъ .	Mn	54,8	27,4 [1]) 18,3 [2])	0,28471 [1]) 0,19015 [2])	17,0826 [1]) 11,4090 [2])
Никкель....	Ni	58,6	29,3 [1]) 19,5 [2])	0,30446 [1]) 0,20262 [2])	18,2676 [1]) 12,1572 [2])
Цинкъ......	Zn	64,96	32,48	0,3375	20,2500
Свинецъ....	Pb	206,4	103,2	1,07235	64,3410
Олово	Sn	117,3	58,7 [1])	0,61095	36,6570 [1])
Мѣдь.......	Cu	62,96	31,48	0,3271	19,626
Ртуть.......	Hg	199,8	199,8 [1]) 99,9 [2])	2,07612 [1]) 1,03806 [2])	124,5672 [1]) 62,2836 [2])
Серебро.....	Ag	107,6	107,6	1,118	67,0800
Золото......	Au	196,2	65,4	0,67957	40,7742
Платина.....	Pt	194,3	48,57	0,50781	30,4686

Разъ какъ установленъ эквивалентный вѣсъ химическихъ элементовъ, нѣтъ надобности опытнымъ путемъ опредѣлять электролитическіе ихъ эквиваленты, такъ какъ это достигается указаннымъ выше простымъ расчетомъ. *Опредѣливъ же электролитическій эквивалентъ химическаго элемента,*

---

[1]) Въ соляхъ закиси.

[2]) Въ соляхъ окиси.

Въ таблицахъ нѣкоторыхъ авторовъ встрѣчаются разницы въ величинахъ электролитическихъ эквивалентовъ сравнительно съ нашею таблицей. Это происходитъ оттого, что обыкновенно принимаютъ атомные и эквивалентные вѣса въ круглыхъ числахъ. — Атомные вѣса для нашей таблицы заимствованы главнымъ образомъ изъ таблицы Лотара Мейера и Зеуберта и на основаніи этихъ данныхъ вычислены остальныя числа.

легко найти и то количество его, которое выдѣляется токомъ любой силы и продолжительности, умноживъ электролитическій эквивалентъ даннаго вещества на число протекшихъ кулонъ.

Примѣръ: Какое количество палладія выдѣляется токомъ въ 0,8 ампера въ теченіе 15 минутъ изъ раствора хлористой соли его?

Такъ какъ эквивалентный вѣсъ палладія = 26,55, то электролитическій эквивалентъ его равенъ

$$26{,}55 . 0{,}010391 = 0{,}2759.$$

Въ токѣ силою въ 0,8 ампера въ 1 секунду протекаетъ 0,8 кулона, а въ 15 минутъ протечетъ

$$0{,}8 . 15 . 60 = 720 \text{ кулонъ.}$$

Такъ какъ 1 кулонъ выдѣляетъ 0,2759 миллиграмма палладія, то 720 кулонъ выдѣлятъ

$$0{,}2759 . 720 = 198{,}6 \text{ миллиграмма} = 0{,}199 \text{ грамма.}$$

448. Если извѣстно (см. таблицу) количество химическаго элемента, выдѣляемое токомъ въ 1 амперъ въ 1 минуту, то количество этого элемента, выдѣляемое токомъ любой силы и продолжительности, опредѣляется помноженіемъ перваго числа на силу даннаго тока въ амперахъ и на продолжительность его въ минутахъ.

Примѣръ: Какое количество никкеля выдѣлится изъ сѣрнокислой закиси его токомъ въ 0,9 ампера въ теченіе 2 часовъ 25 минутъ?

$$18{,}2676 . 0{,}9 . 145 = 2383{,}9 \text{ миллиграмма} = 2{,}384 \text{ грамма.}$$

449. Электролитическій эквивалентъ химически сложныхъ тѣлъ, иначе говоря, количество этихъ тѣлъ въ миллиграммахъ, разлагаемое однимъ кулономъ, также нѣтъ надобности опредѣлять экспериментально, такъ какъ оно можетъ быть легко вычислено для любаго химическаго соединенія. — Для этого примемъ въ соображеніе, что одинъ кулонъ, выдѣляя η миллиграммъ катіона (одинъ электролитическій эквивалентъ даннаго элемента), освобождаетъ въ то же время въ видѣ аніона ζ миллиграммъ той группы элементовъ, которая въ химически сложномъ тѣлѣ была связана съ η миллиграммами катіона; сумма $\eta + \zeta$ и есть

электролитическій эквивалентъ сложнаго тѣла [1]). — Зная процентное содержаніе (= $\mathfrak{p}$ вѣсовымъ частямъ) катіона въ сложномъ тѣлѣ, легко опредѣлить электролитическій эквивалентъ послѣдняго: такъ какъ при выдѣленіи $\mathfrak{p}$ вѣсовыхъ частей катіона разлагается 100 вѣсовыхъ частей сложнаго тѣла, то при выдѣленіи η вѣсовыхъ частей катіона (т. е. одного электролитическаго эквивалента) разложится количество x сложнаго тѣла, опредѣляемое изъ пропорціи

$$x : \eta = 100 : \mathfrak{p}$$

$$x = \frac{100 . \eta}{\mathfrak{p}}$$

Такимъ образомъ, *электролитическій эквивалентъ сложнаго тѣла равенъ электролитическому эквиваленту выдѣляющагося катіона, умноженному на 100 и дѣленному на число, указывающее процентное содержаніе катіона въ сложномъ тѣлѣ.*

Прежде чѣмъ приводить примѣры опредѣленія электролитическихъ эквивалентовъ химически сложныхъ тѣлъ, мы считаемъ не лишнимъ привести на память, какъ опредѣляется процентное содержаніе химическихъ элементовъ, составляющихъ данное сложное тѣло.

Химически сложное тѣло, состоящее изъ элементовъ $A, B, C\ldots$, выражается формулою $A_l\, B_m\, C_n\ldots$, гдѣ $l, m, n\ldots$ означаютъ числа атомовъ соотвѣтствующихъ элементовъ въ молекулѣ сложнаго тѣла. Умноживъ *атомный вѣсъ* [2]) одного изъ элементовъ, входящихъ въ составъ сложнаго тѣла, на то число атомовъ, съ которымъ онъ входитъ въ составъ молекулы послѣдняго, мы получаемъ общій вѣсъ этихъ атомовъ.

Произведя то же самое вычисленіе по отношенію къ остальнымъ элементамъ сложнаго тѣла и сложивъ полученныя числа, мы опредѣляемъ вѣсъ всей молекулы сложнаго тѣла или, такъ называемый, *молекулярный вѣсъ* послѣдняго. Такимъ образомъ, если означить атомные вѣса химическихъ элементовъ $A, B, C\ldots$ чрезъ $a, b, c\ldots$, то молекулярный вѣсъ $\mathfrak{M}$ тѣла $A_l\, B_m\, C_n$ будетъ

$$\mathfrak{M} = al + bm + cn$$

---

[1]) Такъ напр., 1 кулонъ, выдѣляя 0,3271 миллиграмма мѣди изъ $CuSO_4$, освобождаетъ 0,4979 миллиграмма группы SO_4, откуда 0,327 + 0,4979 = 0,825 миллиграмма, каковой вѣсъ и выражаетъ электролитическій эквивалентъ $CuSO_4$.

[2]) Аломные вѣса приведены въ помѣщенной выше таблицѣ.

Если требуется въ тѣлѣ $A_l B_m C_n$ опредѣлить процентное содержаніе, напр., элемента A, то, зная вѣсъ ($= al$) тѣхъ атомовъ, которыми онъ вошелъ въ составъ сложнаго тѣла, и молекулярный вѣсъ послѣдняго, мы опредѣляемъ процентное содержаніе элемента A слѣдующимъ образомъ: такъ какъ въ молекулѣ сложнаго тѣла, вѣсъ коей $= \mathfrak{M}$, содержится al вѣсовыхъ единицъ даннаго химическаго элемента, то содержаніе послѣдняго въ 100 вѣсовыхъ единицахъ сложнаго тѣла находимъ изъ пропорціи:

$$\mathfrak{p} : 100 = al : \mathfrak{M}$$

$$\mathfrak{p} = \frac{100 . al}{\mathfrak{M}} \%$$

Такимъ образомъ, *для того чтобы опредѣлить вѣсовое процентное содержаніе химическаго элемента въ сложномъ тѣлѣ, должно вѣсъ тѣхъ атомовъ его, которыми онъ вошелъ въ соединеніе, умножить на 100 и раздѣлить на молекулярный вѣсъ сложнаго тѣла.*

Примѣры:

1) Хлористый натрій, Na Cl; атомный вѣсъ Na = 23, а Cl = 35,4.

$$\text{Содержаніе Na} = \frac{1.23.100}{1.23 + 1.35,4} = 39,38\%$$

$$\text{»} \quad \text{Cl} = \frac{1.35,5.100}{1.23 + 1.35,4} = 60,62\%$$

2) Двухромокислое кали, $Ka_2 Cr_2 O_7$; атомный вѣсъ Ka = 39; Cr = 52,4; O = 15,96

$$\text{Содержаніе Ka} = \frac{2.39.100}{2.39 + 2.52,4 + 7.15,96} = 26,48\%$$

$$\text{»} \quad \text{Cr} = \frac{2.52,4.100}{2.39 + 2.52,4 + 7.15,96} = 35,58\%$$

$$\text{»} \quad \text{O} = \frac{7.15,96.100}{2.39 + 2.52,4 + 7.15,96} = 37,93\%$$

Точно также опредѣляется въ сложномъ тѣлѣ процентное содержаніе ($\mathfrak{p}$) *группы химическихъ элементовъ;* зная молекулярный вѣсъ этой группы ($= \mathfrak{m}$) и молекулярный вѣсъ всего соединенія ($= \mathfrak{M}$), изъ пропорціи

$$\mathfrak{p} : 100 = \mathfrak{m} : \mathfrak{M}$$

находимъ

$$\mathfrak{p} = \frac{100\, \mathfrak{m}}{\mathfrak{M}}$$

т. е. *для того, чтобы опредѣлить вѣсовое процентное содержаніе группы элементовъ въ сложномъ тѣлѣ, должно молекулярный вѣсъ группы умножить на 100 и раздѣлить на молекулярный вѣсъ сложнаго тѣла.*

Примѣры:

1) Сколько процентовъ хромовой кислоты (CrO_3) и сколько окиси калія содержитъ двухромокислое кали?

Двухромокислое кали содержитъ двѣ молекулы хромовой кислоты, т. е. $2\,CrO_3 = Cr_2O_6$, и одну молекулу K_2O.

a) молекулярный вѣсъ $Cr_2O_6 \quad = 52,4.2 + 15,96.6 = 200,56$
b) » » $K_2O \quad = 39.2 + 15,96 \quad = 93,96$
c) » » $K_2Cr_2O_7 = 200,56 + 93,96 \quad = 294,52$

$$\text{Содержаніе } CrO_3 = \frac{200,56.100}{294,52} = 67,42\%$$

$$\text{»} \quad K_2O = \frac{93,96.100}{294,52} = 31,90\%$$

2) Кристаллическій мѣдный купоросъ имѣетъ составъ $Cu\,SO_4 + 5\,H_2O$; сколько процентовъ безводной сѣрнокислой окиси мѣди содержатъ эти кристаллы, если извѣстно, что атомный вѣсъ $Cu = 62,96$, $S = 32$, $O = 15,96$ и $H = 1$.

Молекулярный вѣсъ $CuSO_4 = 62,96 + 32 + 15,96.4 = 158,8$
» » $5\,H_2O = 5.(1.2 + 15,96) = 89,8$
» » $CuSO_4 + 5\,H_2O = 158,8 + 89,8 = 248,6$

Отсюда

$$\text{содержаніе } Cu\,SO_4 = \frac{158,8.100}{248,6} = 63,88\%$$

Теперь считаемъ не лишнимъ привести примѣры вычисленія электролитическихъ эквивалентовъ химически сложныхъ тѣлъ.

1) Опредѣлимъ электролитическій эквивалентъ $Au\,Cl_3$.

Процентное содержаніе $Au = 64,88$, а электролитическій его эквивалентъ $= 0,67957$.

$$\text{Отсюда электролитическій эквивалентъ } Au\,Cl_3 = \frac{0,67957.100}{64,88} = 1,0474.$$

2) Опредѣлить электролитическій эквивалентъ NH_4Cl.

Катіономъ здѣсь является группа NH_4, процентное содержаніе коей $= 33,71$, а электролитическій эквивалентъ $= 0,18709$.

$$\text{Отсюда электролитическій эквивалентъ } NH_4\,Cl = \frac{0,18709.100}{33,71} = 0,555.$$

3) Опредѣлить электролитическій эквивалентъ кристаллическаго мѣднаго купороса: $Cu\,SO_4 + 5\,H_2O$.

Процентное содержаніе $Cu = 25,32$, а электролитическій ея эквивалентъ $= 0,3271$.

$$\text{Отсюда электролитическій эквивалентъ } Cu\,SO_4 + 5\,H_2O = \frac{0,3271.100}{25,32} = 1,2919.$$

450. Очевидно, что подобнымъ же образомъ опредѣляются въ миллиграммахъ, вообще, количества химически сложныхъ

тѣлъ, разлагаемыхъ токомъ данной силы впродолженіе опредѣленнаго времени.

Примѣръ (продолженіе примѣра § 448).

Мы нашли, что токъ силою въ 0,9 ампера въ теченіе 2 часовъ 25 минутъ выдѣляетъ изъ раствора сѣрнокислой закиси никкеля 2,384 грамма металлическаго никкеля; спрашивается, какое количество никкелевой соли будетъ при этомъ разложено токомъ?

Такъ какъ электролитическій эквивалентъ никкеля = 0,30446, а процентное содержаніе Ni въ кристаллической сѣрнокислой закиси его $NiSO_4 + 7H_2O =$ = 20,92, то

$$1 \text{ кулонъ разлагаетъ } \frac{0{,}30446 . 100}{20{,}92} = 1{,}4553 \text{ миллиграмма } NiSO_4 + 7\,H_2O,$$

а токъ въ 0,9 ампера въ теченіе 2 часовъ 25 минутъ разложитъ

1,4553 . 0,9 . 60 . 145 = 11394,999 миллиграмма = 11,395 грамма кристаллической сѣрнокислой закиси никкеля.

451. Подобные же разсчеты могутъ быть съ выгодою употреблены для опредѣленія работоспособности гальваническихъ элементовъ. Мы знаемъ (см. § 377), что работоспособность элемента опредѣляется числомъ амперъ-часовъ, которое онъ способенъ дать, или, иначе, общимъ числомъ кулонъ, развиваемыхъ имъ въ неопредѣленное время. Но очевидно, что работоспособность элемента зависитъ отъ тѣхъ количествъ химическихъ матеріаловъ, которыя скоплены въ элементѣ и могутъ быть затрачены на его работу. Если, напр., весь цинкъ элемента израсходуется, то прекратится и токъ, имъ развиваемый; то же въ значительной степени относится и къ кислотѣ или раствору солей, составляющихъ возбуждающую жидкость, хотя должно помнить, что въ зависимости отъ измѣненія состава жидкости электровозбудительная сила элемента можетъ только измѣниться, но не исчезнуть, и потому токъ только крайне ослабнетъ, но не прекратится окончательно, пока элементъ заключаетъ хотя бы лишь слѣды влаги. Такимъ образомъ, подъ работоспособностью элемента мы понимаемъ въ практическомъ смыслѣ работоспособность его при электровозбудительной силѣ, колеблющейся въ извѣстныхъ, практически допустимыхъ границахъ. Эту работоспособность мы можемъ легко вычислить.

Примѣръ: Въ цѣпи работаетъ элементъ Даніэля, типъ *B* (§ 312), поддерживая токъ въ 0,2 ампера; пористый цилиндръ элемента, содержитъ 500 граммъ насыщеннаго раствора мѣднаго купороса. Спрашивается, сколько времени проработаетъ этотъ элементъ, прежде чѣмъ сила тока упадетъ на 10%, если извѣстно, что электровозбудительная сила элемента, при уменьшеніи концентраціи раствора до 6% содержанія безводнаго $CuSO_4$, падаетъ вслѣдствіе поляризаціи на 10%.

Вода растворяетъ 26% кристаллическаго мѣднаго купороса, содержащаго 63,85% безводной $CuSO_4$; слѣдовательно, насыщенный растворъ мѣднаго купороса содержитъ 16,6% безводной $CuSO_4$. Отсюда находимъ, что въ 500 граммахъ насыщеннаго раствора содержится 83 грамма $CuSO_4$, тогда какъ въ такомъ же количествѣ 6%-го раствора содержится лишь 30 граммъ $CuSO_4$. Такимъ образомъ, въ элементѣ можетъ быть истрачено 53 грамма $CuSO_4$, прежде чѣмъ электровозбудительная сила его упадетъ на 10%, причемъ, конечно, на такой же процентъ упадетъ и сила тока, развиваемаго элементомъ при данныхъ условіяхъ.

Электролитическій эквивалентъ $CuSO_4 = 0,825$. Слѣдовательно, элементъ дастъ

$$\frac{83.1000}{0,825} = 10061 \text{ кулонъ},$$

прежде чѣмъ сила развиваемаго имъ тока ослабнетъ на 10%. Въ токѣ, силою въ 0,2 ампера, протекаетъ 0,2 кулона въ секунду; слѣдовательно, 10061 кулонъ протекутъ въ

$$\frac{10061}{0,2.60} = 838'\,14''$$

т. е. въ теченіе почти полныхъ 14 часовъ.

Такимъ образомъ, мы можемъ разсчитывать на 14 часовъ «постоянной» работы элемента въ смыслѣ задачи, т. е. такова работоспособность элемента въ томъ же смыслѣ; эту работоспособность можно выразить въ амперъ-часахъ числомъ = 2,8.

452. Приводимъ таблицу электролитическихъ эквивалентовъ важнѣйшихъ въ практическомъ отношеніи сложныхъ тѣлъ, а также количества этихъ тѣлъ въ миллиграммахъ, разлагаемыя токомъ въ 1 амперъ въ 1 минуту.

Въ этой же таблицѣ обозначено и процентное содержаніе катіона въ сложныхъ тѣлахъ.

Названія веществъ.	Химическія формулы.	Процентное содержаніе катіона.	Электролитическій эквивалентъ.	Количество въ миллигр., разлагаемое однимъ амперомъ въ 1 м.
Вода (см. § 458)................	H_2O	11,14	0,0933	5,598
Хлористоводородная кислота......	$H\,Cl$	2,75	0,3778	22,668
Азотная кислота.................	HNO_3	1,59	0,6535	39,210
Сѣрная кислота..................	H_2SO_4	2,04	0,5094	30,564
Хлористый аммоній...............	NH_4Cl	33,71	0,5550	33,300
Кали ѣдкое......................	$Ka\,HO$	69,69	0,5815	34,890
Калій углекислый................	$Ka_2\,CO_3$	56,57	0,7164	42,984
Калій сѣрнокислый	$Ka_2\,SO_4$	44,87	0,9032	54,192
Калій синеродистый..............	$Ka\,CN$	60,00	0,6754	40,524
Калій двухромокислый	$Ka_2\,Cr_2\,O_7$	26,48	1,5304	91,824
Натръ ѣдкій	$Na\,HO$	57,56	0,4152	24,912
Натрій углекислый безводный.....	$Na_2\,CO_3$	43,44	0,5502	33,012
» » кристаллическій.	$Na_2CO_3 + 10\,H_2O$	16,11	1,4835	89,010
Натрій сѣрнокислый безводный....	$Na_2\,SO_4$	32,43	0,7369	44,214
» » кристаллическій.	$Na_2SO_4 + 10\,H_2O$	14,31	1,6701	100,206
Натрій сѣрноватистокислый.......	$Na_2S_2O_3 + 5\,H_2O$	18,57	1,2870	77,220
Натрій хлористый................	$Na\,Cl$	39,38	0,6069	36,414
Натрій двухромокислый...........	$Na_2\,Cr_2O_7$	17,52	1,3641	81,846
Магній сѣрнокислый безводный...	$Mg\,SO_4$	19,96	0,6195	37,170
» » кристаллическій..	$Mg\,SO_4 + 7\,H_2O$	9,74	1,2695	76,170
Желѣза закись сѣрнокисл. безводн.	$Fe\,SO_4$	36,84	0,7898	47,388
» » » кристаллич.	$Fe\,SO_4 + 7\,H_2O$	20,15	1,4439	86,634
Желѣзо хлорное безводное........	$Fe\,Cl_3$	34,48	0,5605	33,630
» » съ крист. водой..	$Fe\,Cl_3 + 6\,H_2O$	20,71	0,9332	55,992
Хромовая кислота................	$Cr\,O_3$	52,25	0,3480	20,880
Никкеля закись сѣрнокисл. безводн.	$Ni\,SO_4$	37,94	0,8025	48,150
» » » кристаллич.	$Ni\,SO_4 + 7\,H_2O$	20,92	1,4553	87,318

Названія веществъ.	Химическія формулы.	Процентное содержаніе катіона.	Электролитическій эквивалентъ.	Количество въ миллигр., разлагаемое однимъ амперомъ въ 1 м.
Цинкъ сѣрнокислый безводный...	Zn SO_4	40,40	0,8354	50,124
» » кристаллич....	Zn $SO_4 + 7\,H_2O$	22,67	1,4887	89,322
Цинкъ хлористый................	Zn Cl_2	47,85	0,7053	42,318
Олово хлорное..................	Sn Cl_4	45,31	1,3484	80,904
Мѣдь сѣрнокислая безводная	Cu SO_4	39,65	0,8250	49,500
» » кристаллич.....	Cu $SO_4 + 5\,H_2O$	25,32	1,2919	77,514
Мѣдь азотнокислая безводная.....	Cu $(NO_3)_2$	33,72	0,9700	58,200
» » кристаллич.....	Cu $(NO_3)_2 + 3\,H_2O$	26,17	1,2499	74,994
Ртути закись азотнокислая безводн.	$Hg_2\,(NO_3)_2$	76,35	2,7192	163,152
» » » кристаллич..	$Hg_2(NO_3)_2 + 2\,H_2O$	71,45	2,9056	174,336
Ртути окись азотнокисл. безводн...	Hg $(NO_3)_2$	61,75	1,6811	100,866
» » » кристаллич...	Hg $(NO_3)_2 + 8\,H_2O$	42,76	2,4276	145,656
Ртути окись сѣрнокислая.........	Hg SO_4	67,58	1,5360	92,160
Ртуть двухлористая.............	Hg Cl_2	73,83	1,4060	84,360
Серебро азотнокислое	Ag NO_3	63,49	1,7609	105,654
Серебро хлористое...............	Ag Cl	75,24	1,4859	89,154
Серебро синеродистое...........	Ag CN	80,54	1,3881	83,286
Золото хлористое	Au Cl_3	64,88	1,0474	62,844
Золото синеродистое безводное.....	Au $(CN)_3$	71,55	0,9498	56,988
» » кристаллич....	Au $(CN)_3 + 3\,H_2O$	59,80	1,1364	68,184
Платина хлористая..............	Pt Cl_4	57,84	0,8779	52,674

453. Всего проще процессъ электролиза въ томъ случаѣ, когда разлагаемое сложное тѣло состоитъ изъ двухъ химическихъ элементовъ и электролизъ происходитъ между электродами, относящимися индиферентно къ обоимъ іонамъ. Такъ напр., при электролизѣ расплавленнаго хлористаго серебра между графитовыми

электродами, хлористое серебро распадается на хлоръ и металлическое серебро

$$AgCl = Ag + Cl,$$

изъ коихъ хлоръ выдѣляется у (+) электрода, серебро же у (—).

454. Напротивъ, если вмѣсто индиферентныхъ электродовъ взять такіе, вещество которыхъ способно химически соединяться съ аніономъ, то, помимо реакціи электролиза, мы будемъ имѣть дѣло со вторичною химическою реакціей. Такъ напримѣръ, если электролизовать расплавленное AgCl между серебряными электродами, то выдѣляющійся у (+) электрода Cl будетъ соединяться съ металлическимъ серебромъ этого электрода, вновь образуя AgCl. Образовавшееся AgCl вновь подвергается электролизу, металлъ выдѣляется и отлагается на (—) электродѣ, хлоръ же вновь соединяется съ эквивалентнымъ количествомъ серебра (+) электрода. Такимъ образомъ, количество серебра на отрицательномъ электродѣ будетъ увеличиваться, на положительномъ же — уменьшаться. Сказанное видно изъ слѣдующей схемы[1]):

—		+
n Ag	Ag Cl	n Ag
n Ag	Ag Cl	Ag + **(n — 1) Ag**
	Ag Cl → **Ag Cl**	
(n + 1 Ag)	Ag Cl	(n — 1) Ag
(n + 1) **Ag**	Ag Cl	Ag + **(n — 2) Ag**
	Ag Cl → **Ag Cl**	
(n + 2) Ag	Ag Cl	(n — 2) Ag

и т. д.

[1]) Въ этихъ и во всѣхъ нижеслѣдующихъ формулахъ **жирнымъ шрифтомъ**

455. Такимъ образомъ, если (+) электродъ состоитъ изъ того же тяжелаго металла, соль котораго электролизуется, то количество металла, отлагающагося на (—) электродѣ, равно количеству его, растворяющемуся на (+); а такъ какъ количество самого электролита (напр. хлористаго серебра) при этомъ не уменьшается и не увеличивается, то происходитъ какъ бы простой переносъ металла съ положительнаго электрода на отрицательный. Если въ расплавленное хлористое серебро погружены два электрода одинаковаго вѣса, то къ концу электролиза (+) электродъ совершенно уничтожится, вѣсъ (—) электрода удвоится, а электролитъ останется въ прежнемъ количествѣ.

Въ выше приведенномъ (§ 446) примѣрѣ **электролиза азотнокислаго серебра** между серебряными электродами происходитъ такой же переносъ Ag съ (+) на (—) электродъ; азотнокислое серебро электролизуется по уравненію:

$$AgNO_3 = Ag + NO_3,$$

причемъ NO_3, освобождаясь у (+), соединяется съ металлическимъ серебромъ этого электрода, вновь образуя $AgNO_3$ въ количествѣ, равномъ разложившемуся:

$$\overset{-}{n\,Ag} \;\Big|\; n\,AgNO_3 + n\,H_2O \;\Big|\; \overset{+}{n\,Ag}$$

$$n\,Ag \;\Big|\; (n-1)\,AgNO_3 + AgNO_3 + n\,H_2O \;\Big|\; Ag + (n-1)\,Ag$$

$$Ag \quad NO_3$$

$$AgNO_3$$

$$(n+1)\,Ag \;\Big|\; (n-1)\,AgNO_3 + n\,H_2O \;\Big|\; (n-1)\,Ag$$

означены тѣ вещества, которыя, разъ выдѣлившись, при данной реакціи болѣе не измѣняются. *Пунктирныя линіи* относятся къ реакціямъ электролитическаго распаденія, а *сплошныя* — ко вторичнымъ реакціямъ. — Толстыя вертикальныя черты означаютъ электроды.

456. Разсмотримъ теперь примѣръ электролиза расплавленнаго хлористаго серебра между мѣдными электродами:

$$\overset{-}{n\,Cu} \;\Big|\; AgCl \;\Big|\; \overset{+}{n\,Cu}$$

$$n\,Cu \;\Big|\; AgCl \;\Big|\; Cu + (n-1)\,Cu$$

$$Ag \quad Cl$$

$$CuCl$$

$$n\,Cu + Ag \;\Big|\; CuCl \;\Big|\; (n-1)\,Cu$$

$$n\,Cu + Ag \;\Big|\; CuCl \;\Big|\; Cu + (n-2)\,Cu$$

$$Cu \quad Cl$$

$$CuCl$$

$$n\,Cu + Ag + Cu \;\Big|\; CuCl \;\Big|\; (n-2)\,Cu$$

и т. д.

Разсмотримъ еще электролизъ расплавленнаго хлористаго серебра между оловянными электродами

$$\overset{-}{n\,Sn} \;\Big|\; 2\,AgCl \;\Big|\; \overset{+}{n\,Sn}$$

$$n\,Sn \;\Big|\; 2\,AgCl \;\Big|\; Sn + (n-1)\,Sn$$

$$2\,Ag \quad 2\,Cl$$

$$SnCl_2$$

$$n\,Sn + 2\,Ag \;\Big|\; SnCl_2 \;\Big|\; (n-1)\,Sn$$

$$n\,Sn + 2\,Ag \;\Big|\; SnCl_2 \;\Big|\; Sn + (n-2)\,Sn$$

$$Sn \quad 2\,Cl$$

$$SnCl_2$$

$$n\,Sn + 2\,Ag + Sn \;\Big|\; SnCl_2 \;\Big|\; (n-2)\,Sn$$

Итакъ мы видимъ, что въ обоихъ послѣднихъ примѣрахъ выдѣляющійся изъ электролита металлъ замѣщается въ электролитѣ эквивалентнымъ количествомъ металла положительнаго электрода. Такъ какъ во всѣхъ разсмотрѣнныхъ случаяхъ количество металла положительнаго электрода постепенно уменьшается, то электродъ этотъ получилъ названіе *растворяющагося*.

457. Изъ всѣхъ приведенныхъ примѣровъ видно, что *реакція между аніономъ и веществомъ* (+) *электрода, есть реакція чисто химическая*, т. е. *не имѣющая ничего общаго съ физическимъ процессомъ электролиза. Процессъ электролиза заключается только въ разложеніи сложнаго тѣла на катіонъ и аніонъ, причемъ вещество электродовъ не оказываетъ вліянія на ходъ разложенія. Будетъ ли аніонъ вступать въ химическую реакцію съ веществомъ* (+) *электрода, это зависитъ единственно отъ ихъ химическаго сродства*. Поэтому послѣдняя реакція называется вторичною, и ее отнюдь не должно смѣшивать съ физическимъ процессомъ самого электролиза.

458. *Аніонъ можетъ вступить во вторичную реакцію съ растворителемъ электролита* (обыкновенно съ *водою*). Разсмотримъ относящійся сюда примѣръ электролиза воднаго раствора сѣрной кислоты между платиновыми электродами:

$$
\begin{array}{r|c|l}
- & H_2SO_4 + n\,H_2O & + \\
 & (n-1)\,H_2O + H_2SO + H_2O & \\
 & 2H \quad SO_4 \;\Big\langle & \\
 & \qquad\qquad H_2SO_4 + O & \\
2H & (n-1)\,H_2O + H_2SO_4 & O \\
2H & (n-2)\,H_2O + H_2SO + H_2O & O \\
 & 2H \quad SO_4 \;\Big\langle & \\
 & \qquad\qquad H_2SO_4 + O & \\
4H & (n-2)\,H_2O + H_2SO_4 & 2O
\end{array}
$$

и т. д.

Итакъ, *сѣрная кислота электролитически распадается на остатокъ сѣрной кислоты* — SO_4, такъ называемый *сульфанъ, и на водородъ.* Водородъ выдѣляется у отрицательнаго электрода, сульфанъ у положительнаго. Но здѣсь *сульфанъ тотчасъ же вступаетъ во вторичную реакцію съ водою: соединяется съ водородомъ ея, образуя сѣрную кислоту и выдѣляя кислородъ.* Такимъ образомъ *вода*, какъ въ этомъ примѣрѣ, такъ равно и во всѣхъ другихъ случаяхъ электролиза, *разлагается не электролитически, а только благодаря вторичной химической реакціи,* и потому совершенно неправильно говорятъ объ «электролизѣ воды, подкисленной сѣрною кислотой». Вмѣстѣ съ тѣмъ изъ приведенныхъ уравненій не трудно убѣдиться, что *любое количество электролизуемой сѣрной кислоты можетъ вторично разложить неограниченное количество воды, причемъ количество самой сѣрной кислоты останется неизмѣненнымъ.* Вслѣдствіе этого водородъ и кислородъ выдѣляются въ такомъ отношеніи (2H и O), какъ если бы происходилъ электролизъ воды.

459. Ниже мы разсмотримъ еще нѣсколько реакцій вторичнаго разложенія воды, подобныхъ только что приведенному. Теперь же прослѣдимъ систематически ходъ электролиза и вторичныхъ химическихъ реакцій на примѣрахъ, имѣющихъ для насъ практическое значеніе.

При электролизѣ возможны нѣсколько болѣе или менѣе сложныхъ отношеній іонъ другъ къ другу, къ веществу (+) электрода, къ электролиту и къ его растворителю (водѣ).

Въ общихъ чертахъ отношенія эти слѣдующія:

I. *Выдѣлившіеся іоны остаются безъ дѣйствія на самый электролитъ, на вещество (+) электрода и другъ на друга.*

II. *Аніоны вступаютъ во вторичную реакцію.*

III. *Катіоны вступаютъ во вторичную реакцію.*

IV. *И аніоны и катіоны вступаютъ во вторичныя реакціи.*

V. *Катіоны разлагаютъ воду (растворитель), аніоны распадаются на нѣсколько новыхъ соединеній.*

Приступая къ разсмотрѣнію ряда относящихся сюда примѣровъ, замѣтимъ, что нижеслѣдующія химическія уравненія опредѣляютъ часто лишь главныя реакціи, т. е. сущность процесса электролиза и важнѣйшую вторичную реакцію. Въ дѣйствительности же нерѣдко на ряду съ послѣдней протекаютъ еще другія такъ называемыя *побочныя реакціи*, весьма различныя въ зависимости отъ силы тока, концентраціи и температуры раствора, главнымъ же образомъ, въ зависимости отъ состава послѣдняго и матеріала электродовъ. При этомъ на результатъ взаимодѣйствія веществъ вліяютъ не только химическія свойства ихъ, но и относительныя *количества дѣйствующихъ другъ на друга тѣлъ*, а также и то — удаляются ли продукты реакцій изъ раствора или остаются въ немъ. Во многихъ случаяхъ реакція прекращается, если уже образовавшіеся продукты ея не удаляются изъ круга взаимодѣйствія реагирующихъ тѣлъ (изъ раствора). Очевидно, что для того, чтобы продукты совершившейся реакціи могли удалиться изъ раствора, необходимо, чтобы продукты эти обладали иными физическими свойствами, чѣмъ сами реагирующія тѣла; такимъ образомъ, газообразный продуктъ или продуктъ нерастворимый (образующій осадокъ) удаляются изъ круга взаимодѣйствія сами собою; напротивъ, продуктъ, переходящій въ растворъ, остается въ немъ, вслѣдствіе чего реакція останавливается (получается не полная реакція).

460. Обратимся теперь къ разсмотрѣнію примѣровъ, относящихся къ перечисленнымъ пяти видамъ отношеній іонъ другъ къ другу, къ веществу (+) электрода, къ электролиту и къ его растворителю.

I. *Выдѣлившіеся іоны остаются безъ дѣйствія на электролитъ, на вещество* (+) *электрода и другъ на друга.*

Примѣръ такого рода мы уже имѣли въ электролизѣ расплавленнаго хлористаго серебра между химически индиферентными электродами. Другимъ примѣромъ можетъ служить электролизъ крѣпкой соляной кислоты въ темнотѣ между угольными электродами, причемъ HCl электролитически распадается на свободный

H, выдѣляющійся у (—) электрода, и свободный Cl, выдѣляющійся у (+) электрода. Если не исключено дѣйствіе свѣта на жидкость, то часть хлора разлагаетъ воду, вновь образуя H Cl, причемъ одновременно выдѣляется свободный кислородъ (§ 466):

$$2\,Cl + H_2O = 2\,HCl + O.$$

Вслѣдствіе этого у (+) электрода получается смѣсь Cl и O или даже хлорноватая кислота (см. § 464). Такимъ образомъ, при дѣйствіи свѣта получается вторичная реакція, относящаяся ad II.

461. II. *Аніоны вступаютъ во вторичную реакцію.*

Приведемъ рядъ практически важныхъ примѣровъ, подраздѣливъ ихъ на слѣдующія группы:

a) Кислородная кислота распадается при электролизѣ на водородъ и «остатокъ кислоты». Послѣдній, выдѣляясь у анода, соединяется съ водородомъ растворителя (водою), образуя вновь кислоту и освобождая кислородъ.

b) Водородная кислота [1]) электролитически распадается на водородъ и галоидъ, выдѣляющійся у анода. Часть галоида соединяется съ водородомъ воды (растворителя), образуя вновь кислоту и освобождая кислородъ у (+).

c) Кислородъ, электролитически выдѣляющійся у положительнаго электрода, окисляетъ металлъ послѣдняго.

d) Кислородъ, электролитически выдѣляющійся у положительнаго электрода, окисляетъ металлъ электролизуемой соли въ высшую степень окисленія.

e) Остатокъ кислоты, выдѣляющійся при электролизѣ у положительнаго электрода, соединяется съ металломъ его, образуя соотвѣтствующую соль.

f) Галоидъ, выдѣляясь у положительнаго электрода, соединяется съ металломъ, также образуя соотвѣтствующую соль.

---

[1]) т. е. кислота, образовавшаяся чрезъ соединеніе водорода съ Cl, Br, J или F, и отличающаяся отъ кислородной кислоты, именно, отсутствіемъ въ своемъ составѣ O.

g) При электролизѣ галоидной соли, галоидъ, выдѣляясь у положительнаго электрода, соединяется in statu nascendi съ частью металла электролизуемой соли, образуя новое соединеніе.

h) При электролизѣ галоидной соли, послѣдняя распадается на галоидъ и сложный катіонъ, послѣ чего галоидъ вступаетъ во вторичную реакцію съ катіономъ, образуя новыя тѣла.

462. *Ad a.* Сюда относится приведенный нами выше примѣръ **электролиза слабой сѣрной кислоты** между химически индиферентными электродами:

$$\overset{-}{\Big|}\ nH_2O + H_2SO_4\ \overset{+}{\Big|}$$

$$\Big|\ (n-1)H_2O + H_2SO_4 + H_2O\ \Big|$$

$$2H \quad SO_4 \to H_2SO_4 + O$$

$$2H\ \Big|\ (n-1)H_2O + H_2SO_4\ \Big|\ O$$

Но реакція этого разложенія не всегда протекаетъ такъ просто; напротивъ, при нѣкоторыхъ условіяхъ, освобождающійся кислородъ частью тратится на **образованіе перекиси водорода:**

$$\overset{-}{\Big|}\ H_2SO_4 + 2H_2O\ \overset{+}{\Big|}$$

$$2H \quad SO_4 \to H_2SO_4 + H_2O_2$$

$$2\overset{-}{H}\ \Big|\ H_2SO_4 + H_2O_2\ \overset{+}{\Big|}$$

463. Въ нормальномъ случаѣ электролиза слабой сѣрной кислоты у отрицательнаго электрода выдѣляются два объема водорода, а у положительнаго — одинъ объемъ кислорода. Но на практикѣ правильность этихъ отношеній нерѣдко нарушается выдѣленіемъ кислорода въ меньшемъ объемѣ, чѣмъ слѣдовало бы

ожидать; отчасти это зависитъ отъ растворенія нѣкотораго количества кислорода въ жидкости (водѣ), отчасти отъ образованія на счетъ его перекиси водорода; въ послѣднемъ случаѣ часть кислорода выдѣляется въ видѣ **озона**, что опять таки ведетъ къ уменьшенію объема кислорода, такъ какъ 2 объема озона образуются на счетъ 3-хъ объемовъ кислорода.

Такимъ образомъ, при извѣстныхъ условіяхъ кислорода выдѣляется не болѣе $^4/_{10}$ вычисленнаго теоретически объема его.

Количества образующихся перекиси водорода и озона увеличиваются при увеличеніи густоты тока и, помимо того, находятся въ зависимости отъ процентнаго состава раствора. Такъ напр., при смѣси, состоящей изъ 5 объемовъ H_2O на 1 объемъ H_2SO_4, получается максимумъ озона; при смѣси изъ 4-хъ объемовъ H_2O на 1 объемъ H_2SO_4 — максимумъ перекиси водорода. Наименьшія количества того и другаго получаются при употребленіи воды, содержащей лишь очень немного сѣрной кислоты (1 : 40 объемовъ); но и въ этомъ случаѣ все же получается нѣсколько меньшее количество кислорода противъ вычисленнаго, вслѣдствіе растворенія нѣкоторой части его въ водѣ. Поэтому вычисленіе силы тока изъ объема гремучаго газа, получаемаго при электролизѣ слабой сѣрной кислоты, не можетъ дать точныхъ результатовъ. Во всякомъ случаѣ, для вольтаметрическихъ опредѣленій такого рода надо брать растворъ сѣрной кислоты съ содержаніемъ не болѣе 2,5 объемнаго процента послѣдней. Кромѣ того густота тока не должна быть велика: приблизительно 0,2 ампера на квадратный сантиметръ поверхности электрода. — Уже изъ этого примѣра мы видимъ, какое существенное значеніе имѣетъ густота тока для результатовъ электролиза.

464. Помимо сказаннаго, результаты электролиза «воды» въ значительной степени зависятъ отъ случайныхъ примѣсей, находящихся въ ней. Если желаютъ получить водородъ и кислородъ въ правильныхъ объемныхъ отношеніяхъ (2 : 1), то должно употреблять химически чистую сѣрную кислоту и химически чистую воду, или по крайней мѣрѣ воду, возможно близко удовлетворяю-

щую понятію о такой чистотѣ: только что тщательно дистиллированную и вслѣдъ за тѣмъ прокипяченную.

Обыкновенная вода содержитъ рядъ примѣсей: минеральныя соли, амміакъ, хлоръ, азотнокислыя соединенія, а дождевая вода даже свободную азотную кислоту, далѣе воздухъ и т. п. Такая вода «электролизуется» въ извѣстномъ намъ смыслѣ и безъ прибавки сѣрной кислоты; при этомъ происходятъ весьма разнообразныя реакціи и получаются весьма различные конечные продукты ихъ. Оставивъ въ сторонѣ ходъ разложенія воды при примѣси къ ней солей металловъ, разсмотримъ только вліяніе примѣсей амміака, хлора, азотной кислоты и растворенаго въ водѣ воздуха.

Если вода содержитъ амміакъ, то послѣдній вступаетъ во вторичную реакцію съ активнымъ кислородомъ, выдѣляющимся у (+) электрода, причемъ образуется вода и свободный азотъ, выдѣляющійся у положительнаго электрода:

$$2NH_3 + 3O = 3H_2O + 2N.$$

Одновременно другая часть амміака окисляется тѣмъ же кислородомъ съ образованіемъ азотной кислоты и воды:

$$NH_3 + 4O = HNO_3 + H_2O.$$

Если вода содержитъ хлоръ, то послѣдній соединяется съ электролитически выдѣляющимся водородомъ, образуя соляную кислоту (HCl). Но соляная кислота вновь подвергается электролизу, причемъ, при извѣстныхъ условіяхъ (химически индиферентные электроды) послѣдняя можетъ вновь распасться на H и Cl, изъ коихъ H выдѣляется у (—), а Cl у (+) электрода. При этомъ хлоръ можетъ окисляться активнымъ кислородомъ, также выдѣляющимся у (+) электрода, вслѣдствіе чего образуется хлорноватая кислота:

$$2Cl + 5O + H_2O = 2HClO_3.$$

Если вода содержитъ азотную кислоту, то послѣдняя распадается на азотистый ангидридъ (N_2O_3), воду и кислородъ:

$$2\,HNO_3 = N_2O_3 + H_2O + 2O.$$

Отсюда очевидно, что при содержаніи въ водѣ амміака, конечными продуктами реакціи могутъ быть тѣ же вещества, что и при содержаніи въ водѣ азотной кислоты.

Если употребленная для электролиза вода содержитъ воздухъ, то азотъ его съ электролитически выдѣляющимся озономъ даетъ два низшіе продукта окисленія: азотноватый ангидридъ (NO_2) и азотистый ангидридъ (N_2O_3). Вещества эти въ моментъ своего образованія вступаютъ во вторичную реакцію съ водою, образуя азотную кислоту и окись азота:

$$3\,NO_2 + H_2O = 2\,HNO_3 + NO$$

и

$$3\,N_2O_3 + H_2O = 2\,HNO_3 + 4\,NO$$

Помимо этого, N_2O_3 распадается на окись азота и азотноватый ангидридъ:

$$N_2O_3 = NO + NO_2,$$

а NO съ водою и выдѣляющимся у (+) электрода активнымъ кислородомъ снова даетъ азотную кислоту:

$$2\,NO + H_2O + 3O = 2H\,NO_3.$$

Съ другой стороны, N_2O_3, растворяясь въ водѣ, возстановляется водородомъ, электролитически выдѣляющимся у (—) электрода, причемъ образуются амміакъ и вода:

$$N_2O_3 + 12\,H = 2\,NH_3 + 3\,H_2O$$

или амміакъ, вода и окись азота:

$$N_2O_3 + 7\,H = NH_3 + 2\,H_2O + NO.$$

Вслѣдствіе всѣхъ этихъ взаимодѣйствій при электролизѣ воды, содержащей воздухъ, жидкость у положительнаго электрода получаемъ кислую реакцію, а у отрицательнаго—щелочную.

465. Упомянемъ теперь еще объ одномъ явленіи, замѣчаемомъ при электролизѣ воды между платиновыми электродами. На (—) электродѣ, бывшемъ до погруженія въ жидкость вольтаметра долгое время въ соприкосновеніи съ воздухомъ, *водородъ* выдѣляется не тотчасъ же по замкнутіи (не сильнаго) тока, а лишь спустя нѣкоторое время (около секунды). Это зависитъ отъ того, что платина имѣетъ свойство поглощать или сгущать на своей поверхности нѣкоторое количество кислорода воздуха (*окклюдируетъ* кислородъ), который и окисляетъ въ воду соотвѣтственное количество водорода, электролитически выдѣляющагося на поверхности платины тотчасъ вслѣдъ за замкнутіемъ тока. — Если такую платину употребить въ качествѣ положительнаго электрода, то отдѣленіе на ней *кислорода* начинается безпрепятственно тотчасъ вслѣдъ за замкнутіемъ тока. — Наоборотъ, на платиновой пластинкѣ, продержанной нѣкоторое время въ атмосферѣ водорода или только что служившей въ качествѣ (—) электрода вольтаметра, отдѣленіе кислорода начинается не тотчасъ по замкнутіи тока, а также лишь спустя нѣкоторое время.

Итакъ, не только примѣси въ электролизуемой водѣ, но и свойства «индиферентныхъ» электродовъ вліяютъ на количество выдѣляющихся кислорода и водорода.

466. *Ad b.* **Электролизъ разведенной соляной кислоты между химически индиферентными, напр., угольными электродами (§ 460).**

$$- \quad | \quad 3HCl + nH_2O \quad | \quad +$$

$$| \quad 3HCl + H_2O + (n-1)H_2O \quad |$$

$$3H \quad Cl + 2Cl$$

$$2HCl + O$$

$$3H \quad | \quad (n-1)H_2O + 2HCl \quad | \quad \begin{matrix} Cl \\ O \end{matrix}$$

467. *Ad c.* **Электролизъ воднаго раствора азотнокислой окиси серебра** между серебряными электродами (нормальный электролизъ см. § 455):

$$n\overset{-}{Ag}\;\Big|\;3\,AgNO_3 + n\,H_2O\;\Big|\;\overset{+}{n\,Ag}$$

$$n\,Ag\;\Big|\;H_2O + 3\,AgNO_3 + (n-1)\,H_2O\;\Big|\;Ag + Ag + (n-2)\,Ag$$

$2\,NO_3$ $3\,Ag$ NO_3

$AgNO_3$

$2\,HNO_3 + O$

AgO

$$(n+3)\,Ag\;\Big|\;AgNO_3 + (n-1)\,H_2O + 2\,HNO_3\;\Big|\;\begin{matrix}(n-2)\,Ag\\ AgO\end{matrix}$$

Въ дѣйствительности реакція можетъ протекать еще сложнѣе, и тогда на положительномъ электродѣ отлагаются не только черноватый налетъ (или легко осыпающаяся кора) **перекиси серебра** (AgO), но и двойное соединеніе $(AgO)_4\,AgNO_3\,H_2O$ въ видѣ сѣрыхъ иголъ. Помимо того, образовавшаяся свободная HNO_3 не остается таковою въ растворѣ, а разлагается токомъ, причемъ дальнѣйшая судьба конечныхъ продуктовъ первоначальнаго процесса электролиза такова:

$$(n+3)\overset{-}{Ag}\;\Big|\;AgNO_3 + (n-1)H_2O + 2\,HNO_3\;\Big|\;\overset{+}{2Ag} + (n-4)Ag + AgO$$

$2\,H$ $2\,NO_3$

$2\,AgNO_3$

$$\begin{matrix}(n+3)\,Ag\\ 2H\end{matrix}\;\Big|\;3\,AgNO_3 + (n-1)\,H_2O\;\Big|\;\begin{matrix}(n-4)\,Ag\\ Ag\,O\end{matrix}$$

Если бы азотная кислота, не разлагаясь токомъ, вступала во вторичную реакцію съ серебромъ (+) электрода, то получились бы бурые поры азотноватаго ангидрида (двуокиси азота) NO_2, образующагося вслѣдствіе распаденія азотистаго анги-

дрида (N_2O_3) въ моментъ выдѣленія его при реакціи серебра съ азотною кислотою:

$$4\,Ag + 6\,HNO_3 = 4\,AgNO_3 + N_2O_3 + 3\,H_2O$$

$$4\,N_2O_3 = 4\,NO_2 + 4\,NO.$$

468. Если густота тока очень велика, а растворъ слабъ, то, вслѣдствіе вторичнаго разложенія воды, на (+) электродѣ **выдѣляется кислородъ**, а на (—) электродѣ **водородъ и** серебро. Послѣднее выдѣляется уже не въ видѣ блестящихъ чешуекъ и иголъ, какъ въ первомъ случаѣ, а въ видѣ мелкаго чернаго осадка:

$$\overset{-}{n\,Ag}\;\Big|\;n\,AgNO_3 + n\,H_2O\;\Big|\;\overset{+}{n\,Ag}$$

$$n\,Ag\;\Big|\;(n-1)\,AgNO_3 + AgNO_3 + H_2O + (n-1)\,H_2O\;\Big|\;n\,Ag$$

$$Ag \qquad NO_3$$

$$H + HNO_3 + O$$

$$(n+1)\,\underset{H}{Ag}\;\Big|\;(n-1)\,AgNO_3 + (n-1)\,H_2O + HNO_3\;\Big|\;n\,\underset{O}{Ag}$$

Во избѣжаніе этого, при опредѣленіи силы тока серебрянымъ вольтаметромъ берутъ растворъ, содержащій 9—10% $AgNO_3$, и не переступаютъ извѣстнаго максимума густоты тока (см. спеціальную часть).

469. Если большому (—) электроду противопоставить на небольшомъ разстояніи (+) электродъ съ очень малою поверхностью, то густота тока у (—) электрода будетъ неравномѣрна, причемъ наибольшая густота получится у части поверхности, наиболѣе приближенной къ (+) электроду. Въ этомъ случаѣ процессъ электролиза протекаетъ при сложныхъ реакціяхъ, описанныхъ въ послѣднихъ двухъ примѣрахъ, и на (—) электродѣ, въ мѣстѣ наибольшей густоты тока, серебро отлагается въ видѣ чернаго порошка и очень мелкихъ, слабо пристающихъ чешуекъ; вокругъ же отлагаются нормальные кристаллы серебра, плотно держащіеся на поверхности электрода.

470. Приведемъ еще одинъ практически важный примѣръ **электролиза слабой сѣрной кислоты между мѣдными электродами:**

$$\overset{-}{n\,Cu}\ \Big|\ n\,H_2SO_4 + n\,H_2O\ \Big|\ \overset{+}{n\,Cu}$$

$$n\,Cu\ \Big|\ (n-1)H_2SO_4 + H_2SO_4 + H_2O + (n-1)H_2O\ \Big|\ Cu + (n-1)\,Cu$$

$$2\,H \quad SO_4$$

$$H_2SO_4 + O$$

$$Cu\,O$$

$$\begin{matrix} n\,Cu \\ 2\,H \end{matrix}\ \Big|\ n\,H_2SO_4 + (n-1)\,H_2O\ \Big|\ \begin{matrix} (n-1)\,Cu \\ Cu\,O \end{matrix}$$

Однако, Cu O образуется лишь при очень значительной густотѣ тока у (+) электрода; обыкновенно же SO_4 соединяется съ Cu (+) электрода, образуя $Cu\,SO_4$.

471. Электролизъ слабой сѣрной кислоты между свинцовыми электродами:

$$\overset{-}{n\,Pb}\ \Big|\ 2\,H_2SO_4 + n\,H_2O\ \Big|\ \overset{+}{n\,Pb}$$

$$n\,Pb\ \Big|\ 2\,H_2SO_4 + 2\,H_2O + (n-2)\,H_2O\ \Big|\ Pb + (n-1)\,Pb$$

$$4\,H \quad 2\,SO_4$$

$$2\,H_2SO_4 + 2\,O$$

$$Pb\,O_2$$

$$\begin{matrix} n\,Pb \\ 4\,H \end{matrix}\ \Big|\ 2\,H_2SO_4 + (n-2)\,H_2O\ \Big|\ \begin{matrix} (n-1)\,Pb \\ Pb\,O_2 \end{matrix}$$

Образованіе перекиси свинца ($Pb\,O_2$) путемъ окисленія свинца положительнаго электрода выдѣляющимся здѣсь кислородомъ имѣетъ большое практическое значеніе, такъ какъ происходитъ при «заряженіи» аккумуляторовъ со свинцовыми электродами и слабою сѣрною кислотой.

472. *Ad d.* **Электролизъ воднаго раствора азотнокислой окиси свинца между свинцовыми электродами:**

$$\overset{-}{n\,Pb}\ \Big|\ 2\,Pb(NO_3)_2 + n\,H_2O\ \Big|\ \overset{+}{n\,Pb}$$

$$n\,Pb\ \Big|\ 2\,Pb(NO_3)_2 + 2\,H_2O + (n-2)\,H_2O\ \Big|\ n\,Pb$$

$$Pb + Pb \qquad 4\,NO_3$$

$$2O + 4\,HNO_3$$

$$Pb\,O_2$$

$$(n+1)\,Pb\ \Big|\ (n-2)\,H_2O + 4\,HNO_3 + Pb\,O_2\ \Big|\ n\,Pb.$$

473. *Ad e.* **Электролизъ воднаго раствора сѣрнокислаго цинка между цинковыми электродами:**

$$\overset{-}{n\,Zn}\ \Big|\ n\,H_2O + n\,Zn\,SO_4\ \Big|\ \overset{+}{n\,Zn}$$

$$n\,Zn\ \Big|\ n\,H_2O + (n-1)\,Zn\,SO_4 + Zn\,SO_4\ \Big|\ Zn + (n-1)\,Zn$$

$$Zn \qquad SO_4$$

$$Zn\,SO_4$$

$$(n+1)\,Zn\ \Big|\ n\,H_2O + n\,Zn\,SO_4\ \Big|\ (n-1)\,Zn$$

Теоретически такой электролизъ долженъ былъ бы продолжаться до тѣхъ поръ, пока не растворится весь цинкъ положительнаго электрода и равное ему количество цинка не отложится на отрицательномъ, но на практикѣ реакція не протекаетъ такъ просто. На отрицательномъ электродѣ выдѣляется нѣсколько болѣе цинка (на счетъ металла соли), чѣмъ растворяется на положительномъ, жидкость же у положительнаго электрода становится кислою отъ выдѣленія здѣсь свободной сѣрной кислоты. Такимъ образомъ, на ряду съ предшествовавшей реакціей совершается еще и другая, количественно значительно ей уступающая:

$$\overset{-}{n\,Zn}\ \Big|\ n\,ZnSO_4 + n\,H_2O\ \Big|\ \overset{+}{n\,Zn}$$

$$n\,Zn\ \Big|\ (n-1)\,ZnSO_4 + ZnSO_4 + H_2O + (n-1)\,H_2O\ \Big|\ n\,Zn$$

$$Zn \quad SO_4$$

$$H_2SO_4 + O$$

$$(n+1)\,Zn\ \Big|\ (n-1)\,ZnSO_4 + (n-1)\,H_2O + H_2SO_4\ \Big|\ \frac{n\,Zn}{O}$$

Поэтому, предложенное Эдиссономъ опредѣленіе силы тока цинковымъ вольтаметромъ, отнюдь не относится къ числу точныхъ способовъ.

Совершенно подобно послѣдней схемѣ идетъ электролизъ сѣрнокислаго цинка между электродами изъ индиферентнаго вещества, ибо здѣсь вся выдѣлившаяся сѣрная кислота остается въ жидкости и въ свою очередь подвергается электролизу:

$$-\ \Big|\ n\,ZnSO_4 + n\,H_2O\ \Big|\ +$$

$$-\ \Big|\ (n-1)\,ZnSO_4 + ZnSO_4 + H_2O + H_2O + (n-2)\,H_2O\ \Big|\ +$$

$$Zn \quad SO_4$$

$$H_2SO_4 + O$$

$$2\,H \quad SO_4$$

$$H_2SO_4 + O$$

и т. д.

$$\frac{Zn}{2\,H}\ \Big|\ (n-1)\,ZnSO_4 + (n-2)\,H_2O + H_2SO_4\ \Big|\ 2\,O$$

474. Электролизъ крѣпкаго воднаго раствора **сѣрнокислой окиси мѣди** между индиферентными электродами совершается такъ же, какъ электролизъ $ZnSO_4$ въ предшествующихъ двухъ примѣрахъ.—При электролизѣ очень **слабыхъ растворовъ** той же соли

слѣдствіемъ сложныхъ вторичныхъ реакцій является водородистая мѣдь (Cu H) и свободные водородъ и кислородъ:

$$\overset{-}{n\,Cu} \;\Big|\; n\,CuSO_4 + n\,H_2O \;\Big|\; \overset{+}{n\,Cu}$$

$$n\,Cu \;\Big|\; (n-1)\,CuSO_4 + CuSO_4 + H_2O \;+\; H_2O + (n-2)\,H_2O \;\Big|\; n\,Cu$$

$$Cu \qquad SO_4$$

$$H + CuH \qquad H_2SO_4 + O$$

$$2\,H \qquad SO_4$$

$$H_2SO_4 + O$$

$$\begin{matrix}Cu\,H\\ H\end{matrix} \;\Big|\; (n-1)\,CuSO_4 + (n-2)\,H_2O + H_2SO_4 \;\Big|\; 2\,O$$

Водородистая мѣдь выдѣляется въ видѣ черновато-коричневаго осадка, распадающагося по прекращеніи дѣйствія тока на водородъ и металлическую мѣдь:

$$\begin{matrix}Cu\\ 2\,H\end{matrix} \;\Big|\; (n-1)\,CuSO_4 + (n-2)\,H_2O + H_2SO_4 \;\Big|\; 2\,O$$

Водородистая мѣдь можетъ, вообще, образоваться въ тѣхъ случаяхъ, когда растворъ мѣднаго купороса содержитъ свободную сѣрвую кислоту (какъ это и видно изъ приведенной схемы). Поэтому въ гальваническихъ элементахъ, въ коихъ деполяризующею жидкостью служитъ (§ 543) растворъ $CuSO_4$, послѣдній не долженъ содержать свободной кислоты, иначе происходитъ поляризація мѣди водородомъ.

475. Если положительный электродъ очень малъ, а густота тока велика, то значительныя количества остатка сѣрной кислоты, быстро выдѣляясь, не имѣютъ времени всецѣло вступить въ соединеніе съ мѣдью и только часть SO_4 идетъ на образованіе

$CuSO_4$, избытокъ же разлагаетъ воду, причемъ у положительнаго электрода выдѣляется кислородъ и образуется свободная сѣрная кислота:

$$n\overline{Cu}\ \Big|\ nCuSO_4 + nH_2O\ \Big|\ \overset{+}{n}Cu$$

$$nCu\ \Big|\ (n-2)CuSO_4 + 2CuSO_4 + H_2O + (n-1)H_2O\ \Big|\ Cu + (n-1)Cu$$

$$2Cu \qquad SO_4 + SO_4$$

$$H_2SO_4 + O \qquad CuSO_4$$

$$(n+2)Cu\ \Big|\ (n-1)CuSO_4 + (n-1)H_2O + H_2SO_4\ \Big|\ (n-1)Cu + O$$

Такимъ образомъ, въ нѣкоторыхъ случаяхъ на (+) электродѣ растворяется не болѣе $1/3$ того количества мѣди, которое осаждается въ то же время на (—) электродѣ.

Отсюда ясно, что въ элементѣ Даніэля чрезвычайно не выгодно брать слишкомъ малый положительный электродъ, такъ какъ при извѣстной густотѣ тока у (+) электрода въ растворѣ мѣднаго купороса накопляется свободная сѣрная кислота, что въ свою очередь ведетъ къ образованію свободнаго водорода, поляризующаго электродъ.

Такъ какъ на результатъ электролиза раствора мѣднаго купороса весьма сильно вліяетъ концентрація раствора, кислотность его, величина электродовъ и т. п., то опредѣленіе силы тока осажденіемъ мѣди въ мѣдномъ вольтаметрѣ никоимъ образомъ не можетъ быть причислено къ простымъ и точнымъ способамъ. Наилучшіе результаты получаются при употребленіи насыщеннаго раствора химически чистаго мѣднаго купороса, предварительно прокипяченнаго съ порошкообразною окисью мѣди, и при густотѣ тока въ 0,025 ампера на квадратный сантиметръ поверхности электрода.

176. *Ad f.* Электролизъ насыщеннаго раствора хлористаго цинка между цинковыми электродами:

$$\overset{-}{n\,Zn} \;\Big|\; n\,ZnCl_2 + n\,H_2O \;\Big|\; \overset{+}{n\,Zn}$$

$$n\,Zn \;\Big|\; (n-1)\,ZnCl_2 + n\,H_2O + ZnCl_2 \;\Big|\; Zn + (n-1)\,Zn$$

Zn 2 Cl

ZnCl$_2$

$$(n+1)\,Zn \;\Big|\; n\,ZnCl_2 + n\,H_2O \;\Big|\; (n-1)\,Zn$$

477. *Adg.* **Электролизъ** насыщеннаго раствора **хлористой мѣди между индиферентными электродами:**

$$- \;\Big|\; n\,CuCl_2 + n\,H_2O \;\Big|\; +$$

$$\Big|\; (n-2)\,CuCl_2 + 2\,CuCl_2 + n\,H_2O \;\Big|$$

Cu + Cu Cl + 3Cl

CuCl

$$Cu \;\Big|\; (n-2)\,CuCl_2 + CuCl + n\,H_2O \;\Big|\; 3\,Cl$$

Слѣдовательно, происходитъ выдѣленіе мѣди у отрицательнаго и хлора у положительнаго электродовъ, а кромѣ того образованіе новаго тѣла — полухлористой мѣди (CuCl).

478. *Adh.* **Электролизъ** раствора **хлористаго аммонія** между индиферентными электродами:

$$- \;\Big|\; n\,NH_4Cl + n\,H_2O \;\Big|\; +$$

$$\Big|\; (n-3)\,NH_4Cl + 3\,NH_4Cl + n\,H_2O \;\Big|$$

3 NH$_4$ 3 Cl

3H 2NH$_3$ NH$_3$ — 3 H + NCl$_3$

$$6\,H \;\Big|\; 2\,NH_3 + (n-3)\,NH_4Cl + n\,H_2O \;\Big|\; NCl_3$$

Выдѣляющійся у (+) электрода въ видѣ желтыхъ капель хлористый азотъ (NCl_3) представляетъ крайне взрывчатое тѣло.

Описанная реакція происходитъ впрочемъ только при довольно продолжительномъ электролизѣ подогрѣтаго раствора хлористаго аммонія между индиферентными электродами, когда вся жидкость уже насыщена амміакомъ, распространяющимся въ ней со стороны (—) электрода; обыкновенно же хлористый аммоній разлагается токомъ на водородъ, амміакъ и хлоръ:

$$- \mid n\,NH_4Cl + n\,H_2O \mid +$$

$$\mid (n-1)\,NH_4Cl + NH_4Cl + n\,H_2O \mid$$

$$NH_4 \quad Cl$$

$$H \quad NH_3$$

$$H \mid NH_3 + (n-1)\,NH_4Cl + n\,H_2O \mid Cl$$

479. III. *Катіоны вступаютъ во вторичную реакцію.*

Этотъ видъ вторичной реакціи есть самый обыкновенный, такъ какъ онъ происходитъ во всѣхъ случаяхъ выдѣленія у отрицательнаго электрода металловъ *щелочей* (Ka, Na, NH_4 и т. д.), *щелочныхъ земель* (Ca, Ba, Sr, Mg) и *земель* (Al, Cr), причемъ металлы эти in statu nascendi вступаютъ въ реакцію съ водою.

Для физіологіи эта реакція имѣетъ особый интересъ, такъ какъ щелочныя соли содержатся во всякой животной ткани и жидкости. Мы ограничимся здѣсь разсмотрѣніемъ лишь примѣра электролиза воднаго раствора ѣдкаго калія между индиферентными электродами.

$$- \Big| \ n\,H_2O + n\,KaHO \ \Big| +$$

$$\Big| \ (n-1)\,H_2O + H_2O + KaHO + (n-1)\,KaHO \ \Big|$$

Ka HO

H + KaHO H O

$$2\,H \ \Big| \ n\,KaHO + (n-1)\,H_2O \ \Big| \ O$$

Такимъ образомъ, у отрицательнаго электрода выдѣляется металлическій калій и водородъ, у положительнаго же — кислородъ. Но металлическій калій тотчасъ разлагаетъ воду, образуя прежнее количество ѣдкаго кали, которымъ жидкость сильно насыщается у отрицательнаго электрода, тогда какъ концентрація раствора у положительнаго электрода уменьшается.

480. IV. *И аніоны и катіоны вступаютъ во вторичную реакцію.*

При этомъ могутъ быть весьма сложныя отношенія. Разсмотримъ нѣсколько примѣровъ.

Электролизъ воднаго раствора **хлористаго натрія** между химически индиферентными электродами и подъ вліяніемъ дѣйствія свѣта:

$$- \Big| \ n\,NaCl + n\,H_2O \ \Big| +$$

$$\Big| \ (n-4)\,NaCl + 4\,H_2O + 4\,NaCl + H_2O + (n-5)\,H_2O \ \Big|$$

4 Na 2 Cl 2 Cl

4NaHO + 4H 2HCl + O

$$4\,H \ \Big| \ 4\,NaHO + (n-4)\,NaCl + (n-5)\,H_2O + 2\,HCl \ \Big| \ {}^{2\,Cl}_{O}$$

Слѣдовательно вода вступаетъ въ двойную реакцію одновременно съ натріемъ и съ хлоромъ. Водородъ и кислородъ выдѣляются изъ жидкости вслѣдствіе малой ихъ растворимости, напротивъ, хлористый водородъ и значительная часть хлора остаются въ растворѣ у положительнаго электрода.

По окончаніи электролиза или даже и въ теченіе его происходятъ побочныя реакціи съ одной стороны между HCl и Na HO, съ другой стороны между Cl и Na HO:

$$2\,HCl + 2\,Na\,HO = 2\,Na\,Cl + 2\,H_2O$$

и

$$2\,Cl + 2\,Na\,HO = Na\,Cl + Na\,ClO + H_2O.$$

Растворъ хлорноватисто-кислаго натрія (Na ClO), образующійся при послѣдней реакціи, извѣстенъ подъ названіемъ «жавелевой воды».

481. **Электролизъ** водняго раствора **сѣрнокислаго натра между индиферентными** электродами:

$$-\Big|\; n\,Na_2SO_4 + n\,H_2O \;\Big|+$$

$$\Big|\; (n-1)\,Na_2SO_4 + 2H_2O + Na_2SO_4 + H_2O + (n-3)\,H_2O \;\Big|$$

$$2\,Na \qquad SO_4$$

$$2\,Na\,HO + 2\,H \qquad H_2SO_4 + O$$

$$2\,H\,\Big|\; 2\,Na\,HO + (n-1)\,Na_2SO_4 + (n-3)\,H_2O + H_2SO_4 \;\Big|\,O$$

Такимъ образомъ, во время электролиза реакція жидкости у (+) электрода сильно кислая, а у (—) электрода столь же сильно щелочная. По окончаніи электролиза кислота и щелочь вновь соединяются, образуя опять сѣрнокислый натръ и воду:

$$2NaHO + H_2SO_4 = Na_2SO_4 + 2H_2O.$$

Если разстояніе между электродами незначительно, то послѣдняя реакція непрерывно протекаетъ и во время самаго процесса электролиза вслѣдствіе диффузіи и механическаго смѣшенія жидкостей выдѣляющимися пузырьками газовъ.

При прохожденіи гальваническаго тока черезъ животныя жидкости и ткани всегда происходитъ подобная же реакція распаденія солей щелочныхъ металловъ съ послѣдующимъ выдѣленіемъ свободной щелочи у (—) электрода и свободной кислоты у (+). Этимъ и объясняются кислая и щелочная реакціи областей, непосредственно соприкасающихся съ электродами.

482. **Электролизъ воднаго раствора сѣрноватисто-кислаго натра:**

$$\overset{-}{|}\quad n\,Na_2S_2O_3 + n\,H_2O \quad \overset{+}{|}$$

$$|\ (n-1)\,Na_2S_2O_3 + 2\,H_2O + Na_2S_2O_3 + H_2O + (n-3)\,H_2O\ |$$

$$2\,Na \qquad S_2O_3$$

$$2\,NaHO + 2\,H \qquad H_2S_2O_3 + O$$

$$H_2SO_4 + S$$

$$2\,H\ |\ 2\,NaHO + (n-1)\,Na_2S_2O_3 + (n-3)\,H_2O + H_2SO_4\ |\ S$$

По окончаніи электролиза $2\,NaHO$ и H_2SO_4 даютъ Na_2SO_4 и $2\,H_2O$, вслѣдствіе чего въ результатѣ электролиза получается:

$$2\,\overset{-}{H}\ |\ (n-1)\,Na_2S_2O_3 + Na_2SO_4 + (n-1)\,H_2O\ |\ \overset{+}{S}$$

Приведенный примѣръ объясняетъ ходъ реакціи въ элементѣ Имшинецкаго и причину выдѣленія въ немъ свободной сѣры.

При избыткѣ образованія сѣрноватистой кислоты ($H_2S_2O_3$) свободная сѣрная кислота можетъ дѣйствовать на послѣднюю, причемъ выдѣляются кислородъ и сѣра, и образуются вода и сѣрнистая кислота (SO_2):

$$H_2S_2O_3 + H_2SO_4 = 2\,H_2O + 2\,SO_2 + S + O.$$

Въ элементѣ Имшинецкаго такая реакція однако не наступаетъ, вѣроятно потому, что въ немъ не происходитъ выдѣленія большихъ количествъ свободной сѣрноватистой кислоты.

483. V. *Катіоны разлагаютъ воду, аніоны распадаются на нѣсколько новыхъ соединеній.*

Это происходитъ особенно часто при электролизѣ *органическихъ соединеній* щелочей. Ограничимся однимъ примѣромъ:

Электролизъ воднаго раствора **янтарнокислаго натра между индиферентными электродами:**

$$- \mid n\,H_2O + n\,Na_2C_2H_4(CO_2)_2 \mid +$$

$$\mid (n-2)\,H_2O + 2\,H_2O + Na_2C_2H_4(CO_2)_2 + (n-1)\,Na_2C_2H_4(CO_2)_2 \mid$$

$$2\,Na \qquad C_2H_4(CO_2)_2$$

$$2\,NaHO + 2\,H \qquad C_2H_4 \qquad 2\,CO_2$$

$$2\,H \mid 2\,NaHO + (n-2)\,H_2O + (n-1)\,Na_2C_2H_4(CO_2)_2 \mid \begin{matrix} C_2H_4 \\ 2\,CO_2 \end{matrix}$$

Итакъ, въ результатѣ у (—) электрода получается ѣдкій натръ и водородъ, а у (+) — этиленъ (C_2H_4) и углекислота (CO_2).

---

484. Изъ ряда приведенныхъ примѣровъ видно, что

1) При электролизѣ растворовъ кислородныхъ кислотъ или металлическихъ солей ихъ[1]) у (—) электрода выдѣляется водородъ или металлъ, у (+) электрода «остатокъ кислоты», или вообще сложная атомная группа, дотолѣ соединенная съ металломъ соли. Такъ напр., двухромокислое кали ($Ka_2Cr_2O_7$) распадается на

$$2\,Ka + Cr_2O_7$$

причемъ группа Cr_2O_7 уже вторично (т. е. независимо отъ физи-

---

[1]) Солей окисловъ.

ческаго процесса электролиза) тотчасъ же распадается на хромовую кислоту и свободный кислородъ:

$$2\,CrO_3 + O.$$

2) При электролизѣ растворовъ водородныхъ [1]) кислотъ или ихъ солей, у (—) электрода выдѣляется водородъ или металлъ, у (+) электрода — галоидъ.

3) При электролизѣ соли между электродами изъ того же металла, соль котораго электролизуется, остатокъ кислоты или галоидъ, выдѣляющійся у положительнаго электрода, соединяется съ количествомъ металла послѣдняго, равнымъ тому, которое выдѣляется изъ раствора соли на отрицательномъ электродѣ. Поэтому весь процессъ электролиза можно представить себѣ, какъ простое перенесеніе металла положительнаго электрода на отрицательный [2]). При этомъ жидкость у (+) электрода дѣлается мало по малу концентрированнѣе, въ жидкости же, непосредственно окружающей (—) электродъ, процентное содержаніе растворенной соли постепенно уменьшается. О причинахъ этого явленія будетъ говорено ниже (§ 498).

4) Если электроды состоятъ изъ другаго металла чѣмъ тотъ, соль котораго электролизуется, то выдѣленію у (—) электрода одного эквивалента металла растворенной соли, соотвѣтствуетъ соединеніе одного эквивалента металла положительнаго электрода съ выдѣляющимся здѣсь остаткомъ кислоты или съ галоидомъ. Если такое соединеніе невозможно, то остатокъ кислоты разлагаетъ воду, соединяясь съ водородомъ ея и образуя соотвѣтствующую кислоту.

5) Металлъ, выдѣляющійся у отрицательнаго электрода, отлагается въ химически чистомъ видѣ, коль скоро онъ не вступаетъ во вторичную реакцію съ водою. Въ послѣднемъ случаѣ металлъ окисляется кислородомъ воды, причемъ у (—) электрода

---

[1]) Галоидныхъ.

[2]) Предполагается типичный электролизъ безъ побочныхъ реакцій.

выдѣляются гидратъ окиси металла и водородъ. Такая реакція происходитъ всегда при прохожденіи тока чрезъ животную ткань, вслѣдствіе разложенія въ ней солей щелочныхъ металловъ, и потому представляетъ большой интересъ для физіологіи и электротерапіи.

6) Въ другихъ случаяхъ, выдѣлившійся металлъ можетъ вступить во вторичную реакцію съ частью аніона и образовать съ нимъ новыя соединенія (§ 477).

7) Водородъ, выдѣляющійся у отрицательнаго электрода, часто измѣняетъ металлъ его, образуя съ послѣднимъ in statu nascendi водородистое соединеніе. Къ числу металловъ, способныхъ къ такому соединенію, прежде всего относится палладій, поглощающій весьма значительное количество водорода (причемъ объемъ металла можетъ увеличиться на 10%), далѣе платина, золото, серебро, мѣдь и нѣкоторые другіе металлы. Всѣ водородистыя соединенія металловъ очень не стойки: въ большинствѣ случаевъ они распадаются тотчасъ по прекращеніи дѣйствія тока.—Нѣкоторые металлы, напр. золото, серебро и мѣдь, соединяясь съ водородомъ, распадаются на своей поверхности въ порошокъ, другіе, напр. палладій и платина, подвергаются такому измѣненію только въ томъ случаѣ, если образованіе водородистаго соединенія (въ поверхностныхъ слояхъ ихъ) и распаденіе его повторяются много разъ подрядъ въ теченіе короткаго промежутка времени. Поэтому-то платиновые электроды и распадаются поверхностно при электролизѣ между ними слабой сѣрной кислоты перемѣнными токами (§§ 488—489).

Если водородъ, соединяясь съ металломъ, *видимо* не измѣняетъ послѣдній, то говорятъ объ *окклюзіи* водорода этимъ металломъ. Прежде полагали, что при окклюзіи водородъ *механически* поглощается металломъ, но гораздо вѣроятнѣе, что во всѣхъ подобныхъ случаяхъ образуются нестойкія водородистыя соединенія. Помимо перечисленныхъ металловъ, водородъ окклюдируется еще и многими другими, напр. желѣзомъ и ртутью, а также углемъ. Замѣчательно, что и кислородъ способенъ къ та-

кой же окклюзіи, но неизвѣстно, вступаетъ ли онъ при этомъ съ металлами въ какія либо нестойкія соединенія или, дѣйствительно, лишь механически поглощается ими. Подробнѣе объ окклюзіи водорода и кислорода будетъ говорено въ главахъ, касающихся поляризаціи электродовъ вольтаметра и гальваническаго элемента.

8) Выше уже было сказано, что остатокъ кислоты, выдѣляющійся у (+) электрода при электролизѣ кислородныхъ кислотъ или солей ихъ, вступаетъ in statu nascendi въ соединеніе съ металломъ этого электрода, образуя соотвѣтственную соль (напр. ту же, которая подвергается электролизу); если же металлъ (+) электрода къ соединенію съ остаткомъ кислоты не способенъ, то послѣдній соединяется съ водородомъ воды, разлагая ее, причемъ образуется соотвѣтствующая кислота и выдѣляется болѣе или менѣе сильно озонизированный кислородъ. — Въ тѣхъ случаяхъ, когда густота тока у (+) электрода значительна, одновременно протекаютъ обѣ реакціи, т. е. часть остатка кислоты соединяется съ металломъ (+) электрода, другая часть — съ водородомъ воды. Это происходитъ вслѣдствіе того, что большое количество выдѣляющагося остатка кислоты не успѣваетъ всецѣло придти въ соприкосновеніе (rspct. въ соединеніе) съ металломъ и потому частью разлагаетъ окружающую воду.

9) Если металлъ (+) электрода способенъ къ соединенію съ кислородомъ in statu nascendi, то образуются соотвѣтствующія окислы. Даже металлы вообще трудно окисляемые, окисляются при этихъ условіяхъ; такъ напр., золото даетъ гидратъ окиси ($Au_2O_3 + 3H_2O$), и даже уголь можетъ быть окисленъ въ углекислоту.

10) При электролизѣ солей щелочныхъ металловъ, жидкость, окружающая отрицательный электродъ, насыщается щелочью, жидкость же, окружающая положительный электродъ — кислотою; въ пространствѣ между электродами остается растворъ электролизуемой соли, причемъ растворъ этотъ можетъ въ теченіе нѣкотораго времени сохранять ту реакцію (напр. нейтральную), кото-

рую онъ имѣлъ до начала электролиза. — При продолжительномъ электролизѣ вещества, выдѣляющіяся у электродовъ, смѣшиваются съ раздѣляющимъ электроды слоемъ жидкости и далѣе другъ съ другомъ; послѣднее тѣмъ скорѣе, чѣмъ меньше разстояніе между электродами и чѣмъ энергичнѣе процессъ электролиза (чѣмъ сильнѣе токъ). Въ результатѣ наступающихъ вторичныхъ реакцій продукты разложенія могутъ образовать первоначальную соль или новое сложное вещество.

185. При электролизѣ **двойныхъ солей** одинъ изъ металловъ выдѣляется у (—), остальныя же составныя части соли у (+) электрода. Такъ, напр., **двойная соль синеродистаго серебра съ синеродистымъ каліемъ** (KaCN + AgCn) разлагается электролитически слѣдующимъ образомъ:

$$- \mid KaCN + AgCN \mid +$$

$$Ka \quad CN + AgCN$$

Выдѣляющійся Ka дѣйствуетъ in statu nascendi на находящуюся въ растворѣ двойную соль, замѣщая въ ней Ag, которое вслѣдствіе этого выпадаетъ въ свободномъ состояніи:

$$Ka + (AgCN + KaCN) = Ag + 2KaCN.$$

Электролизъ и вторичная реакція протекаютъ въ этомъ случаѣ слѣдующимъ образомъ:

$$- \mid n(KaCN + AgCN) + nH_2O) \mid +$$

$$\mid n - 2(KaCN + AgCN) + (KaCN + AgCN) + (KaCN + AgCN) + nH_2O \mid$$

$$Ka \quad AgCN + CN$$

$$Ag + KaCN + KaCN$$

$$(KaCN + AgCN)$$

$$Ag \mid n - 1(KaCN + AgCN) + KaCN + nH_2O \mid CN$$

т. е. у (—) электрода выдѣляется металлическое серебро, у (+) электрода синеродъ (CN), и жидкость въ окружности этого электрода насыщается синеродистымъ каліемъ.

486. Если электролизу подвергается **смѣсь различныхъ солей**, то вещества, заключающіяся въ смѣси[1]), электролизуются или одновременно или врозь (послѣдовательно). Первое наблюдается при сильномъ токѣ, второе — при слабомъ, причемъ изъ смѣси солей нижеслѣдующихъ тяжелыхъ металловъ, первымъ выдѣляется всегда тотъ, который и въ таблицѣ стоитъ выше другаго:

Золото.
Серебро.
Висмутъ.
Мѣдь.
Олово.
Свинецъ.
Кадмій.
Цинкъ.

Выдѣленіе одного металла вмѣсто нѣсколькихъ одновременно можно объяснить отчасти тѣмъ, что токъ разлагаетъ въ смѣси сначала ту соль, растворъ которой обладаетъ наилучшей проводимостью. Что изъ смѣси солей тяжелыхъ металловъ съ металлами щелочей и щелочныхъ земель, вообще выдѣляются въ свободномъ видѣ только тяжелые металлы, объясняется тѣмъ, что металлы щелочей и щелочныхъ земель окисляются кислородомъ воды въ моментъ своего выдѣленія. При значительной густотѣ

1) Само собою разумѣется, что при смѣшеніи растворовъ могутъ образоваться вслѣдствіе ряда химическихъ взаимодѣйствій новыя вещества, остающіяся въ растворѣ, и вещества, выпадающія въ видѣ осадка (или, наконецъ, улетучивающіяся). Осадки вообще не электролизуются; вещества же, остающіяся въ растворѣ, представляютъ собою ту смѣсь электролитовъ, о которой здѣсь идетъ рѣчь.

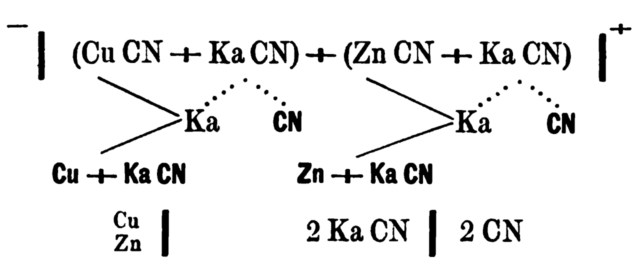
тока у (—) электрода въ числѣ нѣсколькихъ одновременно выдѣляющихся металловъ могутъ, однако, осадиться и такіе, которые сами по себѣ не выдѣлились бы въ свободномъ состояніи, а окислились бы водою (напр. алюминій). Это объясняется тѣмъ, что частицы легко окисляющихся металловъ механически защищаются отъ окисленія большою массою частицъ другихъ металловъ, быстро и одновременно съ ними выдѣляющихся. — Нерѣдко изъ смѣси растворовъ солей различныхъ металловъ осаждается только одинъ металлъ несмотря на то, что металлы данныхъ солей не особенно легко окисляются въ водѣ и что растворы отдѣльныхъ солей обладаютъ почти одинаковою электропроводимостью. Это происходитъ въ томъ случаѣ, когда одинъ изъ выдѣляющихся металловъ въ моментъ выдѣленія замѣщаетъ другой въ соли его, соединяясь съ остаткомъ кислоты. Такъ напр., при электролизѣ смѣси $Zn\,SO_4$ и $Cu\,SO_4$ цинкъ, обыкновенно, не осаждается одновременно съ мѣдью, такъ какъ въ моментъ своего выдѣленія онъ осаждаетъ мѣдь, замѣщая ее въ $Cu\,SO_4$ по уравненію

$$Zn + Cu\,SO_4 = Cu + Zn\,SO_4.$$

Лишь въ случаѣ очень значительной густоты тока у (—) электрода осаждаются одновременно оба металла, такъ какъ при этомъ избытокъ выдѣляющагося цинка можетъ быстро истощить всю $Cu\,SO_4$ въ слоѣ жидкости, непосредственно соприкасающемся съ (—) электродомъ.

Существуютъ соли, изъ смѣси растворовъ коихъ электролизомъ всегда выдѣляются нѣсколько металловъ одновременно. Сюда относятся въ особенности двойныя синеродистыя соединенія тяжелыхъ металловъ съ металлами щелочей. Такъ напр., при электролизѣ смѣси растворовъ $Cu\,CN + Ka\,CN$ съ $Zn\,CN + Ka\,CN$ одновременно осаждаются Cu и Zn въ видѣ латуни. Это объясняется тѣмъ, что въ обѣихъ группахъ электролизуется собственно лишь $Ka\,CN$, причемъ освобождающійся Ka

дѣйствуетъ на Cu CN и Zn CN, соединяясь съ ихъ синеродомъ и выдѣляя Cu и Zn:



487. При **электролизѣ** различныхъ по составу **растворовъ, расположенныхъ слоями** другъ надъ другомъ, іоны выдѣляются въ плоскостяхъ соприкосновенія смежныхъ жидкостей, такъ что плоскости эти являются какъ бы электродами (§ 445). Выдѣляющіеся іоны могутъ вступать въ соединеніе или между собою, или съ составными частями той жидкости, въ коей они распространяются, образуя при этомъ или новые электролиты или неразложимыя токомъ соединенія (осадки). При послѣдующемъ разложеніи токомъ новообразованнаго элетролита, прежній іонъ выдѣляется у болѣе отдаленнаго электрода, т. е. какъ бы проходитъ черезъ одну или нѣсколько соприкасающихся жидкостей отъ одного крайняго электрода къ другому.

Пояснимъ это примѣромъ: въ одномъ сосудѣ находится растворъ Na_2SO_4 и платиновый (—) электродъ, въ другомъ — NH_4Cl и платиновый (+) электродъ; оба сосуда соединены сифономъ, наполненнымъ водою. Тогда происходитъ слѣдующій процессъ электролиза и вторичныхъ реакцій:

— | n H_2O + Na_2SO_4 ⋮ n H_2O ⋮ 2 NH_4Cl + n H_2O | +

| (n — 2) H_2O + 2 H_2O + Na_2SO_4 ⋮ n H_2O ⋮ 2 NH_4Cl + n H_2O |

2 Na SO_4 2 NH_4 2 Cl

2 H + 2 Na HO $(NH_4)_2SO_4$

2 H | 2 Na HO + (n — 2) H_2O ⋮ n H_2O + $(NH_4)_2SO_4$ ⋮ n H_2O | 2 Cl

$$2H \Big| 2NaHO + (n-2)H_2O \vdots nH_2O + (NH_4)_2SO_4 \vdots H_2O + (n-1)H_2O \Big| 2Cl$$

$$2NH_4 \to 2H + 2NH_3; \quad SO_4 + H_2O \to H_2SO_4 + O$$

$$4\overline{H} \Big| 2NaHO + 2NH_3 + (n-2)H_2O \vdots nH_2O \vdots (n-1)H_2O + H_2SO_4 \Big| \overset{+}{2Cl}\ O$$

Такимъ образомъ, H_2SO_4 какъ бы перешла черезъ раздѣляющій слой H_2O отъ (—) къ (+), а NH_3 обратно, отъ (+) къ (—) электроду: у (—) электрода получаются водородъ, ѣдкій натръ и амміакъ, у (+) — сѣрная кислота, кислородъ и хлоръ, а при дѣйствіи свѣта еще и соляная кислота (послѣдняя вслѣдствіе вторичной реакціи Cl съ H_2O); промежуточная жидкость (H_2O) остается неизмѣненною.

488. **При перемѣнѣ направленія тока** въ вольтаметрѣ и электролизъ принимаетъ обратное направленіе, такъ что у электрода, гдѣ ранѣе выдѣлялся аніонъ, теперь выдѣляется катіонъ, и наоборотъ. Вновь выдѣляющіеся (обратные) іоны очевидно дѣйствуютъ химически на іоны, ранѣе выдѣлившіеся, образуя съ ними по большей части тѣ же вещества, которыя были первоначально подвергнуты электролизу. Такъ напр., при перемѣнѣ направленія тока въ вольтаметрѣ со слабою сѣрною кислотой у бывшаго (+) электрода теперь выдѣляется вмѣсто кислорода водородъ, и наоборотъ. Вновь выдѣляющіеся у электродовъ газы частью соединяются съ газами, ранѣе выдѣлившимися (и отложившимися на поверхности электродовъ или окклюдированными этими поверхностями), вслѣдствіе чего у обоихъ электродовъ образуется вода, и количество вновь выдѣлившихся газовъ оказывается нѣсколько меньшимъ противъ ожидаемаго.

489. При прохожденіи чрезъ вольтаметръ со слабою сѣрною кислотой **токовъ, непрерывно мѣняющихъ направленіе,** у обоихъ электродовъ или выдѣляются смѣси O и H (такъ называемый

гремучій газъ) или вовсе не выдѣляется газовъ. Послѣднее наблюдается въ томъ случаѣ, если (напр., при дѣйствіи небольшой спирали Румкорфа) при каждомъ замыканіи тока образуются столь ничтожныя количества газовъ, что они не выдѣляются въ видѣ пузырьковъ изъ жидкости, а остаются тутъ же въ видѣ тончайшаго слоя на электродахъ (поверхностно окклюдируясь ими), и потому цѣликомъ вступаютъ въ соединеніе съ эквивалентными количествами газовъ, образующихся при прохожденіи обратнаго тока. Поэтому, количества газовъ, выдѣляемыхъ перемѣннымъ токомъ, во всякомъ случаѣ меньше тѣхъ, какія должно было бы ожидать, судя по силѣ этого тока. Чѣмъ больше площадь электродовъ, тѣмъ большее количество газовъ отлагается на поверхности ихъ и окклюдируется поверхностными ихъ слоями, и тѣмъ значительнѣе убыль въ количествѣ свободно выдѣляющагося гремучаго газа. Помимо этого, на количество выдѣляющейся газовой смѣси оказываетъ вліяніе еще и густота тока (путемъ образованія перекиси водорода. § 462). Наконецъ, количество выдѣляющихся газовъ зависитъ и отъ продолжительности періодовъ (§ 363) перемѣннаго тока, такъ какъ при токѣ, очень быстро мѣняющемъ направленіе, на электродахъ успѣваютъ возсоединиться бóльшія количества H и O, чѣмъ при токахъ съ длинными періодами.

Такимъ образомъ, *сила перемѣннаго тока не можетъ быть опредѣлена вольтаметрическими измѣреніями.*

490. Если дѣйствію перемѣннаго тока подвергать органическія вещества, то простая реакція возсоединенія противоположныхъ іонъ встрѣчается рѣдко, ибо сложные іоны органическаго электролита распадаются на менѣе сложныя группы, при дѣйствіи на которыя вновь выдѣлившихся іонъ образуются уже новыя соединенія, а не первоначальный электролитъ.

Поэтому совершенно неосновательно предполагать, что индуктивный токъ остается химически индиферентнымъ, проходя чрезъ сложныя органическія тѣла, въ томъ числѣ и черезъ животныя ткани. Нѣтъ даже достаточнаго основанія пола-

гать, что у обоихъ электродовъ выдѣляются и отлагаются одинаковые продукты электролиза: несмотря на то, что въ замыкательномъ и размыкательномъ индукціонныхъ токахъ протекаютъ равныя количества электричества, послѣдній токъ, вслѣдствіе меньшей его продолжительности, дѣйствуетъ на электролитъ иначе чѣмъ первый, такъ какъ густота размыкательнаго тока у электрода значительно превосходитъ густоту замыкательнаго.

491. Все, что было до сихъ поръ говорено объ электролизѣ неорганическихъ соединеній, вполнѣ относится къ соединеніямъ органическимъ. Электролитическое дѣйствіе гальваническаго тока на органическія соединенія представляетъ для физіологіи больщій интересъ, чѣмъ дѣйствіе его на неорганическія вещества. Къ сожалѣнію, мы можемъ сказать объ этомъ дѣйствіи лишь очень немногое, такъ какъ электролизъ веществъ, образующихъ массу животной ткани, еще чрезвычайно мало изученъ. Это особенно относится къ электролизу *амидо-кислотъ* (саркозинъ, креатинъ, лейцинъ, тирозинъ, гликоколь), *углеводовъ* (сахаръ, крахмалъ, гликогенъ), *альбуминоидовъ* (хондринъ, эластинъ, муцинъ, фибринъ, кератинъ) и *альбуминатовъ*, т. е. главной составной части протоплазмы (вообще растворимые и нерастворимые бѣлки).

Наиболѣе изученъ электролизъ органическихъ кислотъ и щелочныхъ ихъ солей, изъ коихъ послѣднія представляютъ для физіологіи наибольшій практическій интересъ. — Электролизъ растворовъ органическихъ щелочныхъ солей совершается по тому же шаблону, какъ и электролизъ щелочныхъ солей минеральныхъ кислотъ, т. е. щелочная соль органической кислоты первично распадается на металлъ (Ka или Na), выдѣляющійся у катода, и соединенную съ нимъ сложную атомную группу, выдѣляющуюся у анода. Такъ, напр.,

уксуснокислое кали — CH_3COOKa — расп. на $CH_3COO + Ka$
капроновокисл. натръ — $C_5H_{11}COONa$ — » » $C_5H_{11}COO + Na$.

При этомъ наступаетъ рядъ вторичныхъ реакцій:

I. *Вторичныя реакціи у (—) электрода:*

1) Щелочной металлъ, соединяясь съ кислородомъ воды, разлагаетъ ее, причемъ выдѣляется водородъ и образуется щелочь.
2) Водородъ in statu nascendi можетъ вторично дѣйствовать на электролизуемую органическую соль.
3) Образовавшаяся щелочь можетъ вторично дѣйствовать на электролизуемую органическую соль.

II. *Вторичныя реакціи у (+) электрода:*

1) Остатокъ органической кислоты, выдѣляясь у положительнаго электрода, вступаетъ въ соединеніе съ водородомъ воды, образуя кислоту и выдѣляя кислородъ.
2) Въ свою очередь кислородъ, выдѣлившійся при образованіи органической кислоты, можетъ дѣйствовать на послѣднюю.
3) Кислородъ можетъ дѣйствовать на аніонъ въ моментъ его выдѣленія или на продукты вторичнаго распада аніона.
4) Остатокъ кислоты въ моментъ выдѣленія можетъ распасться на нѣсколько новыхъ группъ.

Такимъ образомъ, получается рядъ вторичныхъ продуктовъ въ зависимости отъ свойствъ іонъ и еще неразложившагося электролита; и здѣсь густота тока, концентрація и температура раствора, наконецъ, матеріалъ электродовъ обычнымъ образомъ вліяютъ на ходъ вторичныхъ реакцій. Разсмотрѣніе соотвѣтствующихъ примѣровъ завело бы насъ слишкомъ далеко въ область органической химіи.

492. Упомянемъ здѣсь еще объ отношеніи растворовъ **альбумина** къ гальваническому току: изъ слабо кислыхъ растворовъ альбуминъ выпадаетъ въ свернувшемся видѣ у (—) электрода, изъ слабо щелочныхъ — у (+) электрода; изъ растворовъ, содержащихъ избытокъ кислотъ или щелочей, альбуминъ вообще не выпадаетъ; изъ вполнѣ нейтральной кровяной сыворотки альбуминъ выпадаетъ у (+) электрода; особенно легко и въ боль-

шихъ массахъ альбуминъ выпадаетъ изъ растворовъ, содержащихъ сѣрнокислыя, фосфорнокислыя, азотнокислыя и солянокислыя соли; труднѣе и въ меньшихъ массахъ — изъ растворовъ, содержащихъ углекислыя или ѣдкія щелочи. Иногда альбуминъ выпадаетъ въ видѣ студня, иногда въ формѣ объемистыхъ хлопьевъ; значительный объемъ осадковъ альбумина зависитъ отъ того, что вещество это по большей части осаждается пронизаннымъ массою пузырьковъ водорода или кислорода.

---

493. Разсмотримъ теперь **химическія реакціи**, протекающія въ **гальваническомъ элементѣ** въ зависимости отъ тока, развиваемаго послѣднимъ.

Гальваническіе элементы по химическимъ процессамъ, совершающимся въ нихъ во время прохожденія чрезъ нихъ тока, могутъ быть вполнѣ уподоблены вольтаметрамъ. Въ самомъ дѣлѣ, одинъ кулонъ, протекая чрезъ растворъ металлическихъ солей или кислотъ, и въ вольтаметрахъ и въ самомъ элементѣ разлагаетъ по одному электролитическому эквиваленту названныхъ веществъ. Поэтому, если напр. въ цѣпи дѣйствуетъ элементъ Даніэля, то въ то время, какъ на (—) электродахъ включенныхъ въ цѣпь вольтаметровъ выдѣляется по одному электролитическому эквиваленту металловъ или водорода, въ элементѣ осаждается одинъ электролитическій эквивалентъ мѣди на (+) электродѣ и соединяется съ SO_4 одинъ электролитическій эквивалентъ цинка (—) электрода [1]). *Хотя въ вольтаметрѣ металлъ или водородъ выдѣляются на отрицательномъ электродѣ, а въ гальваническомъ элементѣ на положительномъ, тѣмъ не менѣе различіе это лишь кажущееся, такъ какъ металлъ и водородъ, и въ гальваническомъ элементѣ и въ вольтаметрѣ, выдѣляются всегда на томъ элек-*

---

[1]) Соотвѣтствующее вычисленіе см. въ примѣрѣ на стр. 349—350.

тродъ, по которому (положительный) *токъ выходитъ изъ этихъ приборовъ*. Сказанное ясно изъ нижеслѣдующаго рисунка (78),

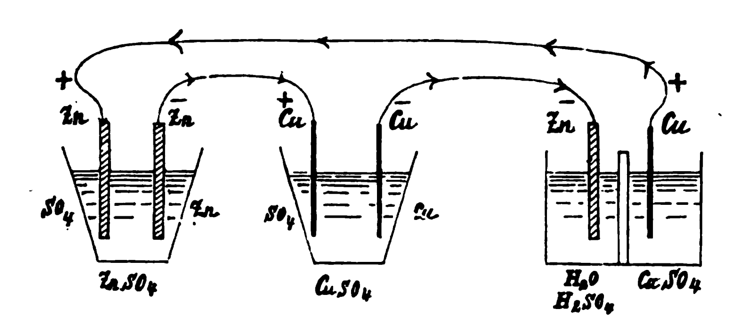


Рис. 78.

на которомъ изображены вольтаметры съ растворомъ мѣднаго и цинковаго купоросовъ, послѣдовательно соединенные въ цѣпь съ элементомъ Даніэля; электроды послѣдняго отдѣлены другъ отъ друга пористою перегородкой. Изъ рисунка видно, что цинкъ элемента Даніэля погруженъ въ растворъ слабой сѣрной кислоты; тѣмъ не менѣе цинкъ не растворяется въ этой кислотѣ, если онъ хорошо амальгамированъ, но за то, какъ сказано выше, соединяется съ SO_4, получающимся при электролитическомъ разложеніи H_2SO_4. Слѣдовательно, процессъ въ элементѣ протекаетъ такимъ образомъ:

$$n\overset{-}{Zn} \mid nSO_4H_2 \vdots nSO_4Cu \mid n\overset{+}{Cu}$$

$$(n-1)Zn+Zn \mid SO_4H_2+(n-1)H_2SO_4 \vdots SO_4Cu+(n-1)CuSO_4 \mid nCu$$

$$SO_4 \qquad 2H \qquad SO_4 \qquad Cu$$

$$ZnSO_4 \qquad H_2SO_4$$

$$(n-1)\overset{-}{Zn} \mid ZnSO_4+(n-1)H_2SO_4 \vdots (n-1)CuSO_4 \mid \overset{+}{(n+1)}\ Cu$$

494. Итакъ, *одному электролитическому эквиваленту цинка, потраченному въ гальваническомъ элементѣ на развитіе одного кулона, соотвѣтствуетъ выдѣленіе одного электролитическаго эквивалента какого бы то ни было металла или другаго катіона въ каждомъ изъ послѣдовательно соединенныхъ вольтаметровъ.* Поэтому, при электролизѣ слабой сѣрной кислоты въ вольтаметрѣ выдѣляется столько же водорода, сколько мы получили бы, непосредственно растворивъ въ сѣрной кислотѣ то количество цинка, которое потратилось въ элементѣ на поддержаніе соотвѣтствующей силы тока за все время электролиза.

495. Очевидно, что если въ цѣпи, заключающей вольтаметръ, дѣйствуетъ не одинъ, а n *послѣдовательно соединенныхъ элементовъ* Даніэля, то каждый кулонъ въ вольтаметрѣ выдѣлитъ одинъ электролитическій эквивалентъ какого бы то ни было металла или водорода, тогда какъ въ то же самое время въ батареѣ изъ n элементовъ будетъ выдѣлено n электролитическихъ эквивалентовъ мѣди и растворено n электролитическихъ эквивалентовъ цинка.

Совершенно иное произойдетъ въ томъ случаѣ, когда чрезъ вольтаметръ, включенный въ главную цѣпь, протекаетъ токъ отъ n одинаковыхъ *параллельно соединенныхъ элементовъ.* Такъ какъ въ этомъ случаѣ чрезъ каждый элементъ проходитъ только $\frac{1}{n}$ часть кулона, протекающаго въ главной цѣпи, то очевидно, что въ каждомъ элементѣ выдѣлится только $\frac{1}{n}$ электролитическаго эквивалента мѣди и растворится $\frac{1}{n}$ электролитическаго эквивалента цинка, въ то время какъ въ вольтаметрѣ выдѣлится цѣлый электролитическій эквивалентъ соотвѣтствующаго металла.

Такимъ образомъ, *количество въ миллиграммахъ потраченнаго въ гальваническомъ элементѣ цинка* (или другаго металла, образующаго отрицательный электродъ) *равно электролитическому эквиваленту его* (0,3375 миллиграммъ), *умноженному на*

число кулонъ, протекшихъ чрезъ элементъ въ развиваемомъ послѣднимъ токѣ.

Для практики предлагаемъ рѣшеніе слѣдующей задачи по двумъ различнымъ способамъ:

Элементъ Даніэля включенъ въ цѣпь, заключающую вольтаметръ съ серебряными электродами и растворомъ азотнокислаго серебра, причемъ въ теченіе 25 минутъ элементъ поддерживаетъ токъ силою въ 0,05 ампера; спрашивается, сколько выдѣлится за это время серебра въ вольтаметрѣ и мѣди въ элементѣ и сколько растворится въ послѣднемъ цинка?

Въ токѣ, силою въ 0,05 ампера, въ теченіе 25 минутъ протекаетъ

$$0{,}05 . 25 . 60 = 75 \text{ кулонъ},$$

а такъ какъ одинъ кулонъ изъ раствора серебряной соли выдѣляетъ 1,118 миллиграмма серебра, изъ раствора $Cu\,SO_4$ — 0,327 миллиграмма мѣди, далѣе разлагаетъ 0,509 миллиграмма $H_2\,SO_4$, окружающей (—) электродъ, выдѣляя 0,498 миллиграмма SO_4, то

въ теченіе 25 минутъ въ вольтаметрѣ выдѣл.	серебра	$1{,}118 . 75 = 83{,}850$	млгрм.
» » » » » элементѣ	» мѣди	$0{,}327 . 75 = 24{,}525$	»
	» SO_4	$0{,}498 . 75 = 37{,}350$	»

При соединеніи группы SO_4 съ цинкомъ элемента получается сѣрнокислый цинкъ, содержащій 40,4% металла и 59,6% SO_4, поэтому 37,35 миллиграмма SO_4 соединятся съ

$$\frac{40{,}4 . 37{,}35}{59{,}6} = 25{,}318 \text{ миллиграмма цинка.}$$

Итакъ, токъ силою въ 0,05 ампера въ теченіе 25 минутъ (= 75 кулонъ)

въ вольтаметрѣ	выдѣляетъ	83,850	миллиграмма	серебра,
» элементѣ	»	24,525	»	мѣди,
» »	растворяетъ	25,318	»	цинка;

отсюда на каждый кулонъ, развиваемый гальваническимъ элементомъ, въ послѣднемъ затрачивается

$$\frac{25{,}318}{75} = 0{,}3376 \text{ миллиграмма цинка,}$$

т. е. количество, равное одному электролитическому эквиваленту этого металла (= 0,3375).

Такимъ образомъ вопросъ — «какое количество цинка тратится въ гальваническомъ элементѣ при извѣстной силѣ тока въ теченіе даннаго времени?» — рѣшается (другимъ способомъ) помноженіемъ электролитическаго эквивалента цинка на данную силу тока въ амперахъ и на время дѣйствія тока въ секундахъ.

Для приведеннаго примѣра имѣемъ:

$$0,3375 . 0,05 . 25 . 60 = 25,3125$$ миллиграмма цинка.

---

496. Этимъ мы заканчиваемъ обзоръ ученія объ электролизѣ и позволяемъ себѣ въ заключеніе сказать лишь нѣсколько словъ по поводу **теоретическаго объясненія сущности** этого процесса.

Какъ намъ уже извѣстно, продукты электролиза, іоны, выдѣляются только непосредственно у электродовъ; тѣмъ не менѣе процессъ электролиза несомнѣнно охватываетъ весь электролитъ, причемъ химически разнородныя частицы его передвигаются между электродами въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ. Такъ напр., если мы представимъ себѣ между электродами рядъ молекулъ сѣрнокислой окиси мѣди, состоящихъ изъ частицъ Cu, связанныхъ съ частицами SO_4 (рис. 79), то до замкнутія тока имѣемъ:

Cu	Cu	Cu	Cu
SO_4	SO_4	SO_4	SO_4

Рис. 79.

По замкнутіи тока, произойдетъ одновременное разложеніе всѣхъ молекулъ $Cu\,SO_4$ и передвиженіе верхней и нижней частей цѣпи молекулъ этой соли въ такомъ направленіи (рис. 80):

−						+
	Cu	Cu	Cu	Cu		
		SO_4	SO_4	SO_4	SO_4	

Рис. 80.

Допускаютъ, что въ молекулѣ $\frac{Cu}{SO_4}$, содержащей нейтральное электричество, происходитъ разложеніе послѣдняго чрезъ электростатическую индукцію со стороны зарядовъ наэлектризованныхъ электродовъ, причемъ нѣкоторое количество (+) элек-

тричества всегда сообщается атому Cu, въ то время какъ одинаковое количество (—) электричества сообщается молекулѣ SO_4. Отсюда ясно, почему Cu движется въ сторону отрицательнаго электрода, а SO_4 въ сторону положительнаго. *Іонъ, электризующійся положительно и потому выдѣляющійся у отрицательнаго электрода, называется электроположительнымъ*, а *іонъ, выдѣляющійся у положительнаго электрода, — электроотрицательнымъ.*

Такимъ образомъ, теорія эта (предложенная Гроттусомъ)[1] вполнѣ удовлетворительно объясняетъ, почему іоны выдѣляются только у электродовъ, несмотря на то, что токъ производитъ разложеніе одновременно во всей массѣ электролита.

497. Опытъ показываетъ, что нѣтъ жидкости, которая проводила бы токъ, не разлагаясь имъ, и что жидкости не разлагаемыя токомъ, въ то же время суть непроводники электричества (напр. безводный NH_3, HCl, SO_2, JCl, BrJ, S_2Cl_2, SCl_2, SCl_4, PCl_3, CCl_4, $AsCl_3$, CS_2 и многія другія неорганическія соединенія, далѣе, эѳирныя масла, безводныя кислоты жирнаго ряда и т. д.). Такимъ образомъ, въ то время какъ въ металлическомъ проводникѣ движущееся электричество переходитъ съ одной частицы металла на другую, явленіе электрическаго тока въ электролитѣ, согласно изложенной теоріи, объясняется совершенно инымъ процессомъ: нейтральное электричество молекулъ электролита разлагается, противоположныя электричества сообщаются электроотрицательной и электроположительной составнымъ частямъ молекулы, изъ коихъ каждая притягивается соотвѣтственнымъ зарядомъ электродовъ, вслѣдствіе чего и происходитъ распаденіе молекулы и перенесеніе электроотрицательной части ея къ (+), а электроположительной къ (—) электродамъ. Передвигающіеся электроположительные іоны, приходя въ соприкосновеніе съ (—) электродомъ, нейтрализуютъ часть заряда его, заключающимся въ нихъ (+) электричествомъ, въ то время какъ элек-

[1]) Другая теорія изложена въ главѣ о проводимости электролитовъ.

троотрицательные іоны нейтрализуютъ равную часть заряда (+) электрода. Результатъ получается совершенно такой же, какъ если бы соотвѣтственное количество (+) электричества съ (+) электрода непосредственно перешло черезъ жидкость на (—) электродъ и равное количество (—) электричества — съ (—) электрода на (+) электродъ. Такъ какъ нейтрализованныя количества противоположныхъ электричествъ на электродахъ тотчасъ же замѣщаются новыми, притекающими отъ источника электричества, электровозбудительная сила коего поддерживаетъ неизмѣнную разность потенціаловъ электродовъ, то въ цѣпи устанавливается непрерывное передвиженіе электричествъ — гальваническій токъ. Очевидно, что сила этого тока прямо пропорціональна количеству перемѣщающихся въ жидкости іонъ, количество же это съ одной стороны прямо пропорціонально разности потенціаловъ электродовъ, а съ другой — обратно пропорціонально тому (механическому) сопротивленію, которое встрѣчаютъ въ жидкости передвигающіеся іоны. Поэтому можно предположить, что чѣмъ меньше электропроводимость электролита, тѣмъ менѣе подвижны его молекулы и тѣмъ незначительнѣе скорость передвиженія іонъ. Увеличеніе проводимости электролитовъ при нагрѣваніи ихъ вполнѣ удовлетворительно объясняется, согласно этой теоріи, увеличеніемъ подвижности молекулъ resp. іонъ (это ясно уже изъ того, что различныя тѣла подъ вліяніемъ тепла изъ твердаго состоянія переходятъ въ подвижное жидкое, а изъ жидкаго въ еще болѣе подвижное — газообразное).

Мы не будемъ болѣе останавливаться на разборѣ деталей изложенной теоріи, такъ какъ теоретическія разсужденія входятъ въ программу нашего обзора только, поскольку они необходимы для пониманія практики.

498. Не трудно понять, почему при вышеприведенномъ передвиженіи іонъ, концентрація раствора электролизуемой соли уменьшается у (—) и увеличивается у (+) электрода, оставаясь въ раздѣляющемъ слоѣ безъ измѣненія. Въ самомъ дѣлѣ, спустя нѣкоторое время отъ начала электролиза, мы имѣемъ слѣдующее

расположеніе частей электролизуемаго раствора $Cu\,SO_4$ между мѣдными электродами (рис. 81):

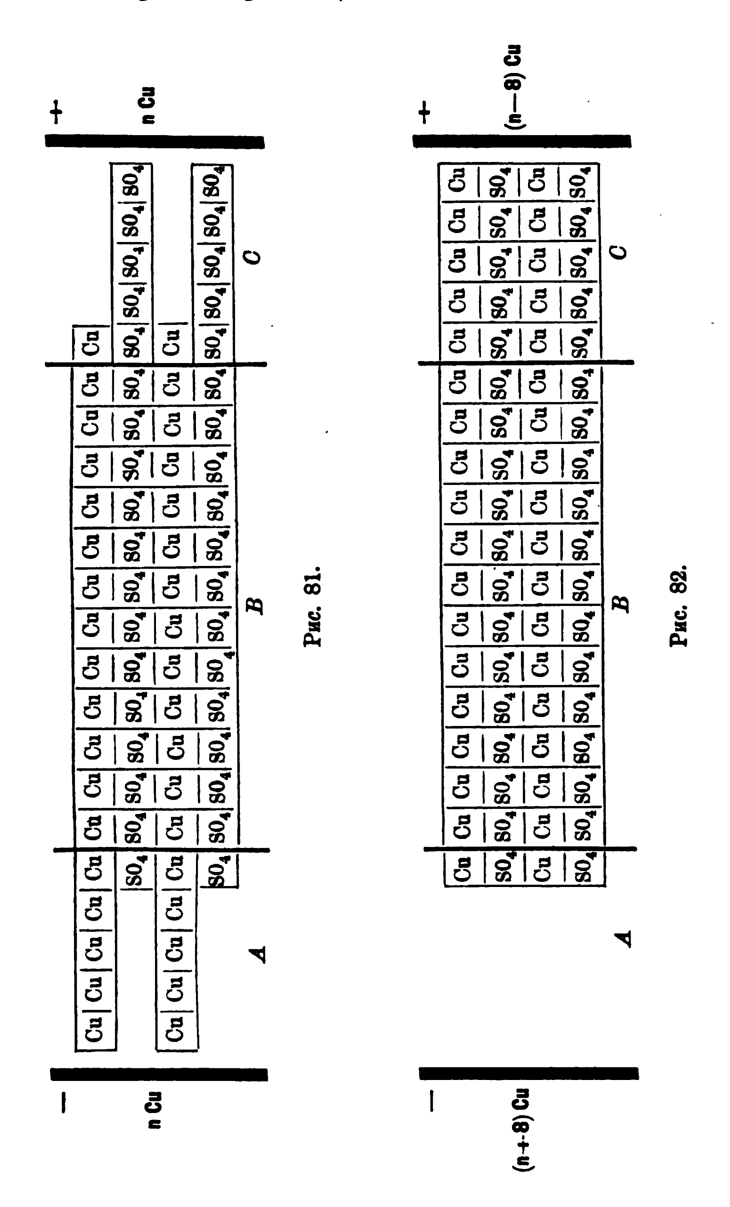


Рис. 81.

Рис. 82.

т. е. въ слоѣ *A* у (—) электрода имѣемъ 8 свободныхъ атомовъ Cu и 2 молекулы $Cu\,SO_4$; въ слоѣ *C* у (+) электрода имѣемъ 8

свободныхъ молекулъ SO_4 и 2 молекулы $Cu SO_4$; въ промежуточномъ слоѣ (*B*) имѣемъ 12 молекулъ $Cu SO_4$. Послѣдній слой и слой *A* остаются безъ измѣненія, но всѣ 8 молекулъ SO_4 у (+) соединяются съ мѣдью самого электрода, образуя 8 молекулъ $Cu SO_4$. Вслѣдствіе этого, въ результатѣ получается расположеніе, показанное на рис. 82: въ слоѣ у (+) электрода прибыло 8 молекулъ $Cu SO_4$, а въ слоѣ у (—) электрода такое же количество ихъ убыло.

---

499. Къ явленіямъ электролиза относятся нѣкоторыя наблюдаемыя **въ гальваническихъ элементахъ побочныя реакціи**, о которыхъ мы считаемъ умѣстнымъ сказать нѣсколько словъ.

Если погрузить химически чистый цинкъ въ растворъ химически чистой сѣрной кислоты, то оказывается, что цинкъ почти вовсе не дѣйствуетъ на кислоту[1]). Напротивъ, всякій нечистый цинкъ быстро разлагаетъ сѣрную кислоту вслѣдствіе того, что на поверхности послѣдняго образуются замкнутыя гальваническія пары, состоящія изъ кислоты, частицъ примѣсей (C, As, Fe, Mn) и частицъ цинка. Въ такихъ гальваническихъ парахъ происходитъ электролизъ кислоты съ выдѣленіемъ водорода и послѣдующимъ соединеніемъ цинка съ SO_4.

Если къ раствору сѣрной кислоты, въ которую погруженъ химически чистый цинкъ, прибавить незначительное количество раствора такой соли, металлъ коей вытѣсняется цинкомъ изъ своего соединенія съ кислотою или галлоидомъ, то также образуется гальваническая пара, состоящая изъ цинка, металла, осѣвшаго на поверхности послѣдняго, и окружающей жидкости, вслѣдствіе чего опять-таки начинается энергичное разложеніе сѣрной кислоты. Такъ напр., если въ растворъ сѣрной кислоты, окружающей цинкъ, прибавить каплю раствора хлористой платины, мѣд-

---

[1]) По крайней мѣрѣ при обыкновенной комнатной температурѣ и при содержаніи кислоты, не превосходящемъ 45%.

наго купороса и т. п., то на цинкѣ выдѣляется металлическая платина или мѣдь, которыя и образуютъ съ цинкомъ и кислотою замкнутую гальваническую пару. Если на цинкъ просто положить кусочекъ платины или мѣди, то произойдетъ то же самое. Вообще, если въ водѣ или растворѣ какой либо кислоты находятся два соприкасающіеся разнородные металла, то окисляется (и растворяется) только тотъ изъ нихъ, на которомъ электролитически выдѣляется кислородъ, и который, слѣдовательно, въ образовавшейся гальванической парѣ служитъ отрицательнымъ электродомъ. Въ то же время другой металлъ, служащій положительнымъ электродомъ, предохраняется отъ окисленія выдѣляющимся на немъ водородомъ. Поэтому даже плохо оцинкованное (покрытое цинкомъ) желѣзо не ржавѣетъ въ водѣ.

Во всякомъ гальваническомъ элементѣ, въ которомъ цинковый электродъ состоитъ не изъ химически чистаго цинка, происходитъ реакція между цинкомъ и сѣрною кислотой даже въ то время, когда полюсы элемента разомкнуты; при этомъ въ жидкости элемента между цинкомъ и примѣсями его циркулируютъ гальваническіе токи, называемые *побочными токами въ элементѣ*.

500. Чтобы предотвратить образованіе побочныхъ токовъ и быстрое разрушеніе въ элементахъ цинка, послѣдній покрываютъ слоемъ ртути, *амальгамируютъ* цинкъ.

Въ амальгамѣ, покрывающей цинкъ, нѣтъ уже болѣе частичекъ вышеупомянутыхъ примѣсей, такъ какъ послѣднія, будучи нерастворимы въ ртути, смываются съ поверхности цинка во время самаго процесса амальгамированія его. Однородныя частицы амальгамы не образуютъ съ сѣрною кислотой гальваническихъ паръ, побочные токи отсутствуютъ и амальгамированный цинкъ весьма мало дѣйствуетъ на кислоту.

Цинковую (равно какъ и всякую другую) амальгаму нельзя разсматривать какъ *смѣсь* ртути съ цинкомъ; напротивъ, цинковая амальгама есть *новое тѣло*, отличное какъ отъ цинка, такъ и отъ ртути по своимъ физическимъ и химическимъ свойствамъ.

Такая амальгама содержитъ настоящее, способное къ кристаллизаціи, химическое соединеніе цинка со ртутью, растворенное въ избыткѣ послѣдней.

Если бы амальгама представляла собою простую смѣсь ртути и цинка, то амальгамированіе не только не предохраняло бы цинкъ отъ дѣйствія кислоты, но усиливало бы даже таковое, такъ какъ въ гальванической парѣ изъ цинка, ртути и раствора сѣрной кислоты, цинкъ является отрицательнымъ электродомъ, и на немъ, слѣдовательно, выдѣляется группа SO_4.

Если на поверхность равномѣрно амальгамированнаго цинка положить кусочекъ платины или мѣди, то и здѣсь получается замкнутая гальваническая пара, появляется побочный токъ и начинается обычный электролизъ сѣрной кислоты, раствореніе цинка и т. д. Въ гальваническихъ элементахъ такое явленіе наблюдается очень часто, когда на поверхность амальгамированнаго цинковаго электрода попадаютъ постороннія вещества, составляющія съ цинкомъ и окружающею жидкостью гальваническія пары. Всего чаще поводомъ къ этому служитъ осажденіе на цинкѣ мѣди изъ раствора деполяризующаго мѣднаго купороса (§ 548), просачивающагося къ цинку.

XXII. Электровозбудительная сила поляризаціи.

501. Извѣстно, что величина электровозбудительной силы гальваническаго элемента зависитъ отъ матеріала электродовъ и отъ химическаго состава возбуждающей жидкости, ея концентраціи и температуры. Если бы условія, при которыхъ возникла эта электровозбудительная сила, не нарушались, то она представляла бы собою величину *постоянную* для даннаго элемента. Въ дѣйствительности же, тотчасъ по замкнутіи цѣпи начинается электролизъ жидкости и химическія реакціи между выдѣляющимся аніономъ и веществомъ положительнаго электрода элемента; при этомъ составъ жидкости измѣняется и температура ея повышается.—Такимъ образомъ, наступаетъ рядъ явленій, нарушаю-

щихъ условія первоначальнаго возникновенія электровозбудительной силы, вслѣдствіе чего измѣняется и величина ея.

Нерѣдко, однако, электровозбудительная сила элемента падаетъ вслѣдъ за замкнутіемъ цѣпи столь быстро и столь значительно, что объяснить это явленіе вышеприведенными причинами совершенно невозможно, тѣмъ болѣе, что ни температура, ни составъ жидкости элемента, за кратковременностью дѣйствія послѣдняго, не могли значительно измѣниться.

Замкнувъ гальванометромъ малаго сопротивленія полюсы элемента, состоящаго изъ цинка, мѣди и слабой сѣрной кислоты, мы замѣчаемъ быстрое ослабленіе тока: въ нѣсколько минутъ сила тока можетъ упасть до $^1/_{10}$ первоначальной величины. Предполагая сопротивленіе обмотки гальванометра неизмѣннымъ, мы должны искать причину уменьшенія силы тока или въ увеличеніи внутренняго сопротивленія элемента, или въ уменьшеніи электровозбудительной силы его. Но такъ какъ внутреннее сопротивленіе элемента не могло замѣтно увеличиться, ибо составъ жидкости не успѣлъ еще сколько нибудь значительно измѣниться[1]), то очевидно, что причина ослабленія тока лежитъ въ уменьшеніи электровозбудительной силы.

Опытъ показываетъ, что если цинкъ хорошо амальгамированъ, то слабая сѣрная кислота на него замѣтно не дѣйствуетъ (§ 500) и на поверхностяхъ электродовъ до замкнутія цѣпи не замѣчается выдѣленія пузырьковъ водорода; но стоитъ замкнуть токъ, какъ начинается *выдѣленіе водорода на поверхности положительнаго* (мѣднаго) *электрода* (§ 493), и вслѣдъ затѣмъ быстрое паденіе силы тока. Если теперь вынуть цинковый электродъ и замѣнить его новымъ, то понизившаяся сила тока отъ этого не увеличится; напротивъ, если замѣнить новымъ мѣдный электродъ, покрытый пузырьками водорода, то сила тока тотчасъ же возрастетъ. Итакъ, выдѣленіе пузырьковъ водорода на

[1]) Такое предположеніе подтверждается измѣреніемъ внутренняго сопротивленія.

мѣдномъ электродѣ ослабляетъ токъ. То обстоятельство, что внутреннее сопротивленіе элемента не увеличилось, показываетъ, что пузырьки водорода, выдѣляясь и отлагаясь на мѣди, дѣйствуютъ ослабляющимъ образомъ на силу тока не путемъ увеличенія внутреннаго сопротивленія элемента, а измѣненіемъ самыхъ свойствъ мѣднаго электрода.

502. Если мѣдный электродъ, покрытый пузырьками водорода, вынуть изъ элемента и быстро погрузить въ слабый растворъ сѣрной кислоты, въ которомъ находится другая *нормальная* мѣдная пластинка, то при замкнутіи полюсовъ обоихъ электродовъ проводникомъ въ цѣпи появится кратковременный сильный токъ. Очевидно, что этотъ токъ обусловливается значительною неоднородностью обоихъ мѣдныхъ электродовъ [1]), вслѣдствіе чего послѣдніе въ соприкосновеніи съ H_2SO_4 образуютъ гальваническій элементъ, обладающій значительною электровозбудительною силой. *При одновременномъ погруженіи въ слабую* H_2SO_4 *нормальной мѣдной пластинки и такой же, измѣненной водородомъ, нормальная* (Cu) *электролизуется положительно, покрытая же пузырьками водорода* (Cu + H) *отрицательно* (рис. 83). То же

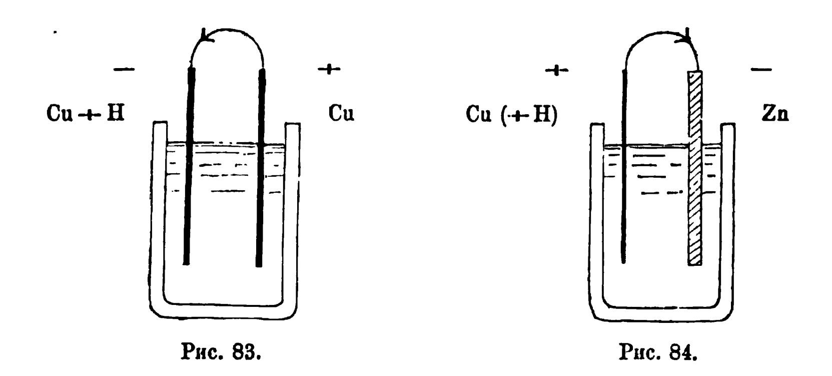


Рис. 83. Рис. 84.

явленіе наблюдается и въ томъ случаѣ, если въ работавшемъ

[1]) Если бы пластинки были неоднородны только въ смыслѣ §§ 318—319, то токъ, обусловливаемый такою неоднородностью ихъ, былъ бы очень слабъ.

цинково-мѣдномъ элементѣ цинковый электродъ замѣнить свѣжею мѣдною пластинкой. Въ обоихъ случаяхъ, при замкнутіи полюсовъ мѣдныхъ электродовъ проводникомъ, токъ въ послѣднемъ пойдетъ отъ свѣжей мѣдной пластинки къ покрытой пузырьками водорода (рис. 83), т. е. будетъ имѣть направленіе обратное тому, которое имѣлъ токъ цинково-мѣднаго элемента (рис. 84).

Описанное измѣненіе мѣднаго электрода водородомъ называется *поляризаціей* этого *электрода водородомъ. Обыкновенно говорятъ о поляризаціи гальваническаго элемента, хотя поляризуется лишь положительный электродъ его.*

503. Если чрезъ вольтаметръ со слабою сѣрною кислотой и платиновыми электродами пропустить токъ (хотя бы даже весьма кратковременный и слабый), и затѣмъ, разобщивъ вольтаметръ отъ батареи, замкнуть полюсы его проволокой, то окажется, что въ послѣдней идетъ токъ въ направленіи обратномъ тому, который продуцировала батарея. Такимъ образомъ, *токъ, развиваемый поляризованнымъ вольтаметромъ въ проводникѣ, замыкающемъ полюсы его, имѣетъ направленіе отъ электрода, на которомъ выдѣлился кислородъ* (+), *къ электроду, на которомъ выдѣлился водородъ* (—) [рис. 85 и 86].

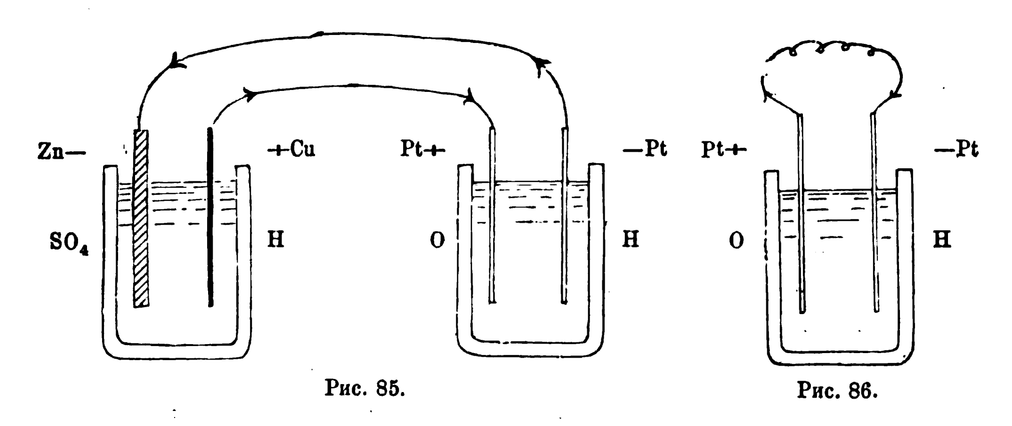


Рис. 85. Рис. 86.

Итакъ, гальваническій токъ поляризуетъ платиновые электроды вольтаметра точно такъ же, какъ и электроды самого элемента.

504. Гальваническій токъ, вызывающій поляризацію вольтаметра или электродовъ самого гальваническаго элемента, называется *поляризующимъ токомъ*, а токъ, производимый поляризованнымъ вольтаметромъ *поляризаціоннымъ*, или *вторичнымъ токомъ*; самъ вольтаметръ превращается, такимъ образомъ, въ *поляризаціонный* или *вторичный элементъ*.

505. Мы уже говорили (§ 484, 7), что водородъ и кислородъ, выдѣляясь электролитически на различныхъ металлахъ, окклюдируются ими; измѣненный такимъ образомъ металлъ въ соприкосновеніи съ электролитомъ развиваетъ электровозбудительную силу, различную отъ той, которую онъ развивалъ въ нормальномъ состояніи. Въ этомъ измѣненіи электровозбудительныхъ свойствъ металла вслѣдствіе поглощенія имъ электролитически выдѣляющихся газовъ и заключается сущность *поляризаціи* его (газами).

При поляризаціи платиновыхъ электродовъ въ H_2 SO_4 поляризуется не только отрицательный электродъ, но также и *положительный* — выдѣляющимся на немъ *кислородомъ*. При поляризаціи различныхъ металловъ кислородомъ, помимо *поляризаціи безъ окисленія* поверхности металла, различаютъ еще *поляризацію вслѣдствіе окисленія металла;* въ послѣднемъ случаѣ электровозбудительныя свойства металла измѣняются образованіемъ на поверхности его слоя окисла.

506. Если поляризованные газами электроды, по прекращеніи поляризующаго тока, предоставить самимъ себѣ, то окклюдированные газы выдѣляются болѣе или менѣе быстро въ зависимости отъ того, имѣемъ ли мы дѣло съ *поверхностною* или *глубокою окклюзіей* ихъ. Кислородъ окклюдируется большинствомъ металловъ поверхностнѣе, чѣмъ водородъ; поэтому, по прекращеніи поляризующаго тока, поляризованный кислородомъ электродъ *деполяризируется* гораздо скорѣе, чѣмъ электродъ, поляризованный водородомъ. Поляризованный водородомъ электродъ часто долгое время не теряетъ своихъ свойствъ даже въ томъ случаѣ, если его вынуть изъ жидкости и насухо вытереть.

507. Намъ извѣстно, что платина въ соприкосновеніи со слабою сѣрною кислотой не вызываетъ никакой электровозбудительной силы (§ 303). Напротивъ, платина, измѣненная окклюдированными ею газами (H или O), вызываетъ въ соприкосновеніи съ H_2 SO_4 весьма значительную электровозбудительную силу. Существуютъ и другіе металлы, которые, подобно платинѣ, въ нормальномъ состояніи въ соприкосновеніи съ различными жидкостями не вызываютъ электровозбудительной силы, но развиваютъ таковую, будучи измѣнены поляризаціей. Эта новая электровозбудительная сила называется *электровозбудительною силой поляризаціи* этихъ металловъ или *вторичною электровозбудительною силой*.

Большинство же металловъ *и въ нормальномъ, и въ поляризованномъ состояніи вызываютъ въ соприкосновеніи съ жидкостями электровозбудительную силу*. При измѣненіи такихъ металловъ поляризаціей, первоначальная (нормальная) электровозбудительная сила соприкосновенія ихъ съ данною жидкостью измѣняется *въ величинѣ*, а нерѣдко и *въ направленіи*. Эта *измѣненная электровозбудительная сила соприкосновенія металловъ съ тою жидкостью, въ которой они поляризовались, и есть электровозбудительная сила поляризаціи ихъ*.

Примѣры:

Электровозбудительная сила соприкосновенія со слабою сѣрною кислотой металловъ:

поляризованныхъ *водородомъ*.		поляризованныхъ *кислородомъ*.		въ нормальномъ состояніи.	
(*Электровозбудительная сила поляризаціи ихъ*).					
Платина ...	—0,90 вольта	Платина ...	+0,97 вольта	Платина ..	0,00 вольта
Золото	—0,95 »	Золото	+1,22 »	Золото	0,00 »
Мѣдь	—1,08 »	Мѣдь	+0,7 »	Мѣдь	—0,58 »
Серебро....	—0,84 »	Серебро	+1,26 »	Серебро ...	—0,35 »

Знаки передъ числами показываютъ, какимъ образомъ электризуется данный металлъ въ соприкосновенiи съ H_2SO_4.

508. Изъ таблицы видно, что подъ влiянiемъ поляризацiи *водородомъ* мѣдь и серебро въ соприкосновенiи со слабою сѣрною кислотой развиваютъ электровозбудительную силу бо̀льшую, чѣмъ въ нормальномъ состоянiи; направленiе электровозбудительной силы при этомъ не измѣняется. Тѣ же металлы, будучи поляризованы *кислородомъ*, развиваютъ въ соприкосновенiи съ H_2SO_4 электровозбудительную силу не только бо̀льшую, чѣмъ въ нормальномъ состоянiи, но и имѣющую иное направленiе. Отсюда слѣдуетъ, что при поляризацiи мѣднаго (или серебрянаго) вольтаметра со слабою H_2SO_4 электровозбудительныя силы поляризацiи обоихъ электродовъ его суммируются (§ 307). Такимъ образомъ:

общая электровозбудительная сила поляризацiи:

мѣднаго вольтаметра = 1,78 вольта,
серебрянаго » = 2,10 »

Точно также и общая электровозбудительная сила поляризацiи платиноваго вольтаметра съ H_2SO_4 = 1,87 вольта.

509. Итакъ:

1) *Подъ* **электровозбудительною силой поляризацiи отдѣльнаго электрода** *понимаютъ ту электровозбудительную силу, которую развиваетъ данный электродъ въ соприкосновенiи съ жидкостью, въ которой онъ поляризованъ.*

2) *Подъ* **электровозбудительною силой поляризацiи вольтаметра** *понимаютъ ту электровозбудительную силу, которая развивается вольтаметромъ, какъ результатъ совмѣстнаго дѣйствiя обѣихъ электровозбудительныхъ силъ соприкосновенiй электродовъ его съ тою жидкостью, въ которой они поляризовались.*

3) *Подъ* **электровозбудительною силой поляризацiи гальваническаго элемента** *понимаютъ разность электровозбудительныхъ силъ, развиваемыхъ элементомъ до и послѣ поляризацiи положительнаго электрода его водородомъ.*

Примѣромъ послѣдняго можетъ служить поляризація цинково-мѣднаго элемента со слабою сѣрною кислотой. Электровозбудительная сила такого элемента равна 0,95 вольта (§ 304); послѣ же поляризаціи мѣднаго электрода она падаетъ на 0,45 вольта ($1,53 - 1,08 = 0,45$); слѣдовательно, электровозбудительная сила поляризаціи элемента равна $0,95 - 0,45 = 0,5$ вольта.

510. Мы видѣли, что о *самостоятельной* электровозбудительной силѣ поляризаціи можно говорить только въ томъ случаѣ, когда поляризуются металлы, которые въ нормальномъ состояніи не развиваютъ электровозбудительной силы съ тою жидкостью, въ которой они поляризованы. Въ противномъ же случаѣ мы имѣемъ дѣло не съ какою либо «самостоятельно» существующею электровозбудительною силой поляризаціи, а лишь съ измѣненіемъ величины первоначальной электровозбудительной силы соприкосновенія металловъ съ данною жидкостью. Тѣмъ не менѣе для удобствъ вычисленія принимаютъ, что при поляризаціи гальваническаго элемента въ немъ возникаетъ *самостоятельная электровозбудительная сила поляризаціи*, которая дѣйствуетъ въ направленіи, обратномъ *неизмѣненной* основной электровозбудительной силы элемента; такимъ образомъ, электровозбудительная сила поляризаціи какъ бы вычитается изъ основной электровозбудительной силы элемента.

Если, поэтому, электровозбудительная сила элемента $= \varepsilon$, а электровозбудительная сила поляризаціи его или включеннаго въ цѣпь вольтаметра достигла величины $= p$, то въ цѣпи будетъ дѣйствовать *активно* не первоначальная электровозбудительная сила ε, а нѣкоторая другая, равная

$$\varepsilon - p$$

Если первоначальная сила тока была

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

то, при развитіи поляризаціи, сила тока въ цѣпи упадетъ и будетъ

$$I_1 = \frac{\varepsilon - p}{R}$$

511. Мы увидимъ ниже (§ 521), что p всегда меньше ε; поэтому, какъ бы ни была велика p, токъ хотя и ослабнетъ, но все же не исчезнетъ окончательно и будетъ имѣть неизмѣнное направленіе до тѣхъ поръ, пока случайно *внезапно* не уменьшится ε. Если внезапно уменьшить ε, то p въ первый моментъ можетъ оказаться значительнѣе остатка ε, вслѣдствіе чего токъ (проходящій, напр., чрезъ вольтаметръ) можетъ измѣнить свое направленіе.

Примѣръ: Имѣемъ батарею изъ 5 неполяризующихся элементовъ; электровозбудительная сила каждаго $\varepsilon = 0{,}8$ вольта, а внутреннее сопротивленіе $w = 1{,}2$ ома.

Полюсы батареи соединены проводниками ничтожнаго сопротивленія съ вольтаметромъ, сопротивленіе котораго $W = 4$ омамъ. Токъ батареи поляризуетъ вольтаметръ, причемъ величина электровозбудительной силы поляризаціи (p) достигаетъ 1,4 вольта. При означенныхъ условіяхъ въ цѣпи получается токъ

$$I = \frac{n\varepsilon - p}{nw + W} = \frac{5.0{,}8 - 1{,}4}{5.1{,}2 + 4} = 0{,}26 \text{ ампера.}$$

Если теперь внезапно выключить изъ цѣпи 4 элемента, то сила тока въ цѣпи будетъ въ первый моментъ

$$I_1 = \frac{\varepsilon - p}{w + W} = \frac{0{,}8 - 1{,}4}{1{,}2 + 4} = \frac{-0{,}6}{5{,}2} = 0{,}115 \text{ ампера.}$$

Отрицательная величина дѣйствующей теперь въ цѣпи электровозбудительной силы (— 0,6 вольта) показываетъ, что направленіе тока обратно предыдущему. Продолжительность этого тока очень незначительна (§ 529).

512. Ознакомившись съ сущностью поляризаціи, перечислимъ причины возникновенія ея.

Электроды поляризуются,

1) *когда часть газовъ, электролитически выдѣляющихся на металлическихъ или угольныхъ электродахъ окклюдируется поверхностными слоями или всею массою ихъ* (примѣры: поляризація платиновыхъ электродовъ вольтаметра H и O; поляризація (+) электрода гальваническаго элемента H).

2) *Когда поверхность электрода окисляется на счетъ электролитически выдѣляющагося О и вслѣдствіе этого вызываетъ въ соприкосновеніи съ электролитомъ электровозбудительную силу, отличную отъ первоначальной* (примѣръ: положительный свинцовый электродъ вольтаметра, поляризованный окисленіемъ; § 539).

3) *Когда жидкость у электродовъ путемъ электролиза измѣняется такимъ образомъ, что вызываетъ въ соприкосновеніи съ веществомъ электродовъ электровозбудительную силу, отличную отъ первоначальной* (примѣръ: поляризація (+) электродовъ гальваническихъ элементовъ въ растворахъ хромовой кислоты или мѣднаго купороса [§§ 517—518]).

Такимъ образомъ, электроды вольтаметра, вообще поляризуются при электролизѣ между ними различныхъ растворовъ кислотъ, щелочей, солей, органическихъ веществъ и т. п.

513. Такъ какъ электролитъ разлагается проходящимъ въ немъ токомъ, какъ бы слабъ послѣдній ни былъ, то поляризація электродовъ всегда возможна и рѣдко когда она не наступаетъ [1]). Такимъ образомъ, *поляризація электродовъ служитъ несомнѣннымъ признакомъ того, что токъ между ними проходитъ чрезъ электролитъ.* При этомъ процесъ электролиза можетъ быть количественно настолько ничтоженъ, что нѣтъ возможности даже микрохимически обнаружить выдѣленіе какихъ либо іонъ. — Примѣромъ этого можетъ служить электролизъ стекла: какъ извѣстно, стекло при обыкновенной температурѣ есть изоляторъ, но, будучи нагрѣто до 100° С., оно уже начинаетъ замѣтно проводить электричество, причемъ электроды, соприкасающіеся съ нимъ, поляризуются. Такъ какъ токъ, проходящій чрезъ нагрѣтое стекло, крайне слабъ, вслѣдствіе весьма значительнаго удѣльнаго сопротивленія послѣдняго, то количество продуктовъ электролиза, выдѣляющихся на электродахъ, столь ничтожно, что не можетъ быть обнаружено химическими реакціями. Въ этомъ слу-

[1]) О такихъ исключеніяхъ см. §§ 516—518 и 548.

чаѣ только поляризація электродовъ указываетъ намъ на то, что нагрѣтое стекло есть электролитъ.

XXIII. Поляризація вольтаметра.

514. Величина электровозбудительной силы поляризаціи вольтаметра зависитъ отъ слѣдующихъ причинъ:

1) *отъ матеріала электродовъ и отъ состава окружающей ихъ жидкости*;

2) *отъ свойствъ поверхности электродовъ*;

3) *отъ густоты поляризующаго тока у поверхности электродовъ*;

4) *отъ продолжительности поляризующаго тока*;

5) *отъ температуры электродовъ и жидкости.*

Разсмотримъ каждую изъ этихъ причинъ въ отдѣльности.

515. Зависимость поляризаціи электродовъ отъ матеріала ихъ и отъ состава окружающей жидкости. Различные по матеріалу электроды въ различныхъ по составу жидкостяхъ поляризуются однимъ и тѣмъ же токомъ въ различной степени. Причины этого факта весьма понятны, такъ какъ элетровозбудительная сила поляризаціи вызывается выдѣленіемъ у электродовъ тѣхъ или иныхъ продуктовъ электролиза, измѣняющихъ вещество электродовъ или составъ окружающей ихъ жидкости. Измѣненіе состава жидкости не всегда ведетъ къ образованію электровозбудительной силы, такъ какъ для этого необходимо, чтобы измѣненная жидкость въ соприкосновеніи съ металломъ электродовъ дѣйствовала, вообще, электровозбудительно и притомъ въ направленіи, противоположномъ электровозбудительной силѣ поляризующаго источника. Если вслѣдствіе измѣненія электролизомъ части жидкости, окружающей однородные электроды, или вслѣдствіе измѣненія самихъ электродовъ развивается электровозбудительная сила поляризаціи, производящая по прекращеніи поляризующаго тока — поляризаціонный токъ *одного направленія съ поляризовавшимъ*, то поляризація такого рода называется *анормальною* въ отличіе

отъ разсматриваемой до сихъ поръ *нормальной*. Такимъ образомъ, при анормальной поляризаціи, измѣненные электроды, въ соприкосновеніи съ электролитомъ, или измѣненный электролитъ, въ соприкосновеніи съ электродами, развиваютъ электровозбудительную силу одного направленія съ таковою поляризовавшаго источника. Пока мы будемъ имѣть въ виду исключительно нормальную поляризацію, объ анормальной же скажемъ ниже (§§ 540—541).

516. Разсмотримъ теперь тѣ **общія условія, при которыхъ не наступаетъ поляризаціи электродовъ.**

1) *Электродъ изъ легко окисляемаго металла по большей части не поляризуется кислородомъ.*

Такъ напр., при электролизѣ слабой H_2SO_4 между цинковыми электродами, аніонъ SO_4 непосредственно соединяется съ цинкомъ (+) электрода, образуя $ZnSO_4$; напротивъ, если вмѣсто Zn взять неокисляемый металлъ, то аніонъ SO_4 соединится съ 2 H воды, образуя H_2SO_4 и выдѣляя O, который и поляризуетъ (+) электродъ. Такъ какъ (—) электродъ въ гальваническихъ элементахъ состоитъ изъ легко окисляемаго металла (по большей части цинка), то понятно, что этотъ электродъ никогда не поляризуется.

517. 2) *Электродъ, погруженный въ жидкость съ сильно окисляющими свойствами* [1]*), не поляризуется водородомъ.*

Надо замѣтить, что въ поляризаціи (+) электрода гальваническаго элемента съ хромовою кислотой мы, на первый взглядъ, наблюдаемъ какъ бы противорѣчіе только что сказанному. Представимъ себѣ, что цинковый и угольный электроды погружены въ растворъ, состоящій изъ смѣси воды, хромовой и сѣрной кислотъ [2]). Замкнувъ полюсы такого элемента проводникомъ малаго сопротивленія, мы констатируемъ быстрое ослабленіе тока въ немъ, причемъ явленіе это, обыкновенно, объясняютъ поляризаціей угольнаго электрода водородомъ. Однако, такая поляри-

---

[1]) Хромовая, азотная кислоты и т. п. См. § 552.

[2]) Обыкновенно смѣсь для элементовъ Гренэ.

зація невозможна, такъ какъ водородъ несомнѣнно окислится in statu nascendi хромовою кислотой, даже при незначительномъ содержаніи ея въ жидкости:

$$2\,CrO_3 + 6\,H = Cr_2O_3 + 3\,H_2O.$$

Ослабленіе тока, rspct. уменьшеніе электровозбудительной силы элемента, обусловливается здѣсь тѣмъ, что хромовая кислота распадается на окись хрома (Cr_2O_3), которая соединяется съ сѣрною кислотой, образуя сѣрнокислую окись хрома и воду

$$Cr_2O_3 + 3H_2SO_4 = Cr_2(SO_4)_3 + 3H_2O.$$

Такъ какъ высокая электровозбудительная сила элемента съ хромовою кислотой (см. стр. 148) объясняется значительною электровозбудительной силой соприкосновенія $CrO_3 \mid C$, тогда какъ электровозбудительная сила соприкосновенія $Cr_2(SO_4)_3 \mid C$ равна нулю, то понятно, что электровозбудительная сила элемента и падаетъ по мѣрѣ истощенія свободной CrO_3 въ слоѣ жидкости, непосредственно окружающемъ уголь. Достаточно привести жидкость въ движеніе для того, чтобы тотчасъ же повысить упавшую электровозбудительную силу элемента. Такимъ образомъ, поляризація элемента обусловлена здѣсь не измѣненіемъ электродовъ, а единственно измѣненіемъ состава и электровозбудительныхъ свойствъ жидкости. Лишь при крайнемъ истощеніи запаса свободной CrO_3 возможна поляризація угля водородомъ.

518. 3) *Оба однородные электрода вольтаметра совершенно не поляризуются, если между ними электролизуется растворъ соли того металла, изъ котораго они сами изготовлены*, такъ какъ при этомъ происходитъ какъ бы простой переносъ металла (+) электрода на (—) электродъ, безъ измѣненія состава жидкости (§ 455) и свойствъ электродовъ. Такъ напр., при электролизѣ раствора мѣднаго купороса между мѣдными электродами, $CuSO_4$ распадается на Cu и SO_4, причемъ Cu отлагается на отрицательномъ электродѣ, а SO_4 съ Cu положительнаго электрода вновь образуетъ $CuSO_4$, переходящій въ растворъ. Если,

однако, въ подобныхъ случаяхъ иногда и возникаетъ незначительная поляризацiя, то это зависитъ единственно отъ развитiя побочныхъ реакцiй; такъ, въ приведенномъ примѣрѣ при извѣстныхъ условiяхъ не все количество SO_4 успѣваетъ соединиться съ Cu, а часть SO_4 соединяется съ водородомъ воды, образуя H_2SO_4, причемъ вслѣдствiе электролитическаго разложенiя послѣдней освобождается водородъ, поляризующiй (+) электродъ (схему реакцiи см. въ § 474).

Такимъ образомъ, хотя при не слишкомъ значительной густотѣ тока электровозбудительная сила поляризацiи

мѣдныхъ электродовъ въ насыщ. раств. $CuSO_4 = 0{,}03$ вольта,
цинковыхъ » » » » $ZnSO_4 = 0{,}00$ »

тѣмъ не менѣе при значительной густотѣ тока у электродовъ послѣднiе могутъ поляризоваться до 0,2 вольта и даже болѣе. Электровозбудительная сила поляризацiи въ этихъ случаяхъ обусловливается съ одной стороны измѣненiемъ состава жидкости (выдѣленiемъ свободной H_2SO_4), съ другой стороны — поляризацiей водородомъ (выдѣляющимся при электролизѣ H_2SO_4).

519. Зависимость поляризацiи электродовъ отъ свойствъ поверхности ихъ. Электроды съ вполнѣ гладкою поверхностью, при прочихъ равныхъ условiяхъ, поляризуются газами, вообще, сильнѣе, чѣмъ такiе же съ шероховатою поверхностью. Вслѣдствiе этого электроды, покрытые рыхлымъ слоемъ того же гальванически осажденнаго металла (напр. платинированная[1]) платина), поляризуются слабѣе провальцеванныхъ или полированныхъ электродовъ.

520. Зависимость поляризацiи электродовъ отъ продолжительности поляризующаго тока и густоты его у электродовъ. Величина электровозбудительной силы поляризацiи вольтаметра (resp. гальвани-

[1]) Т. е. покрытая слоемъ платиновой черни, представляющей собою рыхлую массу порошкообразнаго осадка металлической платины. Осадокъ этотъ получается на (—) электродѣ при электролизѣ между платиновыми электродами слабаго раствора хлорной платины, подкисленнаго соляною кислотой.

ческаго элемента), помимо матеріала электродовъ, свойствъ поверхности ихъ и состава окружающей жидкости, зависитъ главнымъ образомъ *отъ густоты тока, проходящаго черезъ единицу погруженной поверхности электродовъ.*

Зависимость эта для вольтаметра со слабою H_2SO_4 и платиновыми электродами представлена въ слѣдующей таблицѣ [1]):

Густота тока въ амперахъ на 1 квадр. сантиметръ поверхности электрода.	Электровозбудительная сила поляризаціи въ вольтахъ.
0,00001	0,99
0,0002	1,53
0,0005	1,70
0,001	1,91
0,002	2,12
0,005	2,30
0,01	2,55
0,02	2,60
0,05	2,64
0,1	2,71
0,2	2,60
0,4	2,40

Изъ таблицы видно, что

1) *опредѣленной густотѣ тока* (въ амперахъ) *на 1 кв. сантиметръ погруженной поверхности* [2]) *электродовъ* (§ 378) *соотвѣтствуетъ опредѣленная величина электровозбудительной силы поляризаціи послѣднихъ.*

2) *Электровозбудительная сила поляризаціи съ увеличеніемъ густоты тока не возрастаетъ безгранично, а достигнувъ,* при густотѣ тока въ 0,1 ампера на 1 кв. сант., *своего абсолютнаго*

---

[1]) Собственные опыты.

[2]) Въ этомъ случаѣ густота тока расчитывается по отношенію къ одной изъ обращенныхъ другъ къ другу, одинаковыхъ по величинѣ, поверхностей электродовъ.

maximum'a, равнаго 2,7 вольта[1]), *при дальнѣйшемъ усиленіи тока вновь ослабѣваетъ* — вслѣдствіе нагрѣванія жидкости токомъ.

521. Вслѣдъ за замкнутіемъ цѣпи, заключающей въ себѣ источникъ электричества и вольтаметръ, въ послѣднемъ мгновенно развивается нѣкоторая электровозбудительная сила поляризаціи, величина которой въ первое время (въ теченіе нѣсколькихъ секундъ) возрастаетъ весьма быстро, далѣе же все медленнѣе и медленнѣе. Соотвѣтственно возрастанію электровозбудительной силы поляризаціи и сила поляризующаго тока вначалѣ падаетъ весьма рѣзко, далѣе же медленно. Наконецъ, наступаетъ моментъ, когда сила поляризующаго тока достигаетъ такой величины, при которой густота его у электродовъ вольтаметра уже не въ силахъ болѣе повысить электровозбудительной силы поляризаціи. Въ это время поляризація вольтаметра для данной *установившейся* силы поляризующаго тока

$$I = \frac{\varepsilon - p}{R}$$

достигла своего maximum'a. Такимъ образомъ, электровозбудительная сила поляризаціи, ослабляя съ самаго момента своего возникновенія силу поляризующаго тока, тѣмъ самымъ препятствуетъ своему собственному развитію какъ въ отношеніи скорости, такъ и величины. Отсюда понятно, что электровозбудительная сила поляризаціи не только не можетъ превзойти электровозбудительной силы поляризующаго источника, но и не можетъ достигнуть величины послѣдней [2]).

Если мы говоримъ, что электроды поляризованы токомъ такой-то силы, то мы подразумѣваемъ *установившуюся силу по-*

---

[1]) Нѣкоторые авторы максимумъ поляризаціи платиновыхъ электродовъ въ слабой H_2SO_4 опредѣляютъ въ 3, 4 и болѣе вольтъ, но такія сообщенія основаны на ошибочныхъ опытахъ.

[2]) Поляризующій токъ слабѣетъ, но никогда не прекращается. Если бы онъ прекратился, то исчезла бы и причина поляризаціи.

ляризующаго тока при установившейся электровозбудительной силѣ поляризаціи и, слѣдовательно, игнорируемъ начальную силу поляризующаго тока (что, собственно говоря, неправильно). Числа предшествующей таблицы относятся, именно, къ установившемуся току.

Абсолютнаго maximum'а электровозбудительная сила поляризаціи достигаетъ спустя различное время по замкнутіи тока — въ зависимости отъ первоначальной силы его.

522. Нѣтъ никакого основанія ставить величину электровозбудительной силы поляризаціи въ прямое отношеніе къ электровозбудительной силѣ поляризующаго источника [1]), такъ какъ послѣдняя вліяетъ на развитіе электровозбудительной силы поляризаціи не непосредственно, а лишь силою (resp. густотою) того тока, который она можетъ развить въ цѣпи извѣстнаго сопротивленія, содержащей вольтаметръ. Въ самомъ дѣлѣ, если въ цѣпи, содержащей вольтаметръ со слабою H_2SO_4 и платиновыми электродами, дѣйствуетъ электровозбудительная сила въ 1 вольтъ, то при общемъ сопротивленіи всей цѣпи въ 1,075 ома сила установившагося тока будетъ = 0,0002 ампера, причемъ электровозбудительная сила поляризаціи вольтаметра достигнетъ 0,9998 вольта. При общемъ же сопротивленіи цѣпи въ 17,75 ома и при той же электровозбудительной силѣ источника (въ 1 вольтъ) сила установившагося тока будетъ равна 0,00015 ампера, а электроды будутъ поляризованы до 0,997 вольта. Наконецъ, при общемъ сопротивленіи цѣпи въ 5000 омъ электровозбудительная сила источника въ 2 вольта разовьетъ силу тока въ 0,0002 ампера, причемъ электровозбудительная сила поляризаціи не превзойдетъ 0,9998 вольта [2]), т. е. той величины, которую развивалъ той же силы токъ отъ источника въ 1 вольтъ въ цѣпи съ сопротивленіемъ въ 1,075 ома (см. выше).

---

[1]) Такое сопоставленіе обѣихъ электровозбудительныхъ силъ общепринято, но оно не только не уясняетъ дѣла, а, напротивъ, поселяетъ совершенно ложныя представленія.

[2]) Числа взяты изъ прямаго опыта и лишь нѣсколько округлены.

Такимъ образомъ, величина электровозбудительной силы поляризаціи зависитъ единственно отъ густоты тока у электродовъ, и если, напр., 2 элемента Даніэля поляризуютъ данный вольтаметръ при неизмѣнномъ сопротивленіи цѣпи сильнѣе, чѣмъ 1 элементъ Даніэля, то это происходитъ только отъ того, что 2 элемента развиваютъ болѣе сильный токъ. Зная же лишь величину электровозбудительной силы источника, но не зная общаго сопротивленія цѣпи, нельзя сказать, какой степени достигнетъ поляризація вольтаметра.

523. Если въ цѣпь включить послѣдовательно нѣсколько вольтаметровъ, то каждый изъ нихъ поляризуется соотвѣтственно густотѣ тока у электродовъ его. Сила тока въ цѣпи, при установившейся электровозбудительной силѣ поляризаціи всѣхъ вольтаметровъ ($p_1 + p_2 + p_3 \ldots.$), очевидно, будетъ

$$I = \frac{\varepsilon - (p_1 + p_2 + p_3 \ldots.)}{R},$$

гдѣ R общее сопротивленіе цѣпи.

Для усвоенія сказаннаго предлагаемъ рѣшеніе слѣдующихъ задачъ:

1) Въ цѣпи находится вольтаметръ съ H_2SO_4 и платиновыми электродами, черезъ который проходитъ токъ въ 0,1 ампера. Обращенныя другъ къ другу поверхности электродовъ равны — каждая 20 кв. сантиметрамъ. Какова величина электровозбудительной силы поляризаціи этого вольтаметра?

Въ данномъ случаѣ густота тока на каждый кв. сантиметръ электрода

$$= \frac{0,1}{20} = 0,005 \text{ ампера.}$$

Слѣдовательно, согласно приведенной таблицѣ, вольтаметръ поляризуется не болѣе, какъ до 2,3 вольта.

2) Какова въ предыдущемъ примѣрѣ электровозбудительная сила источника, если сопротивленіе вольтаметра и проводовъ = 25 омамъ, сопротивленіе же источника (напр. аккумуляторовъ) вполнѣ ничтожно?

Такъ какъ

$$I = \frac{\varepsilon - p}{R} = \frac{\varepsilon - 2,3}{25} = 0,1 \text{ ампера,}$$

то

$$\varepsilon = IR + p = 0,1 . 25 + 2,3 = 4,8 \text{ вольта.}$$

3) Въ цѣпи находятся въ послѣдовательномъ соединеніи 2 вольтаметра, величина погруженныхъ поверхностей электродовъ которыхъ — одного = 20, а другаго = 0,5 кв. сантиметра. Какова электровозбудительная сила поляри-

заціи каждаго вольтаметра и обоихъ вмѣстѣ, если черезъ нихъ проходитъ токъ, силою въ 0,1 ампера?

Въ первомъ вольтаметрѣ густота тока на 1 кв. сант. = 0,005 ампера.
Во второмъ » » » » » » = 0,2 »
Электровозбудительная сила поляризаціи перваго.... = 2,3 вольта.
» » » » втораго.... = 2,6 »
Сумма обѣихъ электровозбудительныхъ силъ поляризаціи = 2,3 + 2,6 = 4,9 вольта.

Если въ этомъ примѣрѣ сопротивленіе цѣпи было равно, напр., 35 омамъ, то электровозбудительная сила поляризующаго источника, очевидно, должна быть

$$\varepsilon = 8{,}4 \text{ вольта.}$$

524. До сихъ поръ мы разсматривали тотъ простой случай, когда обращенныя другъ къ другу поверхности электродовъ вольтаметра были равны другъ другу. Если нѣтъ этого условія, то сильнѣе или, по крайней мѣрѣ, скорѣе долженъ поляризоваться тотъ электродъ, поверхность котораго меньше, такъ какъ густота тока у поверхности его значительнѣе. Во всякомъ случаѣ, каково бы ни было отношеніе поверхностей обоихъ электродовъ другъ къ другу, абсолютный maximum поляризаціи (§ 520) будетъ одинъ и тотъ же. Къ болѣе обстоятельнымъ выводамъ можно было бы придти, расширивъ опыты, приведенные въ § 528.

Основываясь на томъ, что поляризація усиливается вмѣстѣ съ увеличеніемъ густоты тока у электродовъ, во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, гдѣ желаютъ избѣжать значительной поляризаціи, примѣняютъ электроды съ возможно большею поверхностью.

525. Мы уже говорили, что поляризація электродовъ наступаетъ мгновенно вслѣдъ за замкнутіемъ тока. Поэтому и мгновенные токи въ состояніи поляризовать вольтаметръ (производились опыты съ токами, продолжительностью менѣе 0,001 секунды), но ни въ какомъ случаѣ не до абсолютнаго maximum'а. Подробнѣе объ этомъ мы скажемъ ниже.

526. Зависимость поляризаціи электродовъ отъ температуры окружающей жидкости.

Величина электровозбудительной силы поляризаціи электро-

довъ газами уменьшается съ повышеніемъ температуры жидкости, въ которую погружены электроды. При этомъ безразлично, нагрѣта ли жидкость извнѣ или же самимъ токомъ (§ 520).

527. Остается еще упомянуть о томъ, что **сотрясеніе электродовъ или сильное движеніе окружающей ихъ жидкости** нѣсколько уменьшаетъ поляризацію. Это объясняется тѣмъ, что сотрясеніе электродовъ ведетъ къ выдѣленію ими нѣкоторой части окклюдированныхъ газовъ; о значеніи же движенія жидкости уже было говорено въ § 517.

528. Величина электровозбудительной силы поляризаціи различныхъ *металловъ водородомъ* и *кислородомъ* въ различныхъ случаяхъ различна и стоитъ въ зависимости отъ всѣхъ перечисленныхъ условій. Слѣдующая таблица, составленная на основаніи изслѣдованій Штрейнца, даетъ нѣкоторое понятіе объ относительной величинѣ поляризаціи серебра, ртути, золота и платины въ слабой сѣрной кислотѣ. Къ сожалѣнію авторъ не говоритъ о густотѣ тока у электродовъ; приводимыя же имъ величины электровозбудительной силы источника не даютъ возможности сдѣлать какіе-либо выводы (§§ 520 и 522). Въ таблицѣ указаны «начальныя» электровозбудительныя силы поляризаціи, т. е. тѣ величины, которыхъ достигаетъ поляризація приблизительно спустя $^1/_2$ минуты послѣ замкнутія поляризующаго тока, и затѣмъ («позже») тѣ велечины, которыхъ поляризація достигаетъ спустя болѣе или менѣе продолжительное время, когда величина ея при данныхъ условіяхъ приблизительно установилась.

Электровозбудительная сила источника въ вольтахъ.	Электровозбудительная сила поляризаціи въ вольтахъ: кислородомъ.		Электровозбудительная сила поляризаціи въ вольтахъ: водородомъ.	Общая электровозбудительная сила поляризаціи въ вольтахъ.	Отношеніе электровозбудительной силы поляризаціи кислородомъ къ таковой же водородомъ.
Поляризація серебра.					
1,1	Въ началѣ:	0,15	0,63	**0,78**	1 : 4,2
	Позже:	0,17	0,53	**0,70**	1 : 3,1
2,2	Въ началѣ:	0,19	0,86	**1,05**	1 : 4,5
	Позже:	0,19	0,96	**1,15**	1 : 5,0
3,3	Въ началѣ:	1,21	0,84	**2,05**	1,4 : 1
	Позже:	1,26	0,84	**2,10**	1,5 : 1
Поляризація ртути.					
1,1	Въ началѣ:	0,16	0,90	**1,06**	1 : 5,6
	Позже:	0,14	0,91	**1,05**	1 : 6,5
2,2	Въ началѣ:	0,21	1,45	**1,66**	1 : 6,9
	Позже:	0,43	1,40	**1,83**	1 : 3,2
4,4	Въ началѣ:	0,17	1,46	**1,63**	1 : 8,6
	Позже:	0,90	1,45	**2,35**	1 : 1,6
Поляризація золота.					
1,1	Въ началѣ:	0,47	0,37	**0,84**	1,3 : 1
	Позже:	0,78	0,29	**1,07**	2,7 : 1
2,2	Въ началѣ:	1,19	0,82	**2,01**	1,4 : 1
	Позже:	1,25	0,82	**2,07**	1,5 : 1
4,4	Въ началѣ:	1,18	0,74	**1,92**	1,6 : 1
	Позже:	1,22	0,95	**2,17**	1,3 : 1
Поляризація платины.					
1,1	Въ началѣ:	0,42	0,66	**1,08**	1 : 1,6
	Позже:	0,61	0,47	**1,08**	1,3 : 1
2,2	Въ началѣ:	0,97	0,89	**1,86**	1,1 : 1
	Позже:	0,97	0,90	**1,87**	1,1 : 1

Изъ таблицы видно, что электровозбудительная сила поляризаціи:

ртути водородомъ всегда значительнѣе, чѣмъ кислородомъ;
золота кислородомъ » » » » водородомъ;
платины кислородомъ, вообще, нѣсколько значительнѣе, чѣмъ водородомъ, хотя непосредственно вслѣдъ за замкнутіемъ тока наблюдается и обратное;
серебра кислородомъ и водородомъ весьма различна при различныхъ условіяхъ.

529. **Продолжительность существованія электровозбудительной силы поляризаціи металлическихъ электродовъ газами** очень незначительна въ томъ случаѣ, если поляризованные электроды вслѣдъ за окончаніемъ поляризаціи будутъ замкнуты проводникомъ (особенно при небольшомъ сопротивленіи этого проводника). Причина этого будетъ выяснена *ниже* (см. §§ 532—533). Поляризаціонный токъ прекращается, однако, не мгновенно, а уменьшается въ силѣ сначала быстро, а затѣмъ медленнѣе, въ зависимости отъ такого же постепеннаго паденія электровозбудительной силы поляризаціи.

Можно выразить паденіе электровозбудительной силы поляризаціи въ процентахъ, если обозначить чрезъ 100 ту величину поляризаціи, которую имѣютъ электроды вольтаметра въ моментъ замкнутія поляризаціоннаго тока, если послѣдній замкнутъ мгновенно вслѣдъ за прекращеніемъ поляризующаго.

Слѣдующая таблица представляетъ примѣръ паденія электровозбудительной силы поляризаціи (платиновыхъ электродовъ вольтаметра съ слабою сѣрною кислотой) въ процентахъ, начиная съ момента замкнутія поляризаціоннаго тока [1]):

---

[1]) Вычислено на основаніи опытовъ Бернштейна (Wiedemann. Lehre v. d. Electricität. B. II, p. 735. Fig. 181. — 1883).

Электровозбудительная сила поляризаціи въ моментъ замкнутія поляризаціоннаго тока . . . . = 100,0

0,002 секунды спустя	. . . . . . =	51,2
0,004 » »	. . . . . . =	28,8
0,006 » »	. . . . . . =	15,4
0,008 » »	. . . . . . =	9,2
0,01 » »	. . . . . . =	5,9

530. Но и въ разомкнутой цѣпи электровозбудительная сила поляризаціи эклектродовъ газами можетъ весьма быстро упасть въ томъ случаѣ, когда электроды окклюдировали газы въ незначительномъ количествѣ и лишь въ поверхностныхъ своихъ слояхъ. Нѣкоторые металлы (золото, серебро), вообще, не способны глубоко окклюдировать газы, другіе же (платина, палладій) окклюдируютъ ихъ «поверхностно» въ томъ случаѣ, если поляризующій токъ былъ лишь очень кратковремененъ. Для окклюзіи газовъ болѣе глубокими слоями металла требуется относительно продолжительное электролитическое выдѣленіе газа на поверхности металла. Въ зависимости отъ этого, поляризація электродовъ сохраняется упорнѣе въ томъ случаѣ, когда поляризующій токъ дѣйствовалъ продолжительно.

Слѣдующая таблица, вычисленная на основаніи данныхъ Штрейнца[1]), показываетъ паденіе электровозбудительной силы поляризаціи *водородомъ* различныхъ металловъ — въ вольтахъ и въ процентахъ, въ зависимости отъ продолжительности поляризовавшаго тока. Къ сожалѣнію и здѣсь авторъ ограничивается лишь указаніемъ на то, что электроды поляризовались въ слабомъ растворѣ сѣрной кислоты и что электровозбудительная сила поляризующаго источника была равна 3,3 вольта, густоту же тока у электродовъ авторъ не обозначаетъ (§ 520).

[1]) Wiedemanns Annalen 17 (1882), p. 841. Звѣздочками обозначены числа, полученныя интерполированіемъ, остальныя же перечислены на вольты изъ единицъ Даніэля, приведенныхъ авторомъ.

Время въ минутахъ съ момента прекращенія поляризующаго тока.	Паденіе электровозбудительной силы поляризаціи водородомъ							
	палладія		платины		золота		серебра	
	въ вольтахъ.	въ процентахъ.	въ вольтахъ.	въ процентахъ.	въ вольтахъ.	въ процентахъ.	въ вольтахъ.	въ процентахъ.
Поляризующій токъ продолжался 10 секундъ.								
0	**0,63**	100	**0,92**	100	**0,95**	100	**0,26**	100
1	деполяри	зованъ	0,16	17,4	0,36	37,9	0,21	80,8
2	—	—	деполяри	зованъ	0,28*	29,5	0,16*	61,5
3	—	—	—	—	0,21	22,1	0,11	42,3
4	—	—	—	—	0,17*	17,9	0,10*	38,5
5	—	—	—	—	0,12	12,6	0,09	34,6
Поляризующій токъ продолжался 1 минуту.								
0	**0,76**	100	**0,94**	100	**1,03**	100	**0,97**	100
1	0,71*	93,4	0,90*	95,7	0,57*	55,3	0,47*	48,4
2	0,68*	89,5	0,67*	71,3	0,26*	25,2	0,24*	24,7
3	0,67	88,2	0,06	6,4	0,22	21,3	0,23	23,7
4	0,66*	86,8	деполяри	зованъ	0,19*	18,4	0,23*	23,7
5	0,65	85,5	—	—	0,16	15,5	0,23	23,7
Поляризующій токъ продолжался 2 минуты.								
0	**0,83**	100	**0,95**	100	**1,00**	100	**0,99**	100
2	0,72	86,7	0,91	95,8	0,28	28,0	0,25	25,2
4	0,71	85,5	0,77	81,0	0,22	22,0	0,25	25,2
6	0,70	84,3	0,11	11,6	0,18	18,0	0,24	24,2
Поляризующій токъ продолжался 5 минутъ.								
0	**0,85**	100	**0,96**	100	**1,02**	100	**0,99**	100
2	0,74	87,0	0,92	95,8	0,30	29,4	0,26	26,3
4	0,74	87,0	0,91	94,8	0,25	24,5	0,26	26,3
6	0,73	85,9	0,88	91,7	0,20	19,6	0,25	25,2
Поляризующій токъ продолжался 30 минутъ.								
0	**0,88**	100	**0,95**	100	**1,07**	100	**1,05**	100
1	0,75	85,2	0,91	95,8	0,37	34,6	0,28	26,7
2	0,75	85,2	0,91	95,8	0,31	29,0	0,27	25,7
3	0,75	85,2	0,91	95,8	0,28	26,2	0,27	25,7
4	0,75	85,2	0,91	95,8	0,25	23,4	0.27	25,7
5	0,74	84,1	0,90	94,7	0,23	21,5	0,27	25,7
10	0,74	84,1	0,71	74,7	0,17	15,9	0,26	24,8
15	0,74	84,1	0,26	27,4	0,15	14,0	0,26	24,8

Изъ приведенной таблицы видно, что

1) послѣ дѣйствія поляризующаго тока не менѣе 1 минуты, поляризація *палладія* сохраняется упорнѣе чѣмъ всѣхъ другихъ металловъ; затѣмъ слѣдуютъ *платина, серебро* и *золото;*
2) напротивъ, послѣ кратковременнаго (10 секундъ) дѣйствія поляризующаго тока, упорнѣе всего сохраняется поляризація *серебра*, а затѣмъ уже слѣдуютъ *золото* и *платина.*

Числовыя отношенія паденія электровозбудительной силы поляризаціи при различныхъ условіяхъ опыта видны изъ таблицы безъ дальнѣйшаго поясненія.

Для физіологической практики особенно интересна поляризація платины и золота, такъ какъ изъ этихъ двухъ металловъ приготовляются электроды, непосредственно соприкасающіеся съ обнаженными мышцами или нервами животнаго тѣла.

Ни одинъ изъ вышеприведенныхъ металловъ не окклюдируетъ кислорода съ такимъ упорствомъ, съ какимъ тѣ же металлы окклюдируютъ водородъ. Поэтому электровозбудительная сила поляризаціи кислородомъ по прекращеніи поляризующаго тока падаетъ быстрѣе, чѣмъ электровозбудительная сила поляризаціи водородомъ. Тѣмъ не менѣе, новѣйшими опытами доказано, что паденіе это совершается далеко не такъ быстро, какъ полагали прежде. Нѣкоторые металлы, напр. золото, удерживаютъ при нѣкоторыхъ условіяхъ поляризацію кислородомъ даже упорнѣе, чѣмъ водородомъ.

Мы видѣли, что по прошествіи 15 минутъ съ момента перерыва поляризующаго тока, поляризованные водородомъ платиновые, золотые и серебряные электроды вольтаметра теряютъ среднимъ числомъ 78% первоначальной электровозбудительной силы поляризаціи. Замѣчательно, однако, что поляризація, незамкнутыхъ электродовъ такого вольтаметра не исчезаетъ *окончательно* еще спустя нѣсколько сутокъ.

531. Поляризація электродовъ окклюдированными газами исчезаетъ въ незамкнутой цѣпи вслѣдствіе диффузіи газовъ въ окружающую жидкость. Если жидкость помимо того содержитъ

вещества, способныя къ химическому соединенію съ упомянутыми газами, то тѣмъ самымъ ускоряется деполяризація электродовъ. Такъ напр., растворенный въ жидкости воздухъ окисляетъ часть водорода, отложившагося въ поверхностномъ слоѣ металла электрода. Поэтому поляризація электродовъ водородомъ при электролизѣ прокипяченной жидкости или жидкости, помѣщенной подъ колоколомъ воздушнаго насоса, сильнѣе, чѣмъ поляризація тѣхъ же электродовъ въ жидкости, насыщенной воздухомъ. Вообще же, поляризація исчезаетъ тѣмъ скорѣе, чѣмъ меньше погруженная въ жидкость поверхность электродовъ.

532. Если поляризовать платиновые электроды вольтаметра со слабою H_2SO_4, прервать поляризующій токъ и *тотчасъ же* (§ 530) замкнуть проводникомъ поляризованные электроды, то окажется, что общее количество электричества, протекающаго въ поляризаціонномъ токѣ [1]), тѣмъ значительнѣе, чѣмъ выше разность потенціаловъ электродовъ (чѣмъ сильнѣе они поляризованы) и чѣмъ больше погруженная въ жидкость поверхность ихъ. Послѣднее зависитъ отъ того, что количество электричества, продуцируемое поляризованнымъ вольтаметромъ, обусловливается количествомъ водорода и кислорода, окклюдированныхъ въ электродахъ его. Подобно тому, какъ количество электричества, продуцированнаго за извѣстный періодъ времени гальваническимъ элементомъ, обусловливается количествомъ цинка, израсходованнаго въ немъ на поддержаніе тока (§ 495), такъ и количество электричества, развиваемое вольтаметромъ, обусловливается количествомъ окклюдированныхъ электродами его газовъ, вступающихъ затѣмъ въ химическую реакцію.

533. Общее количество электричества, протекающаго въ поляризаціонномъ токѣ вольтаметра, характеризуетъ такъ называемую *емкость поляризаціи* послѣдняго. — Намъ извѣстно

---

[1]) Т. е. то количество электричества, которое протекаетъ въ цѣпи съ момента замкнутія ея вплоть до полнаго исчезновенія электровозбудительной силы поляризаціи.

(§ 196), что отношеніе количества электричества (въ микрокулонахъ) одной обложки конденсатора къ разности потенціаловъ (въ вольтахъ) обѣихъ обложекъ, опредѣляетъ емкость конденсатора (въ микрофарадахъ). — Точно также *принято опредѣлять* (*въ микрофарадахъ*) *и такъ называемую емкость поляризаціи вольтаметра*, хотя вольтаметръ скопляетъ не электричество, а лишь химическія вещества, при вступленіи которыхъ въ реакцію развивается электрическая энергія.

Если мы означимъ черезъ Q то общее количество электричества въ микрокулонахъ, которое протечетъ въ цѣпи вслѣдъ за замкнутіемъ проводникомъ полюсовъ поляризованнаго вольтаметра, а электровозбудительную силу поляризаціи послѣдняго обозначимъ въ вольтахъ черезъ p или черезъ $V-V_1$, какъ разность потенціаловъ этихъ полюсовъ до замкнутія ихъ проводникомъ, то *отношеніе*

$$\frac{Q}{V-V_1}=\mathfrak{C}$$

характеризуетъ емкость поляризаціи вольтаметра. — Если говорятъ, что емкость поляризаціи вольтаметра равна $\mathfrak{C}$ микрофарадамъ, то это означаетъ, что вольтаметръ этотъ можетъ дать по замкнутіи цѣпи его общее количество электричества

$$Q=\mathfrak{C}\,(V-V_1)\text{ микрокулонамъ.}$$

Поэтому, хотя выраженіе «емкость поляризаціи» въ самой основѣ своей неправильно, тѣмъ не менѣе его можно допустить, такъ какъ оно облегчаетъ теоретическій расчетъ силы и продолжительности поляризаціоннаго тока, развиваемаго вольтаметромъ.

Емкость поляризаціи увеличивается прямо пропорціонально увеличенію погруженной поверхности электродовъ, но не зависитъ отъ разстоянія ихъ другъ отъ друга.

Емкость поляризаціи платиновыхъ электродовъ вольтаметра со слабою сѣрною кислотой колеблется, въ зависимости отъ свойствъ поверхности электродовъ, концентраціи и температуры жидкости, между 7,7 и 30 микрофарадами на квадратный сан-

тиметръ погруженной поверхности *одного* изъ электродовъ (при одинаковой погруженной поверхности обоихъ). Такимъ образомъ, при разности потенціаловъ электродовъ поляризованнаго вольтаметра въ 2,7 вольта и при погруженной поверхности каждаго электрода въ 1 кв. сантиметръ, въ поляризаціонномъ токѣ протечетъ общее количество электричества отъ 20,8 до 81 микрокулона. Изъ этого видно, что въ поляризаціонномъ токѣ платиноваго вольтаметра, даже при довольно значительной поверхности электродовъ его, протекаютъ, вообще, ничтожныя количества электричества. Послѣднимъ обстоятельствомъ и объясняется кратковременность поляризаціоннаго тока, развиваемаго такимъ вольтаметромъ.

534. Слѣдуетъ имѣть въ виду, что электровозбудительная сила поляризаціи погрессивно падаетъ, начиная съ момента замкнутія поляризаціоннаго тока; поэтому и разность потенціаловъ у полюсовъ вольтаметра уменьшается въ каждый послѣдующій моментъ. Сила тока въ *разсматриваемый моментъ*, конечно, прямо пропорціональна соотвѣтствующей этому моменту разности потенціаловъ полюсовъ замкнутаго вольтаметра и обратно пропорціональна сопротивленію внѣшней цѣпи; продолжительность (τ) же поляризаціоннаго тока прямо пропорціональна емкости поляризаціи и сопротивленію всей цѣпи:

$$\tau = \mathfrak{C}R$$

Изъ сказаннаго очевидно, что чѣмъ больше емкость и электровозбудительная сила поляризаціи, тѣмъ большее количество электричества должно быть затрачено въ поляризующемъ токѣ на образованіе этой поляризаціи или, какъ принято выражаться на техническомъ языкѣ, — *на заряженіе вольтаметра.*

535. Мы знаемъ, что каждый кулонъ, протекая черезъ электролитъ, выдѣляетъ у электродовъ вольтаметра строго опредѣленное количество іонъ (§ 446). Тѣмъ не менѣе, мы не можемъ заранѣе опредѣлить, какое именно количество этихъ іонъ выдѣляется, не дѣйствуя на электроды, и какое количество поляри-

зуетъ послѣдніе, вступая съ ними въ соединеніе. Такъ напр., если электролизующій токъ не очень слабъ, то наибольшія количества водорода и кислорода, выдѣляясь па электродахъ платиноваго вольтаметра со слабою H_2SO_4, свободно уносятся въ видѣ пузырьковъ чрезъ массу жидкости на поверхность ея и лишь ничтожныя количества этихъ газовъ медленно окклюдируются электродами. Напротивъ, если электрическій токъ очень слабъ, то ничтожныя количества выдѣляющихся газовъ почти всецѣло окклюдируются (по крайней мѣрѣ первое время) металломъ электродовъ. Далѣе должно замѣтить, что въ случаѣ, если металлъ (+) электрода легко окисляемъ (напр. свинецъ), то кислородъ соединяется съ нимъ in statu nascendi и въ свободномъ состояніи начинаетъ выдѣляться лишь тогда, когда поверхность металла уже сильно окислится. Такимъ образомъ, въ послѣднихъ двухъ случаяхъ (поляризація платины H и O слабымъ токомъ и поляризація свинца O) съ самаго начала и въ теченіе долгаго времени наибольшее количество протекающаго черезъ вольтаметръ электричества затрачивается производительно въ смыслѣ поляризаціи.

Такимъ образомъ, о количествѣ электричества, затрачиваемаго спеціально на поляризацію вольтаметра, мы можемъ судить лишь по количеству электричества

$$Q = \mathfrak{C}\,(V - V_1),$$

протекающаго въ поляризаціонномъ токѣ при разрядѣ вольтаметра, такъ какъ оба эти количества другъ другу равны [1]).

536. Зная емкость поляризаціи, не трудно вычислить и количество того іона, который обусловливаетъ эту поляризацію, вступивъ въ соединеніе съ веществомъ электрода. Такъ напр., если

---

[1]) Количество электричества, выдѣляющаго 1 электролитическій эквивалентъ химическаго элемента, равно количеству электричества, выдѣляемаго при реакціи окисленія этого элемента, при реакціи соединенія его съ остаткомъ кислоты и т. п. (Ср. §§ 495 и 532).

максимальная емкость поляризаціи платиноваго вольтаметра со слабою H_2SO_4 равна 30 микрофарадамъ на 1 кв. сант. электрода, а максимальная электровозбудительная сила поляризаціи такого вольтаметра равна 2,71 вольта, то отсюда слѣдуетъ, что въ массѣ (—) электрода, соотвѣтственно каждому кв. сантиметру поверхности его, заключается въ соединеніи съ платиною такое количество водорода, которое, вступая въ реакцію съ кислородомъ, можетъ развить 30 . 2,71 = 81,3 микрокулона. А такъ какъ электролитическій эквивалентъ (§ 446) водорода = 0,010391 миллиграмма (что при 0° С. и 760 миллиметр. ртутнаго давленія составляетъ 1,16 куб. сантиметра), т. е. при реакціи окисленія такого количества H развивается 1 кулонъ, то для развитія 81,3 микрокулона потребуется количество H

$$= \frac{0{,}010391 . 81{,}3}{1\,000\,000} = 0{,}00\,000\,084\,5 \text{ миллиграмма}$$

или

$$= \frac{1{,}16 . 81{,}3}{1\,000\,000} = 0{,}00\,009\,4 \text{ кубическаго сантиметра.}$$

Прямой опытъ подтверждаетъ теоретическій расчетъ, показывая, что для того, чтобы поляризовать вольтаметръ съ H_2SO_4, достаточно кратковременнаго тока ничтожной силы: такъ напр., вольтаметръ поляризуется до извѣстной степени при прохожденіи черезъ него въ теченіе нѣсколькихъ минутъ тока въ 0,5 микроампера (§ 66), хотя такой токъ, проходя черезъ вольтаметръ въ теченіе цѣлаго года, могъ бы выдѣлить электролитически всего только 18,29 кубическаго сантиметра водорода.

537. Токъ, проходя черезъ вольтаметръ со слабою сѣрною кислотой въ какомъ-либо одномъ направленіи, поляризуетъ отрицательный электродъ водородомъ, а положительный кислородомъ. Если теперь измѣнить направленіе поляризующаго тока, то поляризація въ вольтаметрѣ, смотря по силѣ и продолжительности дѣйствія тока — до и послѣ измѣненія направленія его, можетъ ослабнуть, исчезнуть и даже принять обратное направленіе,

такъ какъ теперь у бывшаго (+) электрода выдѣляется H, а у бывшаго (—) электрода — O (сравн. § 488).

При быстрыхъ и непрерывныхъ измѣненіяхъ направленія проходящаго чрезъ вольтаметръ тока, поляризація протекаетъ слѣдующимъ образомъ. Представимъ себѣ, что въ цѣпь включены вольтаметръ и источникъ электричества, причемъ общее сопротивленіе цѣпи $= R$, электровозбудительная же сила источника $= \varepsilon$. Въ моментъ замкнутія цѣпи сила поляризующаго тока ослабляется мгновенно возникающею электровозбудительною силой поляризаціи p, имѣющей направленіе, обратное электровозбудительной силѣ ε; поэтому сила тока, проходящаго черезъ вольтаметръ, будетъ

$$I = \frac{\varepsilon - p}{R}$$

При измѣненіи направленія тока возникшая электровозбудительная сила поляризаціи p будетъ дѣйствовать уже не противъ ε, а въ одномъ направленіи съ послѣднею. Поэтому сила тока, протекающаго теперь черезъ вольтаметръ въ обратномъ направленіи, въ первое время не только не уменьшится, а даже возрастетъ на счетъ p, такъ что

$$I_1 = \frac{\varepsilon + p}{R}$$

Этотъ токъ, дѣйствуя въ направленіи, противоположномъ току, вызвавшему поляризацію электродовъ, сначала деполяризуетъ послѣдніе, а затѣмъ поляризуетъ ихъ въ обратномъ направленіи, вслѣдствіе чего токъ постепенно ослабѣваетъ, проходя черезъ фазисъ

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R}$$

до

$$I = \frac{\varepsilon - p}{R}$$

При послѣдующей перемѣнѣ направленія тока повторяется то же самое. Такимъ образомъ, перемѣнный токъ въ началѣ каж-

даго періода усиливается, а затѣмъ ослабляется поляризаціей. Если въ каждомъ періодѣ протекаютъ равныя количества электричества, то средняя сила тока равна той, которая имѣла бы мѣсто при полномъ отсутствіи поляризаціи.

538. При деполяризаціи электродовъ вольтаметра токомъ обратнаго направленія можетъ случиться, что электроды будутъ *деполяризованы* лишь *временно*, а затѣмъ, спустя нѣкоторое время по прекращеніи деполяризующаго тока, окажется, что электроды опять поляризованы. Это зависитъ отъ того, что деполяризующіе газы соединяются съ газами, отложенными раньше, только въ поверхностныхъ слояхъ металла электрода; спустя же нѣкоторое время глубоко окклюдированные газы выступаютъ въ поверхностные слои металла и вновь поляризуютъ ихъ. Можетъ даже случиться, что деполяризующій токъ поляризовалъ электроды въ направленіи обратномъ первоначальному, и тѣмъ не менѣе спустя нѣкоторое время незамкнутые электроды оказываются вновь поляризованными въ первоначальномъ направленіи. Это случается тогда, когда металлъ электродовъ окклюдировалъ значительное количество газовъ, а деполяризующій токъ, хотя бы и сильный, дѣйствовалъ недолго и потому деполяризовалъ и обратно поляризовалъ лишь поверхностные слои электродовъ. Тогда глубоко окклюдированные газы, проникая въ наружные слои металла, сначала деполяризуютъ ихъ, а затѣмъ поляризуютъ въ обратномъ направленіи.

539. Подобно тому, какъ электролитически выдѣляющіеся газы, будучи окклюдированы поверхностными слоями электродовъ вольтаметра, вызываютъ явленія поляризаціи ихъ, такъ и *твердыя тѣла, образуясь на поверхности электродовъ подъ вліяніемъ вторичныхъ реакцій, сопровождающихъ электролизъ, могутъ вызвать въ соприкосновеніи съ электролитомъ электровозбудительную силу поляризаціи*, противоположную электровозбудительной силѣ источника, поддерживающаго электролизующій токъ.

Такъ напр., при электролизѣ слабой сѣрной кислоты между

свинцовыми электродами, на (—) электродѣ выдѣляется водородъ, и электродъ этотъ сохраняетъ чистую металлическую поверхность (хотя и поляризуется водородомъ), тогда какъ металлъ (+) электрода съ электролитически выдѣляющимся кислородомъ образуетъ коричневаго цвѣта перекись свинца (схему реакціи см. въ § 471).

По прекращеніи поляризующаго тока электродъ, *покрытый перекисью свинца*, остается *положительнымъ*, а *неизмѣненный окисленіемъ* — *отрицательнымъ*.

Емкость поляризаціи свинцоваго вольтаметра, въ противоположность емкости поляризаціи платиноваго вольтаметра (§ 533), весьма значительна: 1 кв. сантиметръ поверхности электрода можетъ дать 80 кулонъ. Свинцовый вольтаметръ въ электротехникѣ носитъ названіе *вторичнаго элемента* или *аккумулятора*; электровозбудительная сила его = 2,5 вольта.

Мы не будемъ останавливаться на разсмотрѣніи другихъ примѣровъ поляризаціи электродовъ образованіемъ на нихъ твердыхъ тѣлъ. О дальнѣйшихъ же реакціяхъ въ аккумуляторѣ по замкнутіи тока его, а равно о конструкціи и практическомъ значеніи вторичнаго элемента будетъ сказано въ спеціальной главѣ.

540. Подобно нормальной поляризаціи и анормальная (§ 515) обусловливается или измѣненіемъ поверхности электродовъ выдѣляющимися іонами или дѣйствіемъ измѣненнаго электролита на неизмѣненные электроды.

Если погрузить два желѣзные электрода въ слабую H_2SO_4 и пропустить чрезъ нихъ сильный токъ, затѣмъ токъ прервать, а полюсы электродовъ соединить съ гальваноскопомъ, то послѣдній укажетъ на циркулирующій въ цѣпи токъ обратнаго направленія съ поляризовавшимъ. Но если повторить пропусканіе поляризующаго тока въ первоначальномъ направленіи нѣсколько разъ, то желѣзо поляризуется анормально, вслѣдствіе чего получается поляризаціонный токъ одинаковаго направленія съ токомъ, поляризовавшимъ электроды. Это явленіе объясняется постепеннымъ окисленіемъ поверхности положительнаго электрода,

вслѣдствіе чего послѣдній въ соприкосновеніи со слабою $H_2 SO_4$ развиваетъ значительную электровозбудительную силу одного направленія съ таковою поляризовавшаго источника.

541. Электроды изъ продажнаго цинка, содержащаго примѣсь желѣза, также могутъ быть анормально поляризованы при электролизѣ между ними раствора цинковаго купороса. Напротивъ, химически чистый или хорошо амальгамированный продажный цинкъ не только не обладаетъ этимъ свойствомъ, но, какъ мы видѣли выше (§ 518), вообще не поляризуется въ нейтральномъ растворѣ химически чистаго цинковаго купороса. Поэтому для неполяризующихся электродовъ Дю Буа-Реймона должно употреблять только химически чистый или амальгамированный цинкъ и нейтральный, насыщенный растворъ химически чистаго цинковаго купороса.

542. Въ заключеніе приводимъ примѣръ, хотя и аналогичный съ извѣстными намъ примѣрами поляризаціи, но необычайный по условіямъ опыта. Если металлическую проволоку *ad* (рис. 87) обвить на нѣкоторомъ протяженіи ниткой или шнур-

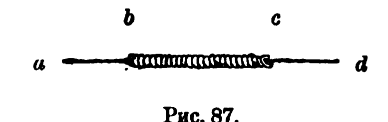


Рис. 87.

комъ *bc*, смоченнымъ жидкостью, и затѣмъ пропустить гальваническій токъ чрезъ проволоку, то жидкость, смачивающая шнурокъ, подвергается электролизу, такъ какъ токъ проходитъ не только чрезъ проволоку, но и черезъ жидкость. Продукты электролиза выдѣляются, главнымъ образомъ, въ плоскости соприкосновенія концовъ *b* и *c* шнурка съ металломъ проволоки, такъ какъ эти мѣста служатъ электродами для пропитывающей шнурокъ жидкости. Если прервать токъ и соединить концы *a* и *d* проволоки съ гальваноскопомъ, то окажется, что въ цѣпи появился поляризаціонный токъ. Токъ этотъ, въ зависимости отъ состава жидкости и вещества проволоки, можетъ имѣть направленіе обратное съ токомъ, поляризовавшимъ (нормальная по-

ляризація) или одинаковое съ нимъ направленіе (анормальная поляризація). Описанный опытъ, какъ мы увидимъ въ своемъ мѣстѣ, имѣетъ значеніе для правильнаго пониманія нѣкоторыхъ электрофизіологическихъ опытовъ.

XXIV. Поляризація гальваническихъ элементовъ.

543. Въ гальваническихъ элементахъ мы имѣемъ дѣло исключительно съ поляризаціей положительнаго электрода водородомъ, такъ какъ при электролизѣ токомъ самого же элемента различныхъ «возбуждающихъ жидкостей», растворенныя въ нихъ вещества распадаются на водородъ и остатокъ кислоты или галоидъ, причемъ легко окисляющійся металлъ (—) электрода элемента соединяется съ однимъ изъ послѣднихъ, и потому не поляризуется (§ 516), водородъ же поляризуетъ (+) электродъ, у котораго онъ выдѣляется. Примѣрами могутъ служить реакціи электролитическаго распаденія въ различныхъ возбуждающихъ жидкостяхъ:

сѣрной кислоты на SO_4 и 2H
соляной » » Cl » H
хлористаго аммонія на Cl, NH_3 и H
хлористаго натрія » Cl и Na, причемъ натрій, соединяясь съ водою, выдѣляетъ изъ нея опять таки свободный водородъ: $Na + H_2O = NaHO + H$.

Наиболѣе употребительными матеріалами для положительнаго электрода въ гальваническихъ элементахъ служатъ мѣдь, уголь и платина (§ 550), которые, однако, всѣ поляризуются водородомъ въ высокой степени.

544. Послѣ того, какъ мы ознакомились съ разнообразными причинами поляризаціи вольтаметра и зависимостью силы поляризаціи отъ различныхъ условій, намъ легко разобрать отдѣльныя условія, благопріятствующія и препятствующія поляризаціи гальваническихъ элементовъ. Начнемъ съ вліянія густоты тока.

Очевидно, что при равной силѣ тока, элементъ съ большими электродами поляризуется менѣе или медленнѣе, чѣмъ элементъ съ малыми. Но такъ какъ въ элементѣ поляризуется лишь положительный электродъ, то для уменьшенія поляризаціи достаточно ограничиться увеличеніемъ поверхности одного (+) электрода, придавая ей размѣры, превосходящіе отъ 2 до 20 разъ площадь отрицательнаго.

Далѣе очевидно, что при прочихъ равныхъ условіяхъ элементъ будетъ поляризоваться тѣмъ менѣе, чѣмъ слабѣе токъ, rspct. чѣмъ больше общее сопротивленіе цѣпи и чѣмъ меньше электровозбудительная сила элемента. Отсюда слѣдуетъ, что каждый изъ нѣсколькихъ элементовъ, дѣйствующихъ въ *послѣдовательномъ сочетаніи* въ цѣпи опредѣленнаго сопротивленія, поляризуется сильнѣе или быстрѣе, чѣмъ если въ цѣпи того же сопротивленія дѣйствуетъ лишь одинъ элементъ того же типа [1]). Напротивъ, одинъ элементъ, дѣйствуя въ той же цѣпи, поляризуется сильнѣе, чѣмъ каждый изъ нѣсколькихъ *паралельно* или *смѣшанно соединенныхъ*, не смотря на то, что сила тока въ послѣднихъ случаяхъ будетъ болѣе или менѣе значительно превосходить таковую, развиваемую единичнымъ элементомъ. — Все это понятно безъ дальнѣйшихъ объясненій, если припомнить сказанное о силѣ тока во внѣшней цѣпи и въ самихъ элементахъ при различныхъ сочетаніяхъ послѣднихъ (см. §§ 416, 418, 420).

545. Если во внѣшней цѣпи уже поляризованнаго элемента увеличить существующее сопротивленіе, то сила поляризаціи уменьшится вслѣдствіе того, что уменьшится густота тока, поддерживающаго поляризацію элемента. Поэтому, непосредственно вслѣдъ за увеличеніемъ сопротивленія сила тока падаетъ до нѣкоторой величины, соотвѣтствующей новому сопротивленію; спустя нѣсколько минутъ токъ вновь усиливается пропорціо-

---

[1]) Исключеніе встрѣчается въ томъ случаѣ, когда сопротивленіе внѣшней цѣпи лишь незначительно больше или даже меньше внутренняго сопротивленія элемента, такъ какъ тогда сила тока въ цѣпи почти или совершенно не увеличится отъ увеличенія числа элементовъ (§ 419).

нально уменьшенію поляризаціи. Этого не случится только въ томъ случаѣ, если сила (густота) тока и послѣ введенія новаго сопротивленія остается настолько велика, что будетъ въ состояніи поддерживать прежнюю величину поляризаціи.

При уменьшеніи сопротивленія цѣпи поляризація элемента усиливается, такъ какъ при этомъ возрастаетъ сила тока и, слѣдовательно, густота его у электродовъ. Усиленіе поляризаціи возможно здѣсь, однако, лишь въ томъ случаѣ, если она до уменьшенія сопротивленія не успѣла достигнуть своего максимума. Поэтому сила тока, развиваемая непостояннымъ (легко поляризующимся) элементомъ, при уменьшеніи внѣшняго сопротивленія часто не достигаетъ ожидаемой величины вслѣдствіе того, что этому препятствуетъ одновременно усиливающаяся поляризація.

546. Если элементъ «замкнуть самъ на себя», т. е. соединить полюсы его проводникомъ безконечно малаго сопротивленія (короткою, толстою проволокой), то сила тока въ цѣпи теоретически должна быть равна электровозбудительной силѣ элемента, дѣленной на внутреннее его сопротивленіе. На практикѣ такой силы тока однако не получается, такъ какъ и самые постоянные элементы все же могутъ нѣсколько поляризоваться сильными токами. Слѣдующая таблица даетъ понятіе объ отношеніи теоретически вычисленной силы тока къ практически получаемой [1]).

Элементъ.	Сопротивленіе внѣшней цѣпи въ омахъ.	Сила установившагося тока въ амперахъ.	
		Получена.	Вычислена.
Даніэля	0,004	1,40	1,41
Лекланше.	0,013	0,32	1,67

[1]) Собственные опыты.

547. Если замкнуть токъ легко поляризирующагося элемента лишь на короткое время, то значительнѣйшая часть поляризаціи исчезнетъ почти тотчасъ же вслѣдъ за перерывомъ тока. Если же токъ былъ замкнутъ болѣе продолжительное время, то поляризація исчезаетъ медленнѣе (§ 530), и требуется большее время «на отдыхъ элемента». Поэтому элементы, работающіе прерывистымъ токомъ, менѣе поляризуются и остаются долѣе работоспособными, чѣмъ элементы, работающіе непрерывнымъ токомъ.

548. Если положительный электродъ окружить веществами, химически связывающими выдѣляющійся здѣсь водородъ, напр. окисляющими его, то тѣмъ самымъ болѣе или менѣе уничтожится поляризація. Если будетъ окисляться весь водородъ, то поляризація сведется на нуль и получится неполяризующійся или т. н. *постоянный* элементъ. На практикѣ полное окисленіе выдѣляющагося водорода достигается рѣдко и потому получаются элементы лишь болѣе или менѣе постоянные, т. е. постоянные лишь до нѣкоторой силы тока. Послѣднее зависитъ отъ того, что вещества, окружающія въ такихъ элементахъ (+) электродъ, почему либо недостаточно энергично соединяются съ выдѣляющимся водородомъ, такъ что въ каждое мгновеніе успѣваетъ окислиться количество водорода, меньшее противъ выдѣляемаго токомъ. Въ другихъ случаяхъ причиной неполной деполяризаціи являются вторичныя реакціи, о которыхъ было говорено въ § 518.

Вещества, окружающія (+) электродъ и химически связывающія выдѣляющійся здѣсь водородъ, называются *деполяризаторами*. Деполяризаторами могутъ быть твердыя вещества и растворы. Твердыми деполяризаторами служатъ перекиси металловъ (свинца, марганца), которыми покрываютъ (+) электродъ или изъ которыхъ его изготовляютъ, и нерастворимыя хлорныя соединенія металловъ, которыми окружаютъ этотъ электродъ. Жидкими деполяризаторами служатъ растворы сильно окисляющихъ веществъ (марганцевокислаго кали, хромовой кис-

лоты, азотная кислота) или такихъ веществъ, аніонъ которыхъ способенъ in statu nascendi соединяться съ водородомъ (растворы кислородныхъ солей тѣхъ металловъ, изъ коихъ состоитъ положительный электродъ, слѣдовательно, $Cu SO_4$ при мѣдномъ электродѣ). Какъ сказано выше, помимо окисляющихъ деполяризаторовъ употребляются и такіе, которые связываютъ водородъ хлоромъ. Для этого (+) электродъ окружаютъ хлористымъ серебромъ, погружаютъ его въ кашицу изъ хлорной извести, въ хлорную воду и т. п.

549. Жидкіе деполяризаторы или прямо прибавляются къ той возбуждающей жидкости, которая окружаетъ оба электрода элемента, или же въ жидкій деполяризаторъ погружается лишь одинъ (+) электродъ. Въ послѣднемъ случаѣ (—) электродъ погруженъ въ самостоятельную возбуждающую жидкость, отдѣленную отъ (+) электрода и окружающаго его деполяризатора пористою перегородкой. Такимъ образомъ, получается *элементъ съ двумя жидкостями*: возбуждающею и деполяризующею. Само собою разумѣется, что деполяризирующая жидкость въ то же время есть жидкость возбуждающая, такъ какъ и она вызываетъ въ соприкосновеніи съ (+) электродомъ электровозбудительную силу. Эта электровозбудительная сила въ нѣкоторыхъ комбинаціяхъ (мѣдь въ мѣдномъ купоросѣ) дѣйствуетъ противъ той, которую производитъ соприкосновеніе (—) электрода (цинка) съ окружающей его жидкостью (напр., съ растворомъ $H_2 SO_4$ или $Zn SO_4$), и потому ослабляетъ послѣднюю; въ другихъ же комбинаціяхъ (уголь въ CrO_3, уголь и платина въ HNO_3, при цинкѣ въ H_2SO_4 или $Na_2 S_2 O_3$) обѣ электровозбудительныя силы имѣютъ одно направленіе и тогда деполяризующая жидкость приноситъ двойную пользу.

Такъ какъ мы не знаемъ такого деполяризующаго раствора, который, исполняя свою роль, въ то же время оставался бы безъ химическаго дѣйствія на цинкъ, хотя бы даже при разомкнутомъ токѣ, то въ томъ случаѣ, когда деполяризующій растворъ прибавляется къ возбуждающей жидкости элемента, приходится

во время перерывовъ тока удалять цинкъ изъ жидкости (элементъ Грене и другіе «погружные» элементы). Поэтому элементы съ двумя жидкостями, раздѣленными пористою перегородкою, гораздо удобнѣе элементовъ съ одною жидкостью, тѣмъ болѣе, что въ нихъ (+) электродъ можетъ быть окруженъ весьма насыщеннымъ растворомъ деполяризующаго вещества или весьма концентрированною деполяризующею кислотой (HNO_3), вслѣдствіе чего и деполяризація удается полнѣе.

550. Во избѣжаніе истощенія жидкаго деполяризатора необходимо, чтобы онъ былъ не только предохраненъ отъ дѣйствія металла (—) электрода, но чтобы онъ не измѣнялся и вслѣдствіе химическаго дѣйствія на него вещества (+) электрода. Поэтому электродъ этотъ изготовляютъ изъ платины или угля, если деполяризаторъ есть кислота, изъ мѣди, если деполяризаторомъ взятъ $CuSO_4$ и т. д. [1]).

551. Для успѣшнаго хода деполяризаціи необходимо, наконецъ, чтобы деполяризаторъ имѣлся въ избыткѣ. Поэтому, напр., въ элементѣ Бунзена употребляется очень крѣпкая азотная кислота, въ элементѣ Даніэля насыщенный растворъ мѣднаго купороса и т. п. Концентрацію деполяризирующаго раствора стараются поддержать и во время дѣйствія элемента, для чего, напр., кладутъ въ пористый сосудъ, содержащій растворъ $CuSO_4$, избытокъ кристалловъ этой соли. Въ элементахъ, имѣющихъ деполяризаторомъ хромовую кислоту, стараются привести угольный электродъ во всестороннее соприкосновеніе съ растворомъ деполяризатора, перемѣшивая послѣдній вгоняемою струею воздуха или устраивая проточное движеніе жидкости.

552. Приводимъ нѣсколько схемъ деполяризаціи:

---

[1]) Въ виду того, что (+) электродъ относится химически индиферентно къ окружающей его жидкости, (—) электродъ же «растворяется» въ ней, нѣкоторые авторы называютъ первый пассивнымъ, а второй — активнымъ, но такое подраздѣленіе неправильно (§§ 306—307).

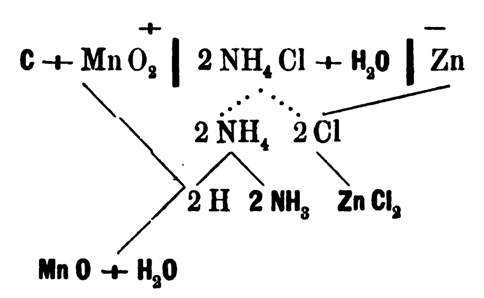
I. Деполяризація въ элементѣ Даніэля мѣднымъ купоросомъ (цинкъ въ слабой H_2SO_4, мѣдь въ растворѣ $CuSO_4$) [1]):

$$\overset{+}{Cu} \mid CuSO_4 + H_2O \;\vdots\; H_2SO_4 + H_2O \mid \overset{-}{Zn}$$

$$Cu \quad SO_4 \quad 2H \quad SO_4$$

$$H_2SO_4 \qquad ZnSO_4$$

II. Деполяризація въ элементѣ Лекланше (цинкъ и уголь въ насыщенномъ растворѣ хлористаго аммонія, уголь окруженъ перекисью марганца):



III. Деполяризація въ элементѣ Пинкуса (цинкъ и серебро въ слабой соляной кислотѣ, серебро окружено хлористымъ серебромъ):

$$Ag + 2\,\overset{+}{AgCl} \mid 2\,HCl + H_2O \mid \overset{-}{Zn}$$

$$2H \qquad 2Cl$$

$$2Ag + 2HCl \qquad ZnCl_2$$

---

[1]) Обращаемъ вниманіе на то, что ходъ деполяризаціи часто истолковывается ложно; а именно, нерѣдко безо всякаго основанія допускаютъ, что освобождающійся водородъ не связывается *аніономъ* (SO_4) деполяризатора ($CuSO_4$), а просто окисляется деполяризаторомъ, *не подвергающимся электролизу*, — по схемѣ

$$2H + CuSO_4 = Cu + H_2SO_4.$$

XXV. Проводимость электролитовъ.

553. Электролитомъ, какъ извѣстно, называется всякое химически сложное тѣло, способное къ разложенію токомъ. Электролиты, обладающіе при обыкновенной температурѣ весьма малою удѣльною проводимостью, относятся къ непроводникамъ или изоляторамъ. Таковы всѣ электролиты твердые при обыкновенной температурѣ, а также и многіе жидкіе. Многіе электролиты, будучи изоляторами въ твердомъ состояніи, въ расплавленномъ проводятъ токъ значительно лучше, нѣкоторые же отличаются даже очень хорошею проводимостью. Подобно этому, многіе твердые и жидкіе изоляторы, а также и газообразныя тѣла, растворяясь въ плохо проводящихъ жидкостяхъ, напр. въ водѣ, даютъ хорошо проводящіе растворы. Растворы химически сложныхъ тѣлъ, отличающіеся относительно хорошею проводимостью, носятъ названіе *жидкихъ проводниковъ;* изъ нихъ практическій интересъ для насъ представляютъ только водные растворы. Объ электропроводимости изоляторовъ будетъ говорено въ слѣдующей главѣ.

554. Прежде чѣмъ приступить къ разсмотрѣнію особенностей электропроводимости растворовъ, считаемъ необходимымъ сказать нѣсколько словъ о химической природѣ ихъ.

При растворенія твердаго или газообразнаго тѣла въ водѣ, мы имѣемъ дѣло, во первыхъ, съ измѣненіемъ физическаго состоянія этого тѣла (переходъ его въ жидкое состояніе) и, во вторыхъ, съ химическимъ соединеніемъ его съ водою; послѣднее относится и къ растворенію въ водѣ жидкаго тѣла. Такимъ образомъ, растворъ представляетъ отнюдь не смѣсь растворенаго вещества (въ жидкомъ состояніи) съ водою, а особаго рода химическое соединеніе его съ послѣднею. Что при растворенія, дѣйствительно, происходитъ соединеніе растворяемаго тѣла съ водою, это доказывается многими явленіями, наблюдаемыми при растворенія. Такъ напр., объемъ раствора, обыкновенно, менѣе объема раствореннаго тѣла + объема воды, въ коей оно растворено; иногда объемъ раствора даже менѣе объема самой воды, служащей для растворенія; вода способна образовать съ газообразными тѣлами растворы, перегоняющіеся при вполнѣ опредѣленныхъ температурахъ кипѣнія безъ измѣненія процентнаго состава; температура кипѣнія всякаго раствора выше точки кипѣнія воды (притомъ часто гораздо выше температуры кипѣнія раствореннаго лету-

чаго вещества); при растворенiи различныхъ тѣлъ въ водѣ всегда обнаруживаются тепловые эфекты [1]) и т. д..

Изъ химическихъ соединенiй раствореннаго тѣла съ водою, одни болѣе прочны, другiя менѣе; первыя преобладаютъ. Въ непрочныхъ соединенiяхъ одна или нѣсколько молекулъ A растворенняго вещества даютъ съ n молекулами воды соединенiе $A_n(H_2O)_n$, непрерывно распадающееся и вновь образующееся, причемъ nA, отдѣлившись отъ одной группы nH_2O, тотчасъ же вновь соединяется съ другою. Этотъ процессъ непрерывнаго распаденiя и возсоединенiя называется *диссоцiацiей* разсматриваемой группы. Энергiя процесса диссоцiацiи, какъ извѣстно, находится въ прямой зависимости отъ температуры, такъ что химическое соединенiе растворенняго вещества съ водою диссоцiируется тѣмъ легче, чѣмъ выше температура раствора; напротивъ, при охлажденiи раствора до извѣстной температуры явленiе диссоцiацiи можетъ прекратиться и вмѣстѣ съ тѣмъ можетъ ослабнуть связь растворенняго тѣла съ растворителемъ. Вслѣдствiе этого упомянутое тѣло выпадаетъ изъ раствора или въ свободномъ видѣ (напр., въ формѣ безводяныхъ кристалловъ), или въ соединенiи съ частью растворителя (съ кристаллизацiонною водой), или, наоборотъ, избытокъ воды выкристаллизовывается (замерзаетъ) между частицами тѣла, остающагося въ жидкомъ состоянiи (въ соединенiи съ частью растворителя).

555. Какъ уже было сказано, многiя жидкiя, твердыя и газообразныя химическiя соединенiя, въ чистомъ видѣ относящiяся къ изоляторамъ, образуютъ съ водою растворы, отличающiеся значительно большею степенью электропроводимости. Такъ напр., удѣльная проводимость

99,4%-го раствора сѣрной кислоты = 0,00 000 08
99,7%-го » уксусной » = 0,00 000 000 000 4

тогда какъ, напр., удѣльная проводимость

30,4%-го раствора сѣрной кислоты = 0,00 007
10%-го » уксусной » = 0,00 000 014.

---

[1]) Должно замѣтить, что самое *соединенiе* какого бы то ни было тѣла съ водою всегда обусловливаетъ освобожденiе тепла, необходимый же при растворенiи переходъ растворяемаго тѣла въ жидкое состоянiе сопровождается развитiемъ тепла — если данное тѣло есть газъ, и поглощенiемъ тепла — если растворяемое тѣло твердо. Поэтому, при растворенiи газовъ въ водѣ температура жидкости всегда повышается; при растворенiи же твердаго тѣла въ водѣ жидкость охлаждается, если количество поглощаемаго тепла при переходѣ твердаго тѣла въ жидкое состоянiе больше количества тепла, освобождаемаго при соединенiи этого тѣла съ водою.

По всѣмъ вѣроятіямъ поименованныя кислоты, а равно и другія химически чистыя жидкости, въ *абсолютно безводномъ состояніи* обладаютъ еще несравненно меньшею проводимостью.

Опытъ показываетъ наконецъ, что растворы непроводниковъ въ водѣ проводятъ токъ, тогда какъ растворы тѣхъ же веществъ во многихъ другихъ жидкихъ непроводникахъ тока не проводятъ; такъ напр., хлористый водородъ, растворяясь въ водѣ, даетъ хорошо проводящую соляную кислоту, растворяясь же въ эѳирѣ или бензолѣ, даетъ жидкость непроводящую. Такъ какъ удѣльная проводимость химически чистой воды, какъ извѣстно (§ 338) вполнѣ ничтожна (= 0,00 000 000 007), то на первый взглядъ непонятно, почему HCl въ водѣ даетъ растворъ, хорошо проводящій токъ, а въ эѳирѣ или бензолѣ — растворъ въ высшей степени мало проводящій. Съ точки зрѣнія теоріи электропроводимости растворовъ, изложенной въ § 496, явленіе это непонятно; напротивъ, оно легко объясняется теоріей Клаузіуса. По Клаузіусу молекула А электролита разлагается на аніонъ и катіонъ не индуктирующимъ дѣйствіемъ заряженныхъ электродовъ, а самостоятельно, диссоціацией. Клаузіусъ принимаетъ, что молекула А, освободившись въ растворѣ отъ группы nH_2O (§ 554), прежде чѣмъ соединиться съ другою такою же группою, распадается на составныя части, изъ коихъ однѣ самостоятельно заряжены (+), а другія (—) электричествомъ и потому первыя притягиваются (—) электродомъ, а вторыя (+). Если это такъ, то хорошую проводимость раствора HCl въ водѣ и плохую проводимость растворовъ HCl въ эѳирѣ и бензолѣ легко объяснить просто тѣмъ, что группа HCl легко диссоціируется въ водѣ и трудно въ эѳирѣ и бензолѣ. Малою способностью къ диссоціаціи легко объяснить и непроводимость химически чистыхъ жидкостей. Усиленіемъ диссоціаціи по мѣрѣ повышенія температуры объяснимо и увеличеніе проводимости электролитовъ при нагрѣваніи ихъ. Наконецъ, различною диссоціирующею способностью при различной концентраціи растворовъ (при постоянной температурѣ) вполнѣ объясняется и тотъ фактъ, что

растворъ можетъ имѣть нѣсколько максимумовъ и минимумовъ проводимости въ зависимости отъ опредѣленныхъ процентныхъ содержаній растворенваго вещества: минимуму электропроводимости соотвѣтствуетъ такое процентное содержаніе растворенваго вещества, при которомъ оно даетъ съ водою соединеніе мало диссоціирующее, максимуму-же электропроводимости соотвѣтствуютъ соединенія, отличающіяся обратными свойствами. Такъ напр., проводимость раствора сѣрной кислоты увеличивается по мѣрѣ увеличенія процентнаго содержанія H_2SO_4 до

1-го максимума проводимости при 30,4% содержанія H_2SO_4,

затѣмъ, проводимость уменьшается до

минимума проводимости при 84,3% содержанія H_2SO_4,

далѣе, проводимость опять увеличивается до

2-го максимума проводимости при 92,1% содержанія H_2SO_4

и, наконецъ, вновь уменьшается при дальнѣйшемъ увеличеніи % H_2SO_4.

Очевидно, что, ceteris paribus, величина электропроводимости зависитъ отъ скорости движенія іонъ. Скорость же эта съ одной стороны зависитъ отъ *подвижности* жидкости, въ коей растворенъ электролитъ, съ другой стороны отъ концентраціи раствора, такъ какъ іонъ встрѣчаетъ къ своему движенію препятствіе, какъ со стороны частицъ растворителя, такъ и со стороны частицъ самого электролита. Поэтому электропроводимость концентрированныхъ растворовъ находится въ зависимости отъ болѣе сложныхъ условій, чѣмъ таковая слабыхъ; проводимость послѣднихъ вообще увеличивается прямо пропорціонально увеличенію количества растворяемаго электролита.

556. Такъ какъ жидкость проводитъ токъ не иначе, какъ электролитически, то химическія ея свойства неизбѣжно измѣняются подъ вліяніемъ тока, а потому съ каждымъ мгновеніемъ болѣе или менѣе значительно измѣняются и физическія свойства

жидкости, прежде всего удѣльная проводимость ея. Даже въ самомъ благопріятномъ случаѣ, когда жидкость не измѣняется въ химическомъ составѣ, а лишь въ концентраціи у электродовъ (§§ 484 (3), 498), проводимость ея все же становится неравномѣрною, причемъ средняя проводимость можетъ значительно разниться отъ первоначальной.

При благопріятныхъ условіяхъ жидкость можетъ оставаться безъ измѣненія при прохожденіи чрезъ нее перемѣннаго тока (§§ 489—490) и только въ этомъ случаѣ можно говорить о нѣкоторой постоянной величинѣ удѣльной ея проводимости.

Что токъ, нагрѣвая жидкость, увеличиваетъ ея проводимость (§ 340), понятно само собою. Напротивъ, неизвѣстно, усиливается ли диссоціація растворовъ подъ вліяніемъ увеличенія разности потенціаловъ погруженныхъ въ жидкость электродовъ и не происходитъ ли такимъ путемъ увеличенія проводимости жидкости въ зависимости отъ силы тока. До самаго послѣдняго времени вопросъ этотъ оставался не затронутымъ и только въ послѣдніе годы электротехниками было замѣчено, что внутреннее сопротивленіе гальваническихъ элементовъ, работающихъ сильнымъ токомъ, меньше сопротивленія тѣхъ же элементовъ при слабомъ токѣ. Значительная разница наблюдается, однако, лишь при токахъ выше 0,5 ампера, и потому при физіологическихъ опытахъ можно безошибочно принять, что сопротивленіе жидкости не зависитъ отъ силы тока, если только токъ не производитъ существенныхъ измѣненій въ химическомъ составѣ жидкости.

Итакъ, удѣльныя проводимость и сопротивленіе жидкостей, независимо отъ нагрѣванія ихъ токомъ, суть величины постоянныя лишь по отношенію къ слабому перемѣнному току и, до извѣстной степени, по отношенію къ слабому и притомъ кратковременному, непрерывному току. Результаты измѣреній удѣльнаго сопротивленія жидкостей, приводимые ниже, относятся къ слабому перемѣнному току и не могутъ быть обобщаемы въ слишкомъ широкихъ границахъ.

557. Мы уже говорили (§ 555), что проводимость слабыхъ растворовъ кислотъ, щелочей и солей въ водѣ увеличивается до извѣстнаго предѣла прямо пропорціонально увеличенію количества растворсннаго вещества. При дальнѣйшемъ увеличеніи концентраціи, проводимость въ однихъ случаяхъ, хотя и медленнѣе, но продолжаетъ увеличиваться вплоть до предѣльнаго насыщенія раствора при данной температурѣ, въ другихъ же случаяхъ растворъ достигаетъ максимума проводимости еще задолго до своего насыщенія, такъ что дальнѣйшее увеличеніе концентраціи не только не увеличиваетъ проводимости раствора, а, напротивъ, еще уменьшаетъ ее. Къ первой категоріи относятся растворы мѣднаго купороса, поваренной соли и многихъ трудно растворимыхъ солей; ко второй категоріи относятся растворы цинковаго купороса, многихъ гигроскопическихъ солей, щелочей и нѣкоторыхъ кислотъ. Чтобы дать понятіе объ отношеніи максимума проводимости различныхъ растворовъ къ процентному содержанію въ нихъ растворённаго вещества, приводимъ слѣдующую таблицу измѣреній, сдѣланныхъ при 20° С.[1]).

Растворенныя вещества.	Количество *безводныхъ* веществъ въ 100 частяхъ растворовъ.	Удѣльныя проводимости; $\mathfrak{L}_{Hg} = 10^8$.	Удѣльныя сопротивленія въ омо-сантиметрахъ.	Температурные коэффиціенты сопротивленій.	Количество *безводныхъ* веществъ въ 100 частяхъ *насыщенныхъ* при 20° С. растворовъ.
HNO_3	29,7	7330	1,287	—	—
H_2SO_4	30,4	7026	1,320	0,0159	—
Ka HO	28,1	4982	1,772	0,0217	75
NH_4Cl*	27	3918	2,298	0,0153	37
Na Cl*	26,4	1969	4,472	0,0223	26,4
$MgSO_4$	17,3	444	19,667	0,0247	26
$ZnSO_4$	23,7	440	19,828	0,0250	53
$CuSO_4$*	18,1	430	20,437	0,0234	18,9
$AgNO_3$*	68	2056	4,304	0,0210	68

[1]) Данныя для этой таблицы заимствованы у Кольрауша (Wied. Ann., B. VI, p. 43); о томъ, какимъ образомъ вычислены удѣльныя сопротивленія и температурные коэффиціенты ихъ, см. стр. 405—406. Звѣздочками означены тѣ вещества, растворы коихъ обладаютъ максимальною проводимостью въ состояніи полнаго насыщенія при данной температурѣ.

Далѣе приводимъ таблицу удѣльной проводимости практически важныхъ растворовъ въ зависимости отъ измѣненій процентнаго содержанія растворѳннаго вещества (по Кольраушу). Числа таблицы относятся къ температурѣ въ 20° С.

Растворенныя вещества.	Количество *безводныхъ* веществъ въ 100 частяхъ растворовъ.	Удѣльныя проводимости; $\Omega_{Hg} = 10^8$.	Удѣльныя сопротивленія въ омо-сантиметрахъ.	Температурные коэффиціенты сопротивленій.
H_2SO_4	1	439	21,503	0,0111
	2,5	1043	9,021	0,0114
	5	1999	4,593	0,0120
	10	3759	2,322	0,0126
	15	5222	1,588	0,0134
	20	6285	1,258	0,0143
	25	6917	1,102	0,0152
	30	7136	1,047	0,0159
	40	6587	1,133	0,0175
	50	5250	1,488	0,0189
$NaCl$	5	655	14,596	0,0213
	10	1181	7,914	0,0210
	15	1600	5,728	0,0209
	20	1909	4,731	0,0212
	25	2087	4,280	0,0223
NH_4Cl	5	893	10,591	0,0195
	10	1723	5,312	0,0184
	15	2502	3,562	0,0169
	20	3249	2,680	0,0159
	25	3882	2,200	0,0153
$MgSO_4$	5	275	37,084	0,0222
	10	435	23,134	0,0236
	15	507	19,729	0,0247
	20	506	19,837	0,0263
	25	445	22,842	0,0282
$ZnSO_4$	5	187	52,262	0,0221
	10	314	30,904	0,0219
	15	407	23,804	0,0224
	20	460	21,018	0,0236
	25	473	20,460	0,0252
	30	439	22,144	0,0267
$CuSO_4$	2,5	106	92,070	0,0210
	5	185	52,875	0,0212
	10	313	31,019	0,0214
	15	413	23,429	0,0227
	17,5	450	21,475	0,0232

Растворен-ныя веще-ства.	Количество *безводныхъ* веществъ въ 100 частяхъ растворовъ.	Удѣльныя проводи-мости; $\mathfrak{L}_{Hg} = 10^8$.	Удѣльныя со-противленія въ омо-санти-метрахъ.	Температур-ные коэффи-ціенты сопро-тивленій.
$AgNO_3$	5	249	39,045	0,0214
	10	464	20,774	0,0213
	15	666	14,365	0,0211
	20	850	11,157	0,0209
	25	1031	9,125	0,0207
	30	1207	8,035	0,0206
	40	1522	6,049	0,0202
	50	1804	5,040	0,0202
	60	2044	4,396	0,0206

558. На величину удѣльнаго сопротивленія растворовъ температура оказываетъ несравненно большее вліяніе, чѣмъ на удѣльное сопротивленіе металловъ, такъ какъ температурные коэффиціенты удѣльнаго сопротивленія электролитовъ гораздо значительнѣе таковыхъ проводниковъ 1-го класса (§ 355). Въ самомъ дѣлѣ, при измѣненіи температуры на 1° С. удѣльное сопротивленіе растворовъ измѣняется отъ 1 до 7%, чего никогда не наблюдается по отношенію къ металламъ. При этомъ, какъ видно изъ вышеприведенной таблицы, растворъ одного и того же вещества имѣетъ различные температурные коэффиціенты въ зависимости отъ процентнаго содержанія растворенпаго вещества. Замѣчательно, что чѣмъ меньше удѣльное сопротивленіе растворовъ, тѣмъ меньше измѣняется оно въ зависимости отъ температуры.

Такъ какъ *температурный коэффиціентъ сопротивленія раствора есть число, показывающее на какую часть опытомъ опредѣленнаго сопротивленія уменьшается послѣднее при повышеніи температуры на 1° С.*, то искомое сопротивленіе R_t жидкости при температурѣ t опредѣляется формулой (§ 354)

$R_t = R_0 - R_0\beta\,(t - t^0)$... при повышеніи температуры жидкости

или

$R_t = R_0 + R_0\beta\,(t^0 - t)$... при пониженіи температуры жидкости,

гдѣ R_0 — извѣстное сопротивленіе при нѣкоторой извѣстной температурѣ t^0, t — та температура, для которой мы желаемъ вычислить сопротивленіе жидкости и, наконецъ, β — температурный коэффиціентъ послѣдней.

Примѣръ: Сопротивленіе слоя 10%-го раствора H_2SO_4 между электродами вольтаметра = 271,5 ома при 16° C.; каково будетъ это сопротивленіе при 10° и 35° C.?

При 10° C.

$$R_t = 271{,}5 + 271{,}5 \,.\, 0{,}0126 \,.\, (16-10) = 292{,}0 \text{ ома};$$

при 35° C.

$$R_t = 271{,}5 - 271{,}5 \,.\, 0{,}0126 \,.\, (35-16) = 206{,}5 \text{ ома}.$$

Приведенными въ таблицахъ (стр. 402—404) температурными коэффиціентами можно пользоваться въ предѣлахъ отъ 10° до 50° C.; при болѣе высокихъ температурахъ коэффиціенты уже значительно измѣняются. Вычисленіе по болѣе точнымъ формуламъ не имѣетъ практическаго значенія, такъ какъ изъ жидкостей не изготовляютъ эталоновъ сопротивленій, кромѣ развѣ какъ изъ насыщеннаго раствора цинковаго купороса, заключеннаго въ стеклянныхъ трубкахъ между цинковыми электродами.

Числа обѣихъ приведенныхъ на стр. 402—404 таблицъ вычислены изъ данныхъ Кольрауша для удѣльной проводимости и температурнаго коэффиціента послѣдней. Кольраушъ подъ температурнымъ коэффиціентомъ проводимости растворовъ понимаетъ число, показывающее на какую часть опытомъ опредѣленной проводимости увеличивается послѣдняя при повышеніи температуры на 1° C. Примѣръ: проводимость 5%-го раствора NaCl при 18° C. и при $Hg = 10^8$ (§ 338) равна 628, а температурный коэффиціентъ ея = 0,0218; это значитъ, что при повышеніи температуры на 1° C. проводимость, равная при 18° C. — 628, увеличивается на 0,0218 этой величины, т. е. на

$$628 \,.\, 0{,}0218 = 13{,}69$$

и дѣлается, такимъ образомъ, равной

$$628 + 13{,}69 = 641{,}69$$

Практическій интересъ представляетъ, однако, не измѣненіе проводимости, а измѣненіе сопротивленія растворовъ въ зависимости отъ температуры, и потому мы сочли не лишнимъ привести вычисленную нами таблицу.— Для перечисленія данныхъ Кольрауша на удѣльное сопротивленіе, должно прежде

всего числа, выраженныя имъ по отношенію къ $Hg = 10^8$, дѣлить на 10^8 (§ 338) для полученія истинной удѣльной проводимости ($\mathfrak{L}_к$). Затѣмъ, по формулѣ

$$\mathfrak{W}_к = \frac{94,34}{\mathfrak{L}_к}$$

находимъ (§ 336) истинное удѣльное сопротивленіе ($\mathfrak{W}_к$) въ омо-сантиметрахъ (§ 333). Короче, для нахожденія $\mathfrak{W}_к$ должно число 9434 дѣлить на числа проводимости, данныя Кольраушемъ.

Примѣръ: По Кольраушу удѣльная проводимость $5^0/_0$-го раствора Na Cl при $Hg = 10^8$ и при 18° C. = 628. Отсюда, удѣльное сопротивленіе этого раствора въ омо-сантиметрахъ

$$= \frac{9434}{628} = 15,022.$$

Температурные коэффиціенты сопротивленія находимъ изъ температурныхъ коэффиціентовъ проводимости Кольрауша слѣдующимъ образомъ: Проводимость, resp. и сопротивленіе, даннаго раствора при извѣстной температурѣ примемъ за единицу, а температурный коэффиціентъ проводимости означимъ черезъ a. Тогда, при нагрѣваніи раствора на 1° C., проводимость его будетъ $= 1 + a$. Отсюда сопротивленіе раствора, какъ величина обратно пропорціональная проводимости, будетъ

$$= \frac{1}{1 + a}$$

Разность съ первоначальнымъ сопротивленіемъ (принятымъ за единицу)

$$1 - \frac{1}{1 + a}$$

представляетъ собою температурный коэффиціентъ сопротивленія даннаго раствора.

Примѣръ: Температурный коэффиціентъ a удѣльной проводимости $5^0/_0$-го раствора NaCl по Кольраушу =0,0218. Чему равенъ температурный коэффиціентъ β удѣльнаго сопротивленія этого раствора?

$$\beta = 1 - \frac{1}{1 + 0,0218} = 1 - 0,9787 = 0,0213.$$

XXVI. Изоляторы.

559. *Непроводниковъ электричества въ полномъ смыслѣ этого слова не существуетъ и такъ называемые «непроводники» или изоляторы суть не что иное, какъ проводники съ огромнымъ удѣльнымъ сопротивленіемъ* (§ 331). Если въ цѣпь, заключающую сильную батарею и очень чувствительный гальваноскопъ,

включенъ изоляторъ (напр. кусокъ гутаперчи, стекло и т. п.) и при этомъ въ цѣпи тока обнаружить не удается, то это еще не доказываетъ, что данный изоляторъ есть абсолютный непроводникъ, а указываетъ лишь на то, что сопротивленіе изолятора огромно и что токъ въ цѣпи слабѣе того, который можетъ быть обнаруженъ гальваноскопомъ.

Перечислимъ практически важные непроводники:

Воздухъ и другіе *газы*, даже насыщенные парами воды.

Углеродъ въ видѣ чистаго (особенно обработаннаго кислотами) *древеснаго угля* и въ видѣ *алмаза, но не въ формѣ графита*, проводимость котораго и послѣ обработки кислотами относительно велика.

Сѣра въ компактномъ видѣ; сѣра въ порошкѣ изолируетъ плохо, вслѣдствіе окисленія дѣйствіемъ влаги и кислорода воздуха.

Кремнеземъ ($Si\,O_2$) въ видѣ *драгоцѣнныхъ камней*, *кварца*, *горнаго хрусталя*, *дымчатаго топаза*, *аметиста*, *агата*, *кремня*.

Кремнекислая известь ($Si\,O_2\,Ca\,O$) въ видѣ *слюды* и *граната;* далѣе въ видѣ *стекла*, представляющаго сплавъ $Si\,O_2\,Ca\,O$ съ $Si\,O_2\,Ka_2\,O$ или $Si\,O_2\,Na_2\,O$ [1]). Замѣчательно, что проводимость свѣже расщипанной *слюды* значительно превосходитъ проводимость слюды, расщипанной за нѣсколько дней назадъ. По прошествіи нѣсколькихъ лѣтъ слюда почти вполнѣ утрачиваетъ проводимость.

Кремнекислый глиноземъ ($Al_2\,O_6\,[Si\,O]_3$) въ видѣ *полеваго шпата*, *каолина* и приготовленнаго изъ него *фарфора;* далѣе въ видѣ *глины* и изготовляемыхъ изъ различныхъ сортовъ ея *фаянса*, *кирпича* и. т. п...

Углекислая известь въ формѣ *мрамора* и сухаго *мѣла*.

---

[1]) Толченое стекло, а также и матовое стекло суть плохіе изоляторы, такъ какъ поверхность ихъ весьма гигроскопична.

Большинство *металлическихъ окисей* (напр. мѣди, желѣза, цинка, ртути).

Большинство *ангидридовъ кислотъ* и абсолютно *безводныя кислоты*, какъ неорганическія, такъ и органическія.

Различныя *соли въ твердомъ видѣ*, въ особенности безводныя соли, неорганическія и органическія.

Химически чистая *вода*.

Ледъ ниже 0° C.

Алкоголь.

Эѳирныя, *жирныя* и такъ называемыя *минеральныя масла*, *керосинъ*.

Смолы (янтарь, шеллакъ).

Гутаперча, *каучукъ* (невулканизированные и вулканизированные), *эбонитъ*.

Воскъ.

Парафинъ [1]).

Сухая выдѣланная и не выдѣланная *кожа*.

Перья, *волосы* и *шерсть*, равно какъ и *шерстяныя ткани*. *Ногти* и, до извѣстной степени, сухой *эпидермисъ* кожи человѣка и животныхъ.

Слоновая и *мамонтовая кость*, *зубы* и настоящая *костная ткань* въ сухомъ видѣ.

Хлопчатая бумага и *бумажныя ткани* въ сухомъ состояніи.

Писчая и *пергаментная бумага*.

Сухое *дерево*, особенно плотные виды, и другія сухія растительныя ткани (солома).

560. Удѣльное сопротивленіе многихъ химически сложныхъ изоляторовъ (каучука, гутаперчи, парафина) не есть величина постоянная (при данной температурѣ), а *измѣняется въ зависимости отъ продолжительности дѣйствія проходящаго тока*. Въ самомъ дѣлѣ, если между двумя большими металлическими

---

[1]) Въ значительной мѣрѣ утрачиваетъ изолирующую способность, если долгое время былъ нагрѣтъ выше 100° C.

электродами включить большую тонкую пластинку такого химически сложнаго изолятора, соединить электроды съ полюсами батареи въ 50 до 200 вольтъ, введя предварительно въ цѣпь очень чувствительный гальванометръ, то оказывается, что появившійся въ цѣпи токъ постепенно уменьшается въ своей силѣ. По прошествіи получаса или часа сила тока, упавъ до $^2/_3$ или $^1/_2$ первоначальной величины, перестаетъ измѣняться. Ослабленіе тока вызывается здѣсь очевидно довольно стойкимъ измѣненіемъ вещества химически сложнаго изолятора, такъ какъ увеличившееся сопротивленіе его не уменьшается долгое время и по прекращеніи дѣйствія тока. Во всякомъ случаѣ, описанное явленіе нельзя объяснить поляризаціей электродовъ, такъ какъ при электровозбудительной силѣ батареи въ 50 вольтъ и болѣе, для ослабленія тока до половины той величины, которой онъ достигаетъ въ первое время по замкнутіи цѣпи, электроды должны быть поляризованы до 25 и болѣе вольтъ, чего быть не можетъ. Существуетъ теорія, предложенная для объясненія этого явленія, но, по нашему мнѣнію, она не выдерживаетъ критики.

Приводимъ примѣръ вліянія продолжительности электризаціи на сопротивленіе гутаперчи, принятое равнымъ единицѣ при 20° С. и при продолжительности электризаціи въ одну минуту:

Продолжительность электризаціи въ минутахъ.	1	2	3	4	5	10	15	20	30	40
Сопротивленіе.	1,00	1,07	1,13	1,17	1,20	1,28	1,31	1,33	1,35	1,37

Въ виду измѣнчивости сопротивленія химически сложныхъ изоляторовъ въ зависимости отъ продолжительности дѣйствія проходящаго тока, условились подъ удѣльнымъ сопротивленіемъ ихъ подразумѣвать то, которое они обнаруживаютъ спустя минуту по замкнутіи цѣпи, или, какъ принято говорить, «спустя минуту отъ начала электризаціи».

Приводимъ таблицу удѣльнаго сопротивленія нѣкоторыхъ изоляторовъ при различныхъ температурахъ въ мегомо-сантиметрахъ (по Фуссеро, Айртону и Перри).

Названія веществъ.	Температура въ градусахъ Цельсія.	Удѣльное сопротивленіе въ мегомо-сантиметрахъ.
Богемское стекло	0	60,7 . 10^6
Простое »	0	1012 . 10^6
Флинтгласъ.................. .	60	1020 . 10^6
»	100	206 . 10^6
Фарфоръ	0	542100 . 10^6
Слюда свѣже щипанная..........	20	84 . 10^6
» давно щипанная	20	56592 . 10^6
Хлористое серебро	20	0,003 . 10^6
Эбонитъ.......................	36	61030 . 10^6
»	46	28000 . 10^6
»	97	9696 . 10^6
Вулканизир. каучукъ Гупера	24	15000 . 10^6
» » »	67	5391 . 10^6
» » »	91	1015 . 10^6
Гутаперча	24	450 . 10^6
» (другой сортъ).........	24	83 . 10^6
»	44	8,93 . 10^6
»	83	0,5 . 10^6
Шеллакъ.......................	28	9000 . 10^6
Парафинъ	46	34000 . 10^6
»	50	1000 . 10^6
»	60 (точка плавленія)	10 . 10^6
»	78	1,35 . 10^6

561. Химически сложные, а также и нѣкоторые простые изоляторы (напр. уголь), слѣдуютъ закону, общему для всѣхъ проводниковъ втораго класса: удѣльное сопротивленіе ихъ умень-

шается съ повышеніемъ температуры, и притомъ особенно рѣзко въ моментъ плавленія или хотя бы лишь размягченія твердаго изолятора. Примѣръ:

удѣльное сопротивленіе парафина

при 50° С.	=	1000.10^6 мегомо-сантиметр.
» 60° С. (точка плавленія)	=	10.10^6 » »
» 78° С.	=	$1{,}35.10^6$ » »

Изъ этихъ примѣровъ и изъ чиселъ предшествующей таблицы видно, что температурные коэффиціенты удѣльнаго сопротивленія многихъ изоляторовъ весьма значительны: значительнѣе, чѣмъ температурные коэффиціенты всѣхъ прочихъ тѣлъ. Послѣднее видно изъ слѣдующаго сопоставленія: для того, чтобы удвоить сопротивленіе

химически чистой мѣди,	надо	повысить	температуру на	270° С.,
насыщ. раств. $CuSO_4$,	»	понизить	» »	43° С.,
гутаперчи,	»	»	» »	5° С.

Температурные коэффиціенты изоляторовъ, не измѣняющихся въ консистенціи при нагрѣваніи (дерево, кость, шелкъ, бумага и т. п.), относительно не велики.

Измѣненія сопротивленія изоляторовъ въ зависимости отъ температуры отличаются еще слѣдующею особенностью: въ то время, какъ приростъ сопротивленія металловъ и проводящихъ жидкостей прямо пропорціоналенъ повышенію температуры (въ не слишкомъ широкихъ предѣлахъ), убыль въ сопротивленіи изоляторовъ происходитъ быстрѣе наростанія температуры, и притомъ, въ нѣкоторой правильной прогрессіи; такимъ образомъ, хотя, напр., разность сопротивленій гутаперчи при 20° и 25° С. гораздо значительнѣе, чѣмъ таже разность при 0° и 5° С., тѣмъ не менѣе *отношеніе сопротивленій* не измѣняется, т. е. сопротивленіе при 25° относится къ таковому при 20° такъ, какъ сопротивленіе при 5° относится къ таковому при 0° С.

Разсмотрѣніе подробностей вліянія температуры на удѣльное

сопротивленіе изоляторовъ не представляетъ для насъ практическаго интереса.

562. Опытъ показываетъ, что при извѣстныхъ условіяхъ проводимость большинства изоляторовъ значительно увеличивается вслѣдствіе измѣненія свойствъ ихъ поверхности. Такое измѣненіе зависитъ прежде всего отъ способности большинства изоляторовъ сгущать на своей поверхности влагу. Непроводники съ гладкою (полированною) поверхностью обладаютъ такою способностью въ гораздо меньшей степени, чѣмъ тѣ же вещества съ неровною и въ особенности матовою поверхностью. Такъ напр., матовое стекло въ не абсолютно сухомъ воздухѣ очень быстро дѣлается плохимъ изоляторомъ.

Слой влаги (воды), покрывающій поверхность непроводника, уже самъ по себѣ уменьшаетъ его изолирующую способность, представляя току несравненно меньшее сопротивленіе, чѣмъ масса самого непроводника. Кромѣ того, вода можетъ дѣйствовать химически на поверхностные слои изолятора, вслѣдствіе чего образуются растворимыя соли, отъ присутствія которыхъ поверхность изолятора становится гигроскопичною и потому проводимость ея еще болѣе увеличивается. Такъ напр., подъ вліяніемъ совокупнаго дѣйствія влаги и углекислоты воздуха гладкая поверхность нѣкоторыхъ сортовъ *стекла* становится гигроскопичной вслѣдствіе образованія въ ней углекислаго калія; такое стекло изолируетъ уже очень плохо. Во избѣжаніе этого хорошо покрывать стекло тонкимъ слоемъ лака или парафина. Подобнымъ же образомъ становится гигроскопичной поверхность *эбонита* вслѣдствіе того, что сѣра, входящая въ составъ его, окисляется въ поверхностномъ слоѣ подъ вліяніемъ влаги и озона воздуха, причемъ образуется сѣрная кислота. Явленіе это особенно часто наблюдается въ такихъ эбонитовыхъ частяхъ электрическихъ аппаратовъ, въ непосредственной близости которыхъ происходятъ частые или сильные искровые разряды, озонирующіе воздухъ. Если окисленную, плохо изолирующую поверхность эбонита протереть магнезіей съ водою или растворомъ соды, за-

тѣмъ вымыть и высушить, то изолирующая способность возстановится почти въ прежней степени.

Такимъ образомъ, въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ токъ встрѣчаетъ огромное сопротивленіе къ распространенію *въ массѣ* изолятора, онъ можетъ распространяться въ поверхностномъ его слоѣ или, лучше сказать, въ томъ *проводящемъ слоѣ*, который покрываетъ случайно эту поверхность. Такая *проводимость поверхности изоляторовъ* обусловливается, помимо увлажненія, еще случайнымъ загрязненіемъ относительно хорошо проводящими веществами. Очевидно, что чѣмъ значительнѣе величина проводящей поверхности изолятора при данной длинѣ его (т. е. разстояніи между электродами, приложенными къ изолятору), тѣмъ меньшее сопротивленіе представляетъ эта поверхность току. Поэтому, изолируя различныя части электрическихъ аппаратовъ на эбонитовыхъ или стеклянныхъ колонкахъ, должно помнить, что абсолютное сопротивленіе поверхности послѣднихъ ceteris paribus прямо пропорціонально ихъ длинѣ и обратно пропорціонально ихъ діаметру.

563. Многіе изоляторы обладаютъ способностью поглощать изъ воздуха влагу не только своею поверхностью, но и всею массою, т. е. обладаютъ гигроскопичностью въ широкомъ смыслѣ слова. Сюда относятся:

Многіе ангидриды кислотъ и безводныя кислоты.
Многія щелочи и соли.
Алкоголь.
Выдѣланная кожа.
Перья, волосы, шерсть.
Хлопчатая бумага и бумажная ткань.
Писчая и пергаментная бумага.
Сухое дерево.
Солома.

Эти вещества могутъ считаться хорошими изоляторами лишь въ совершенно сухомъ воздухѣ; въ обыкновенномъ же воздухѣ они изолируютъ плохо и потому называются *полупроводниками*.

564. Большое практическое значеніе имѣетъ изолирующая способность дерева, такъ какъ дерево есть самый дешевый изоляторъ. Свѣжее дерево содержитъ весьма значительное количество воды; такъ напр., береза—31%, дубъ—35%, сосна—37%, болѣе плотныя породы — менѣе. Будучи высушено на воздухѣ при обыкновенной температурѣ, дерево все еще содержитъ отъ 19% до 15% воды. Вслѣдствіе этого свѣжее дерево отнюдь не есть изоляторъ, высушенное же на воздухѣ, оно проводитъ электричество уже очень плохо. Если дерево хорошо просушено въ теплѣ, хорошо выстругано или гладко обточено, затѣмъ полировано или покрыто лакомъ, то оно можетъ считаться уже относительно хорошимъ изоляторомъ, такъ какъ слой покрывающей его смолы (лака) не только предохраняетъ дерево отъ влаги воздуха, но и самъ по себѣ есть очень плохой проводникъ. Если лакъ сотрется, или въ немъ появятся трещины, въ которыхъ скопляется сырость и пыль, то дерево можетъ въ весьма значительной степени утратить свою изолирующую способность. Лучше всего изолируетъ дерево, пропитанное растопленнымъ парафиномъ.

565. О проводимости газообразныхъ тѣлъ (и паровъ) мы скажемъ лишь вкратцѣ, такъ какъ вопросъ этотъ для насъ не представляетъ практическаго интереса.

Газы проводятъ электричество совершенно иначе, чѣмъ проводники 1-го класса и электролиты. Весьма подвижныя частицы газовъ, приходя въ соприкосновеніе съ разноименно наэлектризованными полюсами батареи или кондукторами электрической машины, заряжаются электричествомъ соотвѣтствующаго знака и переносятся на противоположный полюсъ, будучи притягиваемы скопленнымъ на немъ зарядомъ электричества противоположнаго знака. Вслѣдствіе этого происходитъ, напр., ощутительное движеніе воздуха между противоположными кондукторами электрической машины. Такое движеніе электрическихъ зарядовъ въ газахъ называется *проведеніемъ электричества черезъ перенесеніе* (о движеніи электричества въ формѣ «искры» будетъ говорено въ спеціальной главѣ).

Разъ какъ въ газахъ не можетъ существовать настоящій электрическій токъ, т. е. не можетъ поддерживаться непрерывное и равномѣрное теченіе электричества, то, очевидно, нельзя говорить и объ электропроводимости газовъ, нельзя опредѣлить ихъ удѣльнаго сопротивленія. Тѣмъ не менѣе иногда опредѣляютъ нѣкоторое ихъ среднее удѣльное сопротивленіе; такъ найдено, что для воздуха оно равно $160\,000\,000 . 10^6$ мегомо-сантиметрамъ, т. е. величинѣ, далеко превосходящей удѣльное сопротивленіе всякихъ твердыхъ и жидкихъ изоляторовъ[1]). Замѣчательно, что «проводимость» газовъ увеличивается до нѣкотораго предѣла вмѣстѣ съ уменьшеніемъ давленія; если, однако, разрѣженіе газа переступитъ указанный предѣлъ, то проводимость вновь уменьшается. — *Абсолютная пустота есть единственный полный непроводникъ электричества:* при самомъ значительномъ напряженіи электричества на двухъ сближенныхъ противоположно наэлектризованныхъ проводникахъ, помѣщенныхъ въ пустотѣ, между ними не происходитъ электрическаго разряда.

566. Нерѣдко приходится встрѣчаться съ совершенно ложнымъ понятіемъ объ отношеніи изоляторовъ къ статическому электричеству: говорятъ, что различныя вещества (напр. дерево, кость, стекло), достаточно изолирующія проводники, *по которымъ течетъ токъ*, недостаточны для изоляціи проводниковъ, *заряженныхъ статическимъ электричествомъ*. Опытъ, *повидимому*, подтверждаетъ такое мнѣніе: если какой либо проводникъ помѣстить на стеклянномъ изоляторѣ, соединить съ электрометромъ и зарядить хотя бы только до потенціала въ 1 вольтъ, то проводникъ въ короткое время теряетъ свой зарядъ путемъ отведенія въ землю. Приходится покрывать поверхность стекла слоемъ парафина или шеллака для того, чтобы удержать зарядъ на проводникѣ. Напротивъ, если нѣсколько проволокъ, по которымъ протекаютъ гальваническіе токи, изолировать другъ отъ друга дере-

---

1) Напр. въ 300 разъ превосходящей сопротивленіе фарфора (сравн. таблицу стр. 410).

вомъ, костью или стекломъ, то вѣтвленія тока между проволоками черезъ эти изоляторы обнаружить невозможно. Итакъ, казалось бы, что дерево, кость и стекло легко проводятъ зарядъ «статическаго» электричества и не проводятъ гальваническаго тока, — но это совершенно не вѣрно. Во всякомъ случаѣ статически заряженный проводникъ теряетъ свой зарядъ отнюдь не «вслѣдствіе высокаго потенціала послѣдняго» [1]).

Для уясненія причины описанныхъ явленій представимъ себѣ нѣкоторый металлическій проводникъ, емкость коего $= 0{,}0001$ микрофарады [2]), изолированнымъ на стеклѣ и соединеннымъ съ электрометромъ. Зарядивъ проводникъ до потенціала въ 1 вольтъ, мы будетъ имѣть на немъ зарядъ въ 0,0001 микрокулона [3]). Положимъ, что уже по прошествіи 10 минутъ электрометръ показываетъ полную потерю заряда. Отсюда слѣдуетъ, что при разрядѣ чрезъ стекло прошелъ токъ средней силы (§ 364) въ $\frac{0{,}0001}{10.60} = 0{,}00\,000\,017$ микроампера. Очевидно, что въ случаѣ изоляціи стекломъ проволокъ, по которымъ протекаютъ гальваническіе токи, послѣдніе вѣтвятся чрезъ изоляторъ (§ 380), но сила отвѣтвленныхъ токовъ отнюдь не можетъ превышать милліонныхъ долей микроампера и потому такіе токи не могутъ быть обнаружены даже наиболѣе чувствительнымъ гальванометромъ, тогда какъ потеря заряда проводника, заряженнаго статическимъ электричествомъ, легко обнаруживается электрометромъ. Отсюда вытекаетъ кажущееся различіе въ отношеніи изоляторовъ къ статическому и динамическому электричествамъ.

567. Распространеніе тока въ изоляторѣ становится очевиднымъ при физіологическихъ и телефоническихъ опытахъ съ

---

[1]) Такое, часто встрѣчающееся объясненіе невѣрно въ самомъ своемъ основаніи: проводникъ, заряженный до высокаго потенціала, теряетъ въ единицу времени, конечно, большее количество электричества, чѣмъ тотъ же проводникъ, заряженный до низкаго потенціала; но процентъ потери въ единицу времени въ обоихъ случаяхъ будетъ одинъ и тотъ же.

[2]) Такова, напр., емкость шара, діаметромъ въ 20 сантиметровъ.

[3]) Ничтожную емкость иглы электрометра мы въ расчетъ не принимаемъ.

индукціонными спиралями. Если индукторъ (напр. Румкорфа) недостаточно хорошо изолированъ (а это на практикѣ представляетъ не исключеніе, а правило), то, коснувшись рукою лишь одного борна его, мы уже ощущаемъ сокращенія мускуловъ руки. Въ этомъ случаѣ токъ идетъ изъ борна въ руку, чрезъ тѣло въ полъ, оттуда въ столъ, на которомъ стоитъ индукторъ, и въ другой борнъ его. Если другою рукою коснуться стола или деревянной подставки индуктора, то ощущеніе судорожныхъ сокращеній мышцъ значительно усилится, такъ какъ усилится токъ въ тѣлѣ вслѣдствіе уменьшенія общаго сопротивленія цѣпи. Если индукторъ поставить на хорошій изоляторъ, или если самъ экспериментаторъ встанетъ на таковой, то тока въ тѣлѣ уже не будетъ и потому исчезнетъ и сокращеніе мышцъ. То же будетъ и въ томъ случаѣ, если соединить хорошимъ проводникомъ оба борна индуктора. Описанное явленіе раздраженія мышцъ при прикосновеніи къ одному изъ борновъ плохо изолированнаго индуктора извѣстно въ физіологіи подъ названіемъ *униполярнаго раздраженія*, причемъ для объясненія этого явленія создана особая теорія[1]). Но «униполярнаго» раздраженія не существуетъ и вся теорія есть лишь ложное толкованіе простаго факта.

То, что мы ощущаемъ субъективно, показываетъ намъ и телефонъ при соотвѣтствующей постановкѣ опыта. Такъ напр., если одинъ зажимъ телефона соединить съ однимъ борномъ недостаточно изолированнаго индуктора, а другой зажимъ телефона со столомъ или съ землею (напр., коснувшись его рукою), то телефонъ дастъ рѣзкій дребезжащій тонъ[2]). Токъ въ тѣлѣ и въ телефонѣ при всѣхъ этихъ опытахъ довольно силенъ, несмотря

---

[1]) Не предполагая возможности распространенія тока въ деревѣ, физіологи полагаютъ, что раздраженіе мышцъ обусловливается рядомъ быстро чередующихся зарядовъ и разрядовъ со стороны того борна, съ коимъ соприкасается тѣло.

[2]) О необходимыхъ предосторожностяхъ при такихъ опытахъ см. въ главѣ о телефонѣ.

на весьма значительное общее сопротивленіе цѣпи, такъ какъ электровозбудительная сила, развиваемая индукторомъ, очень велика.

XXVII. Переходное сопротивленіе.

568. До сихъ поръ мы разсматривали сопротивленіе, противопоставляемое теченію электричества веществомъ различныхъ проводниковъ. Разсмотримъ теперь то сопротивленіе, которое встрѣчаетъ токъ при переходѣ съ одного тѣла на другое, когда тѣла не слиты въ одну цѣлую массу, а отдѣлены другъ отъ друга тончайшимъ слоемъ воздуха или иного непроводника. Въ этомъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ такъ называемымъ *переходнымъ сопротивленіемъ*. Такъ напр., если два проводника съ чистыми поверхностями даже очень плотно сжаты между собою, то все же между ними остается тончайшій слой воздуха, который и представляетъ переходное сопротивленіе.

Въ существованіи такого переходнаго сопротивленія легко убѣдиться прямымъ опытомъ: разрѣзавъ на двѣ части проволоку опредѣленнаго сопротивленія и вновь соединивъ плоскіе концы, плотно прижавъ ихъ другъ къ другу, находимъ, что сопротивленіе проволоки теперь нѣсколько болѣе того, которое она имѣла до нарушенія цѣлости. Если перерѣзанные концы проволоки были точно соединены и достаточно сильно прижаты другъ къ другу, то переходное сопротивленіе столь ничтожно, что имъ можно вполнѣ принебречь даже при точныхъ измѣреніяхъ, исключая тѣ случаи, когда измѣряется сопротивленіе, само по себѣ весьма малое.

Спаивая или сваривая два соприкасающіеся металлическіе проводника, мы устраняемъ переходное сопротивленіе между ними. То же относится и къ металлическимъ проводникамъ, соединеннымъ другъ съ другомъ погруженіемъ въ ртуть, если поверхности ихъ при этомъ амальгамируются.

569. Если соединяются сжатіемъ не металлическіе, а менѣе плотные (пористые) проводники, напр., концы двухъ угольныхъ брусковъ, то переходное сопротивленіе между ними оказывается

гораздо болѣе значительнымъ, чѣмъ въ первомъ случаѣ. Это объясняется тѣмъ, что пористыя тѣла даютъ относительно меньшее число точекъ соприкосновенія въ прилегающихъ другъ къ другу плоскостяхъ. При постепенномъ увеличеніи силы сжатія двухъ пористыхъ проводниковъ переходное сопротивленіе между ними уменьшается весьма рѣзко. Приводимъ примѣръ: два маленькіе угольные стержня установлены вертикально другъ надъ другомъ и соединены плоскими концами; на верхній уголь дѣйствуетъ постепенно увеличиваемая нагрузка, вслѣдствіе чего нижній его конецъ все плотнѣе и плотнѣе прижимается къ верхнему концу нижняго угля. При этомъ переходное сопротивленіе уменьшается слѣдующимъ образомъ:

Нагрузка въ граммахъ:	0,25	0,5	1	2	3	5	10.
Переходное сопротивленіе въ произвольныхъ единицахъ	100	46	27	16	13	11	8.

Если мы соединимъ другъ съ другомъ одно пористое тѣло, а другое плотное, то переходное сопротивленіе между ними будетъ меньше, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда соединяются два пористыхъ тѣла.

570. Само собою понятно, что порошкообразныя тѣла представляютъ весьма значительное переходное сопротивленіе въ самой своей массѣ, такъ какъ таковое существуетъ между всѣми соприкасающимися частицами порошка. Чѣмъ сильнѣе сдавливается порошкообразное тѣло, тѣмъ меньшее сопротивленіе представляетъ оно току. Значительнымъ сопротивленіемъ порошкообразныхъ тѣлъ пользуются для устройства графитоваго реостата.

571. Какъ мы уже говорили, переходное сопротивленіе между плотно сжатыми металлическими проводниками, вообще, ничтожно, тѣмъ не менѣе оно даетъ себя знать при нѣкоторыхъ спеціальныхъ изслѣдованіяхъ, напр. при опытахъ съ телефономъ. Извѣстно, что звуки, производимые телефономъ, зависятъ отъ быстрыхъ колебаній силы тока, проходящаго въ обмоткѣ телефона, тогда какъ на постоянный или медленно измѣняющійся въ

силѣ токъ приборъ этотъ не реагируетъ. Поэтому, внезапно сжимая соприкасающіеся концы введенныхъ въ цѣпь проводниковъ или передвигая одинъ изъ нихъ по поверхности другаго, мы слышимъ въ телефонѣ болѣе или менѣе рѣзкій звукъ, вслѣдствіе быстрыхъ колебаній абсолютной величины переходнаго сопротивленія между соприкасающимися проводниками и столь же быстрыхъ колебаній силы проходящаго въ цѣпи тока. Вслѣдствіе свойства телефона реагировать на минимальныя внезапныя измѣненія силы проходящаго въ немъ тока, необходимо при опытахъ съ этимъ приборомъ устранить возможность движенія проводниковъ въ точкахъ соприкосновенія ихъ другъ съ другомъ. Воспользовавшись свойствомъ телефона передавать въ формѣ звука колебанія переходнаго сопротивленія, Юзъ (Hughes) устроилъ свой микрофонъ.

572. Для физіологической практики переходное сопротивленіе представляетъ интересъ въ томъ случаѣ, когда между сухими поверхностями электродовъ вводятся сухіе же кожные покровы животнаго тѣла. Въ этомъ случаѣ переходное сопротивленіе тѣмъ значительнѣе, чѣмъ менѣе электроды прижаты къ ткани; особенно же значительно переходное сопротивленіе, если болѣе интимному соприкосновенію поверхности электродовъ съ кожей мѣшаютъ отдѣльные волоски, покрывающіе ее.

573. До сихъ поръ мы имѣли въ виду сопротивленіе, образуемое тончайшимъ слоемъ воздуха; несравненно значительнѣе то переходное сопротивленіе, которое образуется при соприкосновеніи двухъ *нечистыхъ поверхностей* проводниковъ. Такъ напр., скрутивъ двѣ проволоки, покрытыя тонкимъ слоемъ окисла, мы получаемъ такое переходное сопротивленіе, которымъ отнюдь нельзя принебречь на практикѣ. Поэтому поверхности металлическихъ проводниковъ всегда очищаютъ прежде, чѣмъ соединять ихъ сжатіемъ другъ съ другомъ. Переходное сопротивленіе между окисленными поверхностями возрастаетъ, конечно, по мѣрѣ увеличенія толщины слоя окисла. Помимо окисленія, значительное переходное сопротивленіе вызываетъ и загрязненіе со-

прикасающихся поверхностей. Такое загрязненіе особенно часто обусловливается различными маслянистыми веществами. Такъ какъ масла относятся къ изоляторамъ (§ 559), то соединяемыя другъ съ другомъ поверхности проводниковъ отнюдь не должно смазывать масломъ, напр. съ цѣлью ослабить треніе между ними (между свинчиваемыми проводниками, между коллекторомъ и щетками динамо- или магнито-электрическихъ машинъ, между пружинами и барабаномъ коммутаторовъ, рычагомъ и зажимами ключей и т. п.).

574. Между чистою поверхностью электрода и соприкасающеюся съ нимъ жидкостью также можетъ существовать переходное сопротивленіе, обусловливаемое тончайшимъ слоемъ воздуха, окружающимъ электродъ и отдѣляющимъ поверхность его отъ жидкости. Во всякомъ случаѣ это переходное сопротивленіе столь ничтожно, что не можетъ быть принимаемо въ расчетъ, тѣмъ болѣе, что оно устраняется, если жидкость вполнѣ смачиваетъ электродъ. До послѣдняго времени полагали, что образующіеся на поверхности электродовъ пузырьки электролитически выдѣляющихся газовъ обусловливаютъ своимъ присутствіемъ значительное сопротивленіе; однако, новѣйшія изслѣдованія показали, что такое сопротивленіе не велико, такъ какъ пузырьки прилежатъ къ металлу лишь незначительною частью своей поверхности и отдѣлены отъ поверхности металла тонкимъ слоемъ жидкости, составляющимъ часть общей массы.

575. Остается упомянуть о сопротивленіи, образующемся вторично при электролизѣ въ мѣстѣ соприкосновенія электродовъ съ электролитомъ, вслѣдствіе отложенія на электродахъ іонъ (или продуктовъ вторичныхъ реакцій), отличающихся дурною проводимостью. Этотъ видъ переходнаго сопротивленія, называемый *вторичнымъ переходнымъ сопротивленіемъ*, можетъ достигнуть весьма значительной величины и ослабить токъ до minimum'а[1]).

---

[1]) Примѣръ: окисленіе поверхности (+) электрода вольтаметра электролитически выдѣляющимся кислородомъ. Исключеніе представляетъ образованіе перекиси свинца, такъ какъ перекись эта отличается хорошею проводимостью.

XXVII. Работа и тепловыя дѣйствія тока въ проводникѣ перваго класса.

576. При перечисленіи различныхъ свойствъ тока, мы уже упомянули (§§ 24—25) о тепловыхъ дѣйствіяхъ его; разсмотримъ теперь подробнѣе законы теплопродукціи въ цѣпи. Если соединить полюсы гальваническаго элемента съ малымъ внутреннимъ сопротивленіемъ *короткою толстою* проволокой, то элементъ и проволока нагрѣются; напротивъ, если соединить полюсы элемента *короткою тонкою* проволокой, то послѣдняя накалится, тогда какъ элементъ можетъ вовсе не нагрѣться. Уже изъ этихъ простыхъ опытовъ видно, что токъ, циркулируя въ замкнутой цѣпи, нагрѣваетъ различныя составныя части ея неодинаково.

Если соединить полюсы элемента не слишкомъ короткою проволокой равномѣрнаго діаметра и изслѣдовать различныя части ея на повышеніе температуры, прикладывая къ этимъ частямъ спай термоэлемента, то мы найдемъ, что температура проволоки во всѣхъ частяхъ повысилась *равномѣрно* (лишь концы ея, соединенные съ элементомъ, будутъ нѣсколько холоднѣе, такъ какъ здѣсь часть тепла передается путемъ проведенія относительно значительной массѣ зажимовъ у полюсовъ элемента). Итакъ, *однородная во всѣхъ своихъ частяхъ проволока нагрѣвается проходящимъ въ ней токомъ одинаково на всемъ протяженіи.*

Если мы составимъ внѣшнюю цѣпь изъ нѣсколькихъ послѣдовательно скрѣпленныхъ проволокъ одинаковаго матеріала, одинаковой длины, но различнаго діаметра, то каждая изъ этихъ проволокъ нагрѣется токомъ равномѣрно, но въ различной степени: наиболѣе сильно—самая тонкая проволока и менѣе всего—самая толстая. Отсюда видно, что *наиболѣе нагрѣваются токомъ тѣ части внѣшней цѣпи, которыя представляютъ проходящему току наибольшее сопротивленіе.* Этотъ выводъ находитъ себѣ подтвержденіе въ другомъ простомъ опытѣ: если проводникъ, замыкающій полюсы элемента, составить изъ нѣсколькихъ

послѣдовательно скрѣпленныхъ проволокъ, одинаковыхъ по длинѣ и діаметру, но различныхъ по матеріалу, то сильнѣе прочихъ нагрѣется та проволока, удѣльное сопротивленіе которой больше. Если, напр., одна изъ проволокъ будетъ платиновая, а другая — серебряная, то первая можетъ накалиться, въ то время какъ вторая нагрѣется относительно слабо.

Итакъ мы видимъ, что несмотря на то, что сила тока во всѣхъ частяхъ внѣшней цѣпи одинакова, нагрѣваніе отдѣльныхъ, неодинаковыхъ по проводимости, участковъ ея — различно. Джауль (Joule) и Ленцъ изъ цѣлаго ряда опытовъ нашли, что *количество тепла, вырабатываемаго токомъ въ металлическомъ проводникѣ, прямо пропорціонально сопротивленію его, квадрату силы тока и продолжительности дѣйствія послѣдняго.* Этотъ законъ легко выводится теоретическимъ путемъ на основаніи *эквивалентности работы* и *теплоты.*

577. При всякой работѣ продуцируется тепло и притомъ въ количествѣ прямо пропорціональномъ величинѣ затраченной работы. Такъ напр., при треніи двухъ тѣлъ съ извѣстною силой въ теченіе опредѣленнаго времени выдѣляется опредѣленное количество тепла. Если сила или продолжительность тренія удвоится, то удвоится и количество выдѣляющагося тепла и т. д. Наоборотъ, затрачивая опредѣленное количество тепла, можно получить ту же работу, при которой это количество тепла выдѣляется. Это соотношеніе между опредѣленными величинами работы и тепла получило названіе *механическаго эквивалента теплоты.* Величина механическаго эквивалента теплоты была опредѣлена точными опытами Майера и Джауля, изъ коихъ мы приводимъ одинъ въ упрощенной формѣ.

Имѣемъ длинную, снизу закрытую, цилиндрическую трубку, площадь поперечнаго сѣченія канала которой = 10 квадратнымъ сантиметрамъ. Въ каналѣ можетъ двигаться *безъ тренія* герметически пришлифованный поршень, ничтожнаго вѣса[1]). Пусть поршень отстоитъ на 100 сантиметровъ отъ дна трубки, такъ что объемъ заключеннаго подъ нимъ воздуха = 1000 кубическимъ сантиметрамъ. Такъ какъ вѣсъ поршня ничтоженъ, то мы принимаемъ, что воздухъ подъ нимъ находится лишь подъ давленіемъ, равнымъ барометрическому; пусть это давленіе = 760 мм. ртутнаго столба, а температура воздуха при началѣ опыта = 0° С. При такихъ условіяхъ вѣсъ столба атмосферы, давящей сверху на поршень, мы легко находимъ, припомнивъ, что давленіе ат-

---

[1]) Отсутствіе тренія и ничтожный вѣсъ поршня допущены нами для упрощенія дальнѣйшихъ вычисленій.

мосферы =1033 граммамъ на 1 квадратный сантиметръ, откуда давленіе, испытываемое поршнемъ сверху, =1033.10=10330 граммамъ = 10,33 килограмма.

Если теперь нагрѣвать воздухъ подъ поршнемъ, то объемъ его при 273° С. удвоится. При этомъ расширяющійся газъ произведетъ работу: подниметъ поршень на 100 сантиметровъ вверхъ, преодолѣвъ, такимъ образомъ, на этомъ протяженіи давленіе атмосферы, т. е. поднявъ грузъ въ 10,33 килограмма на высоту одного метра. Очевидно, что если воспрепятствовать движенію поршня вверхъ, то при 273° С. вмѣсто удвоенія объема воздуха получится удвоеніе давленія его подъ поршнемъ. Поэтому, если мы желаемъ, чтобы поршень вверхъ не двигался, то надъ нимъ необходимо удвоить давленіе. Мы достигаемъ этого, положивъ на поршень грузъ, равный вѣсу столба атмосферы въ 10 квадратныхъ сантиметровъ площади поперечнаго сѣченія, т. е. грузъ = 10,33 килограмма.

Для повышенія температуры 1 грамма воздуха съ 0° на 1° С. *при постоянномъ давленіи* требуется 0,237 малой калоріи; если же нагрѣвать воздухъ, не давая ему расширяться, т. е. *при постоянномъ объемѣ его,* то оказывается, что для повышенія температуры 1 грамма воздуха съ 0° до 1° С. требуется всего 0,168 малой калоріи. Такъ какъ 1 куб. сантиметръ воздуха при 0° С. и 760 мм. барометрическаго давленія вѣситъ 0,0012931 грамма, то вѣсъ 1000 куб. сантиметровъ воздуха подъ поршнемъ равенъ 1,2931 грамма. Отсюда слѣдуетъ, что

(1-ый опытъ) для нагрѣванія 1000 куб. сантиметровъ воздуха съ 0° на 273° С., *при постоянномъ давленіи*, требуется

$$0{,}237 . 1{,}2931 . 273 = 83{,}665 \text{ малой калоріи}$$ [1]);

(2-ой опытъ) для нагрѣванія 1000 куб. сантиметровъ воздуха съ 0° на 273° С., *при постоянномъ объемѣ*, требуется

$$0{,}168 . 1{,}2931 . 273 = 59{,}307 \text{ малой калоріи.}$$

Итакъ, въ первомъ случаѣ, когда воздухъ расширяясь подымаетъ грузъ въ 10,33 килограмма на высоту одного метра, на нагрѣваніе его отъ 0° до 273° С. потрачено на

$$83{,}665 - 59{,}307 = 24{,}358 \text{ малой калоріи } \textit{болѣе},$$

чѣмъ въ томъ случаѣ, когда воздухъ не расширяется и не совершаетъ работы. Слѣдовательно, исчисленный избытокъ тепла потраченъ въ первомъ случаѣ спеціально на произведенную расширеніемъ воздуха работу. Такъ какъ при

---

1) Здѣсь, и ниже, мы принимаемъ за малую калорію то количество тепла, которое необходимо, чтобы повысить температуру одного грамма воды на 1° С. Это не совсѣмъ точно, такъ какъ малой калоріей, собственно, называется количество тепла, потребное для повышенія температуры одного грамма воды отъ 0° до 1° С.; количество же тепла, необходимое для повышенія температуры того же количества воды на 1° С. въ другихъ предѣлахъ температуры, нѣсколько увеличивается съ повышеніемъ послѣдней (соотвѣтствующіе расчеты см. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik. 1887, p. 90—91).

затратѣ 24,358 малой калоріи можетъ быть поднятъ на высоту 1 метра грузъ въ 10,33 килограмма, то при затратѣ 1 малой калоріи на ту же высоту будетъ поднятъ грузъ въ

$$\frac{10,33}{24,358} = 0,424 \text{ килограмма}$$

или, какъ принято говорить, произведется *работа равная 0,424 килограммометра* [1]).

Другими опытами можно доказать, что при паденіи груза въ 0,424 килограмма съ высоты 1 метра развивается 1 малая калорія. Отсюда ясно, что *одна малая калорія эквивалентна 0,424 килограммометра.* Поэтому, *работа въ 0,424 килограммометра, получаемая при затратѣ одной малой калоріи, называется механическимъ эквивалентомъ теплоты.*

578. Такъ какъ теплота эквивалентна работѣ, то *за абсолютную единицу тепла принимаютъ то количество его, которое эквивалентно абсолютной единицѣ работы,* т. е. *одному эргу* (§ 257). Поэтому *эргъ есть абсолютная единица работы и абсолютная единица тепла:*

1 эргъ	$= 1{,}02 . 10^{-8}$ килограммометра	$= 24 . 10^{-9}$ малой калоріи	
1 мегаэргъ [2])	$= 0{,}0102$ »	$= 0{,}024$ »	»
1 килограммометръ	$= 980{,}61 . 10^5$ эрговъ	$= 2{,}358$ »	»
1 малая калорія	$= 41{,}6$ мегаэрга	$= 0{,}424$ килограммометра.	

За *практическую единицу работы* принимаютъ работу, равную 10 мегаэргамъ и эквивалентную 0,24 малой калоріи; эта единица носитъ названіе *джауля.*

579. Въ только что разсмотрѣнномъ примѣрѣ мы не принимали въ расчетъ времени, въ теченіе котораго расширяющійся воздухъ произвелъ работу поднятія груза въ 10,33 килограмма на высоту 1 метра. Хотя *величина работы* не измѣняется отъ того, произведена ли послѣдняя быстро или медленно, но *эффектъ* или *интенсивность работы* измѣряется временемъ, въ теченіе котораго данная работа произведена. Интенсивность работы называется *рабочею силой; абсолютною единицей рабочей силы* служитъ *«эргъ въ секунду»; практическая* же *единица рабочей силы* равна работѣ въ *10 мегаэрговъ, произведенной въ 1 секунду,* иначе, равна одному *«джаулю въ секунду»* и называется *уаттомъ:*

1 уаттъ = 1 джаулю въ секунду;
= 0,102 килограммометра въ секунду;
= 0,00136 лошадиной силы [3]);
1 лошадиная сила = 735 уаттамъ.

---

[1]) Такое выраженіе принято оттого, что работа есть произведеніе силы на то разстояніе, на которое перемѣщается точка приложенія дѣйствующей силы; единица же силы = единицѣ вѣса, такъ какъ вѣсъ есть лишь частный случай силы (сила, съ которой притягивается тѣло землею, измѣряется «вѣсомъ» тѣла).

[2]) 1 мегаэргъ = милліону эрговъ.

[3]) «Лошадиная сила» есть техническая единица измѣренія рабочей силы и равна 75 килограммометрамъ въ секунду, что составляетъ $73546 . 10^5$ эрговъ въ секунду. Наоборотъ, 1 эргъ въ секунду $= 136 . 10^{-8}$ лошадиной силы.

580. Электровозбудительная сила, дѣйствуя въ замкнутой цѣпи проводниковъ, производитъ работу, состоящую въ передвиженіи электричества отъ одной точки цѣпи къ другой. Работа эта тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше количество протекающаго электричества и чѣмъ значительнѣе разстояніе, respct. сопротивленіе, между разсматриваемыми двумя точками цѣпи. Такъ какъ при данной силѣ тока разность потенціаловъ двухъ точекъ проводника увеличивается прямо пропорціонально увеличенію сопротивленія между ними, то *производимая токомъ въ единицу времени работа f, а слѣдовательно и количество вырабатываемаго за это время токомъ тепла q, прямо пропорціональны количеству Q протекающаго въ единицу времени электричества и разности потенціаловъ ($V_1 - V_2$) разсматриваемыхъ точекъ цѣпи:*

$$q = Q(V_1 - V_2) \ldots\ldots \ldots\ldots (1)$$

Измѣряя всѣ величины въ *абсолютныхъ единицахъ*, мы находимъ, что количество протекающаго электричества равно произведенію силы тока (I) на время (τ)

$$Q = I\tau$$

а разность потенціаловъ двухъ точекъ цѣпи равна произведенію силы тока на сопротивленіе (W) отрѣзка проводника между упомянутыми точками:

$$V_1 - V_2 = IW$$

Замѣщая въ 1-ой формулѣ Q и $V_1 - V_2$ чрезъ $I\tau$ и IW, получаемъ:

$$q = I\tau . IW = I^2 W\tau \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

т. е. *количество тепла, вырабатываемаго токомъ въ проводникѣ, пропорціонально квадрату силы тока, времени дѣйствія его и сопротивленію проводника* (законъ Джауля и Ленца)

Абсолютныя электромагнитныя единицы системы C. G. S.[1]),

[1]) Centimètre, gramme, seconde (см. главу объ абсолютныхъ единицахъ).

положенныя въ основаніе общепринятыхъ электротехническихъ единицъ, выбраны такимъ образомъ, что когда $Q =$ абсолютной единицѣ количества электричества, а $V_1 - V_2$ абсолютной единицѣ разности потенціаловъ конечныхъ точекъ разсматриваемаго участка проводника, то передвиженіе въ послѣднемъ означеннаго количества электричества Q производитъ абсолютную единицу работы f — одинъ эргъ, причемъ выдѣляется абсолютная единица тепла q (также равная 1 эргу):

$$f = q = Q(V_1 - V_2)$$

эргъ = абсол. ед. количества электричества × *абсол. ед. разности потенціаловъ.*

581. Чтобы получить количество тепла *въ калоріяхъ*, мы должны ввести въ послѣднюю формулу, въ видѣ постояннаго множителя, то количество калорій, которое эквивалентно 1 эргу. Такъ какъ 1 эргъ $= 1{,}02 \,.\, 10^{-8}$ килограммометра, то, раздѣливъ послѣднее число на механическій эквивалентъ теплоты (0,424), находимъ (§ 578), что

$$\text{эргъ} = \frac{1{,}02 \,.\, 10^{-8}}{0{,}424} = 2{,}4 \,.\, 10^{-8} = 24 \,.\, 10^{-9} \text{ малой калоріи.}$$

Такимъ образомъ,

$$q = 24 \,.\, 10^{-9}\, Q(V_1 - V_2) \text{ малыхъ калорій.}$$

Электротехническая единица количества электричества — *кулонъ*[1]), въ 10 разъ меньше абсолютной единицы количества электричества, а электротехническая единица разности потенціаловъ — *вольтъ*[2]), въ 100 милліоновъ разъ больше абсолютной единицы разности потенціаловъ. Очевидно, что для того, чтобы опредѣлить количество вырабатываемаго токомъ тепла въ томъ случаѣ, когда количество электричества выражено въ кулонахъ,

---

[1]) Кулонъ $= 10^{-1}$ абсолютной ед. количества электричества (см. l. c.).

[2]) Вольтъ $= 10^8$ абсолютнымъ единицамъ разности потенціаловъ (см. l. c.).

а разность потенціаловъ въ вольтахъ, нужно вторую часть уравненія умножить на 100 милліоновъ ($=10^8$) и раздѣлить на 10:

$$q = \frac{24.10^{-9}.10^8}{10} Q(V_1 - V_2) = 0{,}24\, Q(V_1 - V_2) \text{ мал. калор.} \ldots (3)$$

Итакъ, если $Q =$ одному кулону, а $V_1 - V_2 =$ одному вольту, то $q = 0{,}24$ малой калоріи, т. е. *одинъ кулонъ въ проводникѣ любаго сопротивленія, при разности потенціаловъ у концовъ проводника въ 1 вольтъ, въ теченіе любаго времени выдѣляетъ 0,24 малой калоріи, производя работу въ 1 джауль или въ 0,102 килограммометра.* Эта работа принимается за *практическую единицу работы тока* и въ электротехникѣ носитъ названіе *вольтъ-кулонъ.*

1 вольтъ-кулонъ = 1 джаулю,
= 0,24 малой калоріи,
= 0,102 килограммометра.

582. Такъ какъ $Q = I\tau$, то, замѣщая въ 3-ей формулѣ Q чрезъ $I\tau$, получимъ

$$q = 0{,}24\, I(V_1 - V_2)\tau \text{ малыхъ калорій} \ldots\ldots\ldots (4)$$

Слѣдовательно, если $I =$ 1 амперу, $V_1 - V_2 =$ 1 вольту, а $\tau =$ 1 секундѣ, то $q = 0{,}24$ малой калоріи, т. е. *въ проводникѣ, разность потенціаловъ у концовъ котораго равна 1 вольту, токъ силою въ 1 амперъ выдѣляетъ 0,24 малой калоріи въ секунду* [1]), и, слѣдовательно, *производитъ эффектъ работы, равный одному джаулю въ секунду или одному уатту.*

Эффектъ работы, равный 1 уатту, принимается за *практическую единицу рабочей силы тока* и въ электротехникѣ называется *вольтъ-амперъ.*

---

[1]) Короче: 1 амперъ въ 1 омѣ выдѣляетъ 0,24 малой калоріи въ секунду.

1 вольтъ-амперъ = 1 вольтъ-кулону въ секунду;
= 1 джаулю въ секунду или 1 уатту;
= 0,102 килограммометра въ секунду.

583. Замѣщая въ 4-ой формулѣ $V_1 - V_2$ чрезъ IW, мы получаемъ:

$$q = 0{,}24\, I . IW\tau = 0{,}24\, I^2 W\tau \text{ малыхъ калорій}, \ldots (5)$$

т. е. *количество въ малыхъ калоріяхъ вырабатываемаго токомъ въ проводникѣ тепла, равно произведенію постояннаго множителя 0,24 на квадратъ силы* (въ амперахъ) *проходящаго въ проводникъ тока, на сопротивленіе* (въ омахъ) *проводника и на время* (въ секундахъ) *дѣйствія тока.*

584. Итакъ, для опредѣленія количества тепла, выдѣляемаго токомъ въ проводникѣ, мы имѣемъ слѣдующія формулы:

$$q = 0{,}24\, Q (V_1 - V_2) \text{ малыхъ калорій} \ldots\ldots (3)$$
$$q = 0{,}24\, I (V_1 - V_2)\tau \quad » \quad » \ldots\ldots (4)$$
$$q = 0{,}24\, I^2 W\tau \quad » \quad » \ldots\ldots (5)$$

Очевидно, вычислить по этимъ формуламъ количество тепла, развиваемаго токомъ въ проводникѣ, можно лишь въ томъ случаѣ, когда сопротивленіе проводника остается неизмѣннымъ.

Однако, начиная съ момента замкнутія тока, проводникъ нагрѣвается и тѣмъ самымъ измѣняется сопротивленіе его до тѣхъ поръ, пока температура проводника не установится на той или иной величинѣ въ зависимости отъ силы тока, rspct. дѣйствующей въ цѣпи электровозбудительной силы, отъ теплоемкости проводника, температуры окружающей среды и т. д. Поэтому нѣтъ возможности теоретически опредѣлить то количество тепла, которое выработаетъ токъ за извѣстное время, *начиная съ момента замкнутія цѣпи*. Расчетъ возможенъ лишь по отношенію къ установившейся величинѣ сопротивленія проводника (rspct. къ установившейся силѣ тока и разности потенціаловъ конечныхъ точекъ проводника).

Примѣры:

1) Какое количество тепла выдѣлено 580 кулонами въ проводникѣ, разность потенціаловъ конечныхъ точекъ котораго за время дѣйствія тока держалась на 2 вольтахъ?

$$q = 0{,}24\ Q\,(V_1 - V_2) = 0{,}24\,.\,580\,.\,2 = 278{,}4$$ малой калоріи.

2) Какое количество тепла выдѣлено токомъ въ 5 амперъ въ теченіе 1 часа (= 3600 секундъ) въ проводникѣ, разность потенціаловъ конечныхъ точекъ котораго за время дѣйствія тока держалась на 4 вольтахъ?

$$q = 0{,}24\,.\,I\,(V_1 - V_2)\,\tau = 0{,}24\,.\,5\,.\,4\,.\,3600 = 17280$$ малыхъ калорій.

3) Какое количество тепла выдѣлено въ секунду въ проводникѣ въ 5 омъ сопротивленія при силѣ тока въ 0,25 ампера?

$$q = 0{,}24\ I^2\,W\tau = 0{,}24\,.\,0{,}25^2\,.\,5\,.\,1 = 0{,}24\,.\,0{,}0625\,.\,5 = 0{,}075$$ малой калоріи.

4) Какое количество тепла выдѣлено токомъ въ 3 ампера въ проводникѣ въ 10 омъ въ теченіе 5 минутъ?

$$q = 0{,}24\,.\,3^2\,.\,10\,.\,5\,.\,60 = 6480$$ малыхъ калорій.

585. Если не всегда возможно вычислить количество выдѣляемаго токомъ въ проводникѣ тепла, то совершенно невозможно опредѣлить теоретически ту температуру, до которой нагрѣется проволока подъ вліяніемъ проходящаго въ ней тока[1]). Если бы проводникъ не терялъ тепла (напр., чрезъ лучеиспусканіе), то температура его t возрастала бы безконечно и въ данный моментъ была бы

$$= \frac{0{,}24\ I^2 W\tau}{Ga}$$ градусамъ Цельсія,

гдѣ $0{,}24 I^2 W\tau$ есть количество тепла въ малыхъ калоріяхъ, выдѣленное токомъ за время τ секундъ отъ начала дѣйствія тока до даннаго момента,

G » вѣсъ проводника въ граммахъ,

a » теплоемкость[2]) проводника.

---

[1]) Примѣры вычисленій, приводимые въ различныхъ руководствахъ — суть лишь приближенные расчеты, по большей части весьма мало согласные съ дѣйствительностью (см. ниже).

[2]) Т. е. количество тепла въ малыхъ калоріяхъ, которое необходимо сообщить одному грамму вещества проводника, чтобы повысить температуру его (съ 0°) на 1° С. Такимъ образомъ, произведеніе Ga выражаетъ количество тепла, необходимое для повышенія температуры всей массы проводника на 1° С.

На самомъ дѣлѣ, повышеніе температуры проводника для каждой силы тока имѣетъ свой предѣлъ. Въ первый моментъ по замкнутіи тока нагрѣваніе идетъ быстро, затѣмъ, вслѣдствіе увеличивающейся потери тепла чрезъ лучеиспусканіе, нагрѣваніе проводника все болѣе замедляется. Если токъ постояненъ то количество тепла, вырабатываемаго имъ въ каждый моментъ, скоро уравновѣшивается количествомъ тепла, въ то же время теряемымъ проводникомъ, такъ что температура послѣдняго достигаетъ нѣкотораго предѣла, на которомъ она и поддерживается дальнѣйшей теплопродукціей тока. *Количество теряемаго въ единицу времени проводникомъ тепла* (q) *прямо пропорціонально величинѣ его поверхности* (F), *лучеиспускательной способности послѣдней* (b) *и разности температуръ* (t^0) *массы проводника и окружающей среды* (напр., воздуха):

$$q = cFbt^0 \text{ малыхъ калорій,}$$

гдѣ c — нѣкоторый постоянный множитель.

Такъ какъ величины F, b и t^0 по мѣрѣ нагрѣванія проводника измѣняются, то понятно, что и количество тепла, теряемаго проводникомъ (q), въ каждый моментъ будетъ иное[1]) и потому вычисленіе потери тепла за опредѣленное время дѣйствія тока— невыполнимо.

586. На основаніи вышеизложеннаго, можно сказать вообще, что *степень нагрѣванія проводника* (напр. проволоки) *токомъ находится въ зависимости*

1) *отъ силы тока и абсолютнаго* (*rspct. удѣльнаго*) *сопротивленія проводника;*

2) *отъ количества тепла, теряемаго проводникомъ въ единицу времени;* слѣдовательно, отъ теплоемкости матеріала проводника, величины его поверхности и отъ разности температуръ проводника и окружающей среды;

---

[1]) До установившейся температуры проводника.

3) *въ извѣстной степени отъ продолжительности дѣйствія тока;*

4) *отъ формы площади поперечнаго сѣченія проводника*, такъ какъ съ измѣненіемъ послѣдней можетъ измѣниться величина поверхности проводника, а слѣдовательно и потеря тепла чрезъ лучеиспусканіе. Такъ напр., при нѣкоторой величинѣ площади поперечнаго сѣченія проволока можетъ накалиться токомъ, тогда какъ широкая металлическая полоса, одинаковая съ проволокой по величинѣ площади поперечнаго сѣченія, тѣмъ же токомъ нагрѣвается относительно весьма слабо.

По отношенію къ *проволокамъ* важны еще слѣдующіе практическіе выводы:

a) *Степень нагрѣванія проволокъ, одинаковыхъ по матеріалу, но различныхъ по діаметру, обратно пропорціональна 4-ой степени діаметра*, т. е. съ уменьшеніемъ или увеличеніемъ діаметра проволоки въ 2, 3, 4... разъ, степень нагрѣванія ея увеличивается или уменьшается въ 16, 81, 256... разъ.

Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что мы имѣемъ проволоку опредѣленной длины и діаметра $= d$, чрезъ которую проходитъ токъ опредѣленной силы. Замѣнимъ эту проволоку другою, одинаковою съ нею по длинѣ и матеріалу, но діаметръ которой въ n разъ меньше $\left(= \frac{d}{n}\right)$. Очевидно, что площадь поперечнаго сѣченія второй проволоки будетъ въ n^2 разъ меньше[1]) таковой же площади первой, т. е. будетъ

$$\frac{\pi d^2}{4n^2}$$

а потому сопротивленіе ея, а слѣдовательно и количество тепла, вырабатываемаго въ ней токомъ прежней силы въ единицу времени, будетъ въ n^2 разъ больше, чѣмъ въ первой. Такъ какъ масса, resp. теплоемкость проволоки теперь въ n^2 разъ меньше, а количество тепла, вырабатываемаго въ ней токомъ, въ n^2 разъ больше, то эта проволока нагрѣется въ $n^2 \times n^2 = n^4$ разъ сильнѣе противъ первой. Такимъ образомъ, при уменьшеніи діаметра проволоки въ n разъ, степень нагрѣванія ея увеличивается въ n^4 разъ.

---

[1]) При уменьшеніи діаметра круга въ n разъ площадь его уменьшается въ n^2 разъ. При діаметрѣ круга $= d$, площадь его $= \frac{\pi d^2}{4}$, при діаметрѣ $= \frac{d}{n}$ площадь круга $= \frac{\pi \left(\frac{d}{n}\right)^2}{4} = \frac{\pi d^2}{4n^2}$

b) *Изъ числа нѣсколькихъ проволокъ, различныхъ по матеріалу, но одинаковыхъ по діаметру, сильнѣе прочихъ нагрѣваются тѣ, удѣльное сопротивленіе которыхъ больше.* Это ясно изъ того, что при одномъ и томъ же діаметрѣ на единицу сопротивленія приводится тѣмъ меньшая длина проволоки, чѣмъ значительнѣе ея удѣльное сопротивленіе, а такъ какъ при равныхъ абсолютныхъ сопротивленіяхъ токъ вырабатываетъ одинаковыя количества тепла, то и нагрѣваются сильнѣе тѣ проволоки, масса и лучеиспускательная поверхность которыхъ меньше.

c) *Для нагрѣванія до одной и той же температуры проволокъ, одинаковыхъ по діаметру и удѣльному сопротивленію, требуются токи одной и той же силы, какова бы ни была длина проволокъ.*

d) *Для нагрѣванія до одной и той же температуры проволокъ одинаковыхъ по діаметру, но различныхъ по удѣльному сопротивленію, требуются токи различной силы.*

587. Сила тока, вызывающаго *плавленіе* проволоки, можетъ быть вычислена, на основаніи сказаннаго на стр. 430—431, слѣдующимъ образомъ: Если разность температуры плавленія даннаго металла и температуры окружающей среды $=t^\circ$, поверхность всей проволоки $=\pi dl$ (гдѣ d — діаметръ, а l — длина ея), а сопротивленіе ея $=W$, то, для того, чтобы проволока нагрѣлась до температуры плавленія, необходимо, чтобы количество тепла, вырабатываемаго въ ней токомъ въ единицу времени, слѣдовательно количество $0,24\ I^2W$ малыхъ калорій, равнялось тому количеству тепла q, которое въ то же время теряется проволокою черезъ лучеиспусканіе и проведеніе. А такъ какъ (стр. 431)

$$q = cb \,.\, t^\circ \pi dl$$

то

$$0,24\ I^2 W = cb \,.\, t^\circ \pi dl.$$

Такъ какъ далѣе (§ 335) сопротивленіе проводника

$$W=\frac{\mathfrak{W}l}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

(гдѣ $\mathfrak{W}$ — удѣльное сопротивленіе), то, замѣняя W въ предшествующей формулѣ найденнымъ для него выраженіемъ, получимъ

$$0{,}24\ I^2\frac{\mathfrak{W}l}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}=cb\,.\,t^\circ\pi dl$$

откуда

$$I^2=\frac{cb\,.\,t^\circ\pi dl}{0{,}24\ \frac{\mathfrak{W}l}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}}=\frac{cb\,.\,t^\circ\pi^2d^3}{4\,.\,0{,}24\,.\,\mathfrak{W}}$$

и

$$I=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{cb\ t^\circ d^3}{0{,}24\ \mathfrak{W}}}.$$

Очевидно, что для даннаго матеріала и данной температуры окружающей среды, выраженіе

$$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{cb\,.\,t^\circ}{0{,}24\ \mathfrak{W}}}$$

есть величина постоянная, а потому, замѣняя его буквою A, находимъ, что *сила тока, обусловливающаго плавленіе проволоки*, опредѣляется формулой

$$I=A\sqrt{d^3}\ \text{амперамъ.}$$

По отношенія къ проволокамъ, помѣщеннымъ въ воздухѣ при температурѣ въ 20° С., величина A въ послѣдней формулѣ была опредѣлена опытомъ для важнѣйшихъ въ техническомъ

отношеніи металловъ. Найдено, что, при діаметрѣ d измѣряемомъ въ миллиметрахъ

	A	Темп. плавленія.
для серебра	88,4	954° С.
» мѣди	78,0	1054 »
» латуни	51,6	
» нейзильбера	40,7	
» платины	38,7	1775 »
» желѣза	23,3	1600 »
» свинца	11,7	334 »

Такимъ образомъ, при діаметрѣ проволоки въ 1 миллиметръ, величина A опредѣляетъ въ амперахъ силу тока плавящаго проволоку изъ даннаго матеріала.

Изъ всего сказаннаго понятно, почему въ лампочкахъ накаливанія угольной нити отдается предпочтеніе предъ металлическою проволокой: такъ какъ удѣльное сопротивленіе угля значительно, то при небольшой толщинѣ нити токъ продуцируетъ въ ней значительное количество тепла, а такъ какъ поверхность нити, вслѣдствіе небольшой длины ея, незначительна, то накаливаніе достигаетъ очень высокой степени[1]). Наконецъ, важно еще то обстоятельство, что угольная нить выдерживаетъ сильный жаръ не плавясь (хотя и перегораетъ).

Такъ какъ всякое нагрѣтое тѣло въ средѣ, поглощающей много тепла, теряетъ его больше, чѣмъ въ средѣ, поглощающей мало тепла, то проволока, накаливаемая токомъ въ воздухѣ, лишь слабо имъ нагрѣвается въ водѣ. По этой же причинѣ проволока въ пустотѣ нагрѣвается сильнѣе, чѣмъ въ воздухѣ.

[1]) Въ обыкновенныхъ лампочкахъ накаливанія (на 8—16 свѣчей) угольная нить поддерживается въ состояніи бѣлаго каленія токомъ въ 0,5 — 1,0 ампера.

XXIX. Работа тока и тепловыя дѣйствія его въ цѣпи, заключающей проводники втораго класса.

588. При всѣхъ химическихъ реакціяхъ выдѣляются или поглощаются строго опредѣленныя количества тепла, въ зависимости отъ характера реакціи, свойствъ и массы реагирующихъ простыхъ или сложныхъ тѣлъ. Тепло *выдѣляется* — при реакціяхъ прямыхъ химическихъ соединеній и *поглощается* — при реакціяхъ разложеній такихъ соединеній. Поэтому токъ, проходя чрезъ электролитъ, измѣняетъ температуру его не только выдѣленіемъ тепла согласно закону Джауля и Ленца, но и поглощеніемъ и выдѣленіемъ тепла — въ зависимости отъ самаго электролиза и обусловленныхъ имъ вторичныхъ химическихъ реакцій. Въ тѣхъ случаяхъ, когда электролизуется растворъ соли того же тяжелаго металла, изъ котораго состоятъ электроды, выдѣленію нѣкотораго количества металла изъ электролита на (—) электродѣ вольтаметра соотвѣтствуетъ соединеніе съ аніономъ такого же количества металла (+) электрода, вслѣдствіе чего количество поглощаемаго тепла равно количеству выдѣляемаго, такъ что электролитъ нагрѣвается исключительно количествомъ тепла, продуцируемаго токомъ согласно закону Джауля и Ленца. Такъ напр., при прохожденіи тока чрезъ насыщенный растворъ мѣднаго купороса между мѣдными электродами жидкость нагрѣвается исключительно теченіемъ электричества, такъ какъ количество тепла, поглощаемаго при разложеніи $CuSO_4$ на Cu и SO_4, равно количеству тепла, выдѣляемому при образованіи прежняго количества $CuSO_4$ чрезъ соединеніе аніона (SO_4) съ металломъ (Cu) положительнаго электрода[1]). Итакъ, растворъ соли того же тяжелаго металла, изъ котораго состоятъ электроды,

---

[1]) Предполагается типическій электролизъ безъ *побочныхъ* реакцій (§ 459), т. е. безъ образованія CuH или H_2SO_4 (см. §§ 474 и 475).

относится къ току, какъ проводникъ перваго класса[1]). Совершенно иное происходитъ въ тѣхъ случаяхъ, когда между электродами изъ какого либо тяжелаго металла (или угля) электролизуются соль другаго тяжелаго металла, щелочь или соль щелочнаго металла, кислота, органическія соединенія и т. п., вообще, когда электролизъ обусловливаетъ такія вторичныя реакціи, при которыхъ аніонъ съ металломъ (+) электрода не даетъ вновь электролизуемаго вещества, такъ что не можетъ произойти уравновѣшиванія положительнаго и отрицательнаго тепловыхъ эффектовъ.

589. Само собою разумѣется, что во всѣхъ случаяхъ *электролитъ нагрѣвается неравномѣрно*, а именно *сильнѣе у* (+) *электрода*, такъ какъ здѣсь происходитъ выдѣленіе тепла при вторичныхъ реакціяхъ аніона съ растворителемъ или металломъ электрода. Если происходитъ выдѣленіе газообразныхъ іонъ, то *нѣкоторое количество тепла поглощается при газообразованіи*, и тѣмъ большее, чѣмъ значительнѣе объемъ выдѣляющагося газа. Поэтому, напр., въ вольтаметрѣ со слабою H_2SO_4 и платиновыми электродами у (—) электрода происходитъ особенно значительное охлажденіе жидкости.

590. Итакъ, работа тока всецѣло переходитъ въ тепло только въ томъ случаѣ, когда работа эта тратится исключительно на преодолѣніе сопротивленія проводника (токъ въ проводникѣ перваго класса). Если же электричество производитъ въ цѣпи еще химическую работу, то эквивалентное этой работѣ количество тепла токомъ не выдѣляется (такъ что количество тепла, развиваемаго *токомъ*, уменьшается на то количество тепла, которое поглотилось при процессѣ разложенія электролита).

Не трудно опредѣлить экспериментально, какое количество тепла, rspct. какая работа тока, затрачивается спеціально при разложеніи одного грамма того или иного электролита. Поло-

[1]) Въ указанныхъ условіяхъ и при отсутствіи побочныхъ реакцій растворъ этотъ не измѣняется токомъ и въ химическомъ своемъ составѣ [§§ 455, 484 (3)].

жимъ, что мы имѣемъ два калориметра и въ одномъ изъ нихъ установленъ вольтаметръ, внутреннее сопротивленіе котораго равно нѣсколькимъ омамъ, въ другомъ — металлическая спираль одинаковаго сопротивленія съ вольтаметромъ. Вольтаметръ и спираль соединены послѣдовательно и токъ въ вольтаметрѣ разложилъ n граммъ электролита, выдѣливъ здѣсь q_1 малыхъ калорій, въ спирали же — q_2 малыхъ калорій, причемъ $q_2 > q_1$. Отсюда находимъ, что спеціально на работу химическаго разложенія n граммъ электролита потрачено тепло въ количествѣ

$$= q_2 - q_1$$

а на разложеніе одного грамма электролита потрачено

$$\frac{q_2 - q_1}{n}$$ малыхъ калорій [1]).

Такимъ образомъ найдено, напр., что при разложеніи 1 грамма $CuSO_4$ поглощается 210 малыхъ калорій; а такъ какъ 2,358 малой калоріи эквивалентны работѣ въ 1 килограммометръ, то 210 малыхъ калорій эквивалентны работѣ въ $\frac{210}{2,358} = 89$ килограммометровъ. Такова, слѣдовательно, работа тока, затраченная спеціально на разложеніе 1 грамма $CuSO_4$.

591. Особенный практическій интересъ представляетъ опредѣленіе количества тепла, выдѣляемаго *токомъ* внутри элемента. Количество это, опять таки согласно закону Джауля и Ленца, прямо пропорціонально внутреннему сопротивленію элемента, продолжительности дѣйствія и квадрату силы тока. Такимъ образомъ, количество (q_1) тепла (въ малыхъ калоріяхъ), выдѣляемаго токомъ (I) въ гальваническомъ элементѣ, равно

$$q_1 = 0,24\, I^2 w \tau$$

гдѣ w — внутреннее сопротивленіе элемента, а τ — продолжительность дѣйствія тока въ секундахъ.

---

1) Предполагается, что нѣтъ потерь тепла чрезъ образованія газообразныхъ іонъ и т. п.

Если обозначить чрезъ W сопротивленіе внѣшней цѣпи, то количество выдѣляемаго въ ней токомъ тепла (§ 583, формула 5)

$$q_2 = 0{,}24\, I^2 W\tau$$

Отсюда, общее количество тепла (q), развиваемаго во всей цѣпи,

$$q = q_1 + q_2 = 0{,}24\, I^2 w\tau + 0{,}24\, I^2 W\tau = 0{,}24\, I^2 (w + W)\tau$$

Замѣнивъ I^2 соотвѣтствующимъ ему по формулѣ Ома выраженіемъ

$$\frac{\varepsilon^2}{(w+W)^2}$$

получимъ

$$q = \frac{0{,}24\, \varepsilon^2 (w+W)\tau}{(w+W)^2} = \frac{0{,}24\, \varepsilon^2}{w+W}\tau$$

Послѣднею фоумулой можно съ удобствомъ пользоваться на практикѣ, если величины w и W постоянны (см. § 584) и ε не измѣняется съ теченіемъ времени τ, слѣдовательно, въ случаѣ вполнѣ установившейся силы тока и постоянной электровозбудительной силы, дѣйствующей въ цѣпи.

Разсматривая послѣднее выраженіе, мы видимъ, что, *при постоянной электровозбудительной силѣ источника, общее количество тепла, вырабатываемаго токомъ въ цѣпи въ единицу времени, уменьшается прямо пропорціонально увеличенію общаго сопротивленія цѣпи*, что и понятно, такъ какъ при этомъ уменьшается сила тока, а слѣдовательно и причина нагрѣванія цѣпи.

592. Если сопротивленіе внѣшней цѣпи велико сравнительно съ внутреннимъ сопротивленіемъ элемента или батареи, то очевидно, что наибольшее количество тепла разовьется во внѣшней цѣпи. При обратныхъ условіяхъ, наибольшее количество вырабатываемаго токомъ тепла падаетъ на долю элементовъ, которые сильно нагрѣваются, что ведетъ къ усиленію въ нихъ побочныхъ реакцій и усиленному ихъ разрушенію.

593. Точные калориметрическіе опыты показываютъ, что общее количество тепла, развиваемаго дѣйствіемъ тока гальва-

ническаго элемента въ замкнутой цѣпи, прямо пропорціонально тому вѣсовому количеству цинка (—) электрода, которое потрачено на поддержаніе тока (§ 495), другими словами, пропорціонально количеству цинка, вступившему въ соединеніе съ электролитически выдѣленнымъ SO_4. При этомъ количество всего тепла, продуцированнаго токомъ въ цѣпи, равно тому количеству его, которое выдѣлилось бы, если бы весь затраченный въ элементѣ цинкъ непосредственно растворить въ H_2SO_4.

Практически важно замѣтить, что въ томъ случаѣ, когда въ элементѣ выдѣляется столько же или даже болѣе тепла, какъ и въ проволокѣ, соединяющей полюсы его, элементъ все же *нагрѣвается* менѣе, чѣмъ проволока. Это происходитъ отъ того, что масса составныхъ частей элемента (электроды и жидкость), обыкновенно, несравненно значительнѣе массы замыкающей токъ проволоки. Слѣдовательно, для нагрѣванія элемента до нѣкотораго числа градусовъ требуется несравненно болѣе тепла, чѣмъ для нагрѣванія проволоки до той же температуры.

594. Законъ Джауля и Ленца вполнѣ примѣнимъ къ нагрѣванію жидкостей, пропитывающихъ такія пористыя тѣла, которыя сами по себѣ (въ сухомъ видѣ) суть непроводники. Отсюда понятно, почему пористые цилиндры въ гальваническихъ элементахъ нагрѣваются сильнѣе окружающей ихъ жидкости или почему металлическіе электроды, приложенные къ животному тѣлу, мало или даже вовсе не нагрѣваются, тогда какъ въ кожѣ подъ ними токъ вызываетъ ожоги. Проходя чрезъ металлическіе электроды, токъ встрѣчаетъ въ нихъ ничтожное сопротивленіе, вступивъ же въ поверхностные слои кожи, бѣдные животными жидкостями, онъ встрѣчаетъ здѣсь значительное сопротивленіе и потому развиваетъ большое количество тепла. Проходя далѣе чрезъ подкожную клѣтчатку, мышцы, кровь и. т. п., токъ снова встрѣчаетъ меньшее сопротивленіе, такъ какъ эти ткани богаты жидкими элементами, хорошо проводящими токъ, и такъ какъ масса ихъ настолько велика, что электричество въ ней распространяется широкимъ потокомъ. Если бы сопротивленіе тканей животнаго

тѣла было всюду одинаково значительно, то токъ извѣстной силы, проходя чрезъ не слишкомъ объемистыя части тѣла, производилъ бы обжоги не въ одной только кожѣ, а прожигалъ бы все тѣло насквозь. Если къ нерву или мышцѣ приложены электроды съ незначительною поверхностью [1]), то наибольшую густоту тока мы будемъ имѣть въ точкахъ приложенія электродовъ, тогда какъ въ остальныхъ частяхъ тканей густота тока будетъ относительно мала. Поэтому термическія дѣйствія тока опять таки выразятся всего рѣзче въ точкахъ приложенія электродовъ.

XXX. Термоэлектричество.

595. Мы знаемъ, что когда токъ проходитъ въ цѣпи, состоящей изъ нѣсколькихъ неоднородныхъ, послѣдовательно соединенныхъ проводниковъ перваго класса, количество тепла, выдѣляемаго имъ въ каждомъ проводникѣ, пропорціонально произведенію сопротивленія послѣдняго на время дѣйствія тока и квадратъ силы его. Но вмѣстѣ съ тѣмъ опытъ показываетъ, что помимо этого тепла развиваются еще особаго рода тепловые эффекты въ самомъ мѣстѣ перехода тока изъ одного проводника въ другой. Такъ, мы легко можемъ констатировать, что мѣсто скрѣпленія двухъ разнородныхъ проволокъ нагрѣвается выше температуры послѣднихъ при прохожденіи тока въ нѣкоторомъ опредѣленномъ направленіи и, напротивъ, охлаждается ниже первоначальной температуры при обратномъ направленіи тока. Слѣдовательно, противно закону Джауля, дѣйствіе тока въ послѣднемъ случаѣ обусловливаетъ *поглощеніе тепла*. Это поглощеніе тепла въ нѣкоторыхъ случаяхъ можетъ быть весьма значительно. Такъ напр., если на спай, предварительно охлажденныхъ снѣгомъ, висмутовой и сюрмяной пластинокъ помѣстить

---

[1]) Такіе электроды для физіологическихъ опытовъ изготовляются изъ тонкой проволоки и потому площадь соприкосновенія ихъ съ тканями не превосходитъ нѣсколькихъ квадратныхъ миллиметровъ.

каплю воды, то послѣдняя быстро замерзаетъ при прохожденіи тока въ направленіи отъ *Bi* къ *Sb*; температура замороженной воды при этомъ падаетъ до 3—4° С. ниже нуля.

Описанные тепловые эффекты, производимые токомъ въ мѣстѣ спая двухъ разнородныхъ металловъ, извѣстны подъ названіемъ *феномена Пельтье* (Peltier).

Итакъ, въ цѣпи, состоящей изъ двухъ послѣдовательно соединенныхъ проводниковъ перваго класса, токъ, во первыхъ, продуцируетъ тепло согласно закону Джауля и Ленца, причемъ въ единицу времени выдѣляется количество тепла

$$q = 0{,}24\ WI^2 \text{ малымъ калоріямъ,}$$

во вторыхъ, въ мѣстѣ скрѣпленія обоихъ проводниковъ или выдѣляется или поглощается тепло, причемъ *теплопродукція* эта, *обусловливаемая феноменомъ Пельтье, пропорціональна силѣ тока* (а не квадрату силы его, какъ мы это имѣемъ, согласно закону Джауля для теплопродукціи въ самой массѣ проводниковъ). Такимъ образомъ въ цѣпи изъ двухъ послѣдовательно соединенныхъ проводниковъ перваго класса въ единицу времени выдѣляется количество тепла

$$q = 0{,}24\ WI^2 \pm \mathfrak{P}I \text{ малымъ калоріямъ,}$$

гдѣ $\pm \mathfrak{P}$ есть коэффиціентъ положительной или отрицательной теплопродукціи феномена Пельтье, численно различный для различныхъ сочетаній металловъ. — Численную величину этого коэффиціента въ каждомъ случаѣ не трудно опредѣлить опытомъ помощью калориметра. Для этого въ калориметръ, содержащій g граммъ дестиллированной воды извѣстной температуры, погружаютъ оба изслѣдуемые спаянные проводника и пропускаютъ чрезъ нихъ токъ въ теченіе τ секундъ сначала въ одномъ, а затѣмъ, въ теченіе того же времени, въ другомъ направленіи. Если температура воды при первомъ направленіи тока повысилась на t_1^0, и при другомъ направленіи — на t_2^0 Цельсія, то количество

выдѣленнаго токомъ тепла въ первомъ случаѣ было $q_1 = gt_1^0$, а во второмъ — $q_2 = gt_2^0$ малымъ калоріямъ. Пусть $t_1^0 > t_2^0$, слѣдовательно и $q_1 > q_2$; тогда очевидно, что въ первомъ случаѣ мы имѣли дѣло съ положительной, во второмъ — съ отрицательной теплопродукціей при феноменѣ Пельтье, и такимъ образомъ

$$q_1 = 0{,}24\ WI^2\tau + \mathfrak{P}I\tau$$

и

$$q_2 = 0{,}24\ WI^2\tau - \mathfrak{P}I\tau \text{ малымъ калоріямъ,}$$

откуда

$$q_1 - q_2 = (0{,}24\ WI^2\tau + \mathfrak{P}I\tau) - (0{,}24\ WI^2\tau - \mathfrak{P}I\tau)$$

$$q_1 - q_2 = 2\ \mathfrak{P}I\tau$$

$$\pm \mathfrak{P}I\tau = \frac{q_1 - q_2}{2}$$

$$\pm \mathfrak{P} = \pm \frac{q_1 - q_2}{2\ \tau . I} \text{ малымъ калоріямъ.}$$

т. е. *коэффиціентъ феномена Пельтье есть то количество малыхъ калорій, которое выдѣляется или поглощается въ теченіе секунды при прохожденіи тока силою въ одинъ амперъ чрезъ спай двухъ разнородныхъ металловъ.*

Опытомъ опредѣлено, что при прохожденіи тока *отъ мѣди* къ нижеслѣдующимъ металламъ коэффиціентъ феномена Пельтье[1])

для сюрмы	=	—1,34	малой	калоріи
» желѣза	=	—0,7	»	»
» казмія	=	—0,13	»	»
» цинка	=	—0,11	»	»
» нейзильбера	=	+0,68	»	»
» висмута	=	+5,3	»	»

[1]) Числа таблицы вычислены мною на основаніи опытовъ Ле-Ру (Le Roux); см. Chappuis et Berget, Leçons de Physique générale, T. II, p. 174.

при обратномъ направленіи тока характеръ теплопродукціи измѣняется (т. е. вмѣсто поглощенія извѣстнаго количества тепла наблюдается выдѣленіе такого же количества его, и наоборотъ).

Разсмотримъ числовой примѣръ: между двумя мѣдными пластинками включена спираль изъ нейзильберной проволоки; сопротивленіе обѣихъ пластинокъ $= 0{,}01$ ома, сопротивленіе спирали $= 10$ омамъ; сколько выдѣлится тепла въ этой цѣпи въ теченіи 15 минутъ при силѣ тока 0,8 ампера?

Согласно закону Джауля и Ленца получимъ

$$q = 0{,}24 \,.\, (0{,}01 + 10) \,.\, 0{,}8^2 \,.\, 15 \,.\, 60 = 1383{,}8 \text{ малой калоріи.}$$

Въ то же время, при прохожденіи тока изъ мѣди въ нейзильберъ феноменомъ Пелтье будетъ выдѣлено

$$0{,}68 \,.\, 0{,}8 \,.\, 15 \,.\, 60 = 489{,}6 \text{ малой калоріи,}$$

и далѣе, при прохожденіи тока изъ нейзильбера въ мѣдь, — поглощено такое же количество тепла. Слѣдовательно, хотя *сумма* теплопродукціи въ мѣстахъ скрѣпленій $= 0$, очевидно, что одинъ изъ спаевъ мѣди съ нейзильберомъ (первый по направленію тока) будетъ постепенно нагрѣваться, второй же охлаждаться и притомъ до тѣхъ поръ, пока разность температуръ обоихъ не установится на нѣкоторой постоянной для условій опыта величинѣ, такъ какъ наступитъ моментъ, когда продолжающаяся прибыль тепла въ первомъ спаѣ уровновѣсится равною ей потерею тепла чрезъ лучеиспусканіе и проведеніе, — продолжающаяся же убыль тепла въ другомъ спаѣ уровновѣсится нагрѣваніемъ послѣдняго на счетъ тепла, выдѣляемаго токомъ въ окружающихъ металлическихъ массахъ.

596. Если, прервавъ нагрѣвающій токъ, соединить концы обѣихъ мѣдныхъ пластинокъ, между которыми включена нейзильберная спираль, съ чувствительнымъ гальванометромъ, то стрѣлка его укажетъ намъ на присутствіе тока въ цѣпи, причемъ изъ направленія послѣдняго видно, что онъ идетъ *чрезъ нагрѣтый*

спай отъ нейзильбера къ мѣди, слѣдовательно въ направленіи, обратномъ току, вызвавшему нагрѣваніе этого спая. Но такое направленіе *термоэлектрическаго тока* не есть явленіе постоянное для любой пары изслѣдуемыхъ металловъ. Такъ напр., если мы повторимъ описанный выше опытъ, замѣнивъ нейзильберную проволоку цинковою, то мы найдемъ, что термоэлектрическій токъ въ цѣпи идетъ чрезъ нагрѣтый спай въ томъ же направленіи, въ которомъ шелъ токъ, вызвавшій феноменъ Пелтье.

Итакъ, гальваническій токъ, проходя въ цѣпи, состоящей изъ послѣдовательно соединенныхъ разнородныхъ проводниковъ перваго класса, обусловливаетъ разность температуръ мѣстъ скрѣпленій (феноменъ Пелтье), а послѣдняя, въ свою очередь, вызываетъ возникновеніе въ цѣпи электровозбудительной силы, называемой, по способу происхожденія своего, *термоэлектровозбудительною силою.* Термоэлектровозбудительная сила существуетъ лишь до тѣхъ поръ, пока не исчезнетъ разность температуръ противоположныхъ спаевъ обоихъ металловъ, образующихъ замкнутую цѣпь, а потому и термоэлектрическій токъ прогрессивно ослабѣваетъ по мѣрѣ уравненія температуръ спаевъ.

Два разнородные металлическіе проводника, соединенные другъ съ другомъ послѣдовательно въ замкнутую цѣпь образуютъ замкнутый *термоэлементъ.* Части обоихъ металловъ, образующія нагрѣтый спай термоэлемента, аналогичны съ внутреннею частью гальваническаго элемента, противоположныя же (холодныя) части ихъ образуютъ полюсы термоэлемента. По аналогіи съ гальваническимъ элементомъ, *положительный полюсъ термоэлемента составляетъ свободная оконечность того металла, къ которому токъ течетъ чрезъ нагрѣтый спай;* металлъ этотъ называется *термоэлектроположительнымъ*, другой же — *термоэлектроотрицательнымъ.*

Способъ, которымъ достигается и поддерживается разность температуръ обоихъ спаевъ термоэлемента, не вліяетъ на величину электровозбудительной силы, развиваемой имъ; послѣдня до извѣстной степени прямо пропорціональна разности температуръ

спаевъ и остается неизмѣнною если не измѣняется эта разность. Для достиженія возможно постоянной разности температуръ термоэлементъ изготовляютъ изъ двухъ относительно длинныхъ металлическихъ брусковъ или проволокъ, одинъ изъ спаевъ коихъ помѣщаютъ, напр., въ ледъ, а другой — въ кипящую воду.

597. Очевидно, что феноменъ Пелтье возникаетъ не только при прохожденіи гальваническаго тока чрезъ спаи какихъ либо разнородныхъ проводниковъ, но возникаетъ также и въ спаяхъ всякаго термоэлемента подъ вліяніемъ развиваемаго имъ же тока. Въ слѣдствіе этого холодный спай термоэлемента или охлаждается еще болѣе (напр. въ термоэлементѣ Cu | Zn), или же нагрѣвается (напр. въ термоэлементѣ Cu | нейзильберъ), въ зависимости отъ чего электровозбудительная сила термоэлемента или увеличивается или уменьшается. Такимъ образомъ нельзя, вообще, не замѣтить нѣкоторой аналогіи между термоэлектровозбудительной силой, возникшей какъ слѣдствіе феномена Пелтье, и электровозбудительной силой поляризаціи.

598. Не подлежитъ сомнѣнію, что термоэлектрическій токъ является результатомъ тепловаго движенія, ибо таковое есть единственный источникъ энергіи въ работающемъ термоэлементѣ. Постараемся уяснить происходящіе въ термоэлементѣ процессы.

Представимъ себѣ замкнутую цѣпь, состоящую изъ однородной мѣдной проволоки, въ которой нагрѣто нѣкоторое мѣсто A. Тогда тепло изъ A будетъ распространяться въ проволокѣ въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ къ точкѣ B, лежащей на равномъ разстояніи по ту и другую сторону отъ A.

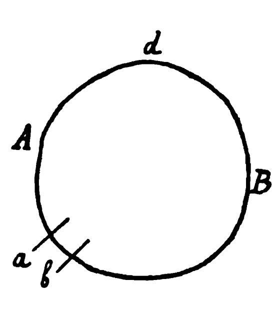


Рис. 88.

Если температура въ A поддерживается, положимъ, при 100° C., а въ B при 0°, то по ту и другую сторону отъ A будетъ происходить равномѣрное паденіе температуры отъ A къ B. Разсмотримъ теперь поперечныя сѣченія a и b, находя-

щіяся на разстояніи l другъ отъ друга; пусть температуры въ этихъ сѣченіяхъ равны t' и t, причемъ $t' > t$, вслѣдствіе чего въ единицу времени отъ a къ b протекаетъ нѣкоторое количество тепла q. Обозначимъ черезъ v теплопроводность даннаго металла, чрезъ $\mathfrak{L}$ — его электропроводность, а чрезъ w — абсолютное сопротивленіе маленькаго отрѣзка между a и b, и допустимъ, что движеніе тепла вызываетъ въ металлѣ возникновеніе электровозбудительной силы и движеніе электричества, причемъ количество протекающаго электричества, resp. сила тока, пропорціональна количеству движущагося тепла:

$$I = cq$$

гдѣ c есть нѣкоторый коэффиціентъ, численная величина котораго различна для различныхъ металловъ.

Изъ разсмотрѣнія нижеслѣдующихъ фактовъ, мы приходимъ къ заключенію, что положительное электричество движется въ сторону тепловаго тока, а потому направленіемъ послѣдняго обусловлено и направленіе дѣйствующейся въ цѣпи термоэлектровозбудительной силы.

Разъ какъ между a и b происходитъ движеніе электричества, то между ними существуетъ и разность потенціаловъ

$$V - V_1 = Iw$$

А такъ какъ

$$w = \frac{l}{F\mathfrak{L}}$$

гдѣ F есть величина площади поперечнаго сѣченія отрѣзка ab, то

$$V - V_1 = \frac{clq}{F\mathfrak{L}}$$

Далѣе, очевидно, что количество тепла q, проходящее въ единицу времени между сѣченіями a и b, прямо пропорціонально величинамъ F, v (теплопроводности металла) и разности темпе-

ратуръ $t'-t$, и обратно пропорціонально разстоянію l между сѣченіями a и b; т. е.

$$q = \frac{vF(t'-t)}{l}.$$

Отсюда

$$V - V_1 = \frac{cl}{F\mathfrak{L}} \cdot \frac{vF(t'-t)}{l}$$

$$V - V_1 = \frac{cv}{\mathfrak{L}}(t'-t)$$

гдѣ выраженіе

$$\frac{cv}{\mathfrak{L}}$$

есть нѣкоторая опредѣленная для каждаго металла величина, называемая *термоэлектрической постоянною* его. Обозначивъ эту величину чрезъ $\mathfrak{T}$, получимъ

$$V - V_1 = \mathfrak{T}(t'-t)$$

599. Изъ послѣдняго уравненія мы видимъ, что разность температуръ двухъ поперечныхъ сѣченій одного и того же металла обусловливаетъ разность потенціаловъ въ этихъ сѣченіяхъ. Но, какъ только эта разность потенціаловъ установилась, — теченіе электричества прекращается: электрическаго тока въ однородномъ проводникѣ *вслѣдствіе* разности температуръ различныхъ частей его быть не можетъ. Въ самомъ дѣлѣ, термоэлектрическая постоянная $\mathfrak{T}$ для однороднаго проводника одна и таже и по ту и по другую сторону нагрѣтой части его A (рис. 88), а потому, хотя въ части AdB проводника и получится нѣкоторая электровозбудительная сила, равная въ данномъ случаѣ [1])

$$\varepsilon = \mathfrak{T}(100-0)$$

но и въ части $AabB$ получится такая же величина электровозбудительной силы, притомъ противоположная первой по направ-

---

[1]) По условію задачи температура въ $A = 100°$, а въ $B = 0°$ C.

ленію дѣйствія, такъ какъ въ этой части тепловой токъ, а слѣдовательно, и направленіе обусловленной имъ электровозбудительной силы противоположны таковымъ въ части *AdB*. Такимъ образомъ, обѣ электровозбудительныя силы взаимно уравновѣшиваются и въ замкнутой, неравномѣрно нагрѣтой, однородной цѣпи тока быть не можетъ.

600. Теперь представимъ себѣ, что кольцо *AaBb* состоитъ изъ двухъ разнородныхъ металловъ, спаянныхъ между собою въ *a* и *b*, причемъ мѣсто соединенія *b* нагрѣто до температуры t', превосходящей температуру t мѣста соединенія *a*. Слѣдовательно тепловые токи идутъ отъ *b* къ *a* въ направленіяхъ *bAa* и *bBa*.

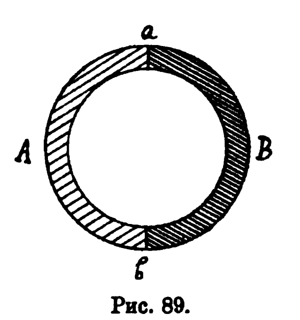


Рис. 89.

Обозначимъ термоэлектрическую постоянную металла *A* чрезъ ϑ_A, а таковую металла *B* чрезъ ϑ_B; тогда въ одномъ металлѣ получимъ электровозбудительную силу

$$\varepsilon_1 = \vartheta_A\,(t'-t)$$

а въ другомъ

$$\varepsilon_2 = \vartheta_B\,(t'-t)$$

Такъ какъ эти электровозбудительныя силы дѣйствуютъ другъ противъ друга, то меньшая уравновѣшивается большею и активною остается избытокъ послѣдней, т. е. токъ въ цѣпи поддерживается избыткомъ электровозбудительной силы того металла, термоэлектрическая постоянная котораго больше. Пусть въ данномъ случаѣ $\vartheta_B > \vartheta_A$, тогда активная электровозбудительная сила

$$\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \vartheta_B\,(t'-t) - \vartheta_A\,(t'-t)$$

$$\varepsilon = (\vartheta_B - \vartheta_A)\,(t'-t).$$

А такъ какъ бо́льшая электровозбудительная сила ε_2 дѣйствуетъ

въ направленіи bBa, то и термоэлектрическій токъ въ цѣпи будетъ имѣть направленіе $bB\ aAb$.

601. Посмотримъ теперь, что произойдетъ въ томъ случаѣ, если мы возьмемъ цѣпь изъ трехъ металловъ и одинъ изъ нихъ нагрѣемъ по срединѣ. Положимъ, что металлъ C (рис. 90) нагрѣвается до 100° С., а спай a поддерживается при 0°. При такомъ условіи тепло въ цѣпи движется съ одной стороны въ направленіи $CbAa$, съ другой — въ направленіи $Cb'Ba$. Оба тепловые тока въ металлахъ A и B обусловливаютъ возникновеніе противоположныхъ по направленію термоэлектровозбудительныхъ силъ

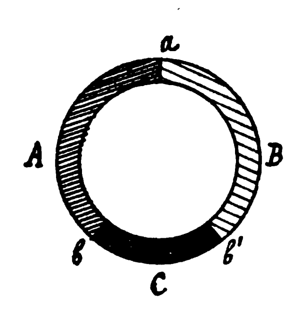


Рис. 90.

$$\varepsilon_1 = \vartheta_A\ (t'-t)$$

и

$$\varepsilon_2 = \vartheta_B\ (t'-t),$$

въ результатѣ чего получается активная термоэлектровозбудительная сила

$$\varepsilon = (\vartheta_B - \vartheta_A)(t'-t),$$

величина которой не измѣняется присутствіемъ металла C, такъ какъ въ послѣднемъ движеніе тепла происходитъ отчасти въ сторону A, отчасти въ сторону B и потому въ массѣ его неизбѣжно возникаютъ двѣ равныя, но противоположныя, а потому взаимно уравновѣшивающіяся, электровозбудительныя силы. Слѣдовательно, если выпустить металлъ C и концы bb' металловъ A и B непосредственно соединить между собою, то электровозбудительная сила термоэлемента $A \mid B$ отъ этого не измѣнится. Знаніе этого обстоятельства имѣетъ большое практическое значеніе, такъ какъ желая изслѣдовать термоэлементъ, составляемый изъ какихъ либо двухъ металловъ, мы часто не можемъ скрѣпить ихъ другъ съ другомъ иначе, какъ при по-

средствѣ третьяго металла, употребляемаго въ видѣ припоя. Далѣе, въ нѣкоторыхъ случаяхъ удобно нагрѣвать именно этотъ третій металлъ, *промежуточный* между двумя изслѣдуемыми.

Такимъ образомъ, *абсолютная величина электровозбудительной силы термоэлемента, состоящаго изъ металловъ A и B, не измѣнится, если соединеніе этихъ металловъ въ нагрѣтомъ спаѣ произвести помощію третьяго металла C (припоя).*

602. *Неактивность промежуточнаго металла позволяетъ намъ еще не скрѣпленныя между собою холодныя оконечности металлической пары* (полюсы термоэлемента) *соединять также промежуточнымъ металломъ,* напр. мѣдною проволокой, составляющей обмотку гальванометра, что въ данномъ случаѣ даетъ возможность измѣрить электровозбудительную силу термоэлемента, не вводя въ цѣпь новой электровозбудительной силы. Разсмотримъ этотъ послѣдній случай:

Въ термоэлементѣ $A \mid B$ спай a нагрѣвается паромъ до 100°, полюсы же b и b' при помощи льда поддерживаются при 0° C., причемъ другъ съ другомъ они соединены мѣдною проволокой C. При такомъ условіи тепловые токи изъ a распространяются чрезъ A и B къ полюсамъ b и b', гдѣ тепло поглощается. Въ то же время и въ C возникаютъ тепловые токи отъ средины металла C къ полюсамъ b и b'. При этомъ двѣ противоположныя и равныя другъ другу термоэлектровозбудительныя силы металла C взаимно уравновѣшиваются и активнымъ остается опять таки избытокъ одной изъ термоэлектровозбудительныхъ силъ металловъ A и B.

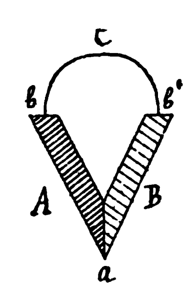


Рис. 91.

603. Итакъ, мы видѣли, что термоэлектровозбудительная сила возникаетъ не въ мѣстахъ *спаевъ* термоэлемента, а въ металлахъ, составляющихъ его, но *величина* термоэлектровозбуди-

тельной силы каждой пары, очевидно, обусловливается разностью температуръ спаевъ. При этомъ, изъ формулы

$$\varepsilon = (\mathfrak{I}_B - \mathfrak{I}_A)(t' - t)$$

можно было бы заключить, что величина ε безпредѣльно будетъ возрастать по мѣрѣ увеличенія разности $t'-t$, и что при нѣкоторой опредѣленной разности величина электровозбудительной силы не зависитъ отъ абсолютныхъ числовыхъ значеній температуръ t и t'. Такимъ образомъ, можно было бы ожидать, что величина электровозбудительной силы пары Fe | Cu будетъ одна и та же и въ томъ случаѣ, когда одинъ спай поддерживается при 0°, а другой — при 100°, и въ томъ случаѣ, если одинъ спай поддерживать при 600°, а другой при 700°. Наконецъ, слѣдовало бы ожидать, что электровозбудительная сила той же пары, при разности температуръ въ 100°, будетъ меньше, чѣмъ при разности температуръ, напр. въ 275° С. Прямой опытъ, однако, опровергаетъ всѣ эти предположенія и показываетъ, что *величина электровозбудительной силы термоэлемента зависитъ не только отъ разности температуръ спаевъ его, но и отъ* **абсолютной величины этихъ температуръ,** rspct. отъ температуръ соприкасающихся частей обоихъ металловъ. Такъ, напр., оказывается, что пара Fe | Cu развиваетъ максимумъ электровозбудительной силы при охлажденіи одного спая до 0° и нагрѣваніи другаго до 140° С.; при дальнѣйшемъ нагрѣваніи горячаго спая термоэлектровозбудительная сила пары уменьшается и, при разности температуръ въ 275,8° С., становится равною нулю; наконецъ, при еще большемъ увеличеніи разности температуръ въ цѣпи вновь появляется электровозбудительная сила, но уже по направленію обратная первой. Послѣднее явленіе извѣстно подъ названіемъ *инверсіи термоэлектровозбудительной силы.*

Все это, однако, ничуть не противорѣчитъ выше выведенной формулѣ

$$\varepsilon = (\mathfrak{I}_B - \mathfrak{I}_A)(t' - t)$$

какъ это кажется на первый взглядъ, и вполнѣ объясняется просто тѣмъ, что величины $\mathfrak{S}_B$ и $\mathfrak{S}_A$ измѣняются въ зависимости отъ абсолютныхъ температуръ металловъ A и B. Въ самомъ дѣлѣ,

$$\mathfrak{S} = \frac{cv}{\mathfrak{L}}$$

а извѣстно, что и теплопроводимость (v) и электропроводимость ($\mathfrak{L}$) и, наконецъ, несомнѣнно и величина c (стр. 447), измѣняются вмѣстѣ съ измѣненіемъ температуры металловъ. Поэтому, при нѣкоторой температурѣ спаевъ, бо́льшая до тѣхъ поръ величина $\mathfrak{S}_B$ можетъ сдѣлаться равною $\mathfrak{S}_A$, причемъ активная термоэлектровозбудительная сила въ цѣпи будетъ равна нулю. Если еще болѣе повысить температуру спая, то величина $\mathfrak{S}_B$ можетъ сдѣлаться меньшей противъ $\mathfrak{S}_A$ и тогда въ цѣпи появится токъ въ обратномъ направленіи.

604. При нѣкоторыхъ условіяхъ практики термоэлектровозбудительная сила пары, до извѣстныхъ предѣловъ, различныхъ для каждаго термоэлемента, все же возрастаетъ почти вполнѣ пропорціонально разности температуръ спаевъ. Такъ напр., опытъ показываетъ, что для пары Cu | Sb термоэлектровозбудительная сила прямо пропорціональна разности температуръ спаевъ въ предѣлахъ 0 и 45° С., для пары Fe | Cu — въ предѣлахъ 0 и 300° С. и т. п.

Правильность соотношенія между увеличеніемъ разности температуръ спаевъ и электровозбудительной силой термоэлемента особенно сильно нарушается при высокихъ температурахъ. Приводимъ примѣръ[1]):

[1]) Таблица вычислена мною на основаніи опытовъ Беккереля, причемъ введены нѣкоторыя вѣроятныя поправки (см. G. Wiedemann, die Lehre von der Elektricität, Bd. II, pag. 290, — 3-te Auflage, 1883).

Пара Pt | Pd

Разность температуръ спаевъ въ градусахъ Цельсія.	Термоэлектровозбудительныя силы въ произвольныхъ единицахъ.	Приростъ термоэл. в. силы соотвѣтственно увеличеніямъ разностей температуръ последовательно на 100° С.
0	0	
		100
100	100	
		120
200	220	
		120
300	340	
		120
400	460	
		170
500	630	
		180
600	810	
		190
700	1000	
		220
800	1220	
		240
900	1460	
		250
1000	1710	
		270
1100	1980	
		290
1200	2270	
		300
1300	2570	
		310
1400	2880	

605. *Если разность температуръ спаевъ* (rspct. абсолютныя температуры ихъ) *поддерживать на неизмѣнной величинѣ, то электровозбудительная сила термоэлемента остается неизмѣнною.* При строгомъ выполненіи этого условія мы получаемъ идеальный элементъ, и если разность температуръ спаевъ его, не очень высока, внутреннее же сопротивленіе ничтожно, то измѣненіями послѣдней величины, неизбѣжными вслѣдствіе измѣненій абсолютныхъ температуръ металловъ, можно на практикѣ по

большей части вполнѣ пренебречь. Должно, однако, замѣтить, что постоянство термоэлемента съ теченіемъ времени все же нарушается, такъ какъ повторнымъ нагрѣваніемъ измѣняется структура металловъ, а слѣдовательно и электровозбудительная сила и внутреннее сопротивленіе термоэлемента. Но все же, если нагрѣваніе не превосходитъ нѣкотораго предѣла, различнаго для различныхъ паръ, то въ термоэлементѣ мы имѣемъ весьма постоянный источникъ электричества, такъ что нѣкоторые термоэлементы могутъ быть употребляемы даже въ качествѣ нормальныхъ эталоновъ электровозбудительной силы.

606. Электровозбудительная сила термоэлементовъ вообще незначительна. Далѣе, если она и можетъ быть весьма постоянна для даннаго образца, то все же *электровозбудительныя силы нѣсколькихъ термоэлементовъ, приготовленныхъ изъ однихъ и тѣхъ же металловъ, нерѣдко разнятся другъ отъ друга не только по величинѣ, но и по направленію*[1]).

Это объясняется тѣмъ, что величина термоэлектрической постоянной металла (§ 598) зависитъ не только отъ присутствія или отсутствія въ немъ примѣсей, но, въ химически чистомъ металлѣ, еще и отъ структуры его. Такимъ образомъ, термоэлектрическія постоянныя одного и того же отожженнаго, кованнаго, тянутаго, вальцованнаго, литаго, аморфнаго или кристаллическаго металла — будутъ весьма различны. Поэтому, приводимыя въ слѣдующей таблицѣ электровозбудительныя силы термоэлементовъ имѣютъ лишь относительное значеніе:

Электровозбудительныя силы термоэлементовъ въ вольтахъ[2]) **при нагрѣваніи одного спая до 100° и охлажденіе другаго до 0° С.**

Ag | C	=	— 0,000001
Ag | Cu	=	— 0,000002
Ag | Zn	=	— 0,000005
Ag | Cd	=	— 0,000008
Ag | Au	=	+ 0,000015

[1]) См. стр. 457.

[2]) Знаки передъ числами означаютъ термоэлектроположительность или термоэлектроотрицательность втораго изъ входящихъ въ составъ пары металловъ.

Ag | Sn	=	+ 0,000024
Ag | Pb	=	+ 0,000025
Cu | Zn	=	— 0,000026
Ag | Al	=	+ 0,000031
Cu | Cd	=	+ 0,000031
Ag | Hg	=	+ 0,000060
Ag | Pd	=	+ 0,000085
Ag | Sb	=	— 0,000094
Ag | Ni	=	+ 0,000120
Cu | C	=	— 0,000134
Cu | Sn	=	— 0,000139
Ag | Co	=	+ 0,000152
Cu | Pb	=	— 0,000176
Cu | Pt	=	— 0,000221
Cu | Hg	=	— 0,000456
Cu | Fe	=	+ 0,000766
Cu | Pd	=	— 0,000773
Ag | Bi	=	+ 0,000824
Cu | Нейзильберъ	=	— 0,001050
Cu | Sb	=	+ 0,001330
Cu | Ni	=	— 0,001538
Cu | Co	=	— 0,002113
Cu | Bi	=	— 0,002822
Ag | Te	=	— 0,004315
Ag | Se	=	— 0,006960
Cu | Sb_{806} + Zn_{406} + Bi_{121}	=	+ 0,00731
Cu | Sb_{20} + Zn_{2} + Fe_{2}	=	+ 0,00820
Cu | Sb_{806} + Zn_{406}	=	+ 0,00851
Cu | Sb_{806} + Cd_{696} + Bi_{150}	=	+ 0,01226
Cu | Sb_{4} + Cd_{2} + Zn_{1}	=	+ 0,01302
Cu | Sb_{806} + Cd_{696}	=	+ 0,02020
Cu | Te	=	+ 0,03769

Изъ таблицы видно, что помимо чистыхъ металловъ, для составленія термоэлементовъ можно употреблять съ успѣхомъ сплавы ихъ и металлоиды. Помимо того употребляютъ еще и сѣрнистыя соединенія металловъ, а также проводящіе токъ минералы[1]).

Насколько можетъ быть велика разница термоэлектровозбудительной силы одинаковыхъ по составу паръ въ зависимости отъ

[1]) Изъ числа послѣднихъ примѣняются на практикѣ: свинцовый блескъ, желѣзный блескъ, пиролюзитъ, магнитный желѣзнякъ, сѣрный колчеданъ, кобальтовый колчеданъ, пестрая мѣдная руда, мышьяковый колчеданъ.

различія физическаго состоянія и химической чистоты входящихъ въ составъ металловъ, видно изъ слѣдующаго сопоставленія:

Пары изъ	Термоэлектровозбудительныя силы различныхъ эталоновъ.		
Cu | Bi	—0,00368	—0,00270	—0,001
Ag | Co	+0,000215	+0,00009	
Ag | Sb	+0,000001	—0,000046	—0,000237
Cu | Pt	—0,000357	—0,000085	
Ag | Cu	+0,000022	—0,000024	

607. Термоэлементы соединяютъ между собою въ батареи подобно гальваническимъ элементамъ, но такъ какъ внутреннее сопротивленіе термоэлементовъ можетъ быть легко сдѣлано весьма незначительнымъ путемъ увеличенія толщины металлическихъ брусковъ, составляющихъ пары, то употребляется лишь послѣдовательное ихъ сочетаніе. Рисунки 92 и 93 представляютъ

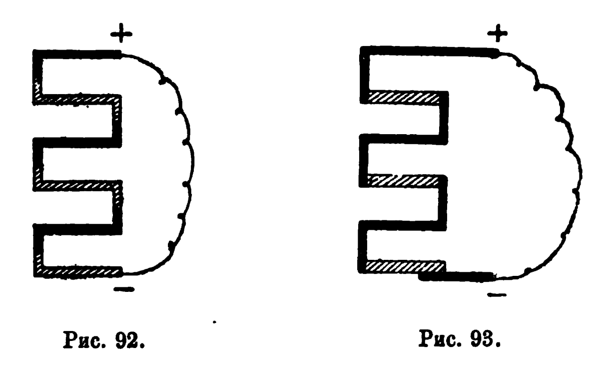


Рис. 92. Рис. 93.

двѣ схемы такихъ *термобатарей*, каждая изъ трехъ элементовъ.

Понятно, что электровозбудительная сила термобатареи равна суммѣ дѣйствующихъ въ ней активныхъ электровозбудительныхъ силъ[1]).

---

[1]) Мы сказали бы «электровозбудительная сила термобатареи равна произведенію числа элементовъ, ее составляющихъ, на электровозбудительную силу одного изъ нихъ» (§ 418), если бы электровозбудительныя силы, повидимому, одинаковыхъ термоэлементовъ могли бы быть дѣйствительно равны другъ другу (§ 606).

608. Мы видѣли (§§ 598—599), что при неравномѣрномъ нагрѣваніи замкнутаго *вполнѣ однороднаго* металлическаго проводника теченія электричества въ немъ произойти не можетъ. Напротивъ, если одну часть *однородной* проволоки вытянуть, сжать, перекрутить, свернуть въ спираль, отжечь или закалить и т. п., а затѣмъ нагрѣть вблизи измѣненной части, то въ проволокѣ тотчасъ же появляется термоэлектрическій токъ.

Во всѣхъ этихъ случаяхъ термоэлектровозбудительная сила возникаетъ вслѣдствіе физической неоднородности проводниковъ (вслѣдствіе разности термоэлектрическихъ постоянныхъ въ различныхъ частяхъ ихъ); но такъ какъ неоднородность эта въ разсматриваемыхъ случаяхъ не велика, то и термоэлектровозбудительная сила, возникающая въ цѣпи, весьма незначительна.

609. Термоэлектровозбудительная сила развивается не только при неравной температурѣ обоихъ мѣстъ соприкосновеній двухъ разнородныхъ проводниковъ 1-го класса, но и двухъ разнородныхъ электролитовъ. Разнородность электролитовъ понимается при этомъ какъ въ смыслѣ качественнаго, такъ и въ смыслѣ количественнаго химическаго состава (напр. разности концентрацій растворовъ).

При практическомъ изслѣдованіи величины электровозбудительной силы жидкаго термоэлемента мы встрѣчаемся съ тѣми же значительными трудностями, которыя были указаны въ §§ 316—317. Поэтому результаты имѣющихся изслѣдованій не могутъ претендовать на большую точность, и нѣкоторыя, ниже приводимыя, числа даютъ лишь приблизительное понятіе о тѣхъ величинахъ, съ которыми мы здѣсь встрѣчаемся.

Найдено, что *электровозбудительная сила жидкаго термоэлемента возрастаетъ съ увеличеніемъ разности температуръ обоихъ соприкосновеній, но далеко не пропорціонально этой разности. Если обѣ жидкости разнятся другъ отъ друга лишь по концентраціи, то менѣе насыщенная, повидимому, всегда электризуется положительно.* Наконецъ, должно замѣтить, что *абсолютная величина электровозбудительной силы жидкаго термо-*

элемента часто во много разъ превосходитъ таковую наиболѣе сильныхъ металлическихъ паръ.

Приводимъ нѣсколько примѣровъ, интересныхъ для физіологической практики.

Пара Na_2SO_4 | NaCl
уд. в. = 23,6 при 23,6° | уд. в. = 1,113 при 23,0°

Абсолютныя температуры соприкосновеній.		Разность температуръ соприкосновеній.	Электровозбудительн. сила въ вольтахъ.
18,5	22,4	3,9	0,00005
»	33,6	15,1	0,00015
»	43,3	24,8	0,00082
»	51,8	32,3	0,00114

Пара H_2O | NaCl
уд. в. = 1,192 при 22°

Абсолютныя температуры соприкосновеній.		Разность температуръ соприкосновеній.	Электровозбудительн. сила въ вольтахъ.
18,4	32,5	14,1	0,00122
»	40,3	21,9	0,00248

Пара HCl | NaCl
уд. в. = 1,061 при 20° | уд. в. = 1,192 при 20,6°

Абсолютныя температуры соприкосновеній.		Разность температуръ соприкосновеній.	Электровозбудительн. сила въ вольтахъ.
18,5	32,9	14,4	0,00146
»	43,0	24,5	0,00450

Обстоятельное изслѣдованіе электровозбудительныхъ силъ нѣкоторыхъ жидкихъ термоэлементовъ имѣло бы большое значеніе для физіологіи.

610. Вышеприведенная (§§ 598—601) теорія возникновенія термоэлектровозбудительной силы не объясняетъ причины феномена Пельтье. Для того, чтобы выяснить причину послѣдняго явленія, необходимо допустить, что часть тепла, выдѣляемаго токомъ въ проводникѣ, — движется въ массѣ его силою электрическаго теченія (въ направленіи положительнаго тока) [1], причемъ между количествами протекающихъ электричества и тепла должно допустить

[1]) Такое допущеніе не есть произволъ, а подтверждается фактами и соображеніями, коихъ мы здѣсь не можемъ касаться.

опредѣленное соотношеніе. Такъ какъ сила тока, развиваемая термоэлементомъ, прямо пропорціональна количеству тепла, протекающаго въ металлахъ, составляющихъ термоэлементъ, и термоэлектрической постоянной этихъ металловъ, то должно допустить, что и количество движимаго токомъ тепла пропорціонально тѣмъ же величинамъ.

Такимъ образомъ, если мы имѣемъ два металла — A и B —, составляющіе замкнутую цѣпь, въ коей какимъ либо источникомъ электричества поддерживается токъ, то отъ спая I въ единицу времени уносится токомъ въ массу проводника A количество тепла

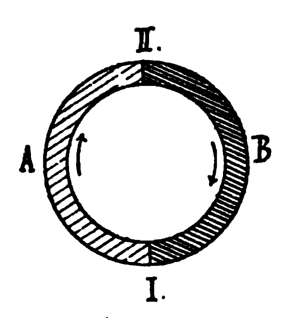


Рис. 94.

$$q = a\vartheta I,$$

(гдѣ a—нѣкоторая постоянная, зависящая не отъ матеріала проводника, а отъ избранныхъ единицъ измѣренія). Въ то же время къ спаю I со стороны проводника B притекаетъ количество тепла

$$q_1 = a\vartheta' I,$$

Слѣдовательно, въ данномъ спаѣ происходитъ выдѣленіе или поглощеніе тепла, въ зависимости отъ того, течетъ ли токъ чрезъ этотъ спай къ металлу съ меньшей или большей термоэлектрической постоянной ($\vartheta < \vartheta'$ или $\vartheta > \vartheta'$). То же, въ обратномъ отношеніи, происходитъ и въ спаѣ II, и, такимъ образомъ, въ то время какъ одинъ спай нагрѣвается токомъ, другой — охлаждается имъ.

XXXI. Катафорическое дѣйствіе тока.

611. Прежде чѣмъ приступить къ разсмотрѣнію явленія, извѣстнаго подъ названіемъ катафорическаго дѣйствія тока, мы считаемъ не лишнимъ предпослать краткій обзоръ понятій о *фильтраціи, диффузіи и осмозѣ*.

Фильтраціей называется процессъ прохожденія жидкости чрезъ какую-либо пористую перегородку (фильтръ) подъ вліяніемъ гидростатическаго давленія столба самой фильтруемой жидкости или вообще подъ вліяніемъ разности давленій надъ и подъ фильтромъ[1]). Количество жидкости, протекающей чрезъ фильтръ въ единицу времени, прямо пропорціонально упомянутой разности давленій и просвѣту поръ фильтра, помимо же того количество протекающей жидкости увеличивается съ уменьшеніемъ густоты ея и съ повышеніемъ температуры.

---

[1]) Напр., вслѣдствіе сжатія воздуха надъ фильтруемой жидкостью, или разрѣженія воздуха подъ фильтромъ.

Какъ въ отношеніи къ фильтраціи, такъ и въ отношеніи къ диффузіи и осмозу всѣ органическія и неорганическія тѣла раздѣляются на два отдѣла — *коллоидовъ* и *кристаллоидовъ*. Подъ *коллоидами* разумѣютъ тѣла, не способныя къ настоящему «растворенію», а лишь распадающіяся въ водѣ на мельчайшія, набухающія, прозрачныя или полупрозрачныя частицы, имѣющія студенистую консистенцію. Такимъ образомъ получаются лишь «кажущіеся растворы», легко дающіе стойкую пѣну, вязкіе, тянущіеся въ нити и потому, при обыкновенныхъ условіяхъ, чрезвычайно трудно фильтрующіеся. Сюда основятся растворы бѣлковыхъ веществъ, декстрина, гумми (камеди) [1]), слизе- и клееобразныхъ веществъ. *Кристаллоидами* называются тѣла, способныя къ настоящему растворенію и по большей части легко кристаллизующіяся. Растворы кристаллоидовъ легко проходятъ черезъ фильтры изъ различнаго матеріала, причемъ фильтратъ часто оказывается болѣе концентрированъ, нежели первоначальный растворъ, тогда какъ фильтратъ «растворовъ» коллоидовъ всегда менѣе концентрированъ. При фильтраціи чистыхъ (не содержащихъ какой либо мути) растворовъ кристаллоидовъ быстрота фильтраціи постепенно увеличивается до нѣкотораго предѣла, такъ какъ поры фильтра механически растягиваются жидкостью. Напротивъ, при фильтраціи растворовъ коллоидовъ токъ жидкости мало по малу замедляется, съ одной стороны вслѣдствіе того, что находящійся на фильтрѣ растворъ сгущается, съ другой стороны вслѣдствіе постепеннаго закупориванія поръ фильтра коллоиднымъ веществомъ. Если фильтруется смѣсь растворовъ кристаллоида и коллоида, то фильтратъ содержитъ неизмѣненное количество перваго, содержаніе же втораго оказывается еще меньшимъ, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда фильтруется чистый растворъ коллоида.

612. Подъ **диффузіей** мы понимаемъ физическій процессъ постепеннаго проникновенія другъ въ друга (смѣшенія) двухъ находящихся въ покоѣ жидкостей, расположенныхъ одна надъ другою слоями; процессъ этотъ совершается подъ вліяніемъ силъ частичнаго притяженія между растворенными веществами и продолжается до тѣхъ поръ, пока обѣ жидкости въ составѣ своемъ не сдѣлаются вполнѣ однородными. По отношенію къ водѣ диффузія быстрѣе всего происходитъ тогда, когда другая жидкость есть кислота, щелочь или концентрованный растворъ кристаллоида; напротивъ, жидкій бѣлокъ, слизь и т. п. «растворы» коллоидовъ, будучи приведены въ соприкосновеніе со слоемъ воды, диффундируютъ лишь весьма медленно.

613. Точно такой же процессъ диффузіи происходитъ и въ томъ случаѣ, если слои жидкостей раздѣлены пористою перегородкой; при этомъ диффузія обусловливаетъ въ перегородкѣ противоположные потоки жидкостей. Такая *диффузія чрезъ пористую перегородку* въ отличіе отъ только что описанной *свободной диффузіи* называется **осмозомъ** [2]) .Если поры перегородки достаточно велики, то явленіе диффузіи ограничивается уравненіемъ состава жидкостей безъ измѣненія относительныхъ количествъ ихъ по обѣ стороны перегородки.

---

[1]) Растительныя кислоты, образующія главную составную часть аравійской камеди, вишневаго клея и т. п. веществъ.

[2]) Также *эндосмозомъ* и *діосмозомъ*.

Съ уменьшеніемъ же величины поръ (до извѣстнаго, однако, предѣла) потокъ одной изъ жидкостей становится преобладающимъ, въ силу чего количество противоположной жидкости увеличивается на счетъ первой.

Преобладающій диффузіонный потокъ называется *эндосмотическимъ*, а болѣе слабый — *экзосмотическимъ*. Помимо величины поръ, на явленіе осмоза оказываетъ вліяніе и самый матеріалъ перегородки: такъ напр., если вода и алкоголь раздѣлены животною перепонкой, то преобладающимъ является потокъ воды; напротивъ, при перегородкѣ изъ нѣкоторыхъ другихъ матеріаловъ — преобладаетъ потокъ алкоголя.

614. Опытъ показываетъ, что если какой либо растворъ соприкасается съ водою, отдѣленною отъ него пористою перегородкой, то между вѣсомъ раствореннаго вещества, переходящаго чрезъ перегородку съ одной стороны, и вѣсомъ воды, проникающей въ растворъ съ другой стороны перегородки, существуетъ нѣкоторое опредѣленное соотношеніе, находящееся въ зависимости отъ диффундирующаго вещества. Вѣсовое количество дистиллированной воды, замѣщающее при осмозѣ 1 граммъ раствореннаго вещества, проходящаго чрезъ перегородку, называется *эндосмотическимъ* или просто *осмотическимъ эквивалентомъ* даннаго вещества. Если осмотическій эквивалентъ меньше единицы, то осмозъ называется *отрицательнымъ*, въ противномъ случаѣ — *положительнымъ*.

Осмотическій эквивалентъ коллоидныхъ тѣлъ вообще гораздо выше, чѣмъ кристаллоидовъ, т. е. на одну вѣсовую часть проходящаго чрезъ перепонку коллоида приходится большее количество воды, чѣмъ на одну вѣсовую часть кристаллоида. Исключеніе составляютъ соли, извѣстныя въ медицинѣ подъ названіемъ «слабительныхъ», осмотическій эквивалентъ которыхъ чрезвычайно высокъ; такъ напр., осмотическій эквивалентъ

$$Ka_2\,So_4 = 12$$
$$Na_2\,So_4 = 11{,}6$$
$$Mg\ So_4 = 11{,}7$$

Напротивъ, осмотическій эквивалентъ другихъ солей далеко не великъ; такъ напр., для

$$NaCl = 4{,}3$$
$$Ka\,H\,So_4 = 2{,}3$$
$$Cu\,So_4 = 9{,}5$$

Особенно великъ осмотическій эквивалентъ гидратовъ щелочей; такъ напр., для Ka HO онъ = 215.

Какъ значителенъ осмотическій эквивалентъ коллоидовъ, видно, напр., изъ величины таковаго для аравійской камеди, достигающей 1075. Всѣ эти числа не имѣютъ, однако, абсолютнаго значенія, а измѣняются съ концентраціей растворовъ, съ температурой ихъ и въ зависимости отъ свойствъ перегородки. При повышеніи температуры осмозъ нѣсколько усиливается, при пониженіи — ослабляется. Если осмозъ происходитъ между растворомъ соли и водою, то процессъ иногда усиливается, иногда же ослабляется при увеличеніи насыщенія солеваго раствора. Наконецъ, на энергію осмотическаго процесса значительное вліяніе оказываетъ химическое сродство диффундирующихъ

гѣлъ; такъ напр., при диффузіи раствора кислоты въ щелочь получается очень быстрый кислотный потокъ.

615. Къ диффузіи способны только жидкости, смѣшивающіяся между собою (растворимыя другъ въ другѣ), а потому, напр., невозможна диффузія между водой и масломъ и т. п. Если только одна изъ двухъ диффундирующихъ жидкостей способна проникать чрезъ раздѣляющую перегородку, то получается односторонній диффузіонный потокъ.

Надо замѣтить, что коллоиды, будучи растворены въ чистой водѣ, диффундируютъ легче, чѣмъ если они находятся въ растворѣ кристаллоидовъ. Въ послѣднемъ случаѣ коллоиды почти вовсе не диффундируютъ, кристаллоиды же диффундируютъ легко. На этомъ основанъ способъ отдѣленія кристаллоидовъ отъ коллоидовъ, называемый *діализомъ*.

616. Явленіе осмоза находится до извѣстной степени внѣ зависимости отъ *давленія* и отличается этимъ отъ фильтраціи. Въ самомъ дѣлѣ, если на конецъ стеклянной трубки навязать животный пузырь, наполнить его растворомъ какой либо соли и погрузить въ сосудъ съ водою, то послѣдняя, проникая въ соляной растворъ, увеличитъ объемъ его, вслѣдствіе чего столбъ жидкости въ вертикально установленной трубкѣ поднимется и увеличитъ давленіе внутри пузыря, и такимъ образомъ жидкость диффундируетъ противъ увеличившагося гидростатическаго давленія. Если постепенно повышать давленіе въ трубкѣ съ солянымъ растворомъ (напр., сгущая въ ней воздухъ надъ жидкостью), то диффузія все же будетъ продолжаться въ прежнемъ направленіи, пока давленіе не превыситъ приблизительно 100 мм. ртутнаго столба. Прекращеніе диффузіи, обусловливаемое этимъ давленіемъ, объясняется механическимъ расширеніемъ поръ пузыря.

617. Обратимся теперь къ разсмотрѣнію *катафорическаго дѣйствія тока*.

Если электроды, погруженные въ какую либо жидкость, отдѣлить другъ отъ друга непроводящею токъ, но проницаемою для жидкости (пористою), *перегородкой, то жидкость въ канальцахъ послѣдней увлекается въ направленіи положительнаго тока.* Такимъ образомъ мы наблюдаемъ увеличеніе количества жидкости по ту сторону перегородки, гдѣ (положительный) токъ выходитъ изъ жидкости: слѣдовательно у (—) электрода разгороженнаго вольтаметра и у (+) электрода гальваническаго элемента съ двумя жидкостями, раздѣленными перегородкой. Лишь очень немногія жидкости катафорически движутся навстрѣчу положительному току, — ни одна изъ нихъ не представляетъ для насъ практическаго интереса.

Описанное явленіе неправильно называютъ «*электрическимъ*

эндосмозомъ», лучше называть его *«катафорическимъ*[1]) *дѣйствіемъ тока»*.

618. Катафорическое дѣйствіе обнаруживается уже при слабыхъ токахъ; такъ напр., въ небольшомъ вольтаметрѣ съ 0,5% растворомъ Na Cl и перегородкою изъ пористой глины оно можетъ быть рѣзко замѣтно уже по прошествіи нѣсколькихъ минутъ дѣйствія тока силою въ 0,005 ампера. *Количество жидкости, катафорически проводимой чрезъ пористую перегородку, прямо пропорціонально силѣ тока и, при постоянномъ давленіи жидкости по обѣ стороны перегородки, не зависитъ отъ величины поверхности послѣдней и толщины ея.* Далѣе, опытъ показываетъ, что *количество катафорически переносимой жидкости приблизительно обратно пропорціонально ея удѣльной проводимости.* Отсюда слѣдуетъ, что энергія катафорическаго процесса въ нѣкоторыхъ случаяхъ падаетъ прямо пропорціонально увеличенію процентнаго содержанія въ жидкости раствореннаго вещества, тогда какъ въ другихъ случаяхъ увеличеніе концентраціи жидкости мало вліяетъ на энергію катафорическаго процесса. Къ растворамъ перваго рода относятся такіе, проводимость которыхъ увеличивается прямо пропорціонально увеличенію въ нихъ процентнаго содержанія раствореннаго вещества[2]), къ растворамъ же втораго рода — такіе, проводимость коихъ мало или вовсе не увеличивается въ зависимости отъ увеличенія концентраціи[3]).

619. *Обусловливаемая катафорическимъ дѣйствіемъ тока разность уровней жидкостей по обѣ стороны пористой перегородки* (другими словами, разность гидростатическихъ давленій) *прямо пропорціональна сопротивленію жидкости, силѣ тока и толщинѣ пористой перегородки, и обратно пропорціональна*

---

[1]) Отъ κατα — φορέω — увожу, уношу противъ.

[2]) Большинство *слабыхъ* растворовъ, особенно кислотъ и щелочныхъ солей.

[3]) Большинство растворовъ съ содержаніемъ болѣе 10% раствореннаго вещества, особенно растворы солей тяжелыхъ, металловъ (сравн. таблицу на стр. 403).

поверхности ея (суммѣ сѣченій поръ). При этомъ, *разстояніе электродовъ отъ поверхности перегородки, при неизмѣнной силѣ тока, не имѣетъ значенія.*

620. Если жидкость по обѣ стороны перегородки имѣетъ не одинъ и тотъ же качественный составъ и не одну и ту же концентрацію, то, какъ извѣстно, движеніе жидкостей чрезъ перегородку наступаетъ еще до замкнутія тока. Вслѣдъ же за замкнутіемъ тока начинается катафорическое его дѣйствіе, независимое отъ диффузіи, вслѣдствіе чего *жидкость, увлекаемая токомъ, диффундируетъ скорѣе той, которая диффундируетъ самостоятельно противъ направленія тока, такъ какъ движеніе послѣдней встрѣчаетъ препятствіе въ катафорическомъ дѣйствіи тока.* Такимъ образомъ, токъ можетъ или способствовать или препятствовать осмозу, смотря по относительному направленію электрическаго тока и осмотическаго потока данной жидкости.

621. *Катафорическое дѣйствіе тока наблюдается не только въ томъ случаѣ, когда жидкость, въ которой проходитъ токъ, раздѣлена на двѣ части пористою перегородкой, но и въ томъ случаѣ, когда токъ проходитъ чрезъ двѣ разнородныя жидкости, просто расположенныя слоями другъ надъ другомъ.* Такъ напр., опытъ показываетъ, что въ элементѣ Мейдингера цинковый электродъ мало или вовсе не покрывается отложеніями мѣди, если токъ элемента остается постоянно замкнутымъ, и, напротивъ, осадки мѣди скоро появляются при незамкнутомъ токѣ. Это происходитъ оттого, что въ послѣднемъ случаѣ ничто не препятствуетъ диффузіи $Cu\,SO_4$ въ находящійся надъ нимъ слой раствора сѣрнокислой магнезіи, тогда какъ при замкнутомъ токѣ диффузіи жидкости въ этомъ направленіи препятствуетъ катафорическое дѣйствіе тока, поддерживающее диффузію лишь въ направленіи отъ отрицательнаго электрода въ растворѣ $Mg\,SO_4$ къ положительному въ растворѣ $Cu\,SO_4$.

622. *При прохожденіи достаточно сильнаго тока чрезъ столбъ жидкости въ узкой трубкѣ, жидкость также увлекается токомъ, при условіи, что главная масса тока течетъ въ самой*

жидкости (слѣдовательно въ случаѣ плохой проводимости стѣнокъ трубки). При этомъ, *количество жидкости, движимой въ единицу времени, прямо пропорціонально силѣ тока и обратно пропорціонально удѣльной проводимости жидкости.*

623. Въ то время, какъ одна часть жидкости катафорически проводится чрезъ пористую перегородку, другая часть ея разлагается токомъ; при этомъ оказывается, что количество электролизуемой жидкости ничтожно сравнительно съ количествомъ катафорически проводимой: — послѣднее можетъ превысить первое болѣе чѣмъ въ 500 разъ.

624. Если плохо проводящая жидкость, въ которой наблюдается катафорическое дѣйствіе тока, содержитъ взвѣшенными очень *мелкія частицы твердыхъ веществъ*, то послѣднія *увлекаются обыкновенно также въ сторону положительнаго тока.* Этому правилу слѣдуютъ мелкія частицы большинства органическихъ и неорганическихъ соединеній, а также пузырьки газовъ. Нѣкоторыя взмученныя вещества движутся, однако, въ направленіи *отрицательнаго тока* (притомъ навстрѣчу движенію жидкости); сюда относятся крахмальныя и хлорофильныя зерна.

Быстрота движенія взмученныхъ въ жидкости частицъ прямо пропорціональна удѣльному сопротивленію жидкости и густотѣ *тока въ ней.* Вслѣдствіе послѣдняго обстоятельства быстрота движенія взмученныхъ веществъ возрастаетъ одинаково, какъ при удвоеніи силы тока, такъ и при уменьшеніи вдвое просвѣта канала при первоначальной силѣ тока. Явленіе движенія взмученныхъ частицъ прекращается, если достаточно увеличить проводимость жидкости, прибавивъ къ ней хорошо проводящій растворъ какой либо кислоты или соли.

Движеніе взмученныхъ частицъ наблюдается лучше всего въ случаѣ катафорическаго передвиженія жидкостей въ капилярныхъ трубкахъ, раздѣленныхъ пористою перегородкой. Съ помощью микроскопа движенія эти хорошо видны на хлорофильныхъ зернахъ живыхъ и мертвыхъ растительныхъ тканей (напр. въ листьяхъ Vallisneria spiralis).

Были бы весьма интересны соотвѣтствующіе опыты надъ кровяными шариками въ живыхъ капиллярахъ.

625. Вообще описанныя явленія катафорическаго дѣйствія тока имѣютъ большое значеніе для физіологіи и электротерапіи. Такъ напр., катафорическое проведеніе жидкости чрезъ живыя перепонки можетъ способствовать или препятствовать самостоятельной (нормальной или анормальной) диффузіи въ нихъ и т. п. Катафорическое дѣйствіе тока наблюдается въ рѣзкой и своеобразной формѣ при многихъ электрофизіологическихъ опытахъ: такъ напр., мы видимъ, что при прохожденіи тока чрезъ мышцу, послѣдняя набухаетъ у отрицательнаго электрода и стягивается у положительнаго, причемъ въ сжатой (уплотненной) части сопротивленіе мышцы увеличивается. Аналогичное явленіе наблюдается и на другихъ мягкихъ пористыхъ тѣлахъ, напр. на стержнѣ изъ круто свареннаго яичнаго бѣлка, на цилиндрическомъ, свѣже слѣпленномъ кускѣ глины и т. п.

Очевидно, что катафорическимъ дѣйствіемъ тока можно воспользоваться для введенія различныхъ веществъ въ организмъ чрезъ неповрежденную кожу. Для этого должно *оба* прикладываемые къ кожѣ электрода изготовить изъ какого либо пористаго вещества (напр., губки или замши) и пропитать даннымъ растворомъ. Токъ, увлекая растворъ, проводитъ его въ организмъ чрезъ кожу отъ (+) къ (—) электроду, причемъ незначительная часть (§ 623) раствореннаго вещества, конечно, подвергается электролизу. Но такъ какъ содержаніе жидкости въ кожѣ у (+) электрода скоро уменьшается вслѣдствіе катафорическаго дѣйствія тока, то и количество изслѣдуемаго раствора, поступающаго сюда въ единицу времени, значительно уменьшается вслѣдствіе сжатія кожи.

Поэтому выгодно время отъ времени мѣнять направленіе тока и такимъ образомъ вводить изслѣдуемое вещество въ тѣло попеременно съ двухъ сторонъ. Хотя при этомъ часть уже введеннаго раствора вновь выносится токомъ изъ кожи, но все же зна-

чительно бо́льшая часть успѣваетъ раньше всосаться и поступить въ систему кровообращенія [1]).

До сихъ поръ мы имѣли въ виду катафорическое дѣйствіе тока на растворы кристаллоидовъ, относительно же вліянія катафорическаго дѣйствія на растворы коллоидовъ ничего неизвѣстно. Между тѣмъ изслѣдованія въ этомъ направленіи имѣли бы большое значеніе для физіологіи.

626. Что при перемѣнѣ направленія тока во всѣхъ вышеописанныхъ случаяхъ тотчасъ же измѣняется какъ направленіе катафорическаго движенія жидкости, такъ и направленіе движенія взмученныхъ въ ней твердыхъ веществъ—понятно само собою, и остается упомянуть лишь о катафорическомъ дѣйствіи перемѣннаго тока.

Если мы имѣемъ дѣло съ перемѣннымъ токомъ, оба періода (§ 370) котораго во первыхъ кратковременны, во вторыхъ же равны другъ другу, какъ по количествамъ протекающаго въ каждомъ періодѣ электричества, такъ и по продолжительности фазисовъ дѣйствія тока, то перемѣнный токъ такого рода вообще не можетъ оказать катафорическаго дѣйствія, такъ какъ жидкость подъ вліяніемъ его будетъ испытывать быстро чередующіеся одинаково сильные толчки въ діаметрально противоположныхъ направленіяхъ.

Напротивъ, если между періодами перемѣннаго тока нѣтъ тождества, то такой токъ будетъ оказывать нѣкоторое катафорическое дѣйствіе разностью сильнѣйшаго импульса.

Такимъ образомъ, перемѣнный индуктивный токъ, развиваемый обыкновенными индукціонными спиралями, вызываетъ катафорическое дѣйствіе, и притомъ въ сторону размыкательнаго тока. Это понятно изъ того, что, даже при равныхъ количествахъ электричества, протекающихъ въ замыкательномъ и размыка-

---

[1]) Этимъ способомъ изрѣдка пользовались въ медицинѣ для введенія въ организмъ лекарственныхъ веществъ. Но способъ не вошелъ въ практику, такъ какъ исключаетъ возможность дозировки вводимаго вещества. Онъ болѣе всего пригоденъ для производства мѣстной анэстезіи кожи кокаиномъ.

тельномъ токахъ, густота послѣдняго значительнѣе перваго, вслѣдствіе значительно меньшей продолжительности его. Во всякомъ случаѣ, передвиженіе жидкости подъ вліяніемъ индуктивнаго тока крайне незначительно и взмученныя частицы твердыхъ веществъ не увлекаются имъ.

XXXII. Электровозбудительныя силы, возбуждаемыя теченіемъ жидкостей въ каналахъ[1]).

627. Въ предшествующей главѣ мы видѣли, что электрическій токъ, протекая въ жидкости, наполняющей узкія трубки или канальцы пористаго тѣла, увлекаетъ ее въ направленіи своего теченія,—наоборотъ, *при движеніи жидкости въ узкихъ трубкахъ или порахъ развивается электровозбудительная сила, направленіе дѣйствія коей совпадаетъ съ направленіемъ потока жидкости*[2]). Въ этомъ убѣждаютъ насъ слѣдующіе опыты: 1) если въ узкую стеклянную трубку чрезъ боковыя отверстія въ стѣнкѣ ея впаять на нѣкоторомъ разстояніи другъ отъ друга два платиновыхъ электрода и затѣмъ прогонять чрезъ трубку воду, то гальванометръ, соединенный съ упомянутыми электродами, обнаружитъ токъ, идущій во внѣшней цѣпи въ направленіи отъ электрода, лежащаго по теченію ниже, къ электроду, лежащему выше,—слѣдовательно, направленіе тока въ самой жидкости совпадаетъ съ направленіемъ теченія ея. 2) Если въ широкую стеклянную трубку впаять на нѣкоторомъ разстояніи другъ отъ друга два платиновыхъ электрода, замкнуть трубку между ними пористою пробкой изъ вещества, проводящаго или непроводящаго электричество, наполнить трубку и поры пробки водою и затѣмъ прогонять послѣднюю подъ давленіемъ изъ одной половины трубки въ другую, то

---

1) Электровозбудительныя силы der Strömungs- и Diaphragmaströme нѣмецкихъ авторовъ.

2) Лишь движеніемъ весьма немногихъ жидкостей обусловливается возникновеніе электровозбудительной силы, дѣйствующей противъ теченія жидкости (сравн. § 617).

гальванометръ, соединенный съ электродами, обнаруживаетъ токъ такого же направленія, какъ и при теченіи жидкости въ пустой узкой трубкѣ.

Въ обоихъ случаяхъ разсматриваемая электровозбудительная сила возникаетъ тотчасъ вслѣдъ за началомъ движенія жидкости, угасаетъ вслѣдъ за прекращеніемъ этого движенія и измѣняетъ направленіе своего движенія вмѣстѣ съ измѣненіемъ направленія потока жидкости.

На первый взглядъ можетъ явиться сомнѣніе — не возникаетъ ли разсматриваемая электровозбудительная сила вслѣдствіе тренія жидкости о поверхность электродовъ, служащихъ для отведенія тока къ гальванометру, или вслѣдствіе разности давленій, которымъ подвергнуты эти электроды, наконецъ, въ случаѣ пористой перегородки,—вслѣдствіе нагрѣванія жидкости при прохожденіи ея черезъ поры. Однако всѣ эти предположенія опровергаются опытомъ: помѣстивъ отводящіе электроды въ замкнутыхъ отвѣтвленіяхъ трубки, наполненныхъ тою же жидкостью, которая протекаетъ въ самой трубкѣ,—мы получаемъ во внѣшнемъ проводникѣ, соединяющемъ электроды, тотъ же токъ, что и при помѣщеніи электродовъ въ просвѣтѣ самой трубки, хотя въ отвѣтвленіяхъ послѣдней электроды окружены жидкостью, находящеюся въ покоѣ. Замкнувъ среднюю часть широкой трубки непроницаемой металлической пробкой, мы не обнаружимъ тока въ проводникѣ, соединяющемъ электроды, какой бы разности давленій мы ни подвергли ихъ со стороны окружающей жидкости. Наконецъ, опытъ показываетъ, что если и происходитъ нагрѣваніе жидкости при прохожденіи ея чрезъ пористую перегородку, то оно столь ничтожно, что ничѣмъ обнаружено быть не можетъ, а потому весьма значительная, какъ мы увидимъ ниже, электровозбудительная сила, возникающая при движеніи жидкости въ массѣ пористаго тѣла, отнюдь не можетъ быть термоэлектрическаго происхожденія. Итакъ, не подлежитъ сомнѣнію, что электровозбудительная сила, возникающая при теченіи жидкости въ узкихъ трубкахъ или канальцахъ пористаго тѣла, обусловливается движеніемъ

жидкости вдоль стѣнокъ трубокъ, resp. канальцевъ. Это доказывается между прочимъ еще и тѣмъ, что въ свободно падающей струѣ жидкости никакихъ электрическихъ явленій не замѣчается.

628. Опытъ показываетъ, что *абсолютная величина электровозбудительной силы, возникающей при теченіи жидкости въ узкихъ капиллярныхъ трубкахъ, пропорціональна скорости потока*, другими словами, *пропорціональна тому давленію, подъ которымъ течетъ жидкость*, такъ какъ въ капиллярныхъ трубкахъ скорость потока жидкости пропорціональна давленію. При этомъ *ни діаметръ, ни длина капиллярной трубки не вліяютъ на величину разсматриваемой электровозбудительной силы.* Наоборотъ, *въ трубкахъ болѣе широкихъ электровозбудительная сила* (точно также какъ и скорость потока жидкости) *не возрастаетъ пропорціонально давленію и, при данной скорости теченія жидкости, приблизительно обратно пропорціональна діаметру трубки.*

Такимъ образомъ, при данномъ давленіи электровозбудительная сила достигаетъ максимума при уменьшеніи діаметра трубки до извѣстнаго предѣла. Абсолютная величина этого максимума весьма измѣняется въ зависимости отъ состава жидкости и свойствъ внутренней поверхности трубокъ. Такъ напр., при теченіи дистиллированной воды въ чистыхъ стеклянныхъ капиллярныхъ трубкахъ (съ діаметромъ менѣе 0,3 миллиметра) подъ давленіемъ одной атмосферы—электровозбудительная сила вначалѣ достигаетъ 3,5 вольта, но вскорѣ падаетъ до 2,7 вольта вслѣдствіе измѣненія внутренней поверхности трубки текучею водою; еще рѣзче измѣнится величина электровозбудительной силы, если внутреннюю поверхность трубки покрыть слоемъ сала, лака, воска, коллодіума и т. п., или если вмѣсто дистиллированной воды употребить другія жидкости.

629. Опытъ показываетъ, что *величина электровозбудительной силы, развивающейся при прохожденіи жидкости чрезъ пористую перегородку, зависитъ отъ разности давленій по ту и другую сторону послѣдней, а также отъ состава и физическихъ свойствъ перегородки и протекающей чрезъ нее жидкости*, но

отнюдь не отъ толщины перегородки или величины поверхности ея. Причина этого понятна изъ сказаннаго выше относительно абсолютной величины электрозозбудительной силы, возникающей при теченіи жидкостей въ капиллярныхъ трубкахъ: въ самомъ дѣлѣ, во всѣхъ канальцахъ пористой перегородки, какова бы ни была длина ихъ, возникають равныя между собою электровозбудительныя силы, а потому всѣ канальцы въ совокупности представляютъ ни что иное какъ батарею одинаковыхъ параллельно соединенныхъ элементовъ, а извѣстно, что электровозбудительная сила такой батареи равна электровозбудительной силѣ одного изъ элементовъ ее составляющихъ (§ 416). Отсюда и изъ предшествовавшаго ясно, что *ceteris paribus электровозбудительная сила возрастаетъ пропорціонально разности давленій жидкости по обѣ стороны пористой перегородки.*

630. Опыты относительно вліянія вещества пористой перегородки и состава протекающей чрезъ нее жидкости не позволяютъ сдѣлать никакихъ опредѣленныхъ выводовъ, главнымъ образомъ потому, что при фильтраціи чрезъ пористое тѣло составъ жидкости, заключающейся въ порахъ, оказывается весьма различнымъ отъ состава жидкости фильтруемой и уже профильтрованной, вслѣдствіе чего возникаютъ электровозбудительныя силы соприкосновеній разнородныхъ жидкостей, затемняющія результатъ опыта.

Не подлежитъ однако сомнѣнію, что разсматриваемая нами электровозбудительная сила не обусловливается химическимъ взаимодѣйствіемъ между жидкостью, протекающею въ канальцахъ пористой перегородки, и веществомъ послѣдней, такъ какъ весьма значительной величины электровозбудительная сила достигаетъ именно при прохожденіи жидкости чрезъ такія перегородки, вещество которыхъ къ данной жидкости относится совершенно индифферентно и въ ней нерастворимо. Это видно изъ слѣдующаго сопоставленія величинъ, которыхъ достигаетъ электровозбудительная сила при прохожденіи чрезъ различныя перегородки *дистиллированной воды* при разности давленій въ 1 атмосферу:

Перегородка изъ

	Электровозбудительная сила.	
толченой *сѣры*.	10,7	вольта
прокаленаго *кварцеваго песка* . .	6,8	»
толченаго *шеллака*.	3,6	»
шелковой ткани	1,3	»
отожженой *глины*.	0,4	»
прокаленаго *асбеста*.	0,24	»
обожженой *фарфоровой массы*. .	0,22	»
опилокъ *слоновой кости*.	0,034	»
животнаго пузыря.	0,017	»

631. Само собою понятно, что при диффузіи или катафорическомъ проведеніи жидкости чрезъ пористую перегородку, развивается такая же электровозбудительная сила, какъ и при чисто механическомъ передвиженіи жидкости. Отсюда понятно, что электрическій токъ можетъ быть вызванъ диффузіей жидкости чрезъ пористую перегородку, токъ же, обусловливающій катафорическое движеніе жидкости, долженъ усилиться на счетъ той электровозбудительной силы, которая вызывается катафорическимъ движеніемъ жидкости чрезъ пористую перегородку. Такое усиленіе тока не можетъ быть конечно значительнымъ, такъ какъ скорость теченія жидкости, катафорически движимой чрезъ пористую перегородку, сравнительно не велика.

XXXIII. Вторичное сопротивленіе влажныхъ пористыхъ тѣлъ.

632. Прежде всего считаемъ не лишнимъ сказать нѣсколько словъ относительно того, что должно понимать подъ терминомъ «пористое» тѣло. Собственно «*пористымъ*» мы называемъ такое тѣло, которое пронизано сообщающимися между собою и съ поверхностью канальцами, различными по направленію и по формѣ сѣченія. Если же тѣло пронизано полостями, съ поверхностью

не сообщающимися, то такое тѣло мы называемъ *«ноздреватымъ»*. Это отличіе можетъ имѣть большое практическое значеніе для электропроводимости обоего рода тѣлъ. Представимъ себѣ, что мы имѣемъ два тѣла, масса коихъ состоитъ изъ изолятора; первое—пористо, второе—ноздревато, причемъ полости обоихъ выполнены проводникомъ. Очевидно, что токъ въ первомъ тѣлѣ будетъ распространяться по канальцамъ въ массѣ выполняющаго ихъ проводника, тогда какъ второе тѣло тока проводить не будетъ, ибо проводящія частицы окружены въ немъ изолирующимъ слоемъ.

Такимъ образомъ, пористый кусокъ обожженной глины (напр. кирпичъ), промоченный растворомъ какой либо соли, будетъ проводить токъ; если же мы влажную глину смѣшаемъ съ нѣкоторымъ количествомъ металлическихъ опилокъ и полученную массу обожжемъ, то она тока проводить не будетъ, хотя отдѣльныя полости ея и выполнены проводящими частицами.—Электролитъ, выполняющій канальцы пористаго тѣла, представляетъ собою обыкновенно жидкость, а потому мы говоримъ о «влажныхъ пористыхъ тѣлахъ». Основа влажныхъ пористыхъ тѣлъ можетъ быть проводникомъ или непроводникомъ.

633. Удѣльная проводимость влажнаго пористаго тѣла измѣняется въ зависимости отъ количества и качества жидкости, заключенной въ канальцахъ и полостяхъ его, и температуры всей массы, представляя собою такимъ образомъ величину весьма непостоянную. Но, помимо того, электропроводимость пористыхъ тѣлъ измѣняется еще и подъ вліяніемъ самого тока и именно измѣненія электропроводимости, вызываемыя токомъ, и представляютъ для насъ особый интересъ. Токъ, проходя во влажномъ пористомъ тѣлѣ, измѣняетъ проводимость его троякимъ путемъ: 1) термическимъ, 2) катафорическимъ и 3) электролитическимъ.

634. Термическое дѣйствіе тока данной густоты выражено тѣмъ значительнѣе, чѣмъ меньше основная электропроводимость тѣла, поэтому токъ особенно сильно нагрѣваетъ такое пористое

тѣло, основа коего состоитъ изъ плохаго проводника или такъ называемаго непроводника Во всякомъ случаѣ подъ вліяніемъ термическаго дѣйствія тока всегда происходитъ увеличеніе проводимости пористаго тѣла.

635. Катафорическое дѣйствіе тока можетъ выразиться весьма различно: если приводящіе токъ металлическіе электроды непосредственно прилежатъ къ поверхности влажнаго пористаго тѣла, то у (+) электрода количество жидкости въ порахъ всегда уменьшается, такъ какъ жидкость увлекается отсюда токомъ въ направленіи къ (—) электроду. Если пористое тѣло эластично, то оно, вслѣдствіе усыханія, сильно сжимается, какъ бы перешнуровывается и даже разрывается у (+) электрода. Абсолютное сопротивленіе его при этомъ конечно всегда увеличивается.

636. Если металлическіе электроды не соприкасаются непосредственно съ противоположными поверхностями влажнаго пористаго тѣла, а погружены въ электролитъ, покрывающій эти поверхности, и если упомянутый электролитъ не отличается отъ того, который заключенъ въ порахъ тѣла, то, не смотря на катафорическое дѣйствіе тока, не происходитъ усыханія вещества пористаго тѣла въ части его обращенной къ (+) электроду, такъ какъ жидкость, уносимая отсюда токомъ, замѣщается такою же извнѣ. Поэтому, въ данномъ случаѣ, катафорическое дѣйствіе тока не оказываетъ вліянія на абсолютное сопротивленіе влажнаго пористаго тѣла.

637. Если электролитъ, покрывающій противоположныя поверхности пористаго тѣла, отличенъ отъ электролита, заключеннаго въ массѣ его, то жидкость, катафорически увлекаемая токомъ изъ поръ части тѣла обращенной къ (+) электроду, замѣщается жидкостью иной удѣльной проводимости, и потому абсолютное сопротивленіе влажнаго пористаго тѣла измѣняется: оно уменьшается если внѣшняя жидкость у (+) электрода болѣе проводяща, чѣмъ жидкость въ порахъ тѣла, и увеличивается при обратныхъ условіяхъ. Если измѣнить теперь направленіе тока, то,

въ случаѣ болѣе проводящей внѣшней жидкости, сопротивленіе въ первый моментъ еще нѣсколько уменьшится, такъ какъ болѣе проводящая жидкость теперь и съ другаго конца вступаетъ въ пористое тѣло; но затѣмъ сопротивленіе тѣла увеличится, такъ какъ плохо проводящая жидкость въ порахъ его катафорически движется быстрѣе хорошо проводящей и потому быстро вытѣснитъ послѣднюю изъ массы тѣла со стороны бывшаго (+) электрода. Лишь при дальнѣйшемъ дѣйствіи тока сопротивленіе тѣла вновь уменьшится.

Если направленіе тока было измѣнено въ случаѣ менѣе проводящей внѣшней жидкости, то проводимость пористаго тѣла, уменьшенная при первоначальномъ направленіи тока, теперь увеличится, такъ какъ плохо проводящая жидкость будетъ быстро выдѣляться изъ поръ тѣла катафорическимъ дѣйствіемъ тока. На ряду съ этимъ, съ другой стороны въ тѣло будетъ однако проникать та же плохо проводящая жидкость, а потому сопротивленіе его вновь увеличится.

Къ этимъ простымъ соображеніямъ я считаю не лишнимъ присовокупить еще слѣдующее наблюденіе: если жидкость, окружающая металлическіе электроды, отличается столь малою проводимостью (напр. дистиллированная вода), что ею обусловливается наибольшее сопротивленіе цѣпи, то, по замкнутіи послѣдней, не замѣчается, какъ этого слѣдовало бы ожидать, прогрессивнаго ослабленія тока, а, напротивъ, наблюдается усиленіе его. Это объясняется тѣмъ, что внѣшняя, чрезвычайно плохо проводящая жидкость, становится значительно лучше проводящей у (—) электрода, благодаря смѣшенію ея съ относительно хорошо проводящею жидкостью, поступающею сюда изъ пористаго тѣла вслѣдствіе катафорическаго дѣйствія тока.

Очевидно, что въ зависимости отъ описанныхъ измѣненій абсолютнаго сопротивленія пористаго тѣла, токъ въ цѣпи, при неизмѣнной величинѣ дѣйствующей электровозбудительной силы, или остается неизмѣннымъ, или усиливается, или ослабляется.

638. Теперь необходимо принять въ соображеніе, что токъ,

помимо катафорическаго дѣйствія, оказываетъ еще электролитическое, какъ во внѣшней жидкости, такъ и въ массѣ влажнаго пористаго тѣла. Если основа пористаго тѣла состоитъ изъ непроводника, поры же заключаютъ однородный электролитъ (напр. растворъ какой либо соли), то іоны не будутъ выдѣляться внутри пористаго тѣла, а лишь у приводящихъ токъ электродовъ, соприкасающихся съ поверхностью его. Отсюда уже іоны могутъ постепенно проникать въ прилежащіе слои пористаго тѣла и такимъ образомъ измѣнить электропроводимость послѣдняго. Если поры тѣла выполнены разнородными электролитами, то іоны выдѣляются въ плоскостяхъ соприкосновеній смежныхъ жидкостей (§ 487). Здѣсь іоны могутъ вступить въ соединеніе или между собою, или съ составными частями той жидкости, въ коей они распространяются. При этомъ образуются или новые электролиты, или неразложимые токомъ осадки, и абсолютное сопротивленіе въ цѣпи измѣняется въ зависимости отъ той или иной электропроводимости іонъ и продуктовъ вторичныхъ реакцій. Столь же сложный процессъ наблюдается и тогда, когда сама основа пористаго тѣла проводитъ токъ: въ этомъ случаѣ іоны выдѣляются во всѣхъ плоскостяхъ соприкосновенія основы съ электролитомъ, выполняющимъ канальцы и полости тѣла, и, такимъ образомъ, происходитъ измѣненіе всей массы послѣдняго.

Практически интересенъ, наконецъ, еще тотъ случай, когда изслѣдуемое влажное пористое тѣло включено между двумя другими тѣлами, а уже эти послѣднія соприкасаются съ электролитомъ, въ который погружены металлическіе электроды батареи, причемъ электролитъ этотъ однороденъ съ тѣмъ, который находится въ порахъ обоихъ тѣлъ, соприкасающихся съ изслѣдуемымъ. Въ этомъ случаѣ процессы электролиза и катафорическаго дѣйствія тока тѣ же, что и въ томъ случаѣ, когда нѣтъ обоихъ боковыхъ пористыхъ тѣлъ, а жидкость, окружающая металлическіе электроды, непосредственно соприкасается съ противоположными поверхностями изслѣдуемаго пористаго тѣла. Различіе заключается од-

нако въ томъ, что жидкость, катафорически переносимая изъ одного пористаго тѣла въ другое, не имѣетъ возможности смѣшиваться съ массою того электролита, съ которымъ она приходитъ въ соприкосновеніе, а остается локализированною. Точно такъ же и іоны и продукты вторичныхъ реакцій скапливаются на ограниченномъ пространствѣ, вслѣдствіе чего происходитъ особенно рѣзкое измѣненіе первоначальнаго сопротивленія отдѣльныхъ звеньевъ цѣпи.

639. Къ числу «пористыхъ» тѣлъ относятъ нерѣдко такія, которыя по строенію своему названія этого отнюдь не заслуживаютъ. Такъ напр., по почину Дю-Буа-Реймона, «влажными пористыми тѣлами» называютъ вообще всѣ части животнаго тѣла, какъ то: мышцы, нервы, сухожилья, паренхиматозные органы и т. п. Мы предлагаемъ тѣла такого рода отнести къ категоріи *неоднородныхъ электролитовъ*.—Характерныя ткани животнаго тѣла состоятъ, какъ извѣстно, изъ соприкасающихся между собою клѣтокъ, тѣло коихъ выполнено неоднородною массою и иногда окружено особою оболочкою. Такимъ образомъ, токъ въ тканяхъ животнаго тѣла переходитъ изъ одного электролита въ другой и потому іоны неминуемо выдѣляются въ плоскостяхъ соприкосновенія смежныхъ электролитовъ и здѣсь вступаютъ во вторичныя реакціи или между собою или съ тѣми электролитами, въ которыхъ они распространяются. Вслѣдствіе этого, токъ измѣняетъ химизмъ каждой клѣтки и сопротивленіе всей массы клѣтокъ, всего органа, а не исключительно мѣста приложенія электродовъ, какъ въ нѣкоторыхъ выше разобранныхъ случаяхъ.

640. Итакъ, мы встрѣчаемся въ практикѣ съ двумя видами измѣненія сопротивленія влажныхъ пористыхъ тѣлъ подъ вліяніемъ тока: съ измѣненіемъ сопротивленія у мѣста вступленія и выхода тока, и съ измѣненіемъ сопротивленія всей массы «пористаго» тѣла. Первый видъ назовемъ *внѣшнимъ вторичнымъ сопротивленіемъ влажныхъ пористыхъ тѣлъ*, а второй—*внутрен-*

нимъ вторичнымъ сопротивленіемъ неоднородныхъ электролитовъ[1]).

Очевидно, что одно и то же влажное пористое тѣло можетъ при прохожденіи въ немъ тока одновременно обнаружить и внѣшнее и внутреннее вторичное сопротивленіе. При этомъ должно замѣтить, что при одной и той же силѣ тока внѣшнее вторичное сопротивленіе обнаруживается несравненно рѣзче, чѣмъ внутреннее. Въ тѣлѣ человѣка или животнаго внутренняго вторичнаго сопротивленія обнаружить даже совершенно невозможно, ибо измѣненіе токомъ химизма клѣтокъ въ массѣ тѣла ничтожно, такъ какъ, даже при сильномъ токѣ, густота его въ массѣ тѣла весьма незначительна, т. е. чрезъ отдѣльныя клѣтки проходятъ токи крайне слабые.

До сихъ поръ произведенныя изслѣдованія вторичнаго сопротивленія влажныхъ пористыхъ тѣлъ — ошибочны во многихъ отношеніяхъ, но къ разсмотрѣнію техники изслѣдованія мы можемъ обратиться лишь въ спеціальной части настоящаго труда.

XXXIV. Внутренняя поляризація влажныхъ пористыхъ тѣлъ.

641. Въ главѣ XII мы видѣли, что въ случаѣ, когда разнородные электролиты расположены слоями другъ надъ другомъ, въ плоскостяхъ соприкосновеній ихъ развиваются электровозбудительныя силы, вслѣдствіе чего одинъ изъ двухъ соприкасающихся электролитовъ электризуется положительно, другой же — отрицательно. Въ тканяхъ животнаго тѣла мы имѣемъ дѣло

---

[1]) Дю-Буа-Реймонъ называлъ эти явленія *внѣшнимъ* и *внутреннимъ вторичнымъ сопротивленіемъ влажныхъ пористыхъ тѣлъ*, понимая подъ первымъ исключительно увеличеніе сопротивленія пористаго тѣла вслѣдствіе «усыханія» его у (+) электрода, относительно же втораго — *внутренняго* сопротивленія — Дю-Буа-Реймонъ лишь констатировалъ фактъ появленія его въ растительныхъ тканяхъ, не найдя тому объясненія (см. Monatsberichte der Akad. d. Wissensch. zu Berlin, 1861, p. 883—889, 894—896).

именно съ рядомъ соприкасающихся между собою электролитовъ и слѣдовательно съ рядомъ электровозбудительныхъ силъ соприкосновеній. Такъ какъ токъ, проходя чрезъ цѣпь соприкасающихся электролитовъ, измѣняетъ химическій составъ ихъ, то очевидно, что слѣдствіемъ этого являются и измѣненія первоначальныхъ величинъ электровозбудительныхъ силъ, однимъ словомъ, получается *поляризація соприкасающихся электролитовъ.* Такъ какъ ткани животнаго тѣла обыкновенно называются влажными пористыми проводниками (§ 639), то и разсматриваемое нами явленіе поляризаціи получило названіе *внутренней поляризаціи влажныхъ пористыхъ тѣлъ* (Дю-Буа-Реймонъ), причемъ терминъ «внутренняя поляризація» употребленъ съ цѣлью отличить поляризацію соприкасающихся электролитовъ въ пористомъ тѣлѣ отъ поляризаціи приводящихъ къ нему токъ электродовъ.

Если мы имѣемъ пористое тѣло, основа коего — непроводникъ, и лишь поры котораго выполнены однороднымъ электролитомъ, то a priori можно сказать, что внутренней поляризаціи въ такомъ тѣлѣ явиться не можетъ, а могутъ поляризоваться лишь приводящіе токъ электроды (§ 638). Если при этомъ электроды изготовлены изъ металла той соли, растворъ коей находится въ порахъ изслѣдуемаго тѣла, то поляризаціи совершенно не наступитъ. Такимъ образомъ, если пропустить токъ чрезъ цинковые электроды и заключенный между ними слой глины, замѣшанной на растворѣ цинковаго купороса, то мы не замѣтимъ поляризаціи ни со стороны электродовъ, ни въ массѣ глины. Напротивъ, если между платиновыми электродами включить мышцу, нервъ, кусокъ растительной ткани или круто свареннаго яичнаго бѣлка, то поляризуются и электроды и разнородные электролиты, образующіе массу перечисленныхъ тѣлъ. Если металлическіе электроды при этомъ опытѣ поставить въ такія условія, чтобы устранить возможность поляризаціи ихъ, то внутреннюю поляризацію «влажнаго пористаго тѣла» можно будетъ наблюдать въ чистомъ видѣ. Такъ напр., если изгибъ U-образной стеклянной трубки наполнить яичнымъ бѣлкомъ, свернуть послѣдній

нагрѣваніемъ, затѣмъ въ оба вертикальныя колѣна налить насыщенный растворъ цинковаго купороса, погрузить въ послѣдній цинковые электроды, соединенные съ полосами батареи, пропустить чрезъ всю цѣпь въ теченіе нѣсколькихъ минутъ слабый токъ, вынуть электроды, замѣнить, быть можетъ нѣсколько измѣнившійся, растворъ $Zn SO_4$ свѣжимъ и погрузить въ него свѣжіе цинковые электроды, соединенные теперь съ чувствительнымъ гальванометромъ, то въ цѣпи обнаружится токъ, обратный поляризовавшему. При этомъ оказывается, что сила поляризаціоннаго тока увеличивается вмѣстѣ съ продолжительностью и силою поляризовавшаго и съ увеличеніемъ длины того стержня свернутаго бѣлка, который былъ подвергнутъ поляризаціи. Послѣднее явленіе присуще исключительно внутренней поляризаціи влажныхъ пористыхъ тѣлъ и указываетъ на то, что масса такого поляризованнаго тѣла представляетъ собою ничто иное, какъ батарею вторичныхъ элементовъ (§ 539) въ послѣдовательномъ или, вѣрнѣе, въ смѣшанномъ сочетаніи.

Къ числу влажныхъ пористыхъ тѣлъ, обнаруживающихъ явленіе внутренней поляризаціи, относятся животныя и растительныя ткани, далѣе пропускная бумага, пропитанная водою или жидкимъ куринымъ бѣлкомъ, мѣлъ, гипсъ, пемза, уголь, пропитанные водою, глина замѣшанная на водѣ и т. п. Напротивъ, большинство этихъ же тѣлъ, будучи пропитано растворомъ кислотъ, щелочей или солей, внутренней поляризаціи не обнаруживаютъ. Послѣднее обстоятельство зависитъ, вѣроятно, отъ того, что упомянутые растворы, будучи распредѣлены въ массѣ пористаго тѣла, представляютъ собою болѣе однородный электролитъ нежели вода, растворяющая въ различныхъ частяхъ того же тѣла весьма различныя случайныя для него примѣси.

XXXV. Основы ученія о магнетизмѣ.

642. Извѣстно, что нѣкоторыя желѣзныя руды обладаютъ свойствомъ притягивать мягкое желѣзо и что сталь, потертая о

такую руду, также пріобрѣтаетъ это свойство. Такія руды называются *естественными магнитами*, намагниченная сталь — *искусственнымъ магнитомъ*, а сила, дѣйствующая притягательно[1]), *магнитною силой* или *магнетизмомъ*. О величинѣ этой силы мы судимъ по степени ея дѣйствія и говоримъ, что тотъ магнитъ сильнѣе, который способенъ, напр., поднять бо̀льшую массу желѣза.

Сущность магнетизма мы объясняемъ взаимодѣйствіемъ противоположныхъ по знаку магнитныхъ массъ, своеобразно расположенныхъ въ намагниченныхъ тѣлахъ. И здѣсь, какъ въ ученіи объ электричествѣ, мы разсматриваемъ магнитныя массы какъ нѣчто матеріальное, говоримъ о количествѣ ихъ и т. п.

О своеобразномъ распредѣленіи магнитныхъ массъ въ магнитѣ мы заключаемъ изъ слѣдующихъ опытовъ: 1) желѣзо всего сильнѣе притягивается оконечностями магнитнаго бруска, *полюсами* послѣдняго, и совершенно не притягивается среднею его частью, называемою поэтому *безразличною полосою;* 2) магнитный брусокъ, горизонтально подвѣшенный на шелковинкѣ *(магнитная стрѣлка)*, устанавливается въ пространствѣ такимъ образомъ, что одинъ и тотъ же полюсъ его всегда направленъ къ сѣверу, другой — къ югу; отсюда первый называется *сѣвернымъ*, второй — *южнымъ;* 3) если къ свободно подвѣшенному магниту поднести другой, то мы замѣчаемъ, что при сближеніи одноименныхъ полюсовъ — происходитъ отталкиваніе, тогда какъ разноименные полюсы притягиваются.

Отсюда мы заключаемъ, что а) у полюсовъ магнита сосредоточены разноименныя магнитныя массы, средняя же часть его магнитныхъ массъ не содержитъ; b) *разноименныя магнитныя массы притягиваются*, *а одноименныя — отталкиваются* и с) сама земля на свободно подвѣшенный магнитъ дѣйствуетъ подобно большому неподвижному магниту и, слѣдовательно, имѣетъ два магнитные полюса: южный — тамъ, куда указываетъ сѣвер-

[1]) Вообще сила, дѣйствующая между магнитами и магнитными тѣлами.

ный полюсъ подвижнаго магнита, и сѣверный — куда указываетъ его южный полюсъ.

Если къ одному изъ полюсовъ магнита (NS — рис. 95) приблизить на малое разстояніе на нѣкоторое время конецъ стальнаго бруска, затѣмъ изслѣдовать дѣйствіе послѣдняго на магнитную стрѣлку, то оказывается, что брусокъ «*намагниченъ*». При этомъ, въ концѣ бруска, обращенномъ къ полюсу магнита, возбуждается полюсъ разноименный съ послѣднимъ, въ противоположномъ же концѣ бруска — одноименный. Описанное явленіе, аналогичное съ электростатическою индукціей, называется *магнитною индукціей*. Если конецъ стальнаго бруска привести въ непосредственное соприкосновеніе съ полюсомъ магнита, то брусокъ намагничивается совершенно такъ же, какъ и въ предшествующемъ случаѣ, но сильнѣе. При этомъ самъ магнитъ своей силы нисколько не теряетъ. Изъ этихъ опытовъ мы заключаемъ, что *намагничиваніе происходитъ вообще лишь чрезъ индукцію* и что *прямое перенесеніе магнитныхъ массъ невозможно*.

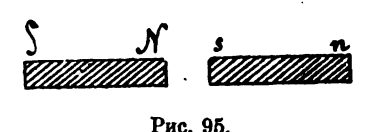


Рис. 95.

Итакъ, намагниченный стальной брусокъ какъ бы заряженъ противоположными магнитными массами у своихъ оконечностей: сѣверной или (+) съ одной стороны, южной или (—) съ другой. Такъ какъ магнитные заряды сохраняются безпредѣльно долго и ни при какихъ обстоятельствахъ возсоединиться въ массѣ стержня не могутъ (не могутъ придти въ нейтральное состояніе)[1]), то отсюда мы можемъ заключить, что соединенію этому мѣшаетъ или непроводимость самой стали, или нѣкоторая магнитовозбудительная сила (аналогичная электровозбудительной), дѣйствующая въ безразличной полосѣ магнита и направляющая разноименныя магнитныя массы къ полюсамъ его, препятствуя взаимному ихъ соединенію въ мѣстѣ своего дѣйствія. Допустивъ то или другое

---

[1]) Въ противоположность индуктированнымъ электрическимъ зарядамъ.

предположеніе, слѣдуетъ ожидать, что, разломивъ магнитъ въ безразличной полосѣ, мы получимъ два куска стали, содержащіе каждый магнитныя массы одного какого либо знака: (+) или (—). Опытъ однако показываетъ, что обѣ половины сломаннаго магнита имѣютъ и N и S полюсы и что, на сколько бы частей и какимъ бы образомъ мы ни ломали магнитъ, всѣ части его, до самыхъ мельчайшихъ включительно, остаются биполярными. Спрашивается, не состоитъ ли магнитъ изъ правильно расположенныхъ биполярныхъ молекулъ стали и, если это такъ, то почему магнитная сила проявляется только вблизи оконечностей его?

Если два одинаковыхъ прямолинейныхъ магнита наложить другъ на друга плашмя такъ, чтобы N полюсъ одного пришелся подъ S полюсомъ другаго и обратно, то такая система оказывается совершенно лишенною магнитной силы. Но, если оба магнита неодинаково сильны, то магнитная сила перваго только ослабится обратно приложенными полюсами втораго, окончательно же не исчезнетъ. Во всѣхъ этихъ случаяхъ по разнятіи сложенныхъ магнитовъ свойства ихъ остаются ненарушенными и сила каждаго изъ нихъ неизмѣненною. Отсюда мы заключаемъ, что 1) магнитныя N и S массы взаимно связываютъ равныя количества другъ друга, подобно разноименнымъ электрическимъ зарядамъ; 2) при соприкосновеніи разноименныхъ полюсовъ двухъ магнитовъ не происходитъ нейтрализаціи противоположныхъ магнитныхъ массъ, которыя при всѣхъ условіяхъ остаются неподвижными.

613. Эти опыты, достаточно подтверждая предположеніе, что магнитъ состоитъ изъ правильныхъ рядовъ биполярныхъ магнитныхъ молекулъ, еще не объясняютъ сущности процесса «намагничиванія», для уясненія котораго мы должны разсмотрѣть еще и другіе опыты.

Мягкое желѣзо, будучи приложено къ магниту, само пріобрѣтаетъ всѣ свойства послѣдняго, но сохраняетъ ихъ лишь до тѣхъ поръ, пока оно находится въ соприкосновеніи съ магнитомъ, и даже продолжительное треніе послѣднимъ почти не въ

состояніи придать мягкому желѣзу сколько нибудь постояннаго магнетизма. Это относится къ массивному куску желѣза. Совершенно иное наблюдаемъ мы при намагничиваніи массы желѣзныхъ опилокъ. Если подвергнуть дѣйствію магнита стеклянную трубку, наполненную желѣзными опилками, то оказывается, что содержимое трубки остается намагниченнымъ и по прекращеніи дѣйствія магнита, — у одного конца трубки получается постоянный N, у другаго S полюсы. Если, однако, теперь встряхнуть трубку такъ, чтобы содержимое ея перемѣшалось, то магнетизмъ послѣдняго исчезаетъ. Если для намагничиванія употреблялся сильный магнитъ, то легко было замѣтить, что намагниченные опилки располагались въ трубкѣ въ правильные ряды, параллельные оси ея. Встряхиваніе нарушило это расположеніе опилокъ и магнетизмъ исчезъ. Изъ этого опыта можно заключить, что въ желѣзѣ и стали биполярныя молекулы до намагниченія лежатъ по отношенію другъ къ другу безпорядочно, т. е. такъ, что n полюсъ одной молекулы направленъ въ одну, другой — въ другую сторону, вслѣдствіе чего сумма магнитныхъ дѣйствій всей безпорядочной системы равна нулю. «Намагничиваніе» заключается въ томъ, что биполярныя молекулы въ желѣзѣ и стали вращаются подъ вліяніемъ полюсовъ магнита такимъ образомъ, что всѣ направляютъ одноименные свои полюсы въ одну сторону и складываются въ ряды, притягиваясь между собою противоположными полюсами. Если, напр., между полюсами подковообразнаго магнита помѣстить желѣзный или стальной брусокъ, то n полюсы молекулъ обратятся къ S полюсу магнита, а s полюсы молекулъ къ N полюсу магнита, образуя другъ съ другомъ цѣпи $n — s$ $n — s$ $n — s$.... Чѣмъ сильнѣе магнитъ, тѣмъ энергичнѣе вращеніе молекулъ и тѣмъ большее количество ихъ приметъ правильное положеніе, *оріентируется*.

644. Очевидно, что движеніе молекулъ и въ желѣзѣ и въ стали встрѣчаетъ препятствіе въ упругомъ сцѣпленіи молекулъ. Поэтому, для достаточно сильнаго намагничиванія необходима достаточная сила магнита и нѣкоторая продолжительность дѣйствія его.

По прекращеніи вліянія магнита, молекулы, вслѣдствіе продолжающагося дѣйствія упругаго сцѣпленія, стремятся вновь придти въ прежнее, нормальное для нихъ, безпорядочное положеніе. Чѣмъ подвижнѣе молекулы, тѣмъ легче онѣ переходятъ изъ одного положенія въ другое. Поэтому мягкое желѣзо быстро намагничивается до значительной степени, но столь же быстро и теряетъ магнитныя свойства по прекращеніи дѣйствія намагничивающей силы; напротивъ, въ стали молекулы мало подвижны и потому магнитная сила относительно медленно направляетъ (вращаетъ) ихъ, но за то разъ направленныя стальныя молекулы въ значительной степени сохраняютъ свое положеніе и по прекращеніи дѣйствія магнитящей силы. Сила упругаго сцѣпленія, препятствующая вращенію молекулъ изъ неправильнаго положенія въ правильное и обратно, т. е. сила, препятствующая намагничиванію и размагничиванію, называется *задерживающею силой*[1]). Что движеніе молекулъ дѣйствительно совершается, это не подлежитъ сомнѣнію, такъ какъ при намагничиваніи желѣзныхъ и стальныхъ брусковъ мы наблюдаемъ рядъ явленій, указывающихъ на измѣненіе ихъ молекулярнаго строенія: измѣненіе ихъ упругости, увеличеніе длины и уменьшеніе площади поперечнаго сѣченія, уменьшеніе[2]) удѣльной электропроводимости, а при быстромъ намагничиваніи и размагничиваніи—нагрѣваніе[3]) и своеобразный звукъ, издаваемый намагничиваемымъ тѣломъ.

Что твердость матеріала вліяетъ на намагничиваніе, видно изъ того, что мягкое желѣзо весьма легко намагничивается, сталь гораздо труднѣе, и тѣмъ труднѣе, чѣмъ она тверже, такъ что для изготовленія сильныхъ магнитовъ, слишкомъ твердую сталь

---

[1]) Coercetivkraft (coercere—задерживать). Въ настоящее время чаще называютъ «задерживающею» лишь силу, препятствующую размагничиванію; препятствіе же къ намагничиванію называютъ «магнитнымъ сопротивленіемъ» даннаго тѣла.

[2]) До 0,05% для желѣза.

[3]) Причина нагрѣванія заключается, впрочемъ, главнымъ образомъ не въ молекулярномъ движеніи, а въ электрическихъ токахъ, индуктируемыхъ въ массѣ магнитнаго тѣла въ моменты намагничиванія и размагничиванія его.

приходится нѣсколько «отпускать», нагрѣвая ее до 200—300° С. и затѣмъ медленно охлаждая.

645. Тѣ магнитныя свойства, которыя принимаетъ желѣзо временно, подъ непосредственнымъ вліяніемъ магнита, называются *временнымъ магнетизмомъ* или, лучше, *временнымъ намагниченіемъ* желѣза, сохраняющееся же намагниченіе стали — *постояннымъ намагниченіемъ* ея. Опытъ показываетъ однако, что и наиболѣе мягкое желѣзо не вполнѣ размагничивается по прекращеніи дѣйствія на него магнитной силы: оставшееся намагниченіе называется *остаточнымъ* или *задержаннымъ*. Намагниченіе, упорно сохраняемое сталью, есть, конечно, также ни что иное, какъ задержанный магнетизмъ, но принято называть его постояннымъ, такъ какъ величина намагниченія въ этомъ случаѣ дѣйствительно мало измѣняется съ теченіемъ времени.

Чтобы дать понятіе объ соотношеніи временнаго и постояннаго намагниченія въ различныхъ сортахъ желѣза и стали, приводимъ слѣдующія числа[1]):

	Относительная степень намагниченія временнаго.	постояннаго.
Мягкое желѣзо. . .	100	2
Чугунъ.	70	12
Мягкая сталь. . . .	70	80
Твердая сталь . . .	50	100

Для разныхъ, по химическому составу и твердости, сортовъ желѣза и стали, числа эти измѣняются въ значительной степени; такъ напр., наибольшее постоянное намагниченіе пріобрѣтаетъ мелкозернистая, однородная, закаленная сталь, содержащая около 0,75% углерода[2]), и сталь, содержащая хромъ[3]) и вольфрамъ[4]);

---

[1]) Числа должно сравнивать между собою въ вертикальныхъ столбцахъ.

[2]) Наилучшее мягкое желѣзо все еще содержитъ нѣсколько (не болѣе 0,5%) углерода. Сталь содержитъ около 1% химически связаннаго углерода. Чугунъ — до 6% углерода, изъ коего лишь часть химически связана (бо̀льшая — въ бѣломъ, меньшая — въ сѣромъ чугунѣ).

[3]) Около 1%.

[4]) Около 3%.

напротивъ, сталь содержащая марганецъ — вообще не способна къ намагниченію. Вліяніе на степень временнаго и постояннаго намагниченія оказываютъ, наконецъ, форма и масса намагничиваемыхъ тѣлъ, такъ напр., самая твердая сталь задерживаетъ сильно магнетизмъ лишь въ случаѣ, если ей придана форма короткихъ брусковъ, колецъ, дисковъ; напротивъ, сильно намагниченные длинные бруски можно изготовить лишь изъ относительно мягкой или твердой закаленной и затѣмъ отпущенной[1]) стали.

Каковы бы ни были свойства намагничиваемаго желѣза или стали и каковы бы ни были способы намагничиванія, степень временнаго и постояннаго магнетизма въ нихъ достигаетъ лишь опредѣленныхъ предѣловъ, характеризующихъ *насыщенные магниты*.

646. Всѣ причины, увеличивающія подвижность молекулъ, измѣняютъ магнитныя свойства намагниченныхъ или намагничиваемыхъ тѣлъ. Такъ напр., при нагрѣваніи намагниченіе желѣза и стали уменьшается или даже совершенно исчезаетъ (при накаливаніи магнита до красна); точно также уменьшается сила стальнаго магнита подъ вліяніемъ сотрясеній, въ особенности сильныхъ толчковъ въ направленіи такъ называемой магнитной оси (§ 672). Напротивъ, *во время намагничиванія* стали, удары по ней ускоряютъ процессъ, способствуя вращенію молекулъ стали.

647. Всѣ тѣла, способныя къ намагниченію (подвергающіяся магнитной индукціи и потому притягиваемыя магнитомъ), называются *магнитными тѣлами*. Сюда относятся: желѣзо и большинство сплавовъ его, далѣе никкель, кобальтъ, марганецъ, хромъ, вольфрамъ и нѣкоторые другіе металлы, не имѣющіе техническаго значенія[2]).

648. Сфера дѣйствія магнита, т. е. то пространство, въ которомъ возможно обнаружить магнитную индукцію со стороны

---

[1]) Закаленную сталь «отпускаютъ», нагрѣвая ее до 200—300° С., причемъ поверхность ея принимаетъ сначала желтую, потомъ синюю окраску; закаленные бруски, предназначенные для магнитовъ, должно отпускать лишь до желтой окраски.

[2]) Подробнѣе см. § 678.

полюсовъ даннаго магнита, называется *магнитнымъ полемъ* его. Понятно, что магнитное поле каждаго магнита на самомъ дѣлѣ должно быть безгранично, и если мы не можемъ обнаружить его за извѣстными предѣлами, то это обусловливается лишь слишкомъ ограниченною чувствительностью служащихъ для этой цѣли приборовъ.

Если бы мы имѣли изолированный магнитный полюсъ въ какой либо точкѣ пространства и притомъ внѣ вліянія всякихъ другихъ магнитныхъ массъ, то дѣйствіе магнитной силы изъ разсматриваемой точки, очевидно, было бы направлено равномѣрно во всѣ стороны, слѣдовательно по прямымъ линіямъ, радіально исходящимъ изъ точки. Линіи, выражающія направленіе дѣйствія магнитной силы, называются *силовыми линіями магнитнаго поля*.

Если такой, воображаемой, магнитной точкѣ противопоставить другую, въ коей сосредоточена магнитная масса, по знаку обратная первой, то дѣйствіе магнитныхъ силъ будетъ направлено изъ одной точки въ другую и таково же будетъ направленіе силовыхъ линій, причемъ принято говорить, что *силовыя линіи направляются во внѣшнемъ пространствѣ отъ n къ s магнитной массѣ*.

Такъ какъ силовыя линіи суть ни что иное, какъ направленія дѣйствія магнитныхъ силъ, то ихъ легко обнаружить опытомъ.

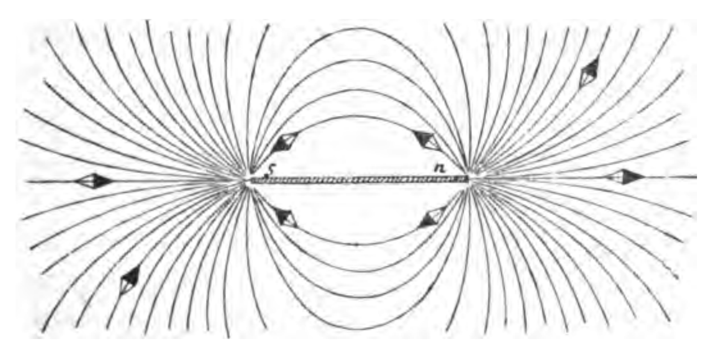


Рис. 96.

Для этого существуетъ два способа: 1) къ относительно длинному, горизонтально расположенному прямолинейному магниту

подносятъ, подвѣшенную на шелковинкѣ, весьма маленькую магнитную стрѣлку и послѣдовательно передвигаютъ ее въ различныхъ точкахъ пространства отъ одного полюса магнита къ другому. При этомъ, какъ видно изъ рис. 96, на стр. 489, стрѣлка принимаетъ характерныя положенія, указывающія на то, что силовыя линіи, направленныя отъ *n* къ *s* полюсу изслѣдуемаго магнита, описываютъ въ пространствѣ характерныя, правильныя кривыя. 2) Если горизонтально лежащій, прямолинейный магнитъ покрыть стекломъ или листомъ картона и сыпать на него съ нѣкоторой высоты желѣзные опилки, то послѣдніе, намагничиваясь чрезъ индукцію, взаимно притягиваются и располагаются въ правильныя кривыя, соединяющія полюсы магнита (рис. 97). И здѣсь,

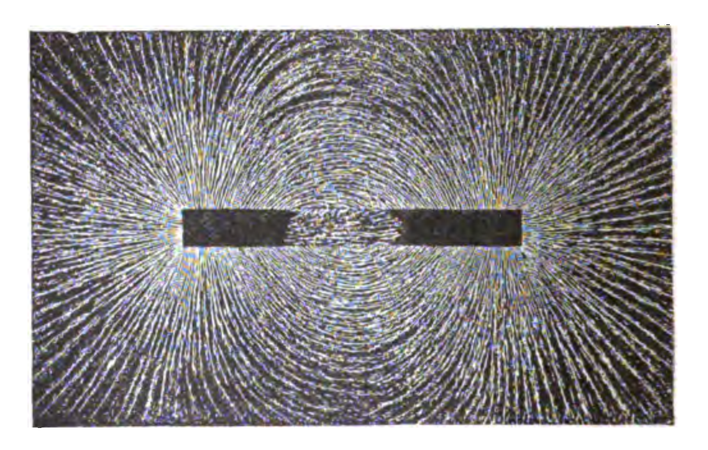


Рис. 97.

очевидно, опилки располагаются вдоль силовыхъ линій, такъ какъ послѣднія суть направленія индуктирующаго дѣйствія магнитныхъ полюсовъ. Рис. 98, на стр. 491, представляетъ расположеніе силовыхъ линій въ случаѣ подковообразнаго магнита, а рис. 99 и 100, на стр. 492 и 493, направленіе силовыхъ линій между одноименными и разноименными полюсами двухъ магнитовъ [1]).

---

[1]) Рисунки, образуемые опилками, называются *магнитными спектрами*. Наилучшій способъ фиксированія спектровъ заключается въ томъ, что ихъ вызы-

649. Разсматривая магнитные спектры рис. 99 и 100, не трудно вывести слѣдующія положенія (впервые высказанныя

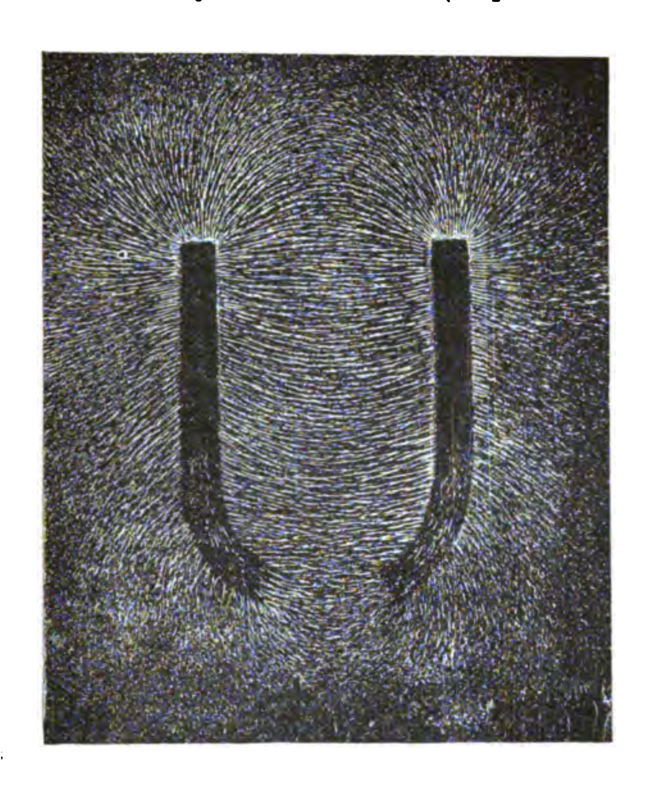


Рис. 98.

Фарадеемъ), характеризующія свойства силовыхъ линій:

a) *линіи силъ одинаковаго направленія взаимно отталкиваются, линіи же силъ различнаго направленія взаимно притяги-*

ваютъ, при химически инактивномъ освѣщеніи, на весьма свѣточувствительной фотографической бумагѣ, натянутой на деревянной рамкѣ надъ магнитами; затѣмъ, освѣтивъ спектръ пламенемъ газа, удаляютъ опилки и проявляютъ и фиксируютъ фотографическое изображеніе обычнымъ способомъ. При этомъ, тѣ части бумаги, которыя были покрыты опилками, остаются бѣлыми, фонъ же дѣлается чернымъ. Всѣ рисунки спектровъ, помѣщенные въ этой книгѣ, получены мною описаннымъ способомъ, ретушированы и воспроизведены въ сильно уменьшенномъ видѣ (по большей части въ $^{1}/_{16}$ первоначальной величины) цинкографіей.

ваются, — безразлично, принадлежатъ ли разсматриваемыя линіи къ магнитному полю одного или нѣсколькихъ магнитовъ;

b) *линіи силъ стремятся принять кратчайшее направленіе между точками, которыя онѣ соединяютъ* и образуютъ болѣе или менѣе крутыя кривыя только вслѣдствіе взаимнаго отталкиванія или притяженія;

c) *линіи силъ никогда не пересѣкаются*. Послѣднее правило относится и къ магнитному полю, образуемому нѣсколькими смежными магнитами, вслѣдствіе чего линіи силъ въ такомъ *«производномъ полѣ»* имѣютъ направленіе отличное отъ того, которое имѣли бы линіи силъ каждаго магнита въ отдѣльности.

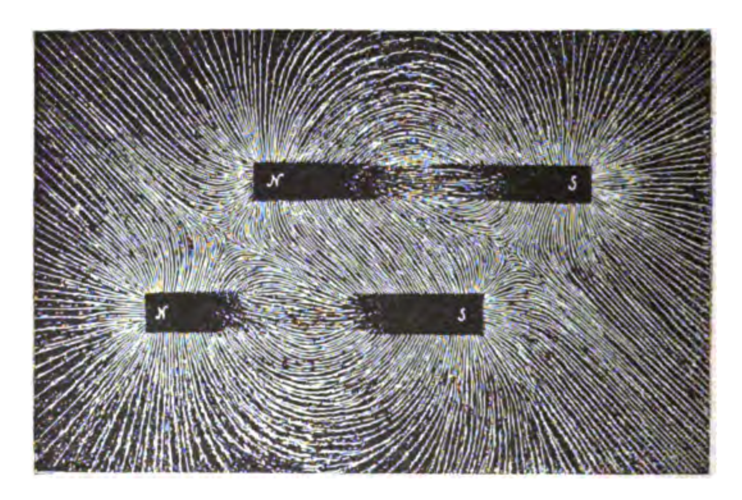


Рис. 99.

Иллюстраціей сказаннаго могутъ служить рисунки 99 и 100.

Этими тремя правилами обусловлено направленіе линій силъ между полюсами одного или нѣсколькихъ магнитовъ и между полюсами магнита и индуктированнаго имъ магнитнаго тѣла. Примѣромъ послѣдняго могутъ служить рисунки, изображающіе ходъ индуктирующихъ линій силъ 1) между полюсомъ прямолинейнаго магнита и небольшимъ желѣзнымъ брускомъ, помѣщеннымъ пе-

редъ нимъ (рис. 101, на стр. 494) 2) между обоими полюсами подковообразнаго магнита и помѣщеннымъ передъ нимъ большимъ желѣзнымъ брускомъ (рис. 102, на стр. 495).

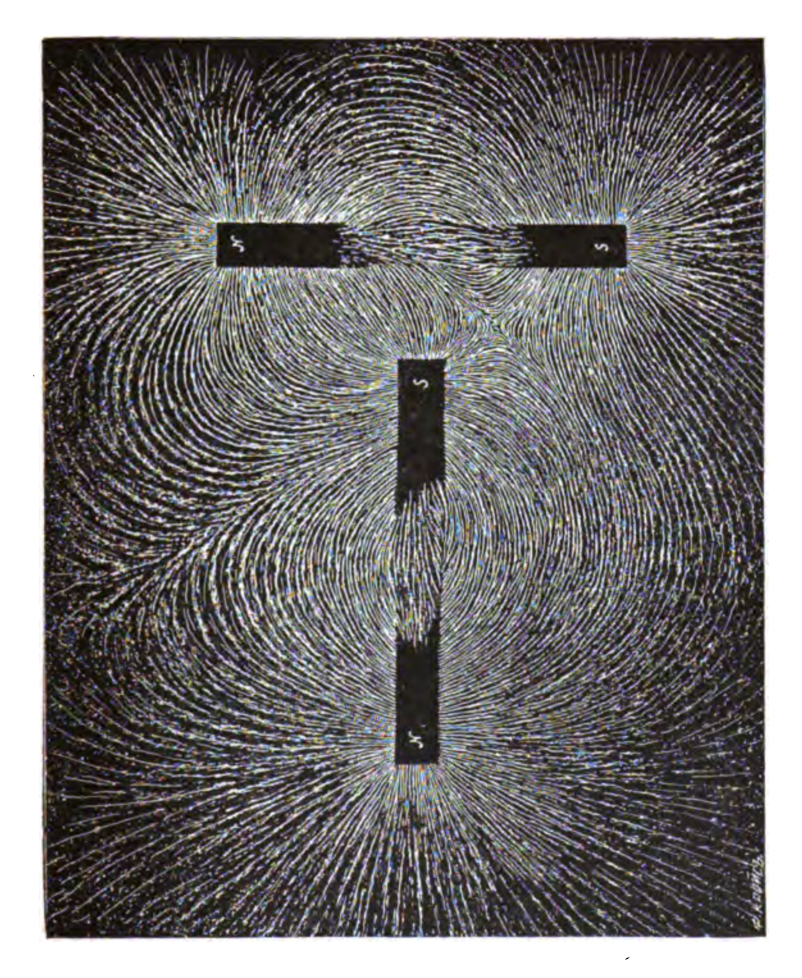


Рис. 100.

650. До сихъ поръ мы разсматривали линіи силъ магнитнаго поля, окружающаго магнитъ; но явленія индукціи заставляютъ насъ придти къ тому выводу, что линіи силъ продолжаются и въ массѣ самого магнита, а равно и магнитнаго тѣла, подвергнутаго индукціи со стороны магнита. При этомъ, ряды биполярныхъ мо-

лекулъ принимаютъ направленіе силовыхъ линій, какъ это видно на полусхематическомъ рис. 103, на стр. 496, гдѣ пунктирныя кривыя означаютъ силовыя линіи внѣ магнита, а сплошныя — силовыя линіи и ряды биполярныхъ молекулъ въ массѣ его. Очевидно, что *силовыя линіи въ массѣ магнита направлены отъ s къ n полюсу.*

651. Вслѣдствіе описаннаго расположенія рядовъ биполярныхъ молекулъ, мы имѣемъ въ магнитѣ *магнетизмъ свободный* и *связанный.* Свободнымъ магнетизмомъ мы называемъ магнитную силу, дѣйствующую во внѣшнемъ пространствѣ со стороны магнитныхъ массъ свободныхъ полюсовъ рядовъ молекулъ; связан-

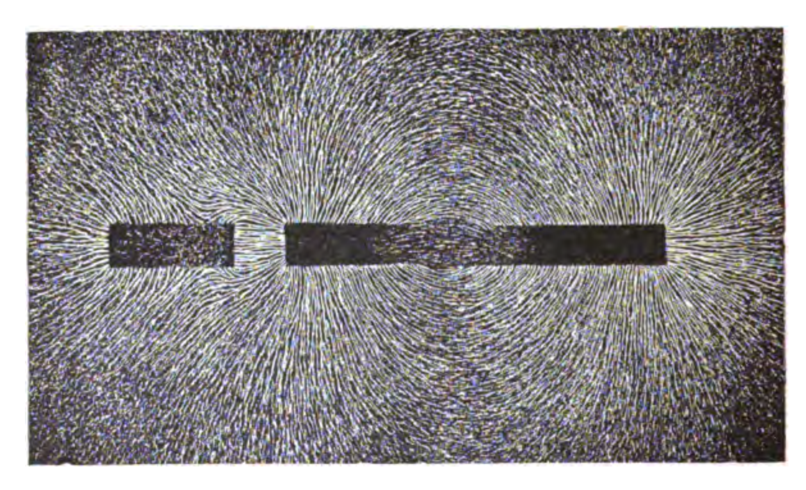


Рис. 101.

нымъ магнетизмомъ мы называемъ магнитныя силы, дѣйствующія между соприкасающимися молекулами. Очевидно, что свободный магнетизмъ выраженъ сильнѣе всего у оконечностей магнита, связанный же въ средней части его. При этомъ, средняя часть, хотя и не обладаетъ внѣшнимъ магнитнымъ дѣйствіемъ, очевидно намагничена сильнѣе конечныхъ частей, такъ какъ линіи силъ въ ней гуще. Прямой опытъ подтверждаетъ оба положенія: 1) магнитъ, будучи опущенъ въ желѣзные опилки, притягиваетъ ихъ сильнѣе всего своими оконечностями; 2) если сложить въ рядъ нѣсколько одинаковыхъ стальныхъ брусковъ, сразу

равномѣрно намагнитить всю систему, а затѣмъ разнять ее, то оказывается, что бруски, лежавшіе въ срединѣ, намагничены сильнѣе крайнихъ, хотя бы до разнятія и не обладали притягательною силой.

Сумма свободнаго и связаннаго магнетизма въ магнитѣ представляетъ собою *истинный* или *возбужденный магнетизмъ* его.

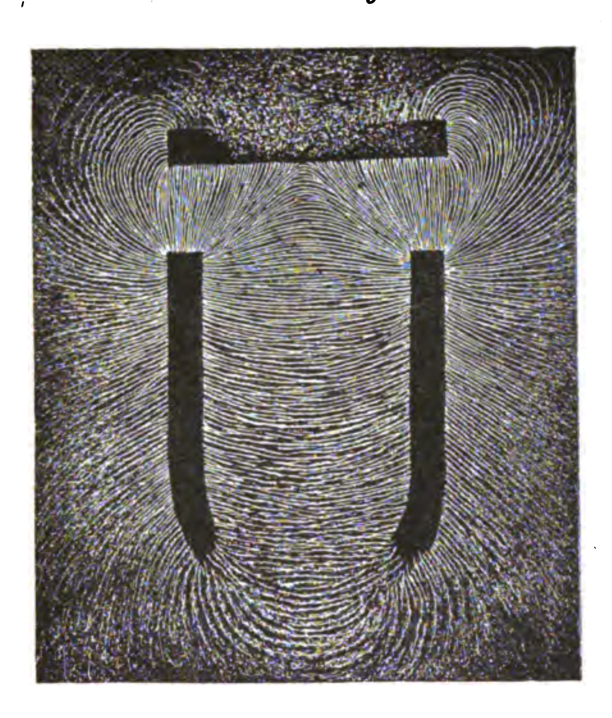


Рис. 102.

652. Болѣе точные опыты даютъ ясную картину распредѣленія свободнаго магнетизма на поверхности магнита. Такъ напр., установивъ горизонтально магнитный брусокъ, мы можемъ опредѣлить силу притяженія въ различныхъ точкахъ его поверхности, прикладывая къ нимъ маленькій желѣзный шарикъ, подвѣшенный къ одной изъ чашекъ вѣсовъ, на другую чашку которыхъ накладываемъ столько груза, чтобы притянутый шарикъ отрывался отъ магнита; такимъ образомъ силу притяженія мы опредѣляемъ величиною равной ей противодѣйствующей силы. Этотъ

способъ даетъ намъ возможность построить чертежы, въ коихъ притягательныя силы или, другими словами, распредѣленіе свободнаго магнетизма, выражены въ видѣ кривой, соединяющей

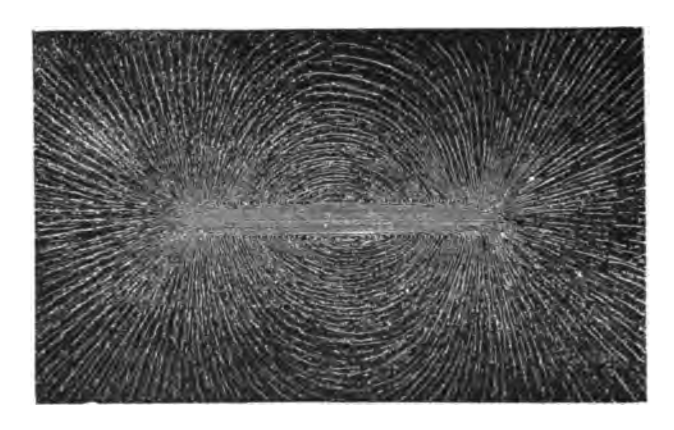


Рис. 103.

вершины ординатъ, высота коихъ соотвѣтствуетъ силѣ свободнаго магнетизма въ данныхъ точкахъ поверхности изслѣдуемаго магнита. Рис. 104 изображаетъ распредѣленіе свободнаго маг-

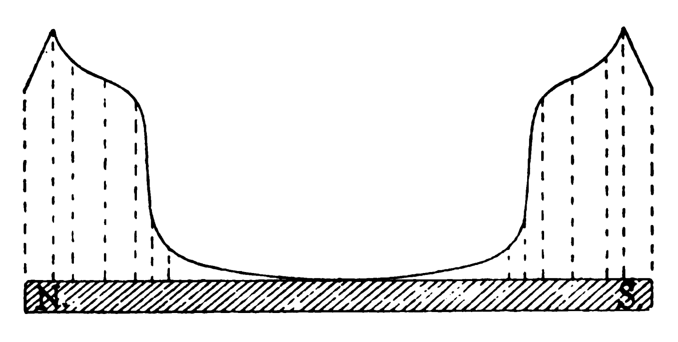


Рис. 104.

нетизма по боковой поверхности прямолинейнаго цилиндрическаго магнита изъ вольфрамовой стали (длина стержня = 30 ctm., діаметръ = 10 mm.).

653. Итакъ, мы видѣли, что въ одной половинѣ магнита имѣется своеобразное распредѣленіе *n*, а въ другой *s* магнит-

ныхъ массъ и, такимъ образомъ, при дѣйствіи, напр., такъ называемаго N полюса одного магнита на S полюсъ другаго, другъ на друга дѣйствуютъ суммы n и s поверхностно лежащихъ магнитныхъ массъ, соотвѣтствующихъ половинъ магнитовъ.

Комплексъ дѣйствующихъ другъ на друга n и s магнитныхъ массъ, на поверхностяхъ двухъ противопоставленныхъ оконечностей обоихъ магнитныхъ брусковъ, мы можемъ мысленно замѣнить двумя массами (N и S), сосредоточенными въ нѣкоторыхъ точкахъ, лежащихъ внутри магнитовъ, вблизи оконечностей ихъ. Эти воображаемыя точки мы и называемъ *полюсами магнита* и, единственно для удобства вычисленій, допускаемъ, что всѣ n и s магнитныя массы сосредоточены въ этихъ противоположныхъ точкахъ, поверхность же магнита лишена магнитныхъ массъ.

Воображаемые магнитные заряды, сосредоточенные въ полюсахъ, дѣйствуютъ другъ на друга такъ же, какъ и электрическіе заряды, мысленно сосредоточенные въ двухъ точкахъ (§§ 253—254): *разноименные полюсы притягиваются, а одноименные отталкиваются съ силою прямо пропорціональною произведенію количествъ магнитныхъ массъ, сосредоточенныхъ въ полюсахъ, и обратно пропорціональною квадрату разстоянія между ними.* Опыты, на основаніи которыхъ выводится этотъ законъ, аналогичны съ опытами надъ взаимодѣйствіемъ двухъ электрическихъ зарядовъ (§ 263) и приводить ихъ здѣсь мы считаемъ излишнимъ, тѣмъ болѣе, что справедливость закона ясна изъ нижеслѣдующихъ теоретическихъ разсужденій. Обращаемъ лишь еще разъ вниманіе на то, что разстояніе между противопоставленными оконечностями двухъ магнитовъ не есть разстояніе между полюсами ихъ и потому сила взаимодѣйствія двухъ магнитовъ не можетъ быть опредѣлена на основаніи измѣренія разстоянія между ихъ оконечностями.

Положеніе магнитныхъ полюсовъ въ магнитѣ можетъ быть опредѣлено опытомъ, такъ какъ *полюсы суть не что иное, какъ точки приложенія двухъ равнодѣйствующихъ всѣхъ силъ, исхо-*

дящихъ изъ обѣихъ половинъ магнита. Опытъ показываетъ, что въ очень длинномъ (не менѣе 50 ctm.) и тонкомъ (около 1 mm.) магнитѣ полюсы почти совпадаютъ съ оконечностями его, тогда какъ въ короткомъ магнитномъ брускѣ полюсы отстоятъ другъ отъ друга приблизительно на разстояніи $^5/_6$ его длины (l). Поэтому величина

$$\frac{5l}{6}$$

называется *приведенною длиною магнита.*

Мы увидимъ ниже, что опредѣленіе положенія и *силы полюсовъ,* т. е. *количества сосредоточенныхъ въ нихъ магнитныхъ массъ,* не имѣетъ большаго практическаго интереса и что магнитъ характеризуется такъ называемымъ *магнитнымъ моментомъ* его, т. е. произведеніемъ количества магнетизма въ одномъ изъ полюсовъ на разстояніе между обоими (§ 720), величиною, легко опредѣляемою опытомъ. При этомъ, *за единицу магнитной массы мы принимаемъ такую, которая, будучи сосредоточена въ нѣкоторой точкѣ, отталкиваетъ съ силою одного дина одноименную и равную ей массу, находящуюся въ другой точкѣ, на разстояніи одного сантиметра отъ первой.* Такая изолированная магнитная масса представляетъ собою *полюсъ, равный единицѣ;* точно также m одноименныхъ магнитныхъ массъ, воображаемыхъ сосредоточенными въ нѣкоторой точкѣ пространства или намагниченнаго тѣла, представляютъ *полюсъ, равный m единицамъ.*

654. Ознакомившись съ общими свойствами магнита и окружающаго его магнитнаго поля, разсмотримъ послѣднее подробнѣе.

Представимъ себѣ опять линіи силъ, исходящія радіально изъ нѣкотораго полюса, воображаемаго изолированнымъ въ пространствѣ. Количество такихъ линій силъ должно быть безконечно велико, а разстояніе между ними безконечно мало, такъ какъ магнитная сила дѣйствуетъ со стороны полюса равномѣрно во всѣ стороны и въ пространствѣ нѣтъ такихъ точекъ, въ которыхъ

магнитное тѣло не испытывало бы дѣйствія со стороны полюса. Магнитная сила, дѣйствующая по направленію одной изъ линій силъ, составляетъ, очевидно, лишь безконечно малую часть общей силы, исходящей изъ полюса во всѣ стороны, и потому изолированная магнитная масса, помѣщенная на изолированную силовую линію, была бы подвергнута дѣйствію лишь безконечно малой силы. Напротивъ, магнитная масса, помѣщенная въ срединѣ пучка силовыхъ линій, будетъ испытывать дѣйствіе суммы послѣднихъ. Отсюда мы можемъ вывести слѣдующее опредѣленіе: *единицею силы обладаетъ такой пучекъ силовыхъ линій, который на единицу магнитной массы, помѣщенной въ срединѣ пучка, дѣйствуетъ съ силою, равною единицѣ, т. е. одному дину.* Этотъ пучекъ линій мы можемъ представить себѣ замѣненнымъ одною линіею силъ, равнодѣйствующей всему пучку. Такая линія силъ называется *абсолютною силовою линіею.*

655. *Густота* или *напряженіе магнитнаго поля опредѣляется числомъ абсолютныхъ силовыхъ линій, пересѣкающихъ площадь въ 1 кв. сантиметръ, расположенную нормально* (подъ прямымъ угломъ) *къ пересѣкающимъ ее линіямъ силъ. Единицу напряженія имѣетъ та часть магнитнаго поля, въ которой площадь въ 1 кв. сантиметръ, перпендикулярная къ силовымъ линіямъ поля, пересѣкается одною абсолютною линіей силъ.* Въ такой части магнитнаго поля, полюсъ равный единицѣ, испытываетъ силу, равную одному дину. Вообще же *абсолютное напряженіе магнитнаго поля характеризуется тою силою, которую испытываетъ въ немъ полюсъ, равный единицѣ.* Если напряженіе магнитнаго поля означить черезъ $\mathfrak{H}$, то магнитный полюсъ, равный m магнитнымъ единицамъ, помѣщенный въ этомъ полѣ, будетъ испытывать, въ направленіи силовыхъ его линій, силу

$$f = m\mathfrak{H} \text{ динъ} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Разсмотримъ простѣйшій примѣръ:

Представимъ себѣ магнитную массу, равную m единицамъ, изолированную въ пространствѣ въ центрѣ сферы, радіусъ коей

$= r$ сантиметрамъ. Такъ какъ на разстояніи r отъ магнитной массы m, полюсъ, равный единицѣ, испытываетъ силу

$$f = \frac{m.1}{r^2}$$

то и *напряженіе магнитнаго поля на разстояніи r отъ магнитной массы* (полюса) m

$$= \mathfrak{H} = \frac{m}{r^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

другими словами: на 1 квадр. сантиметръ поверхности (сферы), нормальной къ пронизывающимъ ее линіямъ силъ, приходится

$\frac{m}{r^2}$ абсолютныхъ силовыхъ линій.

Такъ какъ поверхность сферы, окружающей магнитную массу m,

$$= 4\ \pi r^2$$

то *общее число силовыхъ линій, исходящихъ изъ магнитной массы* (полюса) m

$$= 4\ \pi r^2 \frac{m}{r^2} = 4\ \pi m \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Итакъ, мы видимъ, что 1) *напряженіе магнитнаго поля, окружающаго полюсъ, ослабѣваетъ прямо пропорціонально квадрату разстоянія* и 2) *изъ полюса, равнаго m магнитнымъ массамъ, исходятъ $4\ \pi m$ абсолютныхъ линій силъ.*

656. Магнитное поле, окружающее изолированный полюсъ, *неравномѣрно*, ибо напряженіе его ослабѣваетъ по мѣрѣ удаленія отъ полюса. Точно также *неравномѣрно* и *поле, окружающее всякій магнитъ*, ибо силовыя линіи представляютъ наибольшую густоту у полюсовъ его и отсюда расходятся въ пространствѣ. Тѣмъ не менѣе на ограниченномъ пространствѣ, и притомъ вдали отъ полюсовъ, магнитное поле можно разсматривать какъ *равномѣрное*, т. е. какъ такое, въ которомъ линіи силъ параллельны и равноотдалены другъ отъ друга. Такъ напр., мы видѣли (§ 642), что земля дѣйствуетъ на свободно висящую магнитную стрѣлку подобно большому магниту и, слѣдовательно, магнитные полюсы земли въ ней самой и вокругъ нея образуютъ магнитное поле.

При этомъ, вслѣдствіе своей значительной длины, линіи силъ образуютъ другъ съ другомъ лишь неизмѣримо малые углы и потому, на небольшомъ пространствѣ, могутъ быть приняты за параллельныя. *Магнитный полюсъ во всякой точкѣ равномѣрнаго магнитнаго поля испытываетъ со стороны его одинаковую силу.*

657. Если въ магнитное поле внести магнитное тѣло, то оно подвергается индукціи. Сущность индукціи заключается во первыхъ въ томъ, что линіи силъ поля стягиваются по направленію къ магнитному тѣлу, такъ что чрезъ него проходитъ большее число линій силъ, чѣмъ ранѣе проходило чрезъ то пространство поля, въ которомъ теперь помѣщено магнитное тѣло[1]). Во вторыхъ, магнитная сила вращаетъ биполярные молекулы магнитнаго тѣла, располагая ихъ въ правильные ряды (§ 643) въ направленіи индуктирующихъ линій силъ, пронизывающихъ магнитное тѣло.

Свободные полюсы этихъ рядовъ (т. е. конечныя точки ихъ) связываются новыми (*индуктированными*) линіями силъ, вслѣдствіе чего общее число силовыхъ линій, пронизывающихъ магнитное тѣло, можетъ до 2000 разъ превзойти число линій силъ, проходившихъ ранѣе чрезъ пространство магнитнаго поля, теперь занимаемаго магнитнымъ тѣломъ. *Общее число Φ силовыхъ линій* (индуктирующихъ и индуктированныхъ), пронизывающихъ поперечное сѣченіе тѣла, подвергнутаго индукціи (*общая сила индукціи*), можетъ быть выражено формулою

$$\Phi = F\mathfrak{H} + 4\pi m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

гдѣ F—площадь сѣченія тѣла (въ квадратныхъ сантиметрахъ)[2]), нормальная къ линіямъ силъ поля, $\mathfrak{H}$—напряженіе *индуктирующаго* поля внутри тѣла, $F\mathfrak{H}$ — число *индуктирующихъ силовыхъ линій,* пронизывающихъ площадь F, а $4\pi m$—число *индуктированныхъ линій силъ,* связывающихъ индуктированные въ магнитномъ тѣлѣ полюсы m.

658. Раздѣливъ величину Φ на величину F площади сѣченія

[1]) Сравн. спектры, рис. 97 и 101.

[2]) Предполагается или тѣло съ равномѣрною площадью сѣченія, или нѣкоторая средняя величина этого сѣченія.

индуктированнаго тѣла, получаемъ число линій силъ, пронизывающихъ 1 квадратный сантиметръ сѣченія тѣла, т. е. число B, характеризующее величину *удѣльной магнитной индукціи* тѣла. Такимъ образомъ

$$B = \frac{\Phi}{F} = \frac{F\mathfrak{H} + 4\pi m}{F}$$

$$B = \mathfrak{H} + 4\pi\frac{m}{F} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 5)$$

гдѣ $\mathfrak{H}$—число индуктирующихъ, а $4\pi\frac{m}{F}$—число индуктированныхъ линій силъ, пронизывающихъ 1 квадратный сантиметръ площади сѣченія тѣла, нормальной къ линіямъ силъ.

Очевидно, что

$$4\pi\frac{m}{F} = B - \mathfrak{H} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

и что абсолютная сила каждаго изъ индуктированныхъ полюсовъ

$$m = F\frac{B - \mathfrak{H}}{4\pi} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

Величина B при различныхъ величинахъ $\mathfrak{H}$ можетъ быть выражена кривыми, неодинаковыми для различныхъ тѣлъ. Рис. 105 представляетъ пять такихъ кривыхъ: 1 — для оттожженнаго

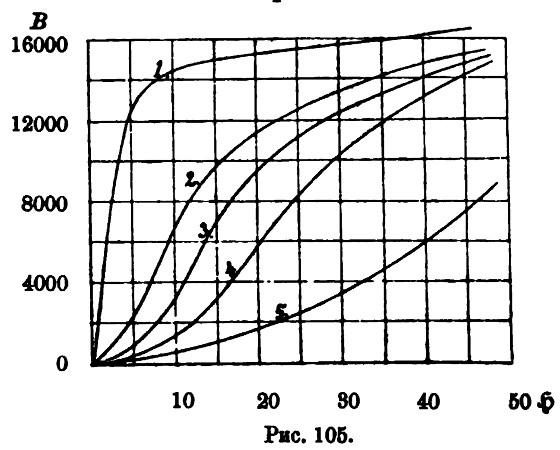


Рис. 105.

мягкаго желѣза, 2 — для волоченаго твердаго желѣза, 3 — для отожженной стали, 4 — для волоченой твердой стали, 5 — для сильно закаленной стали[1]).

[1]) Читателю должно казаться непонятнымъ, какимъ образомъ возможно опредѣленіе величины $\mathfrak{H}$.—Въ самомъ дѣлѣ, если мы помѣстимъ желѣзный бру-

659. Отношеніе величины B къ напряженію $\mathfrak{H}$ индуктирующаго поля даетъ нѣкоторый коэффиціентъ

$$\mu = \frac{B}{\mathfrak{H}} \qquad \text{8)}$$

неудачно названный *магнитною проницаемостью индуктируемаго вещества* или *удѣльною магнитною проводимостью* его; мы будемъ называть его *коэффиціентомъ* μ *магнитной индукціи*.

Такимъ образомъ, величина удѣльной магнитной индукціи тѣла опредѣляется формулою

$$B = \mu \mathfrak{H} \qquad \text{9)}$$

причемъ очевидно, что для магнитныхъ тѣлъ μ всегда болѣе единицы, а для воздуха — равно единицѣ.

Опытъ показываетъ, что *коэффиціентъ* μ *измѣняется не только въ зависимости отъ вещества, подвергаемаго индукціи, но измѣняется еще и въ зависимости отъ напряженія* ($\mathfrak{H}$) *индуктирующаго поля*. Числовое отношеніе B къ $\mathfrak{H}$ достаточно точно опредѣлено опытами для желѣза и чугуна, какъ это видно изъ слѣдующей таблицы[1]).

сокъ въ индуктирующее магнитное поле, напряженіе коего $= \mathfrak{H}'$, то напряженіе индуктирующаго поля $\mathfrak{H}$ *въ массѣ бруска* будетъ всегда болѣе $\mathfrak{H}'$, такъ какъ силовыя линіи поля стягиваются по направленію къ индуктированнымъ полюсамъ бруска и поэтому въ массѣ его будутъ гуще, чѣмъ въ окружающемъ полѣ. Поэтому, помѣстивъ брусокъ въ *обширное* равномѣрное поле съ извѣстнымъ намъ напряженіемъ $\mathfrak{H}'$, мы и не можемъ опредѣлить интересующее насъ напряженіе $\mathfrak{H}$ индуктирующаго поля *внутри* бруска. Для опредѣленія отношенія $\frac{B}{\mathfrak{H}}$ мы должны подвергать желѣзный брусокъ дѣйствію *ограниченнаго* магнитнаго поля опредѣленнаго напряженія. Такое поле мы имѣемъ внутри соленоида (см. главу объ электромагнитахъ).

[1]) Величины B для желѣза суть среднія величины, вычисленныя мною изъ ряда опытовъ Юинга (Ewing) и Гопкинсона (Hopkinson). Необходимо замѣтить, что числовыя значенія, найденныя авторами для B при $\mathfrak{H}$ ниже 15, весьма мало согласны между собою и потому мало надежны. Напротивъ, значительное согласіе въ опредѣленіяхъ B для большихъ напряженій магнитнаго поля, до извѣстной степени гарантируетъ точность выводовъ.

Величины B для чугуна я опредѣлилъ интерполированіемъ изъ опытныхъ данныхъ Гопкинсона (см. S. P. Thompson, The electromagnet, 1891, p. 76).

$\mathfrak{H}$	Мягкое желѣзо.				Сѣрый чугунъ.			
	B	μ	$B - \mathfrak{H} = B_0$	$B - \mathfrak{H}$ въ % отъ B	B	μ	$B - \mathfrak{H}$	$B - \mathfrak{H}$ въ % отъ B
0,2	60	300	59,8	почти 100				
0,5	250	500	249,5					
1	620	620	619					
2	3700	1850	3698					
5	10150	2030	10145		4000	800	3995	99,9
10	13200	1320	13190		5000	500	4990	99,8
15	14500	967	14485	99,9	5450	363	5435	99,7
20	15100	755	15080	99,9	5800	290	5780	99,6
25	15350	614	15325	99,8	6110	244	6085	99,6
30	15600	520	15570	99,8	6400	213	6370	99,5
35	15775	450	15740	99,8	6650	190	6615	99,5
40	15900	397	15860	99,7	6820	170	6780	99,4
45	16025	356	15980	99,7	7025	156	6980	99,3
50	16150	323	16100	99,7	7200	144	7150	99,3
55	16260	296	16205	99,7	7375	134	7320	99,2
60	16350	272	16290	99,6	7550	126	7490	99,2
65	16440	253	16375	99,6	7640	117	7575	99,1
70	16500	235	16430	99,6	7800	111	7730	99,1
75	16600	221	16525	99,5	7950	106	7875	99,0
80	16650	208	16570	99,5	8050	101	7970	99,0
85	16720	197	16635	99,5	8200	96	8115	99,0
90	16780	186	16690	99,5	8300	92	8210	98,9
95	16820	177	16725	99,4	8410	88	8315	98,9
100	16850	168	16750	99,4	8510	85	8410	98,8
125	17300	138	17175	99,3	8990	72	8865	98,7
150	17550	117	17400	99,1	9400	63	9250	98,4
175	17750	102	17575	99,0	9810	56	9635	98,2
200	17950	90	17750	98,9	10190	51	9990	98,0
225	18150	81	17925	98,8	10510	47	10285	97,8
250	18325	73	18075	98,6	10800	43	10550	97,7
275	18500	67	18225	98,5	10980	40	10705	97,5
300	18650	62	18350	98,4	11220	37	10920	97,3
325	18800	58	18475	98,3				
350	18950	54	18600	98,1				
375	19075	51	18700	98,0				
400	19200	48	18800	97,9				
425	19325	45	18900	97,8				
450	19425	43	18975	97,7				
475	19525	41	19050	97,6				
500	19620	39	19120	97,4				
550	19800	36	19250	97,2				
600	19960	33	19360	97,0				
650	20120	31	19470	96,8				
700	20270	29	19570	96,5				
750	20420	27	19670	96,3				
800	20550	26	19750	96,1				
850	20670	24	19820	95,9				
900	20800	23	19900	95,7				
950	20900	22	19950	95,4				
1000	21000	21	20000	95,2				

$\mathfrak{H}$	Мягкое желѣзо.				Сѣрый чугунъ.			
	B	μ	$B-\mathfrak{H}=B_0$	$B-\mathfrak{H}$ въ % отъ B	B	μ	$B-\mathfrak{H}$	$B-\mathfrak{H}$ въ % отъ B
2000	22600	11	20600	91,1				
3000	24000	8	21000	87,5				
4000	25000	6	21000	84,0				
5000	26000	5,2	21000	80,8				
10000	31000	3,1	21000	67,7				
15000	36000	2,4	21000	58,3				
20000	41000	2	21000	51,2				

Числа эти измѣняются болѣе или менѣе въ зависимости отъ чистоты и твердости (способа обработки) чугуна и желѣза.

660. Мы видѣли, что величина $B-\mathfrak{H}$ опредѣляетъ число тѣхъ силовыхъ линій на квадратный сантиметръ площади сѣченія индуктируемаго тѣла, которыя проистекаютъ изъ индуктированныхъ въ тѣлѣ магнитныхъ полюсовъ. По мѣрѣ увеличенія $\mathfrak{H}$ величина $B-\mathfrak{H}$ вначалѣ, вслѣдствіе быстраго увеличенія удѣльной индукціи B, возрастаетъ чрезвычайно быстро (см. таблицу), затѣмъ, начиная съ $\mathfrak{H}=15$, медленно и, наконецъ, достигаетъ предѣла, равнаго 21000 для желѣза и 15500 для чугуна. Этими числовыми величинами опредѣляется *магнитное насыщеніе* или *предѣльное намагничиваніе* даннаго вещества (§ 661), т. е. то состояніе тѣла, при которомъ сила индуктированныхъ въ немъ полюсовъ (m), а слѣдовательно и число ($4\pi m$) индуктированныхъ силовыхъ линій, связывающихъ полюсы, достигли своего максимума. Но такъ какъ густота $\mathfrak{H}$ *индуктирующихъ* линій силъ можетъ, конечно, возрастать въ тѣлѣ безгранично, то и величина удѣльной индукціи (B) тѣла предѣла не имѣетъ. Особенность увеличенія B заключается лишь въ томъ, что величина эта, при постепенномъ усиленіи напряженія ($\mathfrak{H}$) индуктирующаго поля, вначалѣ возрастаетъ, главнымъ образомъ насчетъ линій силъ, исходящихъ изъ индуктируемыхъ полюсовъ, затѣмъ, по достиженіи полюсами предѣльной силы, B возрастаетъ исключительно насчетъ $\mathfrak{H}$.

661. Въ выраженіи

$$B = \mathfrak{H} + 4\pi\frac{m}{F}$$

отношеніе

$$\frac{m}{F} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 10)$$

характеризуетъ величину удѣльнаго намагниченія тѣла[1]), *т. е. силу полюсовъ, индуктированныхъ полемъ* $\mathfrak{H}$ *въ тѣлѣ съ площадью сѣченія въ 1 кв. сантиметръ.*

Такъ какъ (§ 658)

$$4\pi\frac{m}{F} = B - \mathfrak{H},$$

числовыя значенія каковой величины имѣются въ таблицѣ, то отсюда легко опредѣлить максимумъ для $\frac{m}{F}$, раздѣливъ предѣльныя величины $B - \mathfrak{H}$, найденныя для желѣза (=21000) и чугуна (=15500) на 4π. Такимъ образомъ находимъ, что *максимумъ удѣльнаго намагниченія* (*предѣльное намагниченіе*)

желѣза = 1667
чугуна = 1230.

Очевидно, что максимумъ этотъ будетъ достигнутъ при помѣщеніи названныхъ металловъ въ магнитныя поля такого напряженія, при которомъ величины $B - \mathfrak{H}$ получаютъ наибольшее значеніе. Такимъ образомъ, въ той же таблицѣ находимъ, что предѣльное намагниченіе желѣза достигается при $\mathfrak{H} = 3000$ абсолютнымъ единицамъ.

Приводимъ таблицу величинъ $\frac{m}{F}$ для желѣза и чугуна при различныхъ напраженіяхъ $\mathfrak{H}$, а также величины $\frac{m}{F}$ въ процентахъ предѣльнаго намагниченія, вычисляя величину $\frac{m}{F}$ изъ формулы

$$\frac{m}{F} = \frac{B - \mathfrak{H}}{4\pi} \dots\dots\dots\dots 10\text{ a)}$$

---

[1]) Опредѣленіе удѣльнаго намагниченія изъ магнитнаго момента тѣла см. въ § 737.

$\mathfrak{H}$	Мягкое желѣзо.		Сѣрый чугунъ.	
	m/F (удѣльное намагниченіе).	$\frac{m}{F}$ въ % предѣльнаго намагниченія.	m/F	$\frac{m}{F}$ въ % предѣльнаго намагниченія.
0,2	4,7	0,3		
0,5	19,8	1,2		
1	49	2,9		
2	293	17,5		
5	805	48,3	317	25,8
10	1047	62,8	396	32,2
15	1150	69,0	431	35,0
20	1197	71,8	459	37,3
25	1216	72,9	483	39,3
30	1236	74,1	505	41,1
35	1249		525	42,7
40	1259	75,5	538	43,7
45	1268		554	45,0
50	1278	76,7	567	46,1
55	1286		581	47,2
60	1293	77,5	594	48,3
65	1300		601	48,8
70	1304	78,2	613	49,8
75	1311		625	50,8
80	1315	78,8	632	51,4
85	1320		644	52,3
90	1325	79,5	651	52,9
95	1327		660	53,6
100	1329	79,7	667	54,2
125	1363	81,8	703	57,1
150	1381	82,8	734	59,7
175	1395	83,7	765	62,2
200	1409	84,5	792	64,4
225	1423	85,4	816	66,3
250	1434	86,0	837	68,0
275	1446		850	69,1
300	1456	87,3	867	70,5
350	1476	88,5		
400	1492	88,8		
450	1506	90,3		
500	1517	91,0		
600	1536	92,1		
700	1553	93,2		
800	1567	94,0		
900	1579	94,7		
1000	1587	95,2		
2000	1635	98,1		
3000	1667	100,0		
5000	1667	100,0		
20000	1667	100,0		

662. Принявъ въ соображеніе, что *величина* $\frac{m}{F}$ *есть сила индуктированнаго полюса на квадратный сантиметръ полярной оконечности правильнаго бруска, помѣщеннаго въ магнитномъ полѣ* $\mathfrak{H}$ *въ направленіи силовыхъ линій послѣдняго,* мы можемъ опредѣлить абсолютную силу индуктированныхъ полюсовъ любаго бруска, коль скоро извѣстна величина F' полярной оконечности его въ квадратныхъ сантиметрахъ: очевидно, что абсолютная сила каждаго полюса

$$m = \frac{(B - \mathfrak{H})F'}{4\pi} = \left(\frac{m}{F}\right)F' \quad \dots\dots\dots\dots \quad 11)$$

Примѣръ: Желѣзный брусокъ, площадь поперечнаго сѣченія коего $= 3{,}5$ квадратнымъ сантиметрамъ, помѣщенъ въ магнитномъ полѣ $= 45$ единицамъ въ направленіи линій силъ поля. Какова абсолютная сила индуктированныхъ полюсовъ въ этомъ брускѣ?

Для $\mathfrak{H} = 45$ находимъ въ таблицѣ, что $\frac{m}{F} = 1268$, а потому

$$m = \left(\frac{m}{F}\right)F' = 1268 . 3{,}5 = 4438 \text{ абсолютнымъ единицамъ.}$$

663. Мы уже знаемъ, что по прекращеніи индукціи желѣзо и чугунъ теряютъ наибольшую часть возбужденнаго въ нихъ магнетизма, тогда какъ сталь удерживаетъ его въ значительной степени. Поэтому величина удѣльнаго намагниченія въ стали при такъ называемомъ постоянномъ намагниченіи (§ 645) ея, имѣетъ большое практическое значеніе. Величина эта подвержена значительнымъ колебаніямъ въ зависимости не только отъ состава и твердости стали, но и отъ той формы, которая ей придана. Во всякомъ случаѣ, *постоянное удѣльное намагниченіе стали* рѣдко превышаетъ 500 единицъ, обыкновенно же не превосходитъ 200.

664. *Чѣмъ значительнѣе коэффиціентъ* μ *магнитной индукціи* (магнитная проводимость) *тѣла, тѣмъ сильнѣе это тѣло нарушаетъ ходъ силовыхъ линій въ томъ полѣ, куда оно помѣщается.*

Въ явленіи притяженія магнитнаго тѣла магнитомъ, мы на самомъ дѣлѣ имѣемъ дѣло съ притяженіемъ между двумя маг-

нитами, такъ какъ притягиваемое тѣло, чрезъ индукцію, пріобрѣтаетъ временное или даже постоянное намагниченіе. Очевидно, что *сильнѣе притягивается магнитомъ то тѣло, коэффиціентъ* μ *магнитной индукціи коего значительнѣе при одинаковомъ напряженіи* $\mathfrak{H}$ *того индуктирующаго поля, въ коемъ тѣло помѣщено*. Поэтому, ненамагниченный стальной брусокъ, поднесенный на нѣкоторое разстояніе къ магнитной иглѣ, отклонитъ ее изъ положенія ея равновѣсія (изъ магнитнаго меридіана) на меньшій уголъ, чѣмъ точно такой же желѣзный брусокъ.

665. Такъ какъ магнитное тѣло нарушаетъ равномѣрность магнитнаго поля, то присутствіе его въ послѣднемъ можетъ или усилить или ослабить дѣйствіе поля на другое магнитное тѣло или магнитъ. Такъ напримѣръ, разсматривая спектръ, рис. 106,

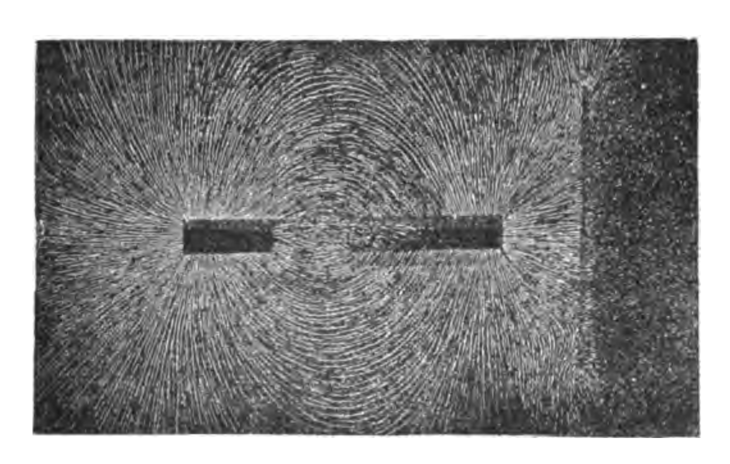


Рис. 106.

видно, что линіи силъ, исходящія изъ N полюса магнита, значительно сгущены въ пространствѣ между нимъ и противопоставленнымъ ему желѣзнымъ брускомъ и, напротивъ, густота ихъ уменьшена по ту сторону бруска, такъ какъ наибольшее число линій силъ направляется въ массѣ желѣза и исходитъ изъ его оконечностей. Поэтому магнитная стрѣлка, помѣщенная между полюсомъ N и брускомъ, будетъ испытывать здѣсь бо̀льшую силу, чѣмъ на томъ же разстояніи отъ S полюса. Напротивъ, дѣйствіе

N полюса на ту же стрѣлку будетъ ослаблено брускомъ, если стрѣлка будетъ помѣщена по ту сторону послѣдняго.

Окруживъ маленькій магнитъ желѣзнымъ кольцомъ или цилиндромъ, оси коихъ перпендикулярны къ направленію силовыхъ линій того поля (напр. магнитнаго поля земли), въ которомъ помѣщенъ магнитъ, мы въ весьма значительной степени изолируемъ послѣдній отъ дѣйствія упомянутаго поля. Въ самомъ дѣлѣ, разсматривая спектръ рис. 107, мы видимъ, что линіи

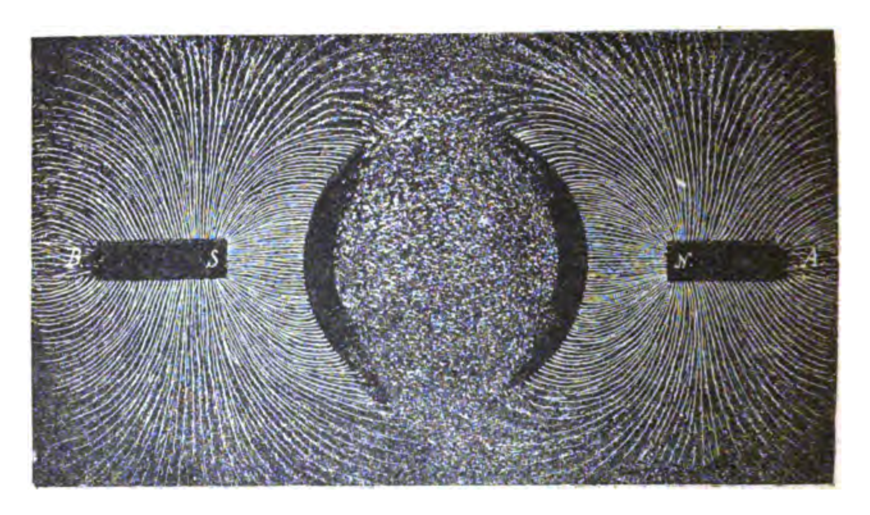


Рис. 107.

силъ, исходящія изъ *N* полюса магнита *A*, достигнувъ кольца, почти не распространяются въ окруженномъ имъ пространствѣ, а пройдя далѣе чрезъ массу кольца, исходятъ изъ противоположной его части и отсюда направляются къ *S* полюсу магнита *B*. Поэтому, несмотря на значительное напряженіе поля между полюсами и противолежащими имъ стѣнками кольца, желѣзные опилки внутри его лишь весьма слабо оріентируются. Опытъ показываетъ, что если желѣзный цилиндръ расположенъ въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ, осью своею перпендикулярно къ направленію его силовыхъ линій, то напряженіе поля внутри цилиндра приблизительно въ 6 разъ менѣе напряженія внѣшняго поля.

666. Такъ какъ при помѣщеніи желѣзнаго бруска передъ полюсомъ магнита, въ ближайшей къ послѣднему части бруска индуктируется магнитный полюсъ разноименный съ индуктирующимъ, и притомъ, полюсъ тѣмъ большей силы, чѣмъ менѣе разстояніе оконечности бруска отъ полюса магнита, то, очевидно, что сила притяженія между разсматриваемыми *двумя* полюсами возрастаетъ прямо пропорціонально произведенію абсолютныхъ величинъ обоихъ и обратно пропорціонально квадрату разстоянія между ними. Но, въ то же время, въ отдаленной отъ индуктирующаго полюса части бруска возникаетъ полюсъ одноименный съ индуктирующимъ, который противодѣйствуетъ притяженію первыхъ двухъ полюсовъ. Поэтому, если магнитъ прямолинеенъ, то сила притяженія желѣза, приближеннаго къ одному изъ полюсовъ его, не можетъ быть вообще значительна, въ особенности, если магнитъ коротокъ. Совершенно иное мы имѣемъ въ случаѣ притяженія желѣза подковообразнымъ магнитомъ. Здѣсь N полюсъ магнита индуктируетъ въ ближайшей къ нему части бруска s полюсъ, имъ притягиваемый, тогда какъ въ отдаленной части бруска индуктируется n полюсъ, притягиваемый S полюсомъ магнита; въ то же время S полюсъ магнита усиливаетъ индуктированные n и s полюсы бруска, а потому, если взять два магнита, прямолинейный и подковообразный, абсолютныя силы полюсовъ коихъ одинаковы, то a priori можно сказать, что подковообразный притянетъ нѣкоторый желѣзный брусокъ своими двумя полюсами одновременно съ силою, раза въ три или четыре превосходящею силу притяженія этого же бруска однимъ изъ полюсовъ прямолинейнаго магнита. Опытъ это и подтверждаетъ.

Такъ какъ величина удѣльнаго намагниченія $\left(\frac{m}{F}\right.$, см. § 661$\left.\right)$ *имѣетъ предѣлъ, то на силу притяженія вліяетъ и масса притягиваемаго магнитнаго тѣла.* Такъ напримѣръ, тонкая желѣзная пластинка будетъ притянута подковообразнымъ магнитомъ слабѣе чѣмъ толстый желѣзный брусокъ[1]), конечно въ случаѣ

[1]) Для того, чтобы оторвать отъ полюсовъ того подковообразнаго магнита, при помощи котораго получены изображенные здѣсь спектры, желѣзный бру-

если данный магнитъ вообще способенъ возбудить полюсы большей силы, чѣмъ тѣ, которые соотвѣтствуютъ предѣльной величинѣ удѣльнаго намагниченія $\left(\frac{m\,\text{max.}}{F}\right)$ данной пластинки. Понятно, что увеличеніе массы бруска будетъ дѣйствовать благопріятно лишь до тѣхъ поръ, пока m не достигнетъ своего максимума[1]). Рис. 108 и 109 показываютъ расположеніе силовыхъ ли-

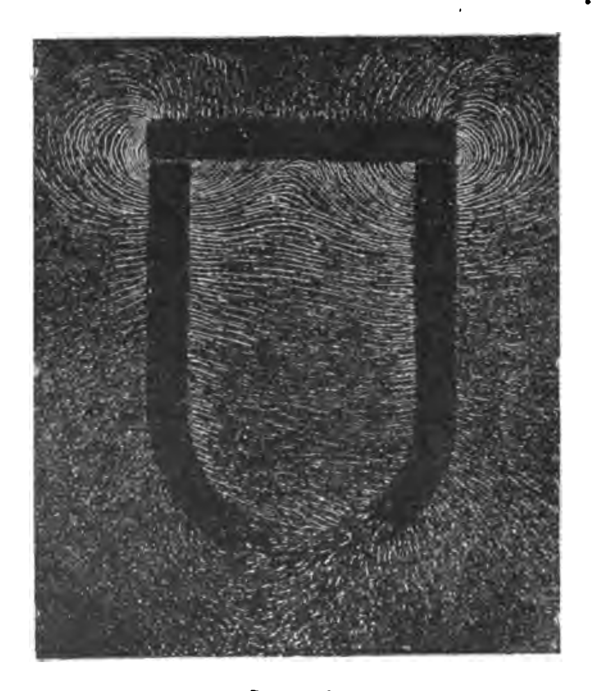


Рис 108.

ній въ случаяхъ притяженія подковообразнымъ магнитомъ толстаго желѣзнаго бруска и тонкой желѣзной пластинки. Мы видимъ, что въ первомъ случаѣ (рис. 108) линіи силъ, исходящія изъ полюсовъ магнита, замкнуты въ массѣ бруска,

сокъ въ 1×2 сантиметра сѣченія, нуженъ былъ грузъ въ 820 граммъ (считая вѣсъ самого бруска), для того же, чтобы оторвать желѣзную пластинку въ 0,1×2 сантиметра сѣченія, нуженъ былъ грузъ въ 280 граммъ. Слѣдовательно, отношеніе грузовъ было 3:1.

[1]) Такимъ образомъ, для того, чтобы оторвать отъ полюсовъ того же магнита брусокъ въ 2×2 сантиметра сѣченія, достаточно было того же груза какъ и въ случаѣ бруска въ 1×2 сантиметра.

во второмъ же случаѣ (рис. 109) магнитный спектръ, несмотря на соединеніе полюсовъ тонкою пластинкой, остается почти та-

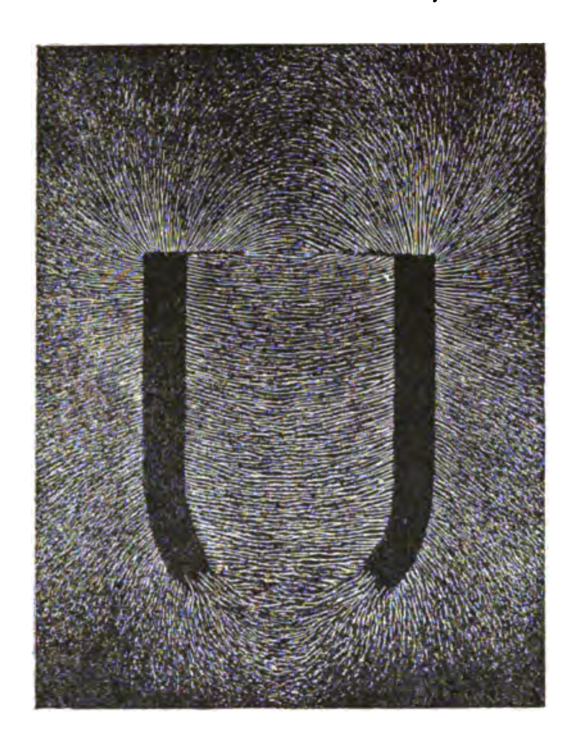


Рис. 109.

кимъ же какъ и въ томъ случаѣ, когда полюсы совершенно свободны (см. рис. 98, стр. 491).

О томъ, что тѣло, обладающее (при данномъ напряженіи поля, въ коемъ оно находится) бо̀льшимъ коэффиціентомъ μ индукціи, ceteris paribus притянется магнитомъ сильнѣе, чѣмъ тѣло, обладающее меньшею магнитною проводимостью, уже было говорено въ § 664.

Далѣе необходимо замѣтить, что *на силу притяженія оказываетъ вліяніе и форма притягиваемаго тѣла, такъ какъ и ею въ извѣстной степени обусловливается расположеніе силовыхъ линій поля*. Особенное же вліяніе можетъ имѣть форма притягиваемаго тѣла на *подъемную силу* магнита, т. е. на ту силу, съ

которою магнитъ удерживаетъ притянутое имъ тѣло. Это понятно изъ того, что формою тѣла можетъ быть обусловлена возможность соприкосновенія большей или меньшей поверхности его съ полярными оконечностями магнита.

Въ виду сложности обстоятельствъ, вліяющихъ на силу притяженія, невозможно вычислить послѣднюю даже въ простѣйшихъ случаяхъ. Поэтому же и эмпирическія формулы, предлагаемыя различными авторами, приложимы лишь къ частнымъ случаямъ. Главнымъ образомъ *пытались найти соотношеніе между грузомъ, удерживаемымъ магнитомъ, и собственнымъ его вѣсомъ, но такія попытки въ самомъ принципѣ своемъ не имѣютъ смысла*[1]. Въ самомъ дѣлѣ, мы знаемъ, что сила притяженія магнитомъ желѣза (или другаго магнитнаго тѣла) зависитъ отъ силы полюсовъ магнита и силы полюсовъ, индуктированныхъ въ притягиваемомъ желѣзѣ. Касательно силы каждаго изъ полюсовъ магнита мы знаемъ, что сила эта равна числу абсолютныхъ силовыхъ линій, исходящихъ изъ каждой полярной оконечности, причемъ разстояніе между полярными оконечностями и площадь поперечнаго сѣченія магнита не играютъ роли. Отсюда ясно, что, при данной абсолютной силѣ полюсовъ магнита, на силу притяженія имъ желѣза не могутъ оказать вліянія ни длина, ни толщина магнита, ни вѣсъ его, а потому, *ceteris paribus, небольшой, легкій магнитъ будетъ въ состояніи удержать грузъ, во много разъ превосходящій его собственный вѣсъ, тогда какъ очень тяжелый магнитъ не удержитъ и груза, равнаго собственному вѣсу.*

667. Тѣло, притягиваемое магнитомъ, иногда называется *якоремъ*. Якорю придаютъ различную форму, смотря по цѣли, для которой онъ предназначается. Якоремъ, въ формѣ четырехграннаго бруска или толстой желѣзной пластинки, обыкновенно

[1]) До сихъ поръ почти во всѣхъ руководствахъ физики приводится эмпирическая формула Гэккера (Häcker), по которой подъемная сила (f) будто бы пропорціональна кубическому корню изъ квадрата вѣса (G) магнита: $f = c\sqrt[3]{G^2}$ граммъ, гдѣ c — коэффиціентъ, различный для различныхъ случаевъ.

соединяютъ полюсы подковообразнаго магнита (*замыкаютъ магнитъ*), чѣмъ съ одной стороны до извѣстной степени предохраняется магнитъ отъ внѣшнихъ вліяній, съ другой—окружающія магнитныя тѣла предохраняются отъ нежелательнаго дѣйствія на нихъ магнита, ибо магнитное поле, распространяемое замкнутымъ магнитомъ, слабѣе нежели распространяемое разомкнутымъ.

668. Кромѣ якоря различаютъ еще такъ называемые *полуякори*, представляющіе собою два куска мягкаго желѣза различной формы, прикладываемые къ полюсамъ подковообразнаго магнита для того, чтобы придать линіямъ силъ опредѣленное направленіе между полюсами (рис. 110).

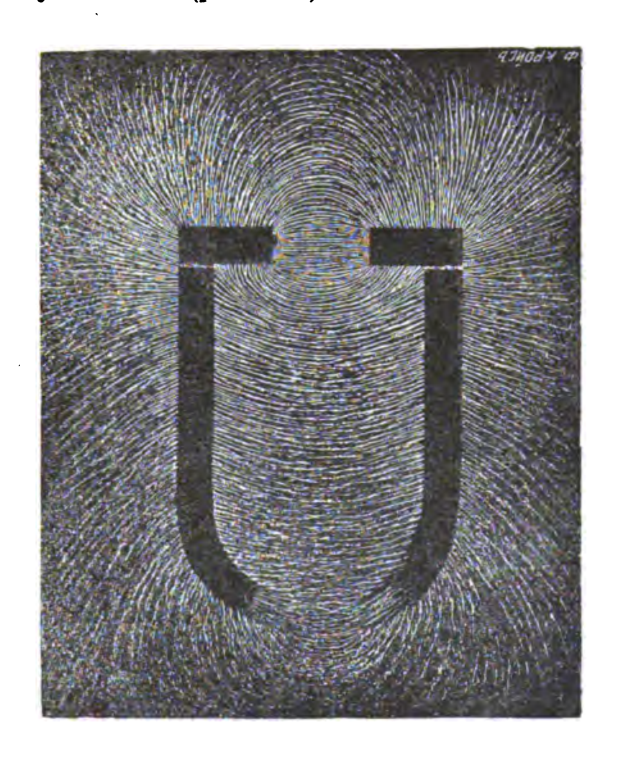


Рис. 110.

669. До сихъ поръ мы говорили, что характерное свойство магнита заключается въ томъ, что онъ обладаетъ способностью

индуктировать магнетизмъ въ мягкомъ желѣзѣ, чугунѣ, стали и другихъ магнитныхъ тѣлахъ, вслѣдствіе чего является сила притяженія между индуктирующими и разноименными съ ними индуктированными полюсами. Это явленіе не позволяетъ намъ, однако, всегда опредѣлить, имѣемъ ли мы дѣло съ магнитомъ или лишь съ тѣломъ, способнымъ къ намагничиванію. Такъ напр., если даны два бруска, между которыми обнаруживается притяженіе, то можетъ явиться вопросъ, который же изъ нихъ собственно магнитъ или не оба ли они самостоятельные магниты? Если одинъ магнитъ, а другой лишь намагничивается чрезъ индукцію, то первый притянетъ второй только полюсами своими, тогда какъ безразличная полоса его окажется неактивною; при этомъ полюсы магнита будутъ дѣйствовать одинаково на любую часть притягиваемаго бруска. Если же оба бруска намагничены, то слѣдуетъ вообще ожидать, что одноименные полюсы ихъ другъ друга притягивать не будутъ, однако исключенія здѣсь возможны. Въ самомъ дѣлѣ, приближая очень сильно намагниченный стальной брусокъ къ небольшой относительно слабо намагниченной магнитной иглѣ, свободно вращающейся въ горизонтальной плоскости, мы еще при довольно значительномъ разстояніи между обоими обнаружимъ отталкиваніе одноименныхъ ихъ полюсовъ, что и есть главное доказательство того, что въ этомъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ двумя магнитами. Если воспрепятствовать движенію иглы и продолжать приближать къ данному полюсу ея одноименный полюсъ магнита, то, начиная съ нѣкотораго разстоянія, сила отталкиванія замѣнится силою притяженія, ибо игла оказывается теперь *перемагниченною:* сильное, противоположное ея собственному, магнитное поле, въ которое она попала, вызываетъ въ массѣ ея вращеніе биполярныхъ молекулъ въ направленіи обратномъ первоначальному ихъ положенію.

670. Если къ одному изъ полюсовъ длинной магнитной иглы приблизить одноименный полюсъ сильнаго магнита, то можетъ случиться, что послѣдній индуктируетъ въ ближайшей къ нему оконечности иглы полюсъ съ нимъ разноименный, и далѣе гдѣ либо

на протяженіи длины иглы — полюсъ одноименный, причемъ полярность противоположной оконечности иглы остается неизмѣнной. Такимъ образомъ въ иглѣ получатся два одноименныхъ полюса на концахъ и одинъ разноименный съ ними гдѣ либо въ средней части. Такая игла представляетъ собою *триполярный магнитъ* или *магнитъ съ послѣдовательными полюсами*[1]): она аналогична двумъ прямолинейнымъ магнитамъ, послѣдовательно сложеннымъ одноименными полюсами вмѣстѣ.

Послѣдовательные полюсы иногда образуются случайно при намагничиваніи длинныхъ стальныхъ стержней. Въ этомъ случаѣ чаще наблюдаются два промежуточныхъ полюса, вслѣдствіе чего конечные полюсы оказываются хотя и разноименными, но неравной силы: магнитъ состоитъ какъ бы изъ трехъ различныхъ магнитовъ, послѣдовательно сложенныхъ одноименными полюсами:

N S S' N' N'' S''

Рис. 111.

Ниже мы увидимъ, что правильные триполярные магниты, т. е. имѣющіе на концахъ одноименные полюсы возможно одинаковой силы, встрѣчаютъ примѣненіе въ практикѣ. Такіе магниты легко получить, производя намагничиваніе какъ показано на рисункѣ 112. Въ самомъ дѣлѣ, мы видимъ, что если приложить напримѣръ N полюсъ сильнаго магнита къ средней части стальнаго бруска, то линіи силъ изъ N полюса пойдутъ въ массѣ бруска въ обѣ стороны по направленію къ оконечностямъ его и здѣсь выйдутъ изъ послѣднихъ. Слѣдовательно, оба конца бруска сдѣлались N полюсами, такъ какъ N полюсомъ называется тотъ, изъ котораго *выходятъ* линіи силъ (§ 648); средина же бруска представляетъ S полюсъ, такъ какъ въ нее *вступаютъ* линіи силъ. Отнявъ индуктирующій магнитъ отъ бруска, мы, по образуемому послѣднимъ спектру (рис. 113), убѣждаемся, что брусокъ дѣйствительно превратился въ триполярный магнитъ.

---

[1]) Называемыми также *«послѣдовательными точками»*.

Изъ всѣхъ этихъ опытовъ видно, что правильно намагниченный магнитъ можетъ утратить свои свойства, будучи доста-

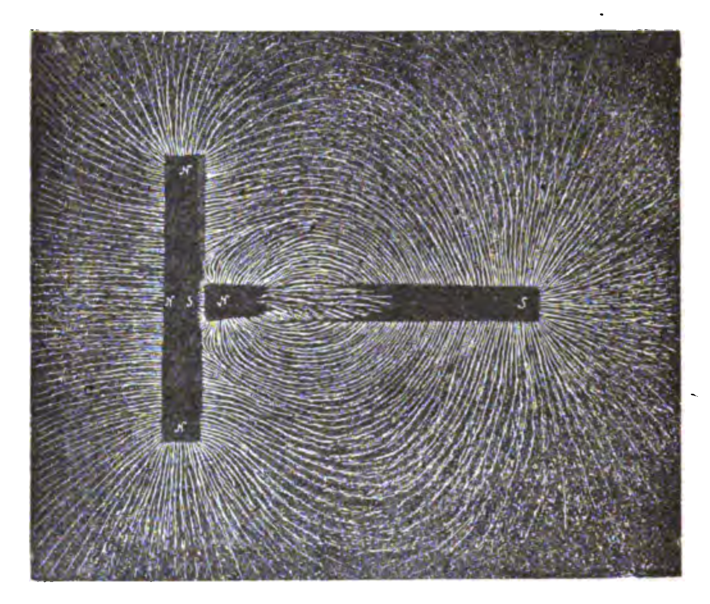


Рис. 112.

точно сближенъ и тѣмъ болѣе приведенъ въ соприкосновенiе съ другимъ магнитомъ. Такъ напр., относительно слабый магнитъ

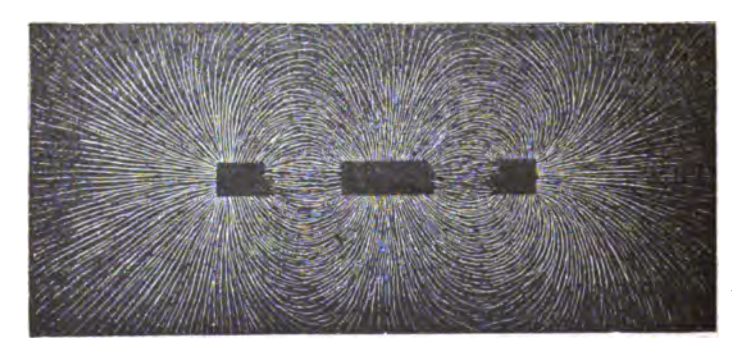


Рис. 113.

можетъ быть легко ослабленъ еще болѣе и даже размагниченъ болѣе сильнымъ магнитомъ, наконецъ перемагниченъ имъ и т. д.

671. Разсмотримъ теперь различныя формы магнитовъ. Обыкновенно искусственнымъ магнитамъ придаютъ форму *прямолинейныхъ стержней* равномѣрной толщины и весьма различной длины; поперечное сѣченіе этихъ стержней имѣетъ форму круга или прямоугольника. Если стержень изогнутъ въ видѣ дуги, то получается *подковообразный магнитъ*, примѣняемый тамъ, гдѣ желаютъ подвергнуть намагничиваемое тѣло дѣйствію сильнаго магнитнаго поля въ межполюсномъ пространствѣ магнита. Подковообразный магнитъ можетъ быть очень сильно намагниченъ и хорошо удерживаетъ магнетизмъ, если полюсы его замкнуты якоремъ.

Въ гальванометрахъ въ послѣднее время употребляютъ *колоколообразные магниты* (рис. 114), имѣющіе форму наперстка съ двумя болѣе или менѣе широкими разрѣзами отъ свободнаго края до середины (или болѣе)[1]). Такимъ образомъ, колоколообразный магнитъ есть лишь варіантъ подковообразнаго и походитъ на послѣдній тѣмъ болѣе, чѣмъ глубже и шире разрѣзъ въ стѣнкахъ его.

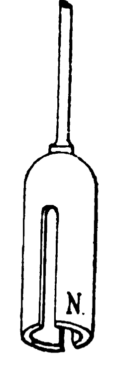


Рис. 114.

Далѣе, въ зеркальныхъ гальванометрахъ употребляются *магниты въ формѣ дисковъ*, въ коихъ N и S полюсы находятся въ двухъ противоположныхъ точкахъ у краевъ диска. Одной изъ поверхностей диска можетъ быть придана зеркальная полировка и тогда такой магнитъ можетъ служить одновременно зеркаломъ гальванометра.

Вмѣсто диска часто употребляютъ болѣе легкій *кольцеобразный магнитъ*, намагниченный аналогично диску. Расположеніе

---

[1]) На рисункѣ мы видимъ колоколообразный магнитъ, съ ввинченнымъ въ куполъ его латуннымъ стержнемъ, служащимъ для подвѣшиванія магнита на шелковинкѣ (конецъ стержня отломанъ). На магнитѣ означенъ N полюсъ, S же полюсъ находится на другой половинѣ колокола, діаметрально противоположно первому.

силовыхъ линій магнитнаго поля такого кольца представляетъ рис. 115.

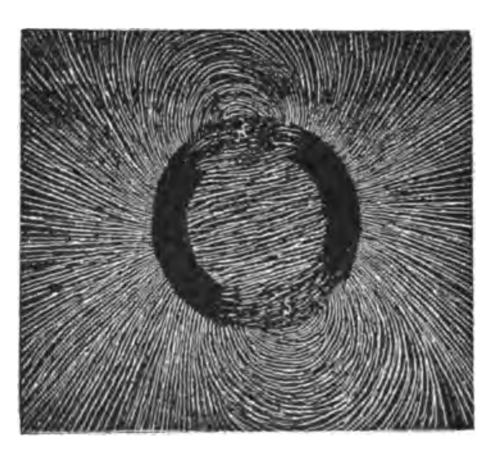


Рис. 115.

Въ гальванометрахъ въ настоящее время мало употребительны магниты, имѣющіе форму вытянутаго ромба или иглы, заостренной съ обоихъ концевъ. Напротивъ, въ небольшихъ компасахъ магниты такого рода употребляются предпочтительно передъ всѣми другими, такъ какъ заостренные концы ихъ служатъ непосредственно указателями для круговой шкалы компаса. Такіе магниты называются *магнитными стрѣлками*. Половина стрѣлки, соотвѣтствующая N полюсу, обыкновенно отсиняется (рис. 116).

Рис. 116.

При изготовленіи всѣхъ этихъ магнитовъ стремятся достигнуть равномѣрнаго намагниченія ихъ и полученія симметрично расположенныхъ полюсовъ.

672. *Прямая линія, соединяющая полюсы, называется магнитною осью магнита.* Очевидно, что въ магнитахъ прямолинейномъ и дискообразномъ магнитная ось проходитъ въ самой массѣ стали, а въ подковообразномъ, колоколообразномъ и кольцеобразномъ — отчасти въ воздухѣ въ пространствѣ между полю-

сами магнитовъ (см. рис. 117, на которомъ означена магнитная ось *ns* и безразличная линія *AB* подковообразнаго магнита).

Даже при возможно правильномъ намагничиваніи магнитная ось не совпадаетъ вполнѣ съ геометрическою осью магнита, такъ какъ полюсы развѣ лишь случайно могутъ быть точно расположены на геометрической оси, обыкновенно же лежатъ нѣсколько отступя отъ нея. Рис. 118 представляетъ примѣръ положенія магнитной оси и полюсовъ въ магнитной иглѣ[1]).

673. Если кольцеобразный магнитъ подвѣсить въ безразличной полосѣ на нити, какъ это показано на рис. 119, то онъ уста-

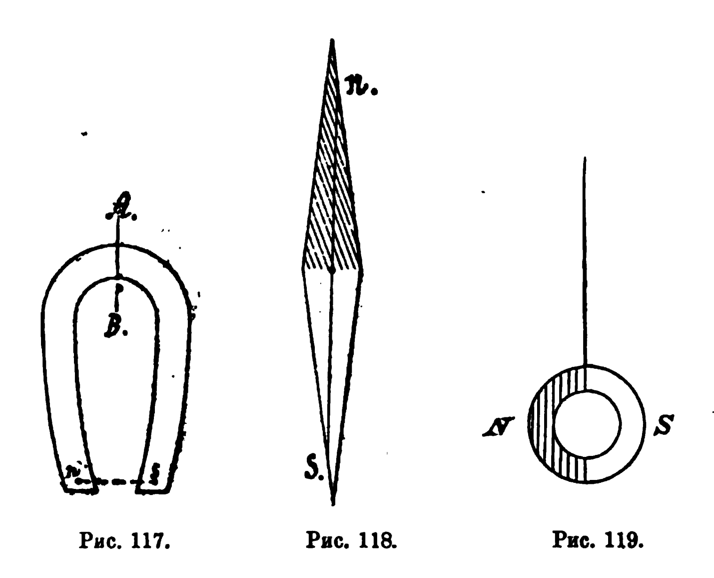


Рис. 117. Рис. 118. Рис. 119.

навливается въ магнитномъ меридіанѣ, подобно всякому другому магниту, такъ какъ полюсы его имѣютъ фиксированное положеніе. Если между полюсами подковообразнаго магнита помѣстить въ направленіи линій силъ желѣзный дискъ или желѣзное кольцо, то они пріобрѣтаютъ такую же полярность, какъ вышеупомянутый намагниченный стальной дискъ, съ тою разницею, что полярность пріобрѣтаемая желѣзомъ есть явленіе временное, исчезающее по

[1]) Доказательство несовпаденія обѣихъ осей, см. примѣчаніе на стр. 530—531.

удаленіи желѣза изъ магнитнаго поля. Если желѣзное кольцо или дискъ вращать въ межполюсномъ пространствѣ, то временно индуктированные полюсы перемѣщаются по мѣрѣ вращенія, сохраняя постоянное положеніе относительно полюсовъ индуктирующаго магнита. Такимъ образомъ, мы получаемъ *перемѣщающіеся полюсы.*

674. *Стальное кольце можетъ быть намагничено еще и такимъ образомъ, что биполярные молекулы всюду будутъ образовывать замкнутыя круговыя цѣпи въ массѣ кольца по окружности его* (рис. 120). Такого рода намагниченіе достигается слѣдующимъ образомъ: чрезъ центръ маленькаго стальнаго кольца протягиваютъ въ направленіи оси его проволоку (рис. 121) и

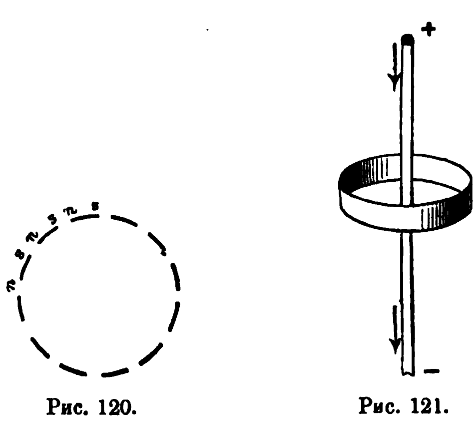


Рис. 120. Рис. 121.

пропускаютъ чрезъ нее токъ въ нѣсколько амперъ. По прекращеніи дѣйствія тока мы не можемъ обнаружить въ кольцѣ намагниченія: оно не имѣетъ полюсовъ, не притягиваетъ желѣзныхъ опилокъ, не устанавливается въ магнитномъ меридіанѣ, въ какомъ бы положеніи мы ни подвѣсили его на нити. Это и понятно: силовыя линіи замкнуты въ массѣ кольца и потому послѣднее не окружено магнитнымъ полемъ подобно всякому другому намагниченному тѣлу. Если, однако, разломить кольцо на двѣ или болѣе части, то каждая изъ нихъ оказывается настоящимъ магнитомъ, какъ это прямо слѣдуетъ изъ расположенія молекулъ въ такомъ *трансверсально намагниченномъ кольцѣ.*

675. Для полученія сильныхъ магнитовъ не берутъ стальныхъ брусковъ значительной толщины, а устраиваютъ такъ называемые *магнитные магазины*, накладывая другъ на друга, одноименными полюсами вмѣстѣ, нѣсколько одинаковыхъ, тонкихъ, сильно намагниченныхъ стальныхъ полосъ. Магнитная сила такой системы значительно превосходитъ магнитную силу бруска, по массѣ равнаго суммѣ полосъ, составляющихъ магнитный магазинъ; но, вмѣстѣ съ тѣмъ, магнитная сила магазина оказывается меньше, чѣмъ сумма магнитныхъ силъ отдѣльныхъ полосъ. Причина перваго явленія заключается въ томъ, что, при всѣхъ способахъ намагничиванія, молекулы въ поверхностныхъ слояхъ стали оріентируются сильнѣе, чѣмъ молекулы въ глубоколежащихъ слояхъ. Въ самомъ дѣлѣ, намагнитимъ ли мы стальной брусокъ треніемъ о полюсы магнита, или помѣстивъ брусокъ въ магнитное поле соленоида (см. главу объ электромагнитахъ), на поверхностные слои бруска непремѣнно дѣйствуетъ болѣе сильное магнитное поле, чѣмъ на слои, глубже лежащіе. Поэтому то, изслѣдуя притягательную силу въ различныхъ частяхъ полярной плоскости магнита (или электромагнита), мы находимъ, что периферія полярной плоскости притягиваетъ желѣзный стерженекъ, служащій для испытанія силы притяженія, сильнѣе, чѣмъ центръ ея. Отсюда легко понять, что магнитный магазинъ, состоящій изъ тонкихъ, слѣдовательно равномѣрно намагниченныхъ стальныхъ полосъ, долженъ обладать большею магнитною силой, чѣмъ массивный магнитъ, по массѣ равный упомянутому магазину. Что касается того факта, что магнитная сила магазина всегда менѣе суммы магнитныхъ силъ отдѣльныхъ полосъ, его составляющихъ, то причина этого заключается во взаимномъ ослабленіи одноименныхъ полюсовъ отдѣльныхъ полосъ, ослабленіи, зависящемъ отъ того, что одноименные полюсы индуктируютъ другъ въ другѣ магнитныя массы обратнаго знака. Чтобы уменьшить вредную взаимную индукцію между одноименными полюсами полосъ, составляющихъ магнитный магазинъ, полюсы эти нѣсколько удаляютъ другъ отъ друга, раздѣляя ихъ

тонкими полосками латуни, послѣ чего концы отдѣльныхъ полосъ соединяютъ на обѣихъ сторонахъ оправой изъ мягкаго желѣза (рис. 122). Тогда, подъ вліяніемъ индукціи, соприкасающіяся съ полюсами части оправъ получаютъ полярность, разноименную съ индуктирующими полюсами, а конечныя части оправъ — одноименную съ ними.

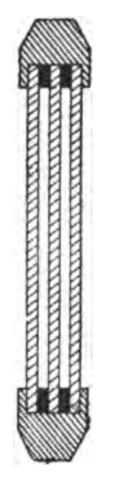


Рис. 122.

Практическое значеніе имѣютъ въ особенности магнитные магазины, составленные изъ подковообразно согнутыхъ стальныхъ намагниченныхъ полосъ. Особенною силою отличаются подковообразные магазины Жамэна (Jamin), составленные изъ сильно намагниченныхъ, согнутыхъ въ дугу, широкихъ часовыхъ пружинъ. Даже большіе (тяжелые) магазины этого рода удерживаютъ притянутою массу желѣза, превосходящую болѣе чѣмъ въ 50 разъ вѣсъ магазина, тогда какъ массивный подковообразный магнитъ, вѣсящій около фунта, рѣдко можетъ удержать грузъ болѣе 20 фунтовъ.

676. Замѣчательное вліяніе на силу только что изготовленнаго магнита оказываетъ внезапное отрываніе отъ полюсовъ его притянутаго якоря: если къ оконечностямъ еще не намагниченной стальной подковы приложить желѣзный брусокъ (якорь), намагнитить подкову тѣмъ или инымъ способомъ, и затѣмъ опредѣлить силу, впервые отрывающую вышеупомянутый якорь, то оказывается, что сила эта почти вдвое превышаетъ ту, которая нужна будетъ для того, чтобы вторично оторвать тотъ же якорь, вновь притянутый магнитомъ. Послѣдующія отрыванія якоря уже не оказываютъ вліянія на силу магнита. Явленіе это объясняется тѣмъ, что магнитное насыщеніе въ замкнутомъ магнитѣ можетъ быть доведено до большей степени, чѣмъ насыщеніе магнита, полюсы коего якоремъ не соединены, такъ какъ очевидно, что биполярные молекулы всегда сильнѣе оріентируются *въ замкнутые ряды;* послѣ перваго же отрыванія якоря часть оріентировки молекулъ утрачивается.

677. Итакъ, наперекоръ тому, что обыкновенно сообщается въ различныхъ руководствахъ, *повторное отрываніе якоря не ослабляетъ магнита, зато вредно вліяетъ на силу его всякое сотрясеніе, въ томъ числѣ и удары о полюсы притягиваемымъ якоремъ*. Поэтому, якорь должно осторожно *накладывать* на полюсы, отрывать же его можно безъ опасенія. Что касается вреднаго вліянія сотрясеній вообще, то должно замѣтить, что одинъ сильный ударъ въ направленіи магнитной оси уже значительно ослабляетъ стальной магнитъ и совершенно размагничиваетъ намагниченное мягкое желѣзо. Явленіе это объясняется механическимъ перемѣщеніемъ доселѣ сильно оріентированныхъ биполярныхъ молекулъ. Замѣчательно, что мягкое желѣзо, подвергаемое въ магнитномъ полѣ продолжительному ряду ударовъ, пріобрѣтаетъ со временемъ бóльшую задерживающую силу (это наблюдается, напр., относительно сердечниковъ электромагнитовъ, подверженныхъ въ теченіе долгаго времени ударамъ со стороны, притягиваемаго ими якоря, въ самопишущихъ приборахъ и т. п.).

678. До сихъ поръ мы говорили лишь объ отношеніи *магнитныхъ* тѣлъ къ дѣйствію на нихъ магнитной силы, подразумѣвая подъ магнитными тѣлами такія, которыя подвергаются магнитной индукціи въ уже извѣстномъ намъ смыслѣ и потому притягиваются магнитомъ. Опытъ показываетъ, что *очень сильные магниты, помимо общеизвѣстныхъ магнитныхъ тѣлъ, (каковы желѣзо и его сплавы, никкель, кобальтъ, марганецъ и вольфрамъ), притягиваютъ еще и другіе металлы, не имѣющіе техническаго значенія, а также и большинство солей магнитныхъ металловъ въ твердомъ видѣ и въ растворахъ, далѣе различныя жидкости и даже газы* (напр. кислородъ). Наконецъ, опытъ показываетъ, что очень сильные магниты *дѣйствуютъ вообще на всѣ тѣла, либо притягивая, либо отталкивая ихъ:* такъ напр., пламя свѣчи, висмутовый шарикъ и многія другія тѣла *отталкиваются обоими полюсами* сильнаго электромагнита; поэтому брусокъ изъ висмута, горизонтально подвѣшенный между полю-

сами электромагнита, устанавливается не параллельно магнитной оси, соединяющей полюсы, а перпендикулярно къ ней. *Тѣла, отталкиваемыя обоими полюсами магнита, называются діамагнитными*, въ отличіе отъ магнитныхъ (называемыхъ также *парамагнитными*).

Разсмотримъ причину явленій *діамагнетизма*. Такъ какъ линіи силъ, между точками (полюсами) которыя онѣ соединяютъ, стремятся принять кратчайшее направленіе (§ 649), другими словами, стремятся укоротиться, то въ средѣ, которую силовыя линіи пронизываютъ, происходитъ *натяженіе* въ направленіи ихъ. Съ другой стороны, такъ какъ силовыя линіи одного направленія взаимно отталкиваются (§ 649), то въ той же средѣ происходитъ *давленіе* между линіями силъ въ направленіи къ нимъ перпендикулярномъ (нормальномъ). Принявъ это въ соображеніе, представимъ себѣ теперь висмутовый шарикъ (*Bi*), помѣщеннымъ близь какого либо полюса (*A*) сильнаго магнита, какъ это видно на рис. 123 (видъ сверху). Если шарикъ отталкивается

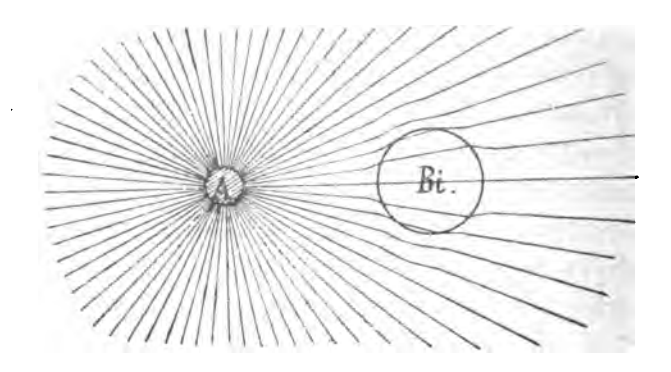


Рис. 123.

полюсомъ, то это можетъ произойти только вслѣдствіе того, что чрезъ массу шарика проходитъ менѣе силовыхъ линій, чѣмъ чрезъ окружающую его среду (воздухъ); слѣдовательно вслѣдствіе того, что магнитная проводимость (коэффиціентъ μ — § 659) шарика менѣе таковой воздуха. Въ самомъ дѣлѣ, изъ рас-

положенія силовыхъ линій на рис. 123 видно, что шарикъ долженъ испытывать давленіе въ направленіи отъ A къ Bi, вслѣдствіе чего онъ и будетъ отталкиваться одинаково обоими полюсами магнита. Такимъ образомъ, явленіе діамагнетизма отнюдь не доказываетъ, чтобы въ діамагнитномъ веществѣ возникала магнитная индукція, по направленію обратная обыкновенной (какъ это полагали прежде).

Разсуждая такимъ же путемъ, легко понять, почему висмутовый стержень устанавливается въ неравномѣрномъ магнитномъ полѣ между полюсами подковообразнаго магнита въ направленіи перпендикулярномъ къ магнитной оси послѣдняго.

Если вышеприведенное разсужденіе вѣрно, то очевидно, что тѣло, само по себѣ (т. е. въ воздухѣ) парамагнитное, будетъ относиться къ магниту какъ тѣло діамагнитное, если его наблюдать въ средѣ болѣе парамагнитной, чѣмъ собственное его вещество. Опытъ оправдываетъ это заключеніе и, такимъ образомъ, подтверждаетъ всю теорію. Въ самомъ дѣлѣ, растворы парамагнитныхъ солей тѣмъ болѣе магнитны, чѣмъ болѣе они концентрованы. Если, поэтому, наполнить тонкостѣнную стеклянную трубку слабымъ растворомъ хлорнаго желѣза и подвѣсить ее горизонтально на шелковинкѣ въ насыщенномъ растворѣ той же соли, находящемся въ тонкостѣнномъ стеклянномъ сосудѣ между полюсами сильнаго подковообразнаго электромагнита, то оказывается, что жидкость въ трубкѣ относится къ магниту, какъ тѣло діамагнитное, тогда какъ въ воздухѣ она магнитна.

Такимъ образомъ, *особаго рода діамагнитныхъ тѣлъ не существуетъ:* магнитная сила на всѣ тѣла дѣйствуетъ одинаково по существу и различно лишь по степени. *Явленія діамагнетизма обнаруживаютъ тѣла, коэффиціентъ μ магнитной индукціи коихъ менѣе таковаго же коэффиціента окружающей ихъ среды.* Такъ какъ для воздуха коэффиціентъ $\mu = 1$, то въ воздухѣ діамагнитны тѣ тѣла, коэффиціенты μ индукціи коихъ менѣе единицы. Во всякомъ случаѣ, означенный коэффиціентъ всегда бо-

лѣе нуля, ибо тѣлъ непроницаемыхъ для линій силъ магнитнаго поля не существуетъ.

679. Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что дѣйствіе магнита вдаль измѣняется даже окружающими его «немагнитными» тѣлами, ибо линіи силъ, пронизывая послѣднія, до извѣстной степени отклоняются отъ первоначальнаго своего направленія. Если же обыкновенно говорятъ, что немагнитныя тѣла на дѣйствіе магнита вдаль вліянія не оказываютъ, то говорятъ это только потому, что измѣненіе магнитной силы немагнитною средой—ничтожно. Въ самомъ дѣлѣ, опредѣливъ уголъ, на который отклонилась свободно вращающаяся магнитная стрѣлка изъ первоначальнаго положенія своего покоя подъ вліяніемъ приближеннаго къ ней магнита, мы не замѣчаемъ, чтобы уголъ этотъ измѣнился, если между стрѣлкой и магнитомъ будемъ помѣщать листы картона, мѣди, латуни, дерево, стекло, мраморъ и т. п., или если стрѣлку окружимъ толстыми цилиндрами, изготовленными изъ этихъ веществъ.

XXXVI. Магнитное поле земли и дѣйствіе его на магнитную стрѣлку.

680. Разсмотримъ прежде всего *направленіе силовыхъ линій магнитнаго поля земли.*

Если обѣ половины легкой стальной стрѣлки *ns* (рис. 124) вполнѣ симметричны, то стрѣлка, будучи укрѣплена на подвижной горизонтальной оси въ латунной рамкѣ *a*, сохранитъ равновѣсіе въ горизонтальной плоскости; если рамку *a* подвѣсить на шелковинкѣ *b* и стрѣлку намагнитить, то послѣдняя, свободно вращаясь одновременно вокругъ горизонтальной и вертикальной осей, установится въ направленіи линій силъ магнитнаго поля земли (сравн. § 648). При этомъ сѣверный полюсъ стрѣлки направится къ сѣверу, южный — къ югу, но, кромѣ того, одинъ изъ полюсовъ опустится внизъ: въ сѣверномъ полушаріи — сѣверный полюсъ, въ южномъ — южный, и лишь вблизи экватора

стрѣлка мало или вовсе не выйдетъ изъ горизонтальной плоскости, въ которой она установилась до намагниченія.

Уголъ, образуемый магнитною осью стрѣлки съ горизонтальною плоскостью, называется *угломъ магнитнаго наклоненія;* въ С.-Петербургѣ уголъ этотъ равенъ почти 71° (рис. 124). Въ двухъ точкахъ земной поверхности, а именно подъ 70° 05′ сѣверной широты и 263° 15′ долготы отъ о. Ферро и подъ 76° южной широты и 171° долготы, — уголъ наклоненія равенъ 90°. Эти точки называются *магнитными полюсами земли*[1]). Такимъ образомъ, *магнитные полюсы земли не совпадаютъ съ географическими.*

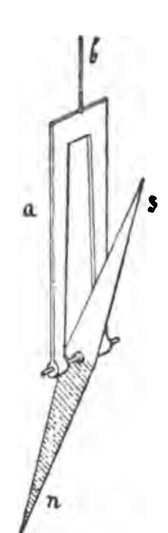


Рис. 124.

Итакъ, мы видимъ, что *силовыя линіи магнитнаго поля земли имѣютъ такое направленіе, какъ силовыя линіи, окружающія прямолинейный магнитъ* (сравн. рис. 96, стр. 489): онѣ исходятъ на югѣ изъ сѣвернаго магнитнаго полюса земли, распространяются со всѣхъ сторонъ въ атмосферѣ и массѣ земнаго шара, вновь соединяясь на сѣверѣ у южнаго магнитнаго полюса. Слѣдовательно, земной шаръ намагниченъ такъ, какъ если бы въ срединѣ его помѣщался прямолинейный магнитный стержень, южный полюсъ котораго направленъ къ сѣверу, сѣверный — къ югу, магнитная же ось составляетъ съ осью вращенія земли уголъ въ 15°.

681. Магнитныя тѣла въ магнитномъ полѣ земли, какъ и во всякомъ другомъ магнитномъ полѣ, пріобрѣтаютъ вслѣдствіе индукціи временный или постоянный магнетизмъ. При этомъ, магнитныя тѣла, установленныя *въ направленіи линій силъ* магнитнаго поля земли, намагничиваются имъ особенно сильно; та-

[1]) Первое опредѣленіе было сдѣлано въ 1831 г. капитаномъ Джономъ Россомъ (John Ross), второе — въ 1840 г. капитаномъ Джемсомъ Россомъ (James Ross). Но опредѣленія эти, во-первыхъ, не могутъ претендовать на большую точность, во-вторыхъ же, какъ мы увидимъ ниже (§ 685), магнитные полюсы вообще не имѣютъ вполнѣ постояннаго положенія.

кимъ образомъ, можно довольно сильно намагнитить стальной брусокъ, установивъ его въ направленіи магнитнаго наклоненія и сообщивъ ему нѣсколько сотрясеній ударами молотка по верхнему его концу (§ 646). Отсюда понятно почему всегда оказываются намагниченными стамезки, долота и т. п. инструменты въ мастерскихъ, равно какъ и вертикально стоящія желѣзныя и стальныя прутья, газовыя трубы и т. п. предметы; газовыя трубы въ зданіяхъ *N* полюсъ всегда имѣютъ въ части, обращенной внизъ (§ 680)[1]).

682. *Вертикальная плоскость*, *въ которой устанавливается магнитная стрѣлка*, *свободно вращающаяся вокругъ вертикальной и горизонтальной осей*, *или магнитная стрѣлка*, *вращающаяся лишь вокругъ вертикальной оси*, — *называется плоскостью магнитнаго меридіана даннаго мѣста*. Линія пересѣченія этой плоскости съ земною поверхностью называется магнитнымъ меридіаномъ[2]).

683. Такъ какъ магнитные меридіаны пересѣкаются между собою у магнитныхъ полюсовъ, а послѣдніе не совпадаютъ съ географическими полюсами, то и *географическіе меридіаны не совпадаютъ съ магнитными*, а пересѣкаются съ ними подъ различными углами. *Уголъ*, *образуемый магнитною осью стрѣлки*, *установившейся въ магнитномъ меридіанѣ*, *съ географическимъ меридіаномъ мѣста наблюденія*, *называется угломъ магнитнаго склоненія*. Уголъ склоненія можетъ быть *западнымъ* или *восточнымъ*, смотря по тому, отклоняется ли сѣверный полюсъ стрѣлки

---

[1]) Въ сѣверномъ полушаріи, — въ южномъ же, очевидно, *N* полюсъ будетъ вверху.

[2]) Выраженіе — «магнитная стрѣлка устанавливается въ плоскости магнитнаго меридіана» — можетъ повести къ недоразумѣніямъ, такъ какъ можно предположить, что съ меридіаномъ совпадаетъ *геометрическая* ось стрѣлки, тогда какъ очевидно, что въ меридіанѣ устанавливается *магнитная* ось ея, не совпадающая (§ 672) съ геометрическою. Поэтому, если напр. стрѣлка имѣетъ обычную форму вытянутаго ромба, то концы ея никоимъ образомъ не указываютъ точно на положеніе меридіана. Для опредѣленія послѣдняго, а слѣдовательно и для опредѣленія положенія магнитной оси стрѣлки, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: въ центрѣ длинной стрѣлки прикрѣпляютъ латунную ось

на западъ или на востокъ отъ географическаго меридіана, проходящаго чрезъ центръ вращенія стрѣлки.

684. Какъ *уголъ магнитнаго склоненія*, такъ и *уголъ наклоненія для каждой точки земной поверхности не суть величины постоянныя, а подвержены извѣстнымъ измѣненіямъ.* При тѣхъ практическихъ цѣляхъ, которыя мы преслѣдуемъ въ этой книгѣ, ни абсолютная величина *угла наклоненія* въ различныхъ точкахъ

съ двумя ушками на концахъ (рис. 125), такъ что стрѣлку можно подвѣсить на нити, продѣтой по произволу въ то или другое ушко, вслѣдствіе чего *верхней* будетъ то та, то другая плоская сторона стрѣлки. Если стрѣлка будетъ висѣть въ центрѣ раздѣленнаго на градусы круга, то концы ея будутъ указывать на различныя дѣленія смотря по тому, какая сторона ея обращена вверхъ, ибо въ обоихъ случаяхъ положеніе *магнитной* оси по отношенію къ магнитному меридіану, а слѣдовательно и къ дѣленіямъ круга, останется неизмѣннымъ, геометрическая же ось будетъ лежать разъ на западъ и разъ на

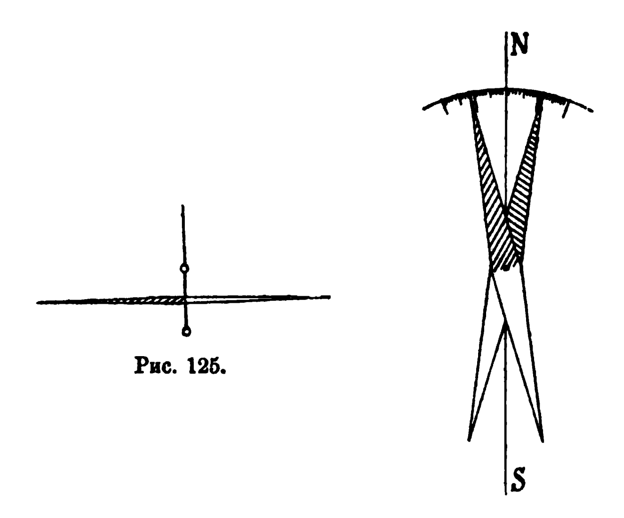


Рис. 125.

Рис. 126.

востокъ отъ того дѣленія, чрезъ которое проходитъ плоскость магнитнаго меридіана. На рис. 126 линія *NS* есть магнитный меридіанъ и, слѣдовательно, продолженіе *магнитной оси* стрѣлки, концы которой, при двухъ способахъ подвѣшиванія, устанавливаются поперемѣнно на право и на лѣво отъ меридіана на одинаковый уголъ. Такимъ образомъ, положеніе меридіана находимъ, раздѣливъ пополамъ уголъ, образуемый концами и осью вращенія стрѣлки при двухъ положеніяхъ ея. На рисункѣ для наглядности взята стрѣлка, магнитная ось коей утрировано удалена отъ геометрической.

34*

земной поверхности, ни измѣненія этой величины подъ вліяніемъ различныхъ причинъ — не имѣютъ для насъ интереса. Точно также не интересны для насъ опредѣленія *абсолютной величины угла склоненія* въ различпыхъ мѣстахъ земнаго шара, а важно лишь знакомство съ характеромъ тѣхъ измѣненій, которымъ непрерывно подвержена послѣдняя величина.

685. *Измпненія (варіаціи) угла склоненія* имѣютъ частію *правильный, періодическій*, частію *неправильный характеръ*. Къ первымъ относятся: a) *суточныя* и b) *годовыя* и *вѣковыя варіаціи склоненія;* ко вторымъ—болѣе или менѣе значительныя *безпорядочныя нарушенія нормальнаго хода склоненій*, особенно рѣзко выраженныя во время такъ называемыхъ *магнитныхъ бурь*.

a) Въ умѣренныхъ широтахъ Европы, между восходомъ солнца и 2—5ч пополудни (въ Петербургѣ отъ 8—9ч утра до 1—2ч пополудни), *N* полюсъ стрѣлки движется въ направленіи къ западу, а затѣмъ возвращается обратно (къ востоку), причемъ до захода солнца движеніе стрѣлки значительно быстрѣе, чѣмъ ночью. *Амплитуда суточнаго склоненія*, т. е. величина угла между двумя крайними положеніями стрѣлки, въ теплое время года значительнѣе, чѣмъ въ холодное. Такимъ образомъ, отъ апрѣля до сентября средняя амплитуда суточныхъ варіацій склоненій въ среднихъ широтахъ Европы $=0°13'$ до $0°15'$, а для остальныхъ мѣсяцевъ $= 0°08'$ до $0°10'$ (въ Петербургѣ амплитуда въ первомъ случаѣ достигаетъ $0°12'$, во второмъ же $=0°03'$ до $0°08'$); бываютъ дни, когда она достигаетъ $0°25'$ и, наоборотъ, — когда ограничивается $0°05'$. Отъ полюсовъ къ экватору амплитуда склоненій уменьшается и вблизи экватора почти равна нулю.

Разсмотрѣніе кривыхъ, нанесенныхъ магнетографами (приборами, измѣряющими и записывающими при помощи фотографіи варіаціи тѣхъ или другихъ элементовъ земнаго магнетизма)[1]),

[1]) Элементами земнаго магнетизма называютъ тѣ величины, которыми характеризуется направленіе и напряженіе магнитнаго поля земли; слѣдовательно съ одной стороны: магнитное склоненіе и наклоненіе, съ другой — общее напряженіе магнитнаго поля и напряженія горизонтальной и вертикальной составляющихъ его.

показываетъ, что въ каждомъ мѣсяцѣ встрѣчаются такіе дни, для которыхъ записанныя кривыя имѣютъ правильный характеръ, т. е. въ кривыхъ незамѣчается случайныхъ нарушеній въ ту или другую сторону отъ типичнаго ихъ хода. Такихъ *нормальныхъ дней* въ мѣсяцѣ немного (менѣе $^1/_4$), но все же на основаніи ихъ можно составить такъ называемую *нормальную кривую магнитнаго склоненія* для даннаго мѣсяца. Сличеніе такихъ кривыхъ, полученныхъ за время цѣлаго года, показываетъ, что (для Павловска, rspct. С.-Петербурга) мѣсяцы

январь и декабрь
февраль » ноябрь
мартъ » октябрь
апрѣль » сентябрь
май » августъ
іюнь » іюль

имѣютъ тождественныя кривыя. Такимъ образомъ получаемъ 6 кривыхъ, изображенныхъ въ вышеприведенномъ порядкѣ на рис. 127 [1]), изъ разсмотрѣнія которыхъ легко убѣдиться, что амплитуда склоненій возрастаетъ отъ января до іюня и затѣмъ уменьшается отъ іюля до декабря. Абсолютныя величины варіацій склоненій легко опредѣлить изъ помѣщенныхъ здѣсь кривыхъ, принявъ въ соображеніе, что 4 миллиметра повышенія или пониженія кривой соотвѣтствуютъ измѣненію склоненія на 0° 02′.

Всѣ *отклоненія отъ нормальнаго хода* склоненія составляютъ т. н. *нарушенія хода склоненія*. Такія нарушенія встрѣчаются, какъ сказано, почти ежедневно и особенно рѣзко выражены утромъ и вечеромъ. Поэтому кривыя, составленныя не на основа-

---

1) Заимствовано изъ статьи «P. A. Müller'a: «Normaler täglicher Gang und Störungen erdmagnetischer Elemente in Pawlowsk». Repertorium f. Meteorologie, herausgegeben von. d. Academie d. Wissenschaften St. Petersburg; Bd. X. См. подробнѣе въ статьѣ Wild'a: «Normaler Gang und Störungen erdmagnetischer Declination». Mélanges physiques tirés du Bulletin de l'Académie. T. XIII, p. 49—66.

ніи нормальныхъ дней, а на основаніи средняго вывода за одни и

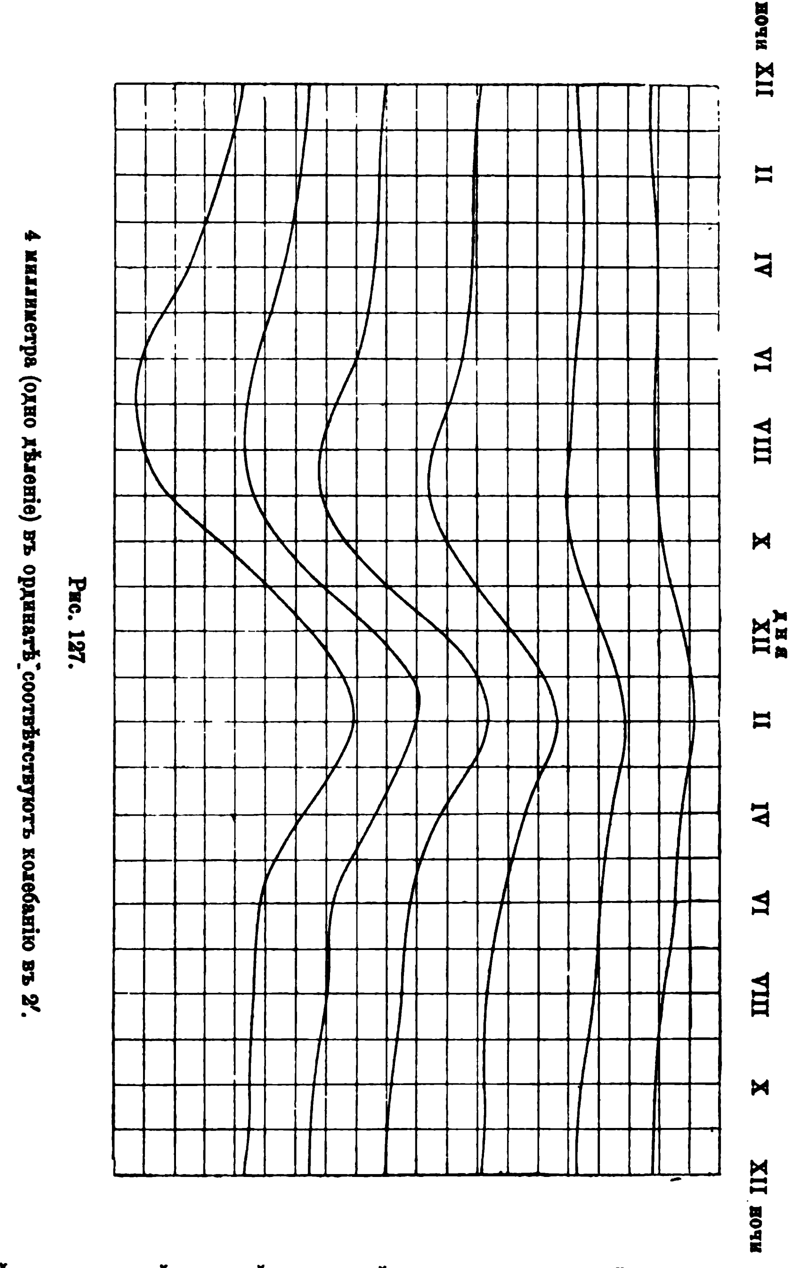


Рис. 127.

4 миллиметра (одно дѣленіе) въ ординатѣ соотвѣтствуютъ колебанію въ 2°.

тѣ же часы цѣлаго мѣсяца, имѣютъ неправильный характеръ.

Суточныя варіаціи склоненія, вслѣдствіе незначительности ихъ амплитуды, почти не отражаются на положеніи стрѣлки компаса и обыкновенныхъ гальванометровъ съ короткими указательными стрѣлками. Напротивъ, онѣ рѣзко обнаруживаются при наблюденіяхъ съ зеркальными гальванометрами; здѣсь отклоненіе магнита на 0° 01′ при разстояніи шкалы отъ зеркала всего въ 1719 миллиметровъ соотвѣтствуетъ уже перемѣщенію изображенія нулевой точки шкалы на 1 миллиметръ отъ первоначальнаго ея положенія. Вслѣдствіе этого варіаціи склоненія обусловливаютъ здѣсь непрерывное, хотя и медленное, перемѣщеніе нулевой точки шкалы.

b) Годичныя и вѣковыя варіаціи склоненій, несмотря на свою значительную величину [1]), не представляютъ *для насъ* практическаго интереса, но въ связи съ вышесказаннымъ позволяютъ заключить, что магнитные полюсы земли не имѣютъ постояннаго положенія, а медленно перемѣщаются.

686. Что касается *нарушеній нормальнаго хода склоненій*, то, какъ уже было сказано, таковыя особенно рѣзко выражены во время т. н. *магнитныхъ бурь*. *Магнитными бурями называются неожиданно наступающія, неправильныя и значительныя измѣненія въ направленіи и напряженіи магнитнаго поля земли*. Во время такихъ бурь амплитуда варіацій склоненія въ теченіе нѣсколькихъ часовъ можетъ увеличиться болѣе, чѣмъ на 2° противъ нормы. Движенія магнитной стрѣлки при этомъ совершенно неправильны: стрѣлка и днемъ и ночью часто измѣняетъ направленіе своего движенія. Продолжительность магнитныхъ бурь колеблется отъ нѣсколькихъ часовъ до нѣсколькихъ сутокъ [2]). Само собою разумѣется, что всякія гальванометрическія наблю-

---

[1]) Такъ напр., за періодъ въ 150 лѣтъ склоненіе для Парижа измѣнилось на 22° 34′, а именно: въ 1663 году оно было = 0, а въ 1814 году = 22° 34′ на западъ. Съ тѣхъ поръ оно вновь уменьшилось, и теперь (январь 1891 года) = 15° 36′.

[2]) Кривая хода склоненій во время сильной магнитной бури изображена ниже на рис. 130, стр. 543.

денія, особенно съ чувствительными зеркальными гальванометрами, во время магнитныхъ бурь совершенно невозможны.

687. Какъ мы уже говорили, на ограниченномъ пространствѣ, свободномъ отъ магнитовъ и магнитныхъ тѣлъ, *напряженіе магнитнаго поля земли* можно принять вполнѣ равномѣрнымъ, такъ какъ на такомъ пространствѣ магнитныя линіи силъ поля могутъ быть приняты вполнѣ параллельными и равноотстоящими другъ отъ друга. Въ дѣйствительности намъ не приходится имѣть дѣла съ такимъ равномѣрнымъ полемъ, такъ какъ въ чертѣ городовъ и внутри обыкновенныхъ зданій, гдѣ мы производимъ наши наблюденія, всегда содержатся значительныя массы желѣза, совершенно измѣняющія равномѣрность магнитнаго поля земли. О равномѣрномъ полѣ внутри зданій можетъ быть рѣчь лишь въ томъ случаѣ, когда зданія эти удалены отъ жилья и построены безъ участія желѣза. Въ нашихъ же лабораторіяхъ напряженіе магнитнаго поля даже въ различныхъ мѣстахъ одной и той же комнаты весьма различно, и въ сущности мы имѣемъ тамъ дѣло не съ магнитнымъ полемъ *земли*, а съ нѣкоторымъ неравномѣрнымъ полемъ, обусловленнымъ отчасти магнетизмомъ земли, отчасти же намагниченными предметами (сравн. § 692).

688. Что касается собственно магнитнаго поля земли, то понятно, что напряженіе его значительнѣе всего у магнитныхъ полюсовъ и слабѣе всего у магнитнаго экватора, такъ какъ линіи силъ земнаго магнитнаго поля гуще всего у полюсовъ и расходятся по направленію къ экватору. Напряженіе магнитнаго поля земли (такъ называемое *полное напряженіе земнаго магнетизма*) въ Европѣ составляетъ 0,38 до 0,53 абсолютной единицы [1]) напряженія, возрастая въ направленіи отъ юго-запада къ сѣверовостоку.

Абсолютная величина напряженія земнаго магнетизма подвержена на всемъ земномъ шарѣ непрерывнымъ измѣненіямъ. Различаютъ правильныя періодическія варіаціи (суточныя и го-

[1]) Крайніе предѣлы для поверхности земнаго шара = 0,3 до 0,7.

довыя) и варіаціи неправильнаго характера. Ходъ измѣненій полнаго напряженія земнаго магнетизма мы разсматривать не будемъ, но ознакомимся ниже (§ 690) съ варіаціями горизонтальной составляющей его.

689. Мы видѣли, что магнитная стрѣлка, свободно вращающаяся одновременно вокругъ горизонтальной и вертикальной осей, устанавливается въ направленіи линій силъ магнитнаго поля земли и, такимъ образомъ, находится подъ вліяніемъ всей силы земнаго магнетизма. Всякую силу, дѣйствующую въ извѣстномъ направленіи, мы можемъ мысленно разложить на ея *составляющія*, т. е. на двѣ или болѣе такія силы, сумма дѣйствій которыхъ по величинѣ и направленію равнялась бы дѣйствію основной силы. Практически важенъ для насъ тотъ случай, когда данную силу требуется разложить на двѣ составляющія, причемъ даны направленія послѣднихъ. Съ такимъ именно случаемъ мы имѣемъ дѣло при анализѣ силы земнаго магнетизма: мы знаемъ абсолютную величину и направленіе силы магнитнаго поля земли въ данномъ мѣстѣ, требуется же найти, во-первыхъ, ту часть этой силы, которая дѣйствуетъ на магнитную стрѣлку, подвижную лишь въ горизонтальной плоскости[1]), слѣдовательно *горизонтальную составляющую земнаго магнетизма* и, во-вторыхъ, часть силы, дѣйствующей подъ прямымъ угломъ къ названной, слѣдовательно *вертикальную составляющую земнаго магнетизма*.

Пусть магнитная стрѣлка, свободно вращающаяся одновременно вокругъ горизонтальной и вертикальной осей, установилась въ пространствѣ въ нѣкоторомъ направленіи BA (рис. 128) подъ угломъ α къ горизонтальной плоскости CD, причемъ предполагается, что плоскость рисунка (бумага) соотвѣтствуетъ плоскости магнитнаго меридіана, а уголъ α равенъ углу наклоненія стрѣлки въ данномъ мѣстѣ. Пусть, далѣе, длина линіи AB выражаетъ величину полнаго напряженія магнитнаго поля земли. Тогда одна

---

[1]) Стрѣлку обыкновенныхъ (горизонтальныхъ) и зеркальныхъ гальванометровъ.

изъ вышеупомянутыхъ воображаемыхъ составляющихъ силы BA, — горизонтальная, будетъ дѣйствовать въ направленіи BC, другая, — вертикальная, очевидно, въ направленіи $B\mathfrak{J}$. Разъ какъ *дано направленіе* этихъ составляющихъ, то, для того, чтобы найти *величину* ихъ, поступаемъ по правилу параллелограмма силъ: чрезъ точку A проводимъ линіи, параллельныя къ направленіямъ BC и $B\mathfrak{J}$, до пересѣченія съ послѣдними, слѣдовательно линіи AE и AF; тогда линіи BF и BE и выразятъ величины (напряженія) горизонтальной и вертикальной составляющихъ. Тригонометрія даетъ намъ возможность рѣшить ту же задачу безъ помощи чертежа. Въ самомъ дѣлѣ, мы видѣли, что въ прямоугольномъ треугольникѣ ABF (рис. 127) катетъ $\overline{BF}$ представляетъ абсолютную величину напряженія горизонтальной составляющей H, а гипотенуза $\overline{AB}$ — полное напряженіе магнитнаго поля земли, равное извѣстной намъ величинѣ $\mathfrak{J}$; отсюда

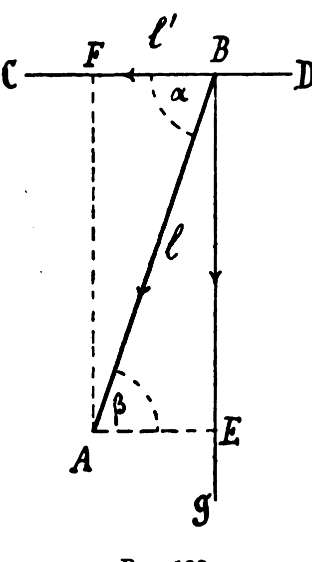


Рис. 128.

$$\overline{BF} = \overline{AB} \cos \alpha$$

другими словами,

$$H = \mathfrak{J} \cos \alpha$$

т. е. *горизонтальная составляющая земнаго магнетизма равна произведенію величины полнаго напряженія магнитнаго поля земли на косинусъ угла наклоненія магнитной стрѣлки въ мѣстѣ наблюденія.*

Для случая, изображеннаго на рис. 128, уголъ наклоненія $\alpha = 70° 40'$ (С.-Петербургъ), а полное напряженіе магнитнаго

поля $= 0{,}498$ абсолютной единицы. Отсюда, горизонтальная составляющая

$$H = \mathfrak{J} \cos\alpha = 0{,}493 \,.\, \cos 70^{\circ}\, 40'$$

$$= 0{,}498 \,.\, 0{,}33106 = 0{,}1649 \text{ абсолютной единицы,}$$

что и соотвѣтствуетъ дѣйствительности.

Точно также находимъ, что вертикальная составляющая $= \mathfrak{J} \sin\beta = \mathfrak{J} \sin\alpha$ (такъ какъ — рис. 128 — уголъ $\beta = \alpha$).

Напряженіе горизонтальной составляющей въ важнѣйшихъ городахъ Европы за 1890 годъ.

Берлинъ	0,186
Бернъ	0,206
Боннъ	0,190
Варшава	0,193
Вѣна	0,207
Галле	0,190
Гамбургъ	0,180
Гейдельбергъ	0,196
Гельсингфорсъ	0,161
Гиссенъ	0,192
Геттингенъ	0,189
Грейфсвальдъ	0,180
Дерптъ	0,170
Дрезденъ	0,193
Женева	0,213
Инсбрукъ	0,207
Іена	0,196
Казань	0,184
Кенигсбергъ	0,181
Кіевъ	0,208
Лейпцигъ	0,191
Лондонъ	0,181

Миланъ	0,214
Москва	0,185
Мюнхенъ	0,204
Одесса	0,229
Парижъ	0,195
С.-Петербургъ	0,165
Прага	0,197
Римъ	0,300
Страсбургъ	0,199
Франкфуртъ н. М.	0,193
Цюрихъ	0,205
Харьковъ	0,214
Эрлангенъ	0,201

690. Приведенныя здѣсь числа представляютъ лишь среднія величины горизонтальной составляющей, такъ какъ послѣдняя на всемъ земномъ шарѣ подвержена непрерывнымъ измѣненіямъ въ зависимости отъ соотвѣтствующихъ варіацій полнаго напряженія земнаго магнетизма (§ 688). Поэтому по отношенію къ горизонтальной составляющей различаютъ опять-таки *періодическія варіаціи* — a) *суточныя* и b) *годовыя* — и *неправильныя нарушенія нормальныхъ суточныхъ варіацій,* особенно рѣзкія во время магнитныхъ бурь.

a) Въ умѣренныхъ широтахъ Европы напряженіе горизонтальной составляющей уменьшается начиная съ 9—10ч вечера, достигаетъ минимума къ 10ч утра и затѣмъ вновь возрастаетъ, достигая максимума въ 9—10ч вечера. Наиболѣе рѣзкія измѣненія горизонтальная составляющая претерпѣваетъ между 4ч утра и 3ч пополудни, наиболѣе покойное состояніе напряженія магнитное поле представляетъ между 5ч пополудни и 6ч пополуночи. Въ зимніе мѣсяцы амплитуды варіацій напряженія менѣе значительны, чѣмъ въ лѣтнее время.

Кривыя, рис. 129, представляющія нормальный ходъ варіацій горизонтальной составляющей для С.-Петербурга, составлены

по тѣмъ же правиламъ, что и кривыя, рис. 127 (§ 685); абсо-

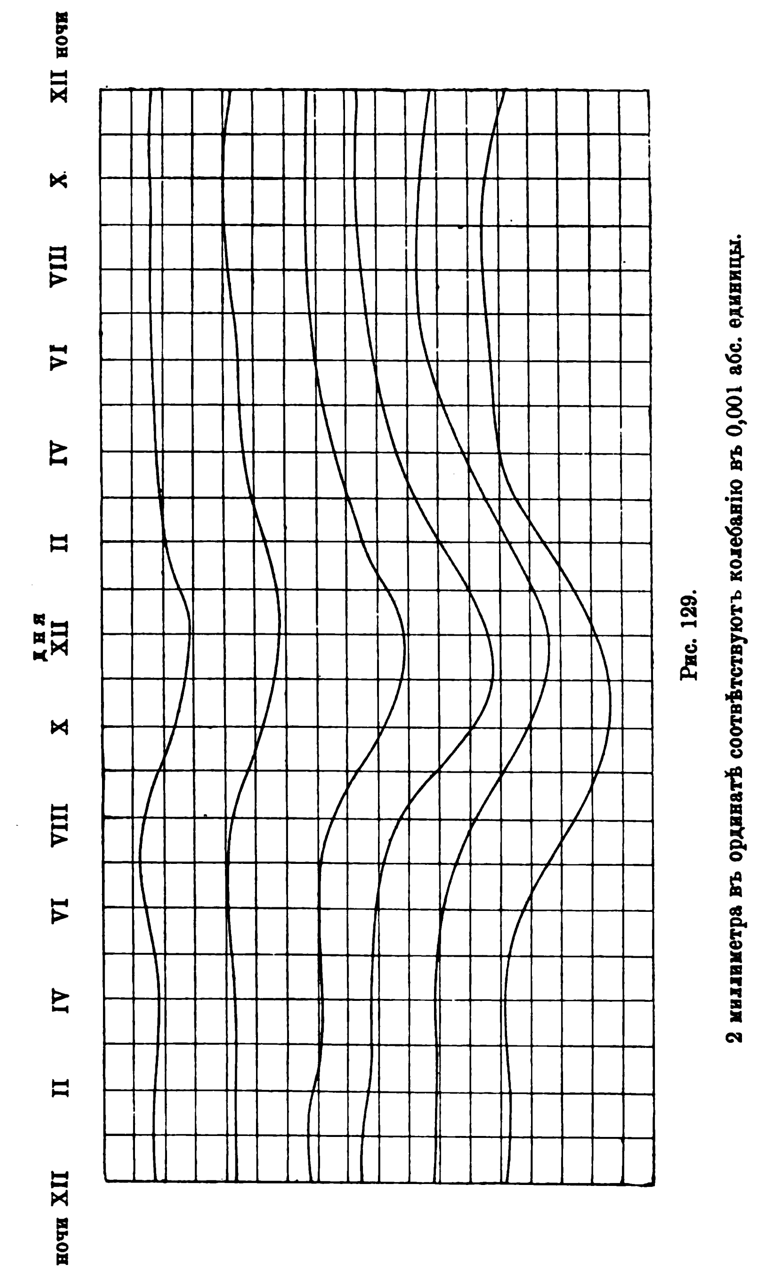


Рис. 129.

2 миллиметра въ ординатѣ соотвѣтствуютъ колебанію въ 0,001 абс. единицы.

лютныя величины варіацій легко опредѣлить изъ этихъ кривыхъ,

принявъ въ соображеніе, что 2 миллиметра повышенія или пониженія кривой соотвѣтствуютъ измѣненію напряженія на 0,001 абсолютной единицы.

Сравнивая кривыя рис. 127 и 129, мы видимъ, что въ Петербургѣ наибольшее состояніе покоя магнитнаго поля, въ смыслѣ напряженія и направленія, мы имѣемъ между 7—8ч пополудни и 4ч пополуночи.

b) Что касается годовыхъ измѣненій, то въ средней Европѣ абсолютная величина горизонтальной составляющей возрастаетъ ежегодно приблизительно на 0,0002 абсолютной единицы, въ восточной же части европейской Россіи уменьшается приблизительно на ту же величину.

691. *Нарушенія нормальнаго хода суточныхъ варіацій горизонтальной составляющей*, подобно нарушеніямъ нормальнаго суточнаго хода склоненій, наблюдаются почти ежедневно, въ одни мѣсяцы и годы чаще, въ другіе — рѣже. Во время магнитныхъ бурь напряженіе горизонтальной составляющей подвергается особенно сильнымъ, неправильнымъ и продолжительнымъ колебаніямъ: въ теченіе одного часа измѣненіе напряженія можетъ превзойти 0,0015 абсолютной единицы. При этомъ, чѣмъ ближе къ полюсамъ, тѣмъ рѣзче выражены явленія магнитной бури.

Рис. 130 представляетъ варіаціи магнитнаго склоненія и напряженія горизонтальной составляющей въ Павловскѣ во время значительной магнитной бури, наблюдавшейся съ 11-го по 14-е августа (нов. стиля) 1880 года[1]. При этомъ *ND* означаетъ кривую нормальнаго хода склоненія, *GD* — нарушенный ходъ склоненія во время магнитной бури, *NH*—нормальный ходъ варіацій горизонтальной составляющей, *GH*—нарушенный ходъ[2]).

Магнитныя бури встрѣчаются не особенно часто, но дни съ

---

[1]) Заимствовано изъ статьи H. Wild'a: «Ueber das magnetische Ungewitter vom 11—14 August 1880». Mélanges physiques et chimiques tirés du Bulletin de l'Académie des Sciences de St. Pétersbourg, T. XI, p. 415.

[2]) Варіаціи во время бури означены *ломаной* кривой потому, что для нихъ мы имѣли не непрерывныя, а лишь ежечасныя наблюденія.

значительными, хотя и кратковременными нарушеніями нормальнаго хода склоненія и напряженія не рѣдки (въ С.-Петербургѣ они составляютъ не менѣе 20% всѣхъ дней года).

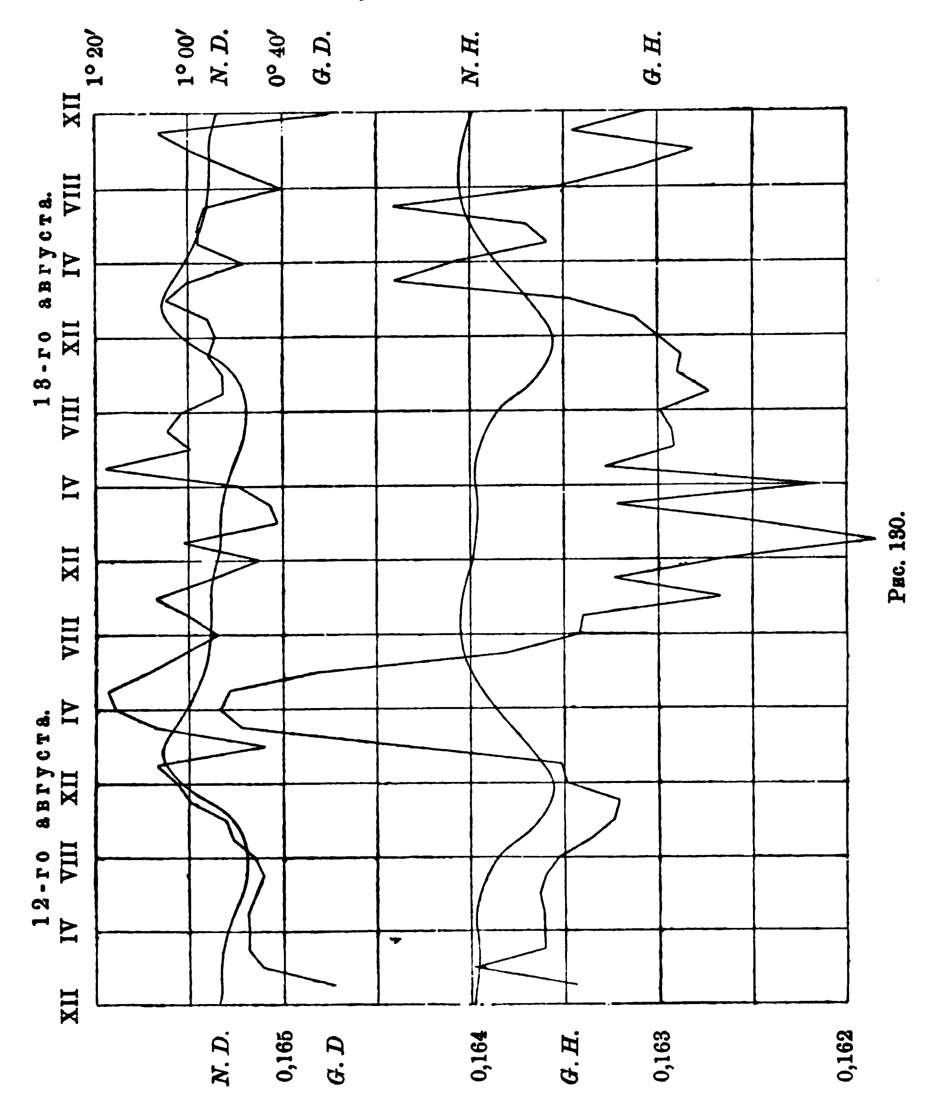


Рис. 130.

692. Обращаемъ вниманіе на то, что въ нашихъ лабораторіяхъ и вообще въ зданіяхъ, находящихся въ чертѣ города, величина горизонтальной составляющей не можетъ быть принята

равной той, которая обозначена для даннаго города въ приведенной въ § 689 таблицѣ. Числа этой таблицы заимствованы изъ наблюденій, произведенныхъ въ мѣстностяхъ, далеко отстоявшихъ отъ жилищъ и всякаго рода магнитныхъ массъ, непосредственное сосѣдство коихъ рѣзко измѣняетъ состояніе магнитнаго поля земли (§ 664). Слѣдующая таблица, составленная изъ ряда магнитныхъ измѣреній, произведенныхъ мною въ январѣ 1892 года въ помѣщеніи физіологической лабораторіи Императорской Академіи Наукъ, можетъ служить хорошею иллюстраціей сказаннаго. Въ то время, какъ нормальное напряженіе горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли для С.-Петербурга равно 0,165 абсолютной единицы, въ различныхъ мѣстахъ лабораторіи найдено:

Комната.	Мѣсто въ комнатѣ.	Отношеніе положенія магнетометра къ ближайшимъ магнитнымъ тѣламъ и магнитамъ.	*H*
Комната для электрометрическихъ наблюденій.	Центръ стола передъ окномъ.	*Спереди* — желѣзная оконная рама на разстояніи 1 метра отъ магнетометра. *Слѣва* — на разстояніи 1,5 метра, на кронштейнѣ три гальванометра съ колоколообразными магнитами. *Справа* — на такомъ же разстояніи — одинъ гальванометръ въ желѣзной бронѣ, 1 электродинамометръ съ двумя и 1 электрометръ съ однимъ направляющимъ магнитомъ. *Сзади* — на разстояніи 1,5 метра, желѣзный станокъ цинковаго стола. Помимо того, въ окружности много газовыхъ трубъ, стальныхъ и чугунныхъ приборовъ; на разстояніи 3—4 метровъ еще нѣсколько магнитныхъ приборовъ.	0,315
	Центръ мраморной плиты въ окнѣ въ средней стѣнѣ.	*Спереди* желѣза нѣтъ. *Слѣва* — на разстояніи 1,4 метра, двѣ чугунныя водопроводныя раковины другъ противъ друга по обѣ стороны стѣны. *Справа* — въ непосредственномъ сосѣдствѣ желѣза нѣтъ, но на разстояніи 2,5—3,5 метра разные большіе чугунные и стальные приборы. *Сзади* — на разстояніи 2,5 метра, большіе чугунные приборы.	0,296
	Центръ стола въ срединѣ комнаты.	*Спереди* — на разстояніи 30 сантиметровъ, массивный неподвижный чугунный штативъ, далѣе, на разстояніи 2 метровъ, микрогальванометръ и баллистическій гальванометръ, оба въ желѣзныхъ броняхъ, триполярный электрометръ Эдельманна. *Слѣва* — на разстояніи 70 сантиметровъ, чугунныя и стальныя части кимографа и извратителя тока. *Справа* — на разстояніи 3 метровъ, описанное выше окно съ гальванометрами по обѣ стороны. *Сзади* — на разстояніи 2,5 метра, обѣ чугунныя водопроводныя раковины.	0,276

Комната.	Мѣсто въ комнатѣ.	Отношеніе положенія магнетометра къ ближайшимъ магнитнымъ тѣламъ и магнитамъ.	H
Кабинетъ директора.	Средина комнаты.	Значительныхъ желѣзныхъ массъ во всей комнатѣ, кромѣ нѣкоторыхъ частей изразцовой печи, удаленной на 2 метра отъ магнетометра, и небольшаго количества газовыхъ трубъ на потолкѣ — не имѣется. Въ окнѣ, отстоящемъ на 4 метра отъ магнетометра, желѣзная двойная рама. — За стѣнами комнаты вблизи значительныхъ массъ желѣза также нѣтъ.	0,235

Изъ этихъ сопоставленій видно, что напряженіе горизонтальной составляющей въ нѣкоторыхъ мѣстахъ лабораторіи превышаетъ нормальное напряженіе на 91%, и даже въ комнатѣ, не содержащей значительныхъ массъ желѣза, выше нормы на 42%.

693. При всѣхъ интересующихъ насъ гальванометрическихъ измѣреніяхъ величина *вертикальной* составляющей для насъ безразлична и весь интересъ сводится къ дѣйствію на магнитъ гальванометра *горизонтальной* составляющей земнаго магнетизма.

Прежде чѣмъ обратиться къ разсмотрѣнію этого дѣйствія, необходимо припомнить нѣкоторыя основныя положенія механики, которыя мы и считаемъ нужнымъ здѣсь предпослать.

694. Начнемъ съ опредѣленія понятія о *«массѣ»* и *«вѣсѣ»* тѣла.

Всѣ тѣла притягиваются къ центру земли, вслѣдствіе чего они, находясь на поверхности послѣдней, оказываютъ на нее давленіе. О силѣ притяженія мы можемъ судить по величинѣ давленія, оказываемаго тѣломъ, по *тяжести* этого тѣла. Если два однородныхъ или разнородныхъ тѣла оказываютъ одинаковое давленіе, то мы говоримъ, что массы ихъ одинаковы. Не требуетъ доказательства, что сила притяженія тѣла землею возрастаетъ пропорціонально массѣ его. *Масса тѣла опредѣляетъ количество матеріи его образующей и потому есть величина вполнѣ неизмѣнная.* Такъ напр., 1 куб. сантиметръ чистой воды, взятой при 4° С. и заключенной въ сосудъ, представляетъ собою вполнѣ постоянную массу, тогда какъ объемъ воды и физическое состояніе ея будутъ измѣняться въ зависимости отъ температуры.

695. Такъ какъ земля не имѣетъ формы правильнаго шара, а сплющена въ направленіи между полюсами, то поверхность у полюсовъ всего менѣе, а у экватора всего болѣе удалена отъ центра земли, а потому сила притяженія тѣлъ, находящихся на поверхности земли, къ центру послѣдней — у полюсовъ наиболѣе значительна и уменьшается отсюда по направленію къ экватору. Изъ этого не слѣдуетъ, однако, что данное тѣло вѣситъ на экваторѣ менѣе,

чѣмъ у полюсовъ. Въ самомъ дѣлѣ, взвѣшивая тѣло, мы опредѣляемъ отнюдь не силу притяженія его землею, а лишь *отношеніе* силы притяженія взвѣшиваемаго тѣла къ силѣ притяженія разъ навсегда опредѣленной массы нѣкотораго произвольно избраннаго нами вещества. Единицею сравненія, т. е. *абсолютною единицею массы*, условились считать 1 куб. сант. чистой воды при 4° C. и такую *массу* воды назвали *граммомъ*. Такимъ образомъ, **вѣсъ** ***тѣла опредѣляется отношеніемъ силы притяженія тѣла землею къ силѣ притяженія ею въ мѣстѣ наблюденія массы одного грамма*** (1 куб. с. воды). При этомъ абсолютныя величины силъ притяженія для насъ совершенно безразличны, отношеніе же ихъ другъ къ другу, очевидно, всюду и всегда останется неизмѣннымъ. Примѣръ: если мы говоримъ, что тѣло вѣситъ 10 граммъ, то этимъ мы хотимъ сказать, что въ данной и во всякой другой точкѣ земной поверхности, надъ поверхностью земли или подъ нею, тѣло притягивается къ центру земли съ силою въ 10 разъ превосходящею силу притяженія въ томъ же мѣстѣ массы одного куб. снтм. воды. Такъ какъ въ одной и той же точкѣ земной поверхности различныя тѣла притягиваются съ силою прямо пропорціональною массамъ ихъ, то *вѣсъ тѣла можетъ быть опредѣленъ какъ отношеніе массы его къ массѣ одного грамма*. Наборъ граммовыхъ разновѣсокъ есть наборъ такихъ массъ латуни, которыя, по силѣ притяженія ихъ землею, равны опредѣленнымъ массамъ чистой воды при 4° C. Какъ сказано, отношеніе это всюду будетъ одно и то же: если какое либо тѣло въ одной чашкѣ вѣсовъ уравновѣситъ разновѣсками, положенными въ другую, то равновѣсіе сохранится,— куда бы мы ни перемѣщали вѣсы [1]).

---

[1]) Приведенное опредѣленіе вѣса обыкновенно называютъ *относительнымъ вѣсомъ*, тогда какъ подъ *абсолютнымъ вѣсомъ* понимаютъ мѣру абсолютной силы притяженія тѣла землею. Мы сами придерживались послѣдняго опредѣленія въ § 577, но необходимости въ этомъ нѣтъ никакой, и различныя по существу опредѣленія понятія «вѣсъ» ведутъ лишь къ недоразумѣніямъ. Такъ напр., обыкновенно встрѣчаемъ такое опредѣленіе: «за единицу вѣса принятъ вѣсъ одного грамма *въ Парижѣ*, и необходимо непремѣнно указать на то обстоятельство, что вѣсъ грамма только тогда будетъ единицею вѣса, когда взвѣшиваніе произведено въ выше опредѣленномъ мѣстѣ, ибо въ другихъ мѣстахъ тотъ же граммъ можетъ вѣсить немного болѣе или менѣе, какъ это можно замѣтить на хорошихъ *пружинныхъ вѣсахъ*».... Такое опредѣленіе единицы вѣса можетъ вести къ недоразумѣніямъ, прежде всего потому, что приборъ, называемый пружинными «вѣсами», вообще не заслуживаетъ названія вѣсовъ: это настоящій измѣритель силы — *динамометръ*. Пружинными вѣсами мы непосредственно опредѣляемъ силу притяженія какого либо одного тѣла землею, а не сравниваемъ *одновременно* силу притяженія двухъ тѣлъ (взвѣшиваемаго и разновѣсокъ), какъ на обыкновенныхъ двуплечихъ вѣсахъ. Поэтому, показанія пружиннаго динамометра по отношенію къ одному и тому же тѣлу будутъ дѣйствительно нѣсколько различны въ различныхъ точкахъ земной поверхности. Впрочемъ, если динамометръ не очень чувствителенъ, то разницы не обнаружится, вслѣдствіе ничтожности ея: такъ напр., взвѣшивая тѣло въ различныхъ мѣстахъ земной поверхности при помощи пружин-

Разъ за единицу массы принятъ граммъ и при взвѣшиваніи мы опредѣляемъ отношеніе массъ различныхъ тѣлъ къ грамму, то *для краткости* граммъ можно назвать *единицею вѣса*; на самомъ же дѣлѣ въ послѣднемъ терминѣ нѣтъ никакой надобности [1]).

696. *Всякая матеріальная масса, предоставленная самой себѣ*, иначе говоря, изолированная отъ дѣйствія на нее всякихъ силъ, *должна вѣчно сохранить разъ приданную ей скорость и направленіе движенія* (*законъ инерціи*). Скорость, о которой здѣсь идетъ рѣчь, можетъ быть равна нулю, въ томъ смыслѣ, что масса можетъ не измѣнять своего положенія (не двигаться) по отношенію къ тѣламъ, ее окружающимъ, напр. по отношенію къ поверхности земли.

697. Скорость *опредѣляется величиною пути, пройденнаго тѣломъ въ единицу времени*. Такъ какъ въ абсолютной мѣрѣ единица длины равна одному сантиметру, а единица времени — одной секундѣ, то *абсолютною единицею скорости обладаетъ тѣло, проходящее путь въ 1 сантиметръ въ 1 секунду*. Такимъ образомъ, если тѣло въ теченіе τ секундъ прошло путь въ l сантиметровъ, то дѣйствительная или средняя скорость движенія тѣла (см. ниже) опредѣляется уравненіемъ

$$v = \frac{l}{\tau} \text{ абсолютнымъ единицамъ скорости.}$$

наго *безмена*, мы не замѣтимъ той разницы въ «вѣсѣ», о которой говорится въ вышеприведенной цитатѣ. Если бы эта разница «вѣса» была велика, то и самое употребленіе безмена въ общежитіи было бы немыслимо.

Относительно выраженія *абсолютный вѣсъ тѣла*, замѣтимъ еще, что употреблять его въ смыслѣ мѣры силы притяженія тѣла землею — вообще неудобно, ибо подъ абсолютнымъ вѣсомъ тѣла понимаютъ также *относительный вѣсъ* его, *опредѣленный въ безвоздушномъ пространствѣ*.

[1]) Послѣ всего сказаннаго очевидно, что выраженіе «*вѣсъ грамма*» — вообще не имѣетъ смысла; между тѣмъ, такое выраженіе было предложено для опредѣленія *грамма — какъ единицы вѣса*, въ отличіе отъ выраженія «*граммъ*», означающаго *единицу массы*. Точно также, лишь для техниковъ позволительно опредѣленіе работы въ *килограммометрахъ* (§§ 577 и 578), ибо величина эта недостаточно опредѣленна. Въ самомъ дѣлѣ, килограммометръ есть такая работа, которая затрачивается при поднятіи одного килограмма на высоту одного метра, — но, вѣдь, килограммъ въ различныхъ точкахъ земной поверхности притягивается землею съ разною силою, слѣдовательно и абсолютная величина килограммометра будетъ различна въ различныхъ мѣстахъ. Такъ напр., у экватора килограммъ притягивается землею съ силою 978000 динъ, а у полюсовъ съ силою 983200 динъ, слѣдовательно въ этихъ двухъ случаяхъ разница въ абсолютныхъ величинахъ работъ, измѣряемыхъ килограммометромъ, достигаетъ 0,53%. Такая ошибка не имѣетъ значенія для техника, особенно въ виду того, что ему не приходится дѣлать своихъ опредѣленій въ такихъ широкихъ предѣлахъ, какъ полюсы и экваторъ. Но для науки величина килограммометръ слишкомъ неопредѣленна и потому при научныхъ разсчетахъ предпочитаютъ опредѣлять работу въ эргахъ и мегаэргахъ.

698. Если тѣло въ послѣдовательныя единицы времени проходитъ одинаковыя величины пути и, такимъ образомъ, пройденный путь возрастаетъ пропорціонально времени, то мы говоримъ, что тѣлу придана *равномѣрная скорость*. Если же величина пройденнаго пути возрастаетъ не пропорціонально времени, то мы говоримъ, что тѣло получило нѣкоторое **ускореніе**: *положительное*, если скорость движенія тѣла возрастаетъ, и *отрицательное* — если она уменьшается.

Такимъ образомъ, ускореніе есть приращеніе скорости въ единицу времени. *Абсолютною единицею ускоренія называется такое ускореніе, при которомъ данная скорость измѣняется на единицу скорости въ каждую послѣдующую секунду.*

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что скорость v, опредѣленная изъ формулы

$$v = \frac{l}{\tau}$$

представляетъ *дѣйствительную скорость* движущагося тѣла только въ томъ случаѣ, если послѣднее обладало равномѣрною скоростью; въ случаѣ же, когда тѣло обладало ускореніемъ — величина v представляетъ *среднюю скорость* движенія за время τ. Наконецъ, въ случаѣ, когда тѣло обладаетъ ускореніемъ, *скоростью* движенія его *въ данный моментъ* называется та скорость, съ которою тѣло продолжало бы путь свой, если бы, начиная съ разсматриваемаго момента, дальнѣйшее движеніе тѣла происходило съ равномѣрною скоростью.

Когда сила, разъ начавшая дѣйствовать на тѣло, продолжаетъ дѣйствовать на него неизмѣнно и тѣло не встрѣчаетъ препятствія къ своему движенію, или встрѣчаетъ препятствіе постоянное для всего пути, то тѣло это пріобрѣтаетъ *равномѣрно ускоренное движеніе*. При равномѣрно ускоренномъ движеніи величина всего пройденнаго пути возрастаетъ пропорціонально квадрату времени движенія, т. е. если въ первую секунду тѣло прошло a сантиметровъ, то

въ двѣ	секунды	оно	пройдетъ	$2^2a =$	$4a$	стм.,
» три	»	»	»	$3^2a =$	$9a$	» ,
» четыре	»	»	»	$4^2a =$	$16a$	» ,
» n секундъ		»	»		n^2a	» .

Другими словами, тѣло, обладающее равномѣрно ускореннымъ движеніемъ, за время τ секундъ проходитъ путь

$$l = \tau^2 v_1 \text{ сантиметрамъ,}$$

гдѣ v_1 — средняя скорость движенія въ первую секунду, измѣренная въ абсолютныхъ единицахъ.

Для того, чтобы опредѣлить, какой путь пройдетъ тѣло въ n-ую секунду отъ начала движенія, другими словами, для того, чтобы опредѣлить среднюю скорость движенія тѣла въ n-ую секунду, мы должны вычесть изъ величины всего пути, пройденнаго тѣломъ за время n секундъ, величину того пути, ко-

торый оно прошло за время $n-1$ секундъ. Такимъ образомъ, находимъ, что если средняя скорость движенія въ первую секунду $= a$ стм., то тѣло

во вторую	секунду	пройдетъ	$4a - a$	$= 3a$ стм.,
» третью	»	»	$9a - 4a$	$= 5a$ » ,
» четвертую	»	»	$16a - 9a$	$= 7a$ » ,
» пятую	»	»	$25a - 16a$	$= 9a$ » ,
» n-ую	»	»	$n^2a - (n-1)^2a$	$= n.2a - a$ сантиметровъ,

или, средняя скорость тѣла въ n-ую секунду равна

$$v_n = a\,(2n-1) = v_1\,(2n-1).$$

Изъ послѣдняго столбца таблицы мы видимъ, что въ послѣдовательныя единицы времени тѣло проходитъ путь, возрастающій на одну и ту же величину, а именно на $2a$, т. е. на удвоенную скорость движенія тѣла въ первую секунду ($2v_1$). Такимъ образомъ, *при равномѣрно ускоренномъ движеніи тѣло пріобрѣтаетъ постоянное ускореніе, равное удвоенной средней скорости движенія въ первую секунду.*

Примѣръ: тѣло, падая въ пустотѣ, и проходя въ первую секунду 490,5 сантиметра, пріобрѣтаетъ равномѣрно ускоренное движеніе; спрашивается, какой путь пройдетъ оно въ 4 секунды и въ каждую изъ четырехъ секундъ?

Такъ какъ въ первую секунду тѣло проходитъ 490,5 стм., то пріобрѣтаемое имъ ускореніе = 981; слѣдовательно, величина пути, который пройдетъ тѣло въ 4 секунды, можетъ быть опредѣлена сложеніемъ отрѣзковъ пути, проходимыхъ тѣломъ въ послѣдовательныя единицы времени:

въ 1-ю	секунду	тѣло	проходитъ	490,5	стм.,
во 2-ю	»	»	» 490,5 + 981 =	1471,5	» ,
въ 3-ю	»	»	» 1471,5 + 981 =	2452,5	» ,
въ 4-ю	»	»	» 2452,5 + 981 =	3433,5	» ,

всего въ 4 секунды тѣло проходитъ . . . 7848 стм.

Тѣ же результаты мы получимъ и при вычисленіи по формуламъ:

$$v_n = v_1\,(2n-1)$$

и

$$l = \tau^2 v_1$$

напр., въ 4-ую секунду тѣло обладаетъ скоростью

$$= 490{,}5\,(2.4-1) = 3433{,}5 \text{ абсолютнымъ единицамъ}$$

и въ 4 секунды оно проходитъ путь

$$= 4^2.490{,}5 = 7848 \text{ сантиметрамъ.}$$

699. Ускореніе, пріобрѣтаемое свободно падающимъ тѣломъ подъ вліяніемъ неизмѣнной величины дѣйствующей на него силы притяженія землею, называется **ускореніемъ тяжести** и въ вычисленіяхъ обозначается буквою g. Ускореніе тяжести опредѣляется въ абсолютной мѣрѣ различными способами,

между прочимъ изъ наблюденія свободно падающихъ тѣлъ. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ $g = 2v_1$ и отсюда $v_1 = \frac{g}{2}$, то путь, проходимый свободно падающимъ тѣломъ въ τ секундъ,

$$= l = \tau^2 v_1 = \frac{\tau^2 g}{2}$$

откуда ускореніе тяжести въ мѣстѣ наблюденія

$$g = \frac{2l}{\tau^2}$$

Въ различныхъ мѣстахъ земной поверхности ускореніе тяжести различно по причинѣ различной силы притяженія тѣлъ землею (см. § 695); средняя величина ускоренія тяжести = 981 или, точнѣе, = 980,61 [1]). Зная величину ускоренія тяжести въ данномъ мѣстѣ, легко опредѣлить среднюю скорость v_n свободно падающаго тѣла въ n-ую секунду отъ начала паденія:

$$v_n = \frac{g(2n-1)}{2}$$

700. Изъ всего сказаннаго слѣдуетъ, что 1) *одна и та же масса, подъ вліяніемъ той или другой силы, получаетъ ускоренія, пропорціональныя величинамъ этихъ силъ;* 2) *различныя массы, при дѣйствіи на нихъ одной и той же силы, получаютъ ускоренія, обратно пропорціональныя величинамъ массъ.* Поэтому всѣ тѣла при свободномъ паденіи въ безвоздушномъ пространствѣ должны получить одинаковое ускореніе, т. е. должны падать съ одною и тою же скоростью, какова бы ни была масса и объемъ ихъ. Въ самомъ дѣлѣ, пусть одно изъ двухъ падающихъ тѣлъ имѣетъ массу, равную 10 граммамъ, масса же другаго =1 грамму: оба будутъ падать съ одинаковою скоростью потому что, хотя масса 10 граммъ и притягивается землею съ силою, въ 10 разъ превосходящею силу притяженія 1 грамма, но, зато, для приданія одинаковаго ускоренія десятерной массѣ требуется именно десятерная сила. Это же разсужденіе объясняетъ намъ, почему скорость качанія простаго маятника не зависитъ отъ величины подвѣшенной массы (§ 716).

701. Далѣе, изъ сказаннаго слѣдуетъ, что сила притяженія тѣла землею можетъ быть найдена, коль скоро извѣстна абсолютная величина ускоренія тяжести для даннаго мѣста. Въ самомъ дѣлѣ, если ускореніе тяжести $= g$, то очевидно, что на массу каждаго грамма падающаго (ergo и покоющагося) тѣла земля дѣйствуетъ постоянною силою притяженія, равною g динамъ. Поэтому, *сила притяженія землею тѣла, масса коего = m граммамъ, будетъ*

$$f = mg \text{ динамъ.}$$

Такимъ образомъ, находимъ, напр., что 10 граммъ притягиваются землею

въ Парижѣ съ силою $= 10 . 980{,}94 = 9809{,}4$ дина,
» С.-Петербургѣ » » $= 10 . 981{,}85 = 9818{,}5$ » .

---

[1]) Ибо таково ускореніе тяжести подъ 45° широты на уровнѣ моря. Въ Петербургѣ ускореніе тяжести = 981,85.

При этомъ, какъ уже было замѣчено въ § 695, нѣтъ надобности говорить, что 10 граммъ въ Парижѣ *«вѣсятъ»* 9809,4, а въ С.-Петербургѣ — 9818,5 дина.

702. **Силою** *мы называемъ ту причину, вслѣдствіе которой матеріальная масса измѣняетъ скорость или направленіе своего движенія. Абсолютная единица силы есть динъ*[1] — *сила, которая единицѣ массы придаетъ ускореніе, равное единицѣ.*

Такимъ образомъ, о величинѣ силы мы судимъ по ея проявленію, по вызываемому ею движенію, какого бы рода послѣднее ни было. Тѣмъ не менѣе, отсутствіе движенія не есть доказательство отсутствія силы, а лишь слѣдствіе равновѣсія противоположныхъ силъ: въ самомъ дѣлѣ, если на тѣло въ противоположныхъ направленіяхъ дѣйствуютъ двѣ равныя силы, то очевидно, что тѣло это останется неподвижнымъ.

Различаютъ силы *постоянныя* и *непостоянныя*, т. е. такія, которыя не измѣняются или измѣняются со временемъ въ величинѣ и направленіи своего дѣйствія. Наконецъ, различаютъ *мгновенную силу,* т. е. такую, которая дѣйствуетъ на тѣло въ нѣкоторомъ направленіи въ теченіе весьма короткаго времени.

703. Проявленіе силы есть **работа** (см. §§ 257 и 578). Мы говоримъ, что *сила производитъ работу, если сила на пути своего дѣйствія преодолѣваетъ нѣкоторое сопротивленіе, нѣкоторую ей противодѣйствующую силу.* Такъ напр., если сила, приложенная къ нѣкоторой массѣ m, поднимаетъ послѣднюю вертикально на высоту h, то при этомъ совершается работа, преодолѣвающая силу притяженія массы землею, — силу $= mg$. Очевидно, что для того, чтобы такая работа была возможна, необходимо, чтобы сила, приложенная къ массѣ m, была болѣе противодѣйствующей силы mg, ибо, въ противномъ случаѣ, движенія массы не произойдетъ, а безъ движенія—нѣтъ работы. Вмѣстѣ съ тѣмъ очевидно, что избытокъ силы, приложенной къ массѣ m — не вліяетъ на величину работы[2]), ибо противодѣйствующая сила mg вполнѣ преодолѣвается равною ей силою f. Такимъ образомъ, работа

$$\mathfrak{A} = mgh = fh$$

Если въ предшествующемъ примѣрѣ масса m будетъ поднята на высоту $= 2h$, то очевидно, что совершенная при этомъ работа будетъ вдвое больше противъ работы поднятія массы m на высоту h, ибо

$$mg \,.\, 2h = 2\mathfrak{A}$$

Поэтому, если дѣйствующая и равная ей противодѣйствующая силы постоянны, то *работа* $\mathfrak{A}$ *опредѣляется произведеніемъ силы* f *на то разстояніе* λ, *на которомъ перемѣщается точка приложенія силы* или, иначе, *на которомъ преодолѣвается противодѣйствующая сила:*

$$\mathfrak{A} = f\lambda$$

---

[1]) См. § 257.

[2]) Не должно смѣшивать величину совершаемой работы съ *эффектомъ работы* (§ 579): чѣмъ больше приложенная къ массѣ m сила, тѣмъ *скорѣе* масса эта будетъ поднята на высоту h, тѣмъ значительнѣе будетъ *эффектъ* неизмѣнной работы mgh.

704. *Способность производить работу называется вообще* **энергіей**, причемъ энергія можетъ быть *скрытая* и *явная*. Такъ напр., покоющаяся масса обладаетъ скрытой или *потенціальной энергіей*, тогда какъ движущаяся масса обладаетъ явной или *кинетической энергіей* (называемой также *живою силой*). Мы не можемъ измѣрить энергію какъ таковую, но ясно, что энергія должна быть равна всей той работѣ, которая на счетъ ея произведена. Итакъ, запасъ энергіи, предполагаемый скопленнымъ въ тѣлѣ, можетъ быть опредѣленъ по величинѣ произведенной работы, разъ какъ энергія перешла въ работу. Поэтому энергію $\mathfrak{E}$ движущагося тѣла вообще опредѣлить не трудно:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{A}.$$

Въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ, что нѣкоторое тѣло обладаетъ равномѣрнымъ отрицательнымъ ускореніемъ (§ 698), причемъ средняя скорость движенія тѣла въ первую секунду $= v_1$, конечная же скорость разумѣется $= 0$. Тогда очевидно, что средняя скорость за все время движенія тѣла

$$= \frac{v_1}{2}$$

Если, при этомъ, скорость v_1 въ каждую послѣдующую единицу времени убываетъ на нѣкоторую величину a, то тѣло придетъ въ покой черезъ

$$\frac{v_1}{a} \text{ секундъ,}$$

ибо ежесекундное уменьшеніе скорости движущагося тѣла на величину a можетъ продолжаться лишь столько секундъ, сколько разъ величина a содержится въ величинѣ v_1. Отсюда слѣдуетъ, что весь путь λ, который пройдетъ тѣло, будетъ равенъ средней скорости $\frac{v_1}{2}$ за все время движенія, умноженной на продолжительность послѣдняго:

$$\lambda = \frac{v_1}{2} \cdot \frac{v_1}{a} = \frac{v_1^2}{2a}$$

Мы уже знаемъ, что работа $\mathfrak{A}$, совершаемая движущимся тѣломъ, равна произведенію постоянной силы f на то разстояніе, на которомъ сила эта преодолѣвается. Преодолѣваемая при движеніи тѣла сила f въ нашемъ случаѣ есть та самая, которая у движущагося тѣла въ каждую секунду отнимаетъ a единицъ скорости[1]). Поэтому, если масса тѣла $= m$, то

$$f = ma$$

ибо сила есть произведеніе массы на ускореніе, а величина a и есть въ этомъ

---

[1]) Пусть, напр., движущееся тѣло есть камень, брошенный вверхъ, — тогда преодолѣваемая при движеніи его постоянная сила f есть сила притяженія камня землею: $f = mg = ma$.

случаѣ постоянное отрицательное ускореніе, приданное тѣлу. Отсюда, вся работа, которую тѣло произведетъ, пройдя путь λ, будетъ

$$\mathfrak{A} = f\lambda$$

или, подставивъ сюда найденныя для f и λ выраженія:

$$\mathfrak{A} = ma.\frac{v_1^2}{2a}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{mv_1^2}{2}$$

А такъ какъ энергія измѣряется всею произведенною на счетъ ея работою, то

$$\frac{mv_1^2}{2} = \mathfrak{E}$$

т. е. $\mathfrak{E}$ есть та энергія, которою обладало тѣло въ началѣ своего движенія.

Если скорость (v_1), время $\left(\frac{v_1}{a}\right)$, путь ($\lambda$) и масса ($m$) измѣрялись въ абсолютныхъ единицахъ (въ секундахъ, сантиметрахъ и граммахъ), то и сила (f) и работа ($\mathfrak{A}$) получатся въ единицахъ той же мѣры (въ динахъ и эргахъ), а потому въ абсолютной мѣрѣ выразится и вычисленная энергія тѣла, причемъ *абсолютная величина энергіи тождественна съ абсолютною величиною работы и такъ же какъ послѣдняя измѣряется въ эргахъ.*

Очевидно, что приведенный выводъ кинетической энергіи есть общій для всѣхъ случаевъ; такъ напр., если тѣло, масса коего $= m$, обладаетъ равномѣрнымъ положительнымъ ускореніемъ, и скорость движенія *въ данный моментъ* $= v$, то произведенная тѣломъ до разсматриваемаго момента работа, resp. затраченная энергія, $= \frac{mv^2}{2}$.

705. *Дѣйствіе какой-либо силы на тѣло не зависитъ ни отъ состоянія тѣла, ни отъ дѣйствія на него другихъ силъ.* Результатъ же дѣйствія на тѣло нѣсколькихъ силъ таковъ, какъ если бы на тѣло дѣйствовала лишь одна сила, *равнодѣйствующая* всѣмъ *составляющимъ* ее (т. е. всѣмъ силамъ, приложеннымъ къ тѣлу). Не требуетъ доказательства, что *въ случаѣ, если двѣ силы дѣйствуютъ на нѣкоторую точку въ одномъ направленіи, то равнодѣйствующая имъ равна суммѣ составляющихъ; въ случаѣ же, когда двѣ силы дѣйствуютъ въ направленіяхъ діаметрально противоположныхъ,— равнодѣйствующая имъ равна разности составляющихъ и направлена въ сторону дѣйствія большей силы.* Въ

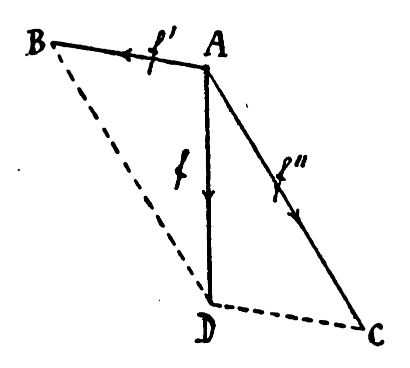


Рис. 131.

случаѣ, когда двѣ постоянныя силы дѣйствуютъ на нѣкоторую точку *подъ угломъ* другъ къ другу, то величина и направленіе равнодѣйствующей могутъ быть опредѣлены геометрическимъ построеніемъ, извѣстнымъ подъ названіемъ *параллелограмма силъ*. Для этого, дѣйствующія на нѣкоторую точку A (рис. 131) составляющія силы f' и f'' изображаемъ прямыми линіями (AB и AC), сходящимися въ точкѣ A, причемъ направленія линій соотвѣтствуютъ направленіямъ составляющихъ, а длина линій — пропорціональна величинамъ послѣднихъ.

Въ случаѣ, изображенномъ на чертежѣ, $f'=1$, а $f''=2$. Направленіе и величина равнодѣйствующей f опредѣлятся діагональю AD параллелограмма, построеннаго на силахъ AB и AC. Изъ чертежа мы видимъ, что равнодѣйствующая $f=1{,}55$ силы f'.

Такимъ образомъ, *чрезъ сложеніе двухъ постоянныхъ силъ, дѣйствующихъ подъ угломъ, получается третья, направленіе и величина которой опредѣляются діагональю параллелограмма силъ*. Очевидно, что *ускореніе, пріобрѣтаемое тѣломъ подъ вліяніемъ двухъ постоянныхъ силъ, дѣйствующихъ на него подъ нѣкоторымъ угломъ, пропорціонально величинѣ равнодѣйствующей силы и обратно пропорціонально массѣ тѣла.*

706. Если даны направленіе и величина нѣкоторой силы и требуется замѣнить ее двумя составляющими (*разложить на двѣ силы*), дѣйствующими *въ данныхъ направленіяхъ*, то величины этихъ составляющихъ также опредѣляются параллелограммомъ силъ. Пусть на точку A (рис. 132) дѣйствуетъ нѣкоторая сила f въ направленіи AB; требуется замѣнить эту силу двумя составляющими f' и f'', дѣйствующими въ направленіяхъ AC и AD. Для этого на данныхъ направленіяхъ строимъ такой параллелограммъ, діагональ котораго составляла бы разлагаемая сила ($f=AB$). Тогда величины искомыхъ составляющихъ (f' и f'') опредѣлятся длиною сторонъ параллелограмма (AE и AF), сходящихся у точки приложенія (A) силъ (сравн. чертежъ 128, стр. 538).

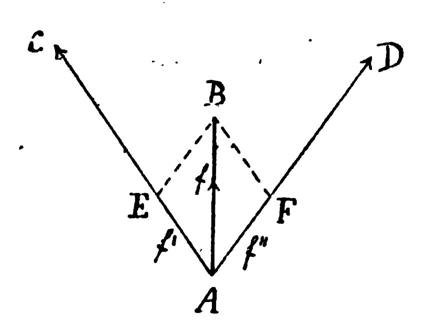


Рис. 132.

707. До сихъ поръ мы разсматривали прямолинейное движеніе и видѣли, что таковое получается: 1) въ случаѣ движенія тѣла исключительно по инерціи, 2) въ случаѣ дѣйствія на тѣло лишь одной силы, 3) въ случаѣ дѣйствія на тѣло нѣсколькихъ постоянныхъ силъ. При несоблюденіи этихъ условій получается *криволинейное движеніе.*

Изъ различныхъ случаевъ криволинейнаго движенія насъ интересуетъ только движеніе тѣла вокругъ неподвижной оси. Представимъ себѣ, что на нѣкоторую массу m (рис. 133) подѣйствовала мгновенная сила f въ направленіи ma и въ то же время періодически дѣйствуетъ мгновенная неизмѣняющаяся въ величинѣ сила f' въ направленіи къ неподвижной точкѣ с. Если промежутки времени между дѣйствіями силы f' равны малой величинѣ τ и масса во

время τ подъ вліяніемъ одной лишь силы *f* прошла бы путь *mb*, а подъ вліяніемъ одной лишь силы *f'* — путь *md*, то очевидно, что подъ вліяніемъ обѣихъ силъ она пройдетъ путь *me*. Достигнувъ точки *e*, масса двигалась бы далѣе въ принятомъ ею направленіи *mh*, если бы въ этотъ моментъ на нее вновь не подѣйствовала сила *f'*, вслѣдствіе чего масса должна принять направленіи *ei*. Разсматривая такимъ образомъ далѣе условія движенія массы *m*, мы найдемъ, что принимаемый ею путь тѣмъ болѣе приблизится къ кругу, описанному вокругъ точки *c*, чѣмъ незначительнѣе періоды τ между дѣйствіями силы *f'* на движущуюся по инерціи массу *m*. Отсюда не трудно понять, что если сила *f*, подѣйствовавшая на массу *m* въ направленіи *ma*, была мгновенною (толчекъ), въ направленіи же къ *c* дѣйствуетъ сила (*f'*) постоянная, то масса принуждена будетъ описывать кругъ около точки *c* Поэтому тѣло, соединенное нитью или стержнемъ съ неподвижною точкой, должно вращаться вокругъ нея, коль скоро ему будетъ данъ импульсъ мгновенною силой, подѣйствовавшею подъ угломъ къ радіусу вращенія; въ этомъ случаѣ препятствіе, представляемое неподатливостью нити или стержня, дѣйствуетъ на тѣло какъ сила, направленная къ центру вращенія.

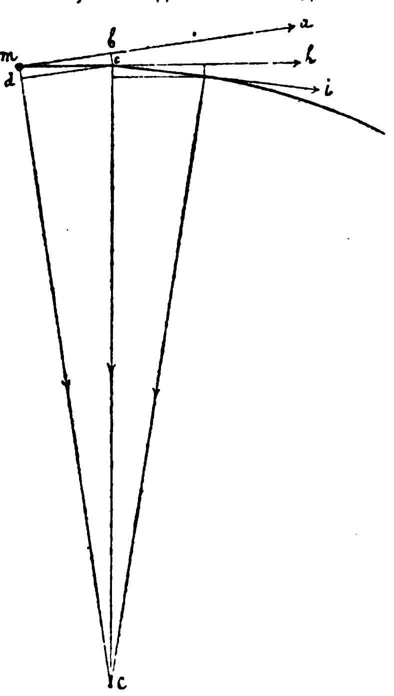


Рис. 133.

708. При вращеніи тѣла около центра мы имѣемъ дѣло съ **угловою скоростью** движенія тѣла и съ **угловымъ ускореніемъ**, разумѣя подъ первой—отношеніе величины угла вращенія ко времени, потраченному на это движеніе, подъ вторымъ же — увеличеніе угловой скорости.

709. *При неизмѣнномъ радіусѣ вращенія одна и та же сила придаетъ различнымъ массамъ ускоренія обратно пропорціональныя величинамъ массъ. При различномъ радіусѣ вращенія одна и та же сила придаетъ одной и той же массѣ ускоренія прямо пропорціональныя квадрату радіуса вращенія.*

Если прикрѣплять различныя безконечно малыя по объему массы (*m*, *m'*... къ различнымъ точкамъ невѣсомаго стержня *AB* (рис. 134), вращающагося вокругъ точки *A*, то сила, приложенная къ нѣкоторой точкѣ стержня, напр. къ оконечности его *B*, производитъ одинаковое угловое ускореніе его движенія въ томъ случаѣ, когда отношеніе массъ

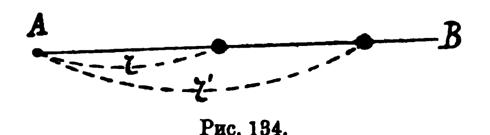


Рис. 134.

другъ къ другу обратно пропорціонально квадрату разстояній (r, r_1....) ихъ отъ точки вращенія; слѣдовательно, когда

$$\frac{m_1}{m}=\frac{r^2}{r_1^2}$$

или когда

$$m_1r_1^2 = mr^2$$

Произведеніе массы на квадратъ разстоянія ея отъ точки вращенія опредѣляетъ **моментъ инерціи** (T) **массы** [1]) *при данныхъ условіяхъ:*

$$T = mr^2.$$

Изъ разсмотрѣнія приведеннаго примѣра видно, что массы съ равными моментами инерціи подъ вліяніемъ дѣйствующей на нихъ силы получаютъ одинаковое угловое ускореніе, хотя бы абсолютныя величины массъ и разстоянія ихъ отъ центра вращенія были неодинаковы. Такимъ образомъ, если масса m опредѣлена въ граммахъ, r^2 — въ сантиметрахъ, то mr^2 опредѣляетъ величину той массы, которая, будучи помѣщена вмѣсто m на разстояніи одного сантиметра отъ центра вращенія, не измѣнитъ угловой скорости при прежнихъ величинѣ и точкѣ приложенія силы.

710. До сихъ поръ мы предполагали, что имѣемъ дѣло съ безконечно малыми по объему матеріальными массами, прикрѣпляемыми къ невѣсомому стержню, — **моментъ** же **инерціи** какого-либо **тѣла** *по отношенію къ опредѣленной оси вращенія его* можно опредѣлить, какъ сумму моментовъ инерціи всѣхъ безконечно малыхъ частицъ этого тѣла по отношенію къ той же оси вращенія:

$$T = ml_1^2 + ml_2^2 + ml_3^2 \ldots.$$

гдѣ m — масса каждой изъ отдѣльныхъ частицъ тѣла, l_1, l_2, l_3.... кратчайшія разстоянія частицъ отъ оси вращенія. Вычисленіе даетъ намъ слѣдующія величины для моментовъ инерціи геометрически правильныхъ однородныхъ тѣлъ по отношенію къ осямъ вращенія, проходящимъ чрезъ центры тяжести:

---

[1]) Слово «моментъ» (momentum) употребляется здѣсь и ниже въ смыслѣ «главный вѣсъ», «важность» (momenta rerum). Въ самомъ дѣлѣ, моментами инерціи, вращенія, пары силъ, магнитнымъ моментомъ — опредѣляются тѣ главныя условія, при которыхъ могутъ быть сравниваемы данныя величины.

Таблица моментовъ инерціи.

Форма тѣла.	Ось вращенія проходитъ:	Моментъ инерціи по отношенію къ оси вращенія.
Шаръ	чрезъ центръ	$m\frac{2r^2}{5}$
Тонкій длинный прутъ длина $= l$	подъ прямымъ угломъ къ оси прута	$m\frac{l^2}{12}$
тоже	совпадаетъ съ геометрическою осью прута	$m\frac{l^2}{8}$
Массивный цилиндръ или дискъ длина $= l$; радіусъ $= r$	подъ прямымъ угломъ къ оси цилиндра или диска	$m\left(\frac{l^2}{12}+\frac{r^2}{4}\right)$
тоже	совпадаетъ съ осью цилиндра или диска	$m\frac{r^2}{2}$
Полый цилиндръ или кольцо длина $= l$; внѣшній радіусъ $= R$; внутренній радіусъ $= r$	подъ прямымъ угломъ къ геометрической оси цилиндра или кольца	$m\left(\frac{l^2}{12}+\frac{R^2+r^2}{4}\right)$
тоже	совпадаетъ съ осью цилиндра или кольца	$m\frac{R^2+r^2}{2}$
Совершенно плоское кольцо R — внѣшній, r — внутренній радіусъ	подъ прямымъ угломъ къ оси кольца	$m\frac{R^2+r^2}{4}$
Тонкостѣнная трубка или тонкое кольцо	совпадаетъ съ осью трубки или кольца	$m\left(\frac{R+r}{2}\right)^2$
Параллелепипедъ длина реберъ $= a$, b и c	параллельно къ ребру a	$m\frac{b^2+c^2}{12}$

При вычисленіи момента инерціи тѣла въ абсолютной мѣрѣ, масса тѣла (вѣсъ его) должна быть опредѣляема въ граммахъ, а размѣры его — въ сантиметрахъ.

Примѣръ: опредѣлить чему равенъ моментъ инерціи T латуннаго массивнаго цилиндра, подвѣшеннаго въ горизонтальной плоскости подъ прямымъ угломъ къ геометрической оси его, если вѣсъ цилиндра $= 71{,}008$ грамма, длина 8,972 сант. и радіусъ 0,546 сантиметра.

$$T = m\left(\frac{l^2}{12}+\frac{r^2}{4}\right) = 71{,}008\left(\frac{8{,}972^2}{12}+\frac{0{,}546^2}{4}\right) = 481{,}6 \text{ абсолютной единицы.}$$

711. Каждая молекула какого-либо тѣла испытываетъ ничтожную силу притяженія къ центру земли. Равнодѣйствующая всѣхъ силъ, приложенныхъ

къ отдѣльнымъ молекуламъ, — составляетъ силу притяженія всего тѣла землею, точка же приложенія этой равнодѣйствующей называется **центромъ тяжести тѣла**. Центръ тяжести не перемѣщается при измѣненіи положенія тѣла.

712. Въ однородномъ прямолинейномъ цилиндрическомъ стержнѣ центръ тяжести, очевидно, лежитъ въ срединѣ геометрической оси. Если стержень будетъ помѣщенъ срединою на вертикально стоящее остріе, то онъ останется въ равновѣсіи въ горизонтальной плоскости, такъ какъ на оба *плеча* его дѣйствуютъ равныя между собою силы притяженія землею. Прямой стержень, могущій вращаться вокругъ неподвижной оси, называется **рычагомъ** (прямолинейнымъ) и притомъ *двуплечимъ*, если точка упора (вращенія) лежитъ между точками приложенія обѣихъ дѣйствующихъ на рычагъ силъ, — и *одноплечимъ*, если точки приложенія силъ лежатъ лишь по одну сторону отъ точки вращенія. Поэтому, въ двуплечемъ рычагѣ мы имѣемъ по крайней мѣрѣ двѣ точки приложенія силъ, тогда какъ къ одноплечему — можетъ быть приложена одна или нѣсколько силъ. Двуплечій рычагъ можетъ быть *равноплечимъ*, — если обѣ точки приложенія силъ равно удалены отъ точки вращенія, и неравноплечимъ — если разстоянія отъ точекъ приложенія силъ до точки вращенія не равны между собою. Ниже мы будемъ имѣть въ виду рычагъ, предполагающійся несгибаемымъ и не имѣющимъ вѣса (рычагъ математическій). *Длиною плечъ* такого *рычага называются разстоянія отъ точки вращенія до точекъ приложенія силъ.*

Если къ плечамъ рычага прилагаются *неравныя силы, дѣйствующія въ одномъ направленіи*, то для того, чтобы рычагъ сохранилъ прежнее положеніе равновѣсія, необходимо, чтобы длина l' плеча, къ которому приложена бо̀льшая сила f, была во столько разъ менѣе длины l плечá, къ которому приложена меньшая — f', во сколько разъ бо̀льшая сила превышаетъ меньшую; т. е. для равновѣсія необходимо, чтобы

$$\frac{f}{f'}=\frac{l}{l'}$$

или, чтобы

$$fl'=f'l$$

Это же разсужденіе относится и къ тому случаю, когда къ одноплечему рычагу приложены двѣ силы, дѣйствующія въ противоположныхъ направленіяхъ (рис. 185): рычагъ останется неподвижнымъ тогда, когда

$$\frac{f}{f'}=\frac{l}{l'}$$

или когда

$$fl'=f'l$$

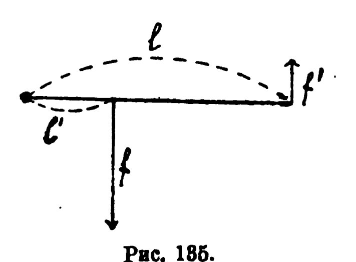


Рис. 185.

713. *Произведеніе силы, обусловливающей вращеніе, на разстояніе отъ точки ея приложенія до точки вращенія — называется* **моментомъ вращенія** $\mathfrak{D}$ *относительно данной точки*

$$\mathfrak{D}=lf$$

и законъ рычага формулируется такимъ образомъ: *двѣ силы уравновѣши-*

ваются на рычагъ тогда, когда обусловливаемые ими моменты вращеній между собою равны.

При опредѣленіи абсолютной величины момента вращенія сила измѣряется въ динахъ, а разстояніе въ сантиметрахъ.

Разсмотримъ измѣреніе момента вращенія на практически важномъ примѣрѣ. Представимъ себѣ невѣсомый и несгибаемый одноплечій рычагъ Am (рис. 136), длиною $= l$, подвѣшенный къ неподвижной точкѣ A и имѣющій нѣкоторую массу m на противоположномъ концѣ. Такъ какъ на массу m дѣйствуетъ сила притяженія землею (§ 701)

$$f = mg$$

другими словами, къ концу рычага *приложена постоянная сила* f, то рычагъ, вращаясь свободно около точки привѣса A, будетъ слѣдовать дѣйствію означенной силы и установится въ покоѣ въ отвѣсномъ положеніи (въ направленіи линіи AB). *Приложенная къ рычагу сила* f останется, конечно, неизмѣнною, какое бы мы рычагу ни придали положеніе. Напротивъ, сила, стремящаяся возвратить рычагъ въ первоначальное положеніе покоя — *сила обусловливающая вращеніе рычага* — будетъ измѣняться въ зависимости отъ положенія его.

Въ самомъ дѣлѣ, отклонимъ рычагъ на нѣкоторый уголъ α или α_1 изъ положенія его покоя и разложимъ по правилу параллелограмма силъ (§ 706) постоянную силу f на двѣ составляющія: f' и f_1, resp. f'' и f_2 (рис. 136). Очевидно, что вращеніе массы m около точки A происходитъ лишь подъ вліяніемъ составляющей f_1 (resp. f_2), направленной по касательной къ дугѣ, описываемой движущеюся массою m, и перпендикулярно къ рычагу mA, — такъ какъ слагающая f' (resp. f'') уничтожается сопротивленіемъ въ точкѣ вращенія A.

Абсолютныя величины вращающихъ силъ f_1 и f_2 мы находимъ изъ построенія чертежа: изъ прямоугольныхъ треугольниковъ CDE и $C'D'E$ мы видимъ, что силы

$$f_1 = f \sin \alpha = mg \sin \alpha$$
$$f_2 = f \sin \alpha_1 = mg \sin \alpha_1$$

т. е. *сила* (f_1 *или* f_2), *обусловливающая въ данный моментъ вращеніе рычага, пропорціональна синусу угла, образуемаго рычагомъ съ направленіемъ приложенной къ нему постоянной силы* (f).

Очевидно, что когда уголъ $\alpha = 90^\circ$ $(\sin \alpha = 1)$

$$f_1 = mg$$

а когда уголъ $\alpha = 0^\circ$ $(\sin \alpha = 0)$ и

$$f_1 = 0$$

вслѣдствіе чего рычагъ и остается въ покоѣ.

Такъ какъ моментъ вращенія рычага пропорціоналенъ вращающей силѣ, то въ разсмотрѣнныхъ случаяхъ

$$\mathfrak{D}_1 = lf_1 = lf \sin \alpha = l\,mg \sin \alpha$$
$$\mathfrak{D}_2 = lf_2 = lf \sin \alpha_1 = l\,mg \sin \alpha_1$$

т. е. *моментъ вращенія рычага равенъ произведенію постоянной приложенной къ нему силы* ($f = mg$) *на разстояніе отъ точки вращенія до точки приложенія силы* (на длину l рычага) *и на синусъ угла, образуемаго рычагомъ съ направленіемъ постоянной силы* ($\sin\alpha$, $\sin\alpha_1 \ldots$). Иначе, *моментъ вращенія рычага равенъ произведенію силы, обусловливающей вращеніе* ($f_1 = mg\sin\alpha$, $f_2 = mg\sin\alpha_1 \ldots$) *на разстояніе отъ точки приложенія силы до точки вращенія.*

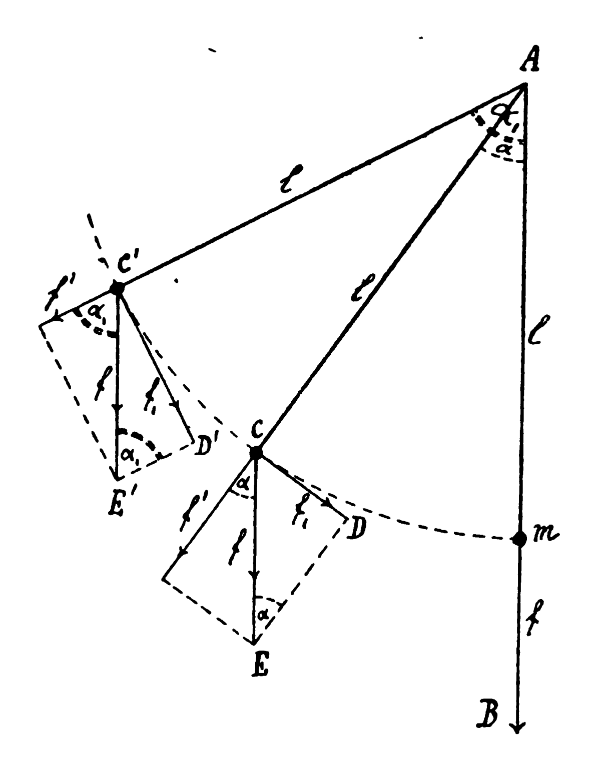


Рис. 136.

Само собою понятно, что въ томъ случаѣ, когда направленіе рычага совпадаетъ съ направленіемъ приложенной къ нему постоянной силы, т. е. когда $\alpha = 0°$, моментъ вращенія рычага равенъ нулю.

714. Разсматривая величины моментовъ вращенія рычага при различныхъ углахъ α, α_1..

$$\mathfrak{D}_1 = l\,mg\sin\alpha$$

$$\mathfrak{D}_2 = l\,mg\sin\alpha_1$$

и т. д.,

мы видимъ, что отношеніе момента вращенія рычага къ синусу угла, образуе-

маго рычагомъ съ направленіемъ приложенной къ нему постоянной силы (mg) есть величина постоянная:

$$\frac{\mathfrak{D}_1}{\sin\alpha} = l\,mg = lf$$

$$\frac{\mathfrak{D}_2}{\sin\alpha_1} = l\,mg = lf$$

и т. д.

Произведеніе $lmg = lf$ называется **направляющею силою** и обозначается буквою $\mathfrak{d}$.

Очевидно, что въ случаѣ, когда $\alpha = 90^\circ$, направляющая сила равна моменту вращенія рычага.

715. Мы видѣли, что если рычагъ Am (рис. 137) отклонить изъ положенія его равновѣсія на нѣкоторый уголъ α и затѣмъ предоставить самому себѣ, то, подъ вліяніемъ силы притяженія землею, масса m, resp. рычагъ Am, будетъ двигаться по направленію къ первоначальному положенію покоя. Такъ какъ сила f притяженія землею, дѣйствующая на движущуюся массу, постоянна, то масса эта получаетъ равномѣрно ускоренное движеніе (§ 698). Скорость движенія будетъ, очевидно, наибольшею въ тотъ моментъ, когда масса достигаетъ первоначальнаго положенія равновѣсія. Пройдя съ этою наибольшею скоростью чрезъ положеніе покоя, масса по инерціи будетъ продолжать двигаться по другую сторону его, но уже съ уменьшающеюся скоростью, такъ какъ теперь сила притяженія землею, стремясь вернуть массу въ положеніе равновѣсія, противодѣйствуетъ ея движенію. Поэтому, масса, описавъ съ уменьшающеюся скоростью восходящую дугу, почти равную по величинѣ той нисходящей, которую она прошла при началѣ своего движенія, на мгновеніе остановится и затѣмъ начнетъ обратное движеніе съ возрастающею скоростью. Такія движенія взадъ и впередъ, называемыя *качаніями*, масса повторяетъ до тѣхъ поръ, пока сопротивленіе воздуха и треніе въ точкѣ привѣса не остановятъ ея движеній, уменьшая постепенно *амплитуду* ихъ, т. е. величину дуги, по которой совершаются качанія.

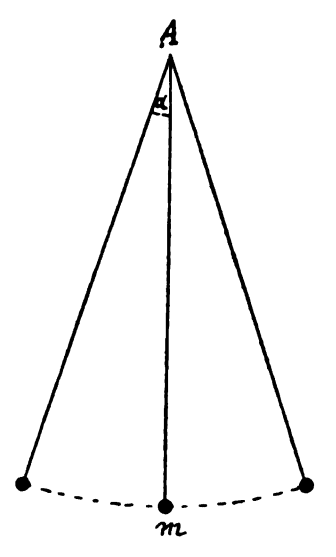


Рис. 137.

716. Невѣсомый рычагъ Am, напр. безконечно тонкая нить, съ подвѣшенною на немъ безконечно малою по объему массою, качающеюся около точки подвѣса, называется **простымъ** (математическимъ) **маятникомъ**. Уголъ (α), на который отклоняется маятникъ (въ одну сторону) изъ положенія своего покоя, называется *угломъ отклоненія* маятника. *Амплитудою качанія*, какъ уже

было сказано, называется величина дуги, описываемой движущеюся массою. Однимъ *полнымъ качаніемъ* маятника называется движеніе, совершаемое имъ между двумя его крайними положеніями по обѣ стороны отъ линіи покоя. Время, употребленное маятникомъ для одного полнаго качанія, называется *продолжительностью качанія* его. Наконецъ, *длиною простаго маятника* называютъ разстояніе отъ точки подвѣса до подвѣшенной безконечно малой по объему массы.

Опытъ показываетъ, что

1) *продолжительности качаній двухъ простыхъ маятниковъ неравной длины относятся другъ къ другу какъ квадратные корни изъ ихъ длины;*

2) продолжительность качаній простаго маятника *не зависитъ*

a) *отъ величины подвѣшенной массы* и

b) *отъ величины амплитуды при малыхъ углахъ качаній* (не превышающихъ 3°);

3) *продолжительность качаній одного и того же маятника въ различныхъ точкахъ земнаго шара неодинакова*, такъ какъ она измѣняется обратно пропорціонально квадратнымъ корнямъ изъ величины ускоренія тяжести, различной въ различныхъ точкахъ земной поверхности (§ 699).

Такимъ образомъ, для маятника, качающагося въ пустотѣ при условіи ничтожнаго тренія въ точкѣ подвѣса и при маломъ углѣ отклоненій, время одного полнаго качанія опредѣляется формулою

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

гдѣ π — постоянная величина (= 3,1416),

l — длина маятника,

g — ускореніе тяжести въ мѣстѣ наблюденія.

717. До сихъ поръ мы разсматривали простой маятникъ; подъ *сложнымъ маятникомъ* понимаютъ вообще всякое тѣло, качающееся около нѣкоторой неподвижной оси. Такъ напр., сложный маятникъ представляетъ собою цилиндрическій стержень, качающійся около горизонтальной оси, перпендикулярной къ его собственной, далѣе нить или проволока съ подвѣшенной на ней тяжестью и т. п.

Представимъ себѣ нѣкоторый сложный маятникъ качающимся около неподвижной точки привѣса. Пусть масса этого маятника $= m$, разстояніе отъ точки привѣса до центра тяжести маятника $= l'$, моментъ инерціи его относительно оси вращенія $= T$, а моментъ вращенія $= \mathfrak{D}_1$. — Очевидно, что данный сложный маятникъ мы всегда можемъ замѣнить такимъ простымъ маятникомъ, продолжительность качаній котораго будетъ равна продолжительности качаній сложнаго (синхронична съ нимъ). Такой простой маятникъ будетъ, слѣдовательно, эквивалентенъ сложному, и длину его l можно назвать *приведенною длиною сложнаго маятника*. Если безконечно малая по объему масса простаго маятника $= m$, то моментъ инерціи его $= ml^2$, а моментъ вращенія въ данный моментъ $= l\, mg \sin\alpha$ или просто $= l\, mg$, если $\alpha = 90°$.

Такъ какъ тѣла, вращающіяся около нѣкоторой оси, получаютъ одинаковыя ускоренія тогда, когда моменты инерціи ихъ относительно данной оси

вращенія одинаковы и когда на нихъ дѣйствуютъ равныя силы, то простой маятникъ будетъ синхроничен со сложнымъ тогда, когда

$$ml^2 = T$$

а

$$l\,mg = \mathfrak{D}_1$$

Раздѣливъ почленно первое равенство на второе, получимъ

$$\frac{ml^2}{l\,mg} = \frac{T}{\mathfrak{D}_1}$$

откуда приведенная длина сложнаго маятника

$$l = \frac{Tg}{\mathfrak{D}_1}$$

Такъ какъ въ сложномъ маятникѣ моментъ вращенія

$$\mathfrak{D}_1 = l'\,mg$$

гдѣ l' есть разстояніе отъ центра привѣса до центра тяжести маятника (см. выше), то

$$l = \frac{Tg}{l'\,mg} = \frac{T}{l'm}$$

Подставивъ въ формулу

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

опредѣляющую продолжительность качаній простаго маятника, найденную нами для l величину, получаемъ

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{l'\,mg}}$$

Знаменатель подкоренной величины — $l'\,mg$ — представляетъ собою уже извѣстную намъ направляющую силу (§ 714), которую мы означили буквою $\mathfrak{d}$, а потому продолжительность полнаго качанія сложнаго маятника

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{\mathfrak{d}}}$$

т. е. *продолжительность качаній сложнаго маятника возрастаетъ съ увеличеніемъ момента инерціи его и съ уменьшеніемъ дѣйствующей на маятникъ направляющей силы.*

718. *Если къ каждому изъ плечъ рычага прикладываются двѣ равныя и противоположно направленныя* (параллельныя другъ другу) *силы, то система такихъ силъ носитъ названіе* пары силъ. Если каждая изъ этихъ *постоянныхъ силъ* $= f$, то величина *вращающихъ рычагъ силъ* f_1 будетъ, какъ намъ извѣстно (§ 713), измѣняться по мѣрѣ измѣненія положенія рычага относительно неизмѣннаго направленія постоянныхъ силъ f. — Абсолютную величину враща-

ющихъ силъ f_1 мы находимъ, разлагая силы f какъ это было указано въ § 713. Такимъ образомъ мы находимъ, что при положеніи рычага относительно направленія силъ f, изображенномъ на рис. 138, каждая изъ силъ

$$f_1 = f \sin \alpha$$

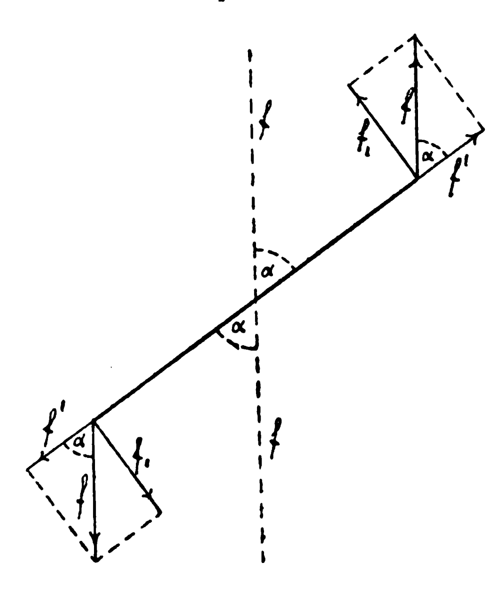


Рис. 138.

а обѣ вращающія рычагъ силы равны

$$2 f_1 = 2 f \sin \alpha$$

Если длина рычага (разстояніе между точками приложенія силъ) $= l$, то моментъ вращенія каждаго плеча равноплечаго рычага будетъ

$$\mathfrak{D}' = \frac{l}{2} f_1 = \frac{l}{2} f \sin \alpha$$

а моментъ вращенія всего рычага будетъ

$$\mathfrak{D} = 2\,\mathfrak{D}' = l f_1 = l f \sin \alpha$$

т. е. *моментъ вращенія равноплечаго рычага подъ вліяніемъ пары силъ* — *или*, какъ говорятъ, **моментъ** пары — *равенъ произведенію одной изъ приложенныхъ къ рычагу постоянныхъ силъ* (f) *на кратчайшее разстояніе между точками приложенія обѣихъ* (на длину l рычага) [1]) *и на синусъ угла* (α), *образуемаго рычагомъ съ направленіемъ постоянныхъ силъ.*

---

[1]) Иначе — «обѣихъ силъ на разстояніе отъ точки приложенія одной изъ нихъ до точки вращенія».

Очевидно, что въ случаѣ, когда $\alpha = 90^\circ$, т. е. когда направленіе силъ f перпендикулярно къ оси рычага,

$$\mathfrak{D} = lf$$

ибо $\sin 90^\circ = 1$. Такимъ образомъ, при послѣднемъ условіи [1]) моментъ вращенія достигаетъ *максимума* для пары силъ $f + f$. — Если ничего не препятствуетъ вдиженію рычага, то *пара силъ вращаетъ рычагъ вокругъ оси въ плоскости своего дѣйствія до тѣхъ поръ, пока рычагъ не установится въ направленіи пары* (въ направленіи линіи ff — рис. 138). При этомъ моментъ вращенія уменьшается по мѣрѣ уменьшенія угла α и становится равнымъ нулю, когда уголъ $\alpha = 0$, т. е. когда рычагъ установится въ направленіи приложенныхъ къ нему силъ.— Дѣйствуютъ ли силы $f + f$ въ направленіи другъ отъ друга (рис. 139) или въ направленіи другъ къ другу (рис. 140), конечно, безразлично. Такъ напр., магнитная стрѣлка, *точно* установленная въ плоскости магнитнаго меридіана, остается неподвижною, каково бы ни было положеніи полюсовъ ея относительно полюсовъ земли. Напротивъ, если мы, установивъ стрѣлку въ меридіанѣ въ положеніи обратномъ (рис. 140) нормальному положенію ея, отклонимъ ее изъ плоскости меридіана на нѣкоторый уголъ α, то она повернется вокругъ оси на уголъ $= 180^\circ - \alpha$, причемъ моментъ пары силъ, приложенныхъ къ ней, будетъ возрастать до тѣхъ поръ, пока ось стрѣлки не образуетъ съ меридіаномъ уголъ въ 90°, — при дальнѣйшемъ же движеніи стрѣлки моментъ пары будетъ уменьшаться и достигнетъ, наконецъ, нуля.

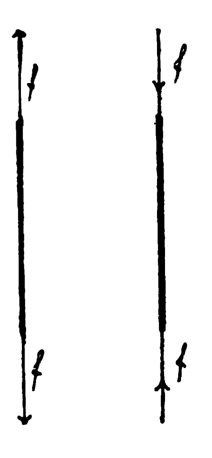


Рис. 139. Рис. 140.

Итакъ, мы нашли, что моментъ вращенія рычага AB (рис. 141), длина коего $= l$, подъ вліяніемъ пары силъ $f + f$, равенъ

$$\mathfrak{D} = lf \sin \alpha$$

А такъ какъ

$$\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$$

то

$$\mathfrak{D} = lf \cos (90^\circ - \alpha)$$

или, если мы дополнительный уголъ $(90^\circ - \alpha)$ обозначимъ черезъ φ, то

$$\mathfrak{D} = lf \sin \alpha$$

или

$$\mathfrak{D} = lf \cos \varphi$$

Итакъ, *моментъ пары равенъ произведенію одной изъ приложенныхъ къ рычагу по-*

---

[1]) Припомнимъ, что синусъ тупаго угла — менѣе единицы, такъ какъ синусъ тупаго угла равенъ синусу угла дополнительнаго:

$$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

стоянныхъ силъ на длину рычага и на синусъ угла, образуемаго рычагомъ съ направленіемъ силъ, или на косинусъ угла дополнительнаго къ первому.

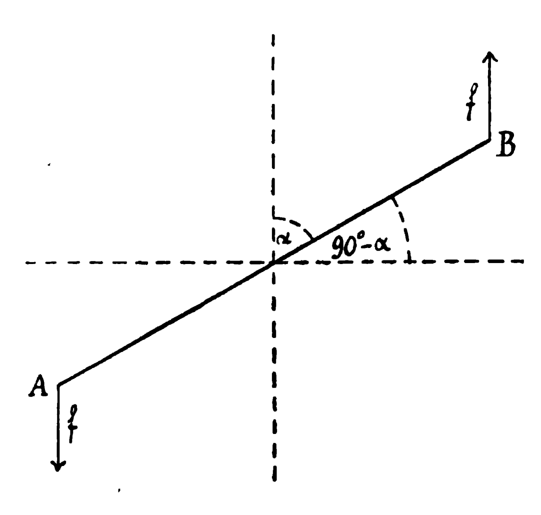


Рис. 141.

Далѣе, изъ построенія на чертежѣ 142 мы видимъ, что если длина рычага

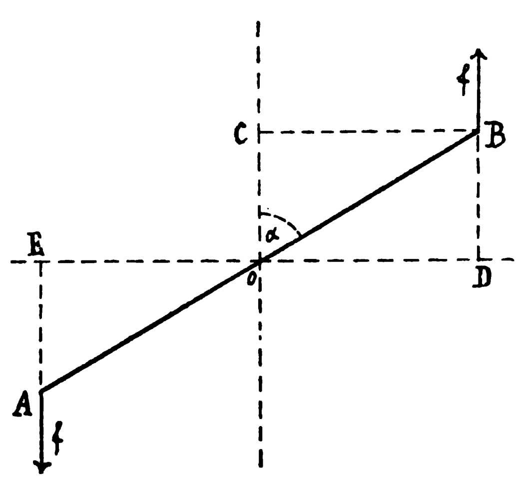


Рис. 142.

AB по прежнему $= l$, то

$$\overline{BC} = \frac{l}{2} \sin \alpha = \overline{DO}$$

откуда

$$l \sin \alpha = 2\, \overline{DO} = \overline{ED}$$

или, если мы длину линіи ED, составляющей *кратчайшее разстояніе между направленіями обѣихъ силъ* f, обозначимъ черезъ l', то

$$l \sin \alpha = l'$$

и

$$\mathfrak{D} = l'f$$

т. е. *моментъ пары равенъ произведенію одной изъ приложенныхъ къ рычагу постоянныхъ силъ на кратчайшее разстояніе между направленіями обѣихъ силъ*

719. Магнитная стрѣлка, свободно вращающаяся въ горизонтальной плоскости, представляетъ собою рычагъ, подвергнутый дѣйствію пары силъ. Въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ магнитную стрѣлку ns (рис. 143), выведенную изъ положенія ея равновѣсія въ плоскости магнитнаго меридіана NS и установленную такъ, что магнитная ось ея перпендикулярна къ силовымъ линіямъ магнитнаго поля земли; пусть напряженіе горизонтальной составляющей поля, въ коемъ находится стрѣлка, равно единицѣ[1]). Мы знаемъ (§ 655), что сила, съ которою дѣйствуетъ магнитное поле на магнитную массу, равна произведенію напряженія поля на абсолютную величину магнитной массы. А такъ какъ на полюсы стрѣлки, вращающейся лишь въ горизонтальной плоскости, дѣйствуетъ исключительно горизонтальная составляющая магнитнаго поля, то сила, приложенная къ каждому изъ равныхъ между собою полюсовъ m стрѣлки, будетъ

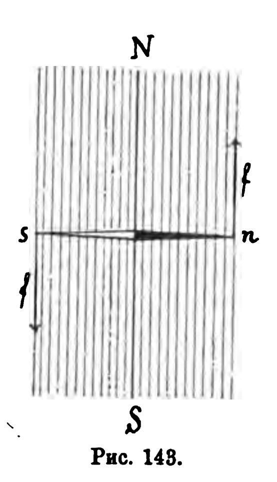


Рис. 143.

$$f = Hm$$

Такъ какъ обѣ силы другъ другу параллельны и направлены въ противоположныя стороны, то онѣ составляютъ пару, вра-

[1]) Такой величины горизонтальная составляющая магнитнаго поля земли нигдѣ не достигаетъ (предѣлъ = 0,3 абс. единицы); мы принимаемъ пока $H=1$ единственно для упрощенія хода дальнѣйшихъ выводовъ.

щающую стрѣлку въ плоскости своего дѣйствія. Какъ намъ извѣстно, моментъ пары силъ опредѣляется произведеніемъ одной изъ нихъ на кратчайшее разстояніе между направленіями обѣихъ (§ 718). Въ данномъ случаѣ (рис. 143) кратчайшее разстояніе между направленіями силъ равно разстоянію l между полюсами стрѣлки — длинѣ магнитной оси ея, а потому моментъ вращенія стрѣлки (моментъ пары)

$$\mathfrak{D} = fl.$$

Такъ какъ въ нашемъ случаѣ $H = 1$, то

$$f = 1m$$

и моментъ пары

$$\mathfrak{D} = fl = ml$$

720. Произведеніе ml носитъ названіе *магнитнаго момента* и означается буквою M:

$$ml = M$$

Такимъ образомъ, *магнитный моментъ магнита есть произведеніе величины магнитной массы одного изъ полюсовъ его на разстояніе между полюсами.* Магнитный моментъ опредѣляетъ моментъ вращенія магнита, расположеннаго перпендикулярно къ силовымъ линіямъ поля, напряженіе коего равно абсолютной единицѣ.

Величина магнитнаго момента играетъ первостепенную роль во всѣхъ магнитныхъ измѣреніяхъ, ибо ею вполнѣ опредѣляется отношеніе магнита къ магнитному полю. Въ самомъ дѣлѣ, очевидно, что магниты, обладающіе равными магнитными моментами, испытываютъ одинаковое дѣйствіе со стороны даннаго магнитнаго поля, хотя бы длина магнитныхъ осей ихъ и абсолютная сила полюсовъ были различны.

Въ абсолютной мѣрѣ магнитный моментъ магнита равенъ единицѣ тогда, когда произведеніе абсолютной силы одного изъ

полюсовъ на выраженное въ сантиметрахъ разстояніе между обоими (на длину магнитной оси) *равно единицѣ.*

721. Положимъ теперь, что магнитная ось стрѣлки, свободно вращающейся въ горизонтальной плоскости, образуетъ съ линіями силъ поля, rspct. съ плоскостью магнитнаго меридіана, нѣкоторый уголъ α (рис. 144); положимъ далѣе, что сила, съ которою дѣйствуетъ горизонтальная составляющая на каждую единицу магнитной массы полюса, слѣдовательно напряженіе горизонтальной составляющей, равна не единицѣ, а нѣкоторой величинѣ H. Очевидно, что въ этомъ случаѣ каждый полюсъ испытываетъ силу

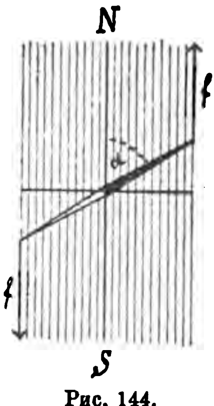


Рис. 144.

$$f = Hm$$

Направляющая сила, дѣйствующая на стрѣлку со стороны горизонтальной составляющей земнаго магнетизма, будетъ (§§ 714 и 719)

$$\mathfrak{d} = MH = lmH$$

а моментъ вращенія магнитной стрѣлки (§ 718)

$$\mathfrak{D} = MH \sin\alpha$$

Такимъ образомъ,

1) *направляющая сила, дѣйствующая на стрѣлку со стороны горизонтальной составляющей земнаго магнетизма, равна произведенію напряженія горизонтальной составляющей на магнитный моментъ стрѣлки;*

2) *моментъ вращенія стрѣлки подъ вліяніемъ горизонтальной составляющей равенъ произведенію напряженія горизонтальной составляющей на магнитный моментъ стрѣлки и на синусъ угла, образуемаго магнитною осью стрѣлки съ плоскостью магнитнаго меридіана.*

722. Итакъ, мы видѣли, что на полюсы магнитной стрѣлки, свободно вращающейся въ горизонтальной плоскости, дѣйствуетъ пара силъ, вслѣдствіе чего стрѣлка стремится занять устойчивое положеніе въ плоскости магнитнаго меридіана. Если стрѣлку отклонить изъ плоскости меридіана и затѣмъ предоставить самой себѣ, то она, подъ вліяніемъ приложенной къ ней пары силъ, будетъ двигаться по направленію къ первоначальному положенію покоя, но по инерціи перейдетъ это положеніе, затѣмъ возвратится назадъ и будетъ совершать *качанія* въ горизонтальной плоскости, вполнѣ аналогично маятнику, причемъ *продолжительность одного полнаго качанія стрѣлки*, т. е. продолжительность движенія ея между двумя крайними положеніями, опредѣлится уже извѣстною намъ формулою маятника (§ 717)

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{\mathfrak{d}}}$$

гдѣ T — моментъ инерціи магнита, $\mathfrak{d}$ — направляющая сила со стороны горизонтальной составляющей земнаго магнетизма.

Такъ какъ

$$\mathfrak{d} = MH = lmH$$

то очевидно само собою, что формула маятника можетъ быть вполнѣ примѣнена къ качанію магнита: въ самомъ дѣлѣ, дѣйствіе ускоренія тяжести (g) замѣняется здѣсь горизонтальной составляющей (H)—различной для различныхъ мѣстъ земной поверхности, а матеріальная масса m замѣняется магнитною массою m.

Такимъ образомъ, продолжительность полнаго качанія магнита въ магнитномъ полѣ, горизонтальная составляющая котораго $= H$, опредѣляется формулою

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{MH}}$$

т. е. *продолжительность полнаго качанія магнита возрастаетъ съ увеличеніемъ момента инерціи его и уменьшается съ увеличе-*

ніемъ его магнитнаго момента и съ усиленіемъ напряженія горизонтальной составляющей поля.

723. Если вращать вокругъ вертикальной оси нѣкоторый тяжелый рычагъ (или вообще нѣкоторую массу), подвѣшенный на нити, гзрсt. проволокѣ, прикрѣпленной къ неподвижной точкѣ, то нить эта (*подвѣсъ*) скрутится, причемъ въ веществѣ ея возникнетъ сила, противодѣйствующая крученію. Поэтому вращеніе рычага и крученіе подвѣса прекращаются, коль скоро моментъ вращенія рычага и противодѣйствующій ему *моментъ крученія подвѣса* [1]) — сравняются.

Само собою разумѣется, что совершенно безразлично, будемъ ли мы скручивать подвѣсъ посредствомъ рычага, прикрѣпленнаго къ верхнему или нижнему концу его, лишь бы противоположный конецъ нити былъ прикрѣпленъ къ неподвижной точкѣ и самая нить натянута.

Уголъ, на который отклоненъ рычагъ изъ первоначальнаго своего положенія покоя, составляетъ *уголъ крученія подвѣса.*

Опытъ показываетъ, что сила, противодѣйствующая крученію:

1) прямо пропорціональна углу крученія;

2) прямо пропорціональна 4-ой степени половины діаметра (— радіуса) подвѣса; слѣдовательно при увеличеніи діаметра подвѣса въ 2, 3, 4.... раза, сила, противодѣйствующая крученію, возрастаетъ въ 16, 81, 256.... разъ;

3) обратно пропорціональна длинѣ скручиваемаго подвѣса;

4) не зависитъ отъ натяженія подвѣса (слѣдовательно отъ вѣса подвѣшенной къ нему массы), если только натяженіе не настолько сильно, чтобы вызвать значительныя измѣненія длины и площади сѣченія подвѣса.

Такимъ образомъ, противодѣйствующая крученію сила

$$f = c\alpha \frac{r^4}{l}$$

гдѣ α — уголъ крученія,

r — половина діаметра подвѣса,

l — длина подвѣса,

c — постоянная величина, называемая *коэффиціентомъ крученія*, различная для различныхъ матеріаловъ, изъ коихъ изготовленъ подвѣсъ.

Очевидно, что если бы сила, производящая скручиваніе подвѣса, была приложена непосредственно къ послѣднему, то крученіе прекратилось бы тогда, когда скручивающая сила f' уравновѣсилась бы противодѣйствующею крученію силой f. Если при этомъ уголъ крученія $= \alpha$, то

$$f' = f = c\alpha \frac{r^4}{l}$$

откуда

$$\alpha = \frac{f'l}{cr^4}$$

---

[1]) Т. е. моментъ вращенія со стороны силы, противодѣйствующей крученію.

Но такъ какъ обыкновенно скручиваніе подвѣса производится не силою f', приложенною тангенціально къ поверхности подвѣса, а нѣкоторою силою f'' (resp. парою силъ), приложенною къ плечу (или плечамъ) подвѣшеннаго рычага, то уголъ α пропорціоналенъ этой силѣ f'', ибо та сила f', которую нужно было бы приложить къ самому подвѣсу для того, чтобы получить прежній уголъ крученія α, измѣняется прямо пропорціонально измѣненіямъ силы f'' (§ 712). Такимъ образомъ

$$\alpha = \frac{f''l}{cr^4}$$

т. е. уголъ крученія подвѣса:

1) прямо пропорціоналенъ скручивающей силѣ (resp. парѣ силъ),
2) прямо пропорціоналенъ длинѣ подвѣса,
3) обратно пропорціоналенъ 4-ой степени половины діаметра подвѣса,
4) обратно пропорціоналенъ коэффиціенту крученія,
5) не зависитъ отъ натяженія подвѣса (см. стр. 571).

Если повернуть массу, подвѣшенную на нити, на нѣкоторый уголъ α вокругъ вертикальной оси и затѣмъ предоставить ее самой себѣ, то она будетъ слѣдовать силѣ, противодѣйствовавшей скручиванію и обусловливающей теперь раскручиваніе подвѣса. Поэтому масса, по мѣрѣ раскручиванія подвѣса, будетъ двигаться въ направленіи къ первоначальному положенію равновѣсія, перейдетъ по инерціи это положеніе, затѣмъ возвратится обратно и будетъ совершать качанія въ горизонтальной плоскости по закону маятника. Продолжительность полнаго качанія подвѣшенной массы выразится извѣстною намъ формулой

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{\mathfrak{d}_t}}$$

гдѣ $\mathfrak{d}_t$ въ данномъ случаѣ есть *направляющая сила крученія*,
а T — моментъ инерціи массы относительно оси вращенія ея.

Зная продолжительность одного полнаго качанія такого горизонтальнаго маятника и моментъ инерціи его, мы находимъ направляющую силу крученія, возведя обѣ части послѣдняго уравненія въ квадратъ

$$\tau^2 = \pi^2 \frac{T}{\mathfrak{d}_t}$$

откуда

$$\mathfrak{d}_t = \frac{T\pi^2}{\tau^2}$$

На практикѣ, для опредѣленія направляющей силы крученія подвѣса, мы прикрѣпляемъ къ нему однородное тѣло геометрически правильной формы, моментъ инерціи коего можетъ быть вычисленъ по формуламъ таблицы, приведенной на стр. 557; опредѣливъ продолжительность (τ) качанія въ секундахъ, находимъ направляющую силу крученія въ абсолютныхъ единицахъ.

724. Разсматривая выше качанія магнита, подвѣшеннаго на нити, мы не принимали въ соображеніе вліяніе крученія нити на продолжительность качаній. Между тѣмъ очевидно, что ка-

чанія подвѣшеннаго магнита совершаются не только подъ вліяніемъ направляющей силы MH, но и подъ вліяніемъ направляющей силы крученія $\mathfrak{d}_t$. — Такъ какъ обѣ направляющія силы суммируются, то формула

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{T}{MH}}$$

выражающая время полнаго качанія подвѣшеннаго на нити магнита, принимаетъ такой видъ:

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{T}{MH + \mathfrak{d}_t}}$$

Представимъ себѣ теперь ненамагниченный стальной брусокъ AB, подвѣшенный горизонтально на нити (или проволокѣ) къ рычагу CD, свободно вращающемуся въ горизонтальной плоскости (рис. 145). Если мы повернемъ рычагъ CD на нѣкоторый уголъ α, то и брусокъ AB повернется на тотъ же уголъ. — Намагнитимъ теперь брусокъ AB и установимъ рычагъ CD въ плоскости магнитнаго меридіана такъ, чтобы нить, на которой виситъ магнитъ, оставалась не скрученной. — Если мы теперь повернемъ рычагъ CD на прежній уголъ α [1]), то магнитъ отклонится на уголъ φ [2]), меньшій чѣмъ α, такъ какъ движеніе магнита встрѣчаетъ противодѣйствіе со стороны направляющей силы MH. Вслѣдствіе этого подвѣсъ скрутится, причемъ уголъ крученія очевидно будетъ равенъ разности угловъ вращенія рычага CD и отклоненія магнита AB, т. е. уголъ крученія будетъ

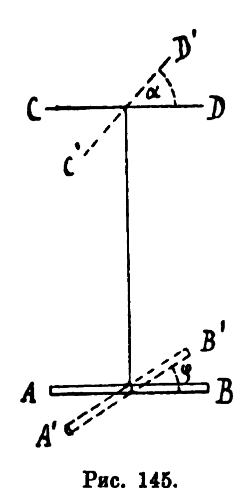


Рис. 145.

$$= \alpha - \varphi$$

---

[1]) Въ положеніе $C'D'$.

[2]) Въ положеніе $A'B'$.

Очевидно, далѣе, что уголъ φ отклоненія магнита возрастаетъ пропорціонально увеличенію направляющей силы крученія $\mathfrak{d}_t$, и наоборотъ, уголъ крученія нити $(\alpha - \varphi)$ возрастаетъ пропорціонально увеличенію направляющей силы MH.

725. Опытъ показываетъ, что при малыхъ углахъ отклоненій магнита моментъ крученія подвѣса и моментъ вращенія магнита со стороны горизонтальной составляющей земнаго магнетизма, resp. направляющая сила крученія $\mathfrak{d}_t$ и направляющая сила MH, другъ другу пропорціональны, а потому

$$\frac{\mathfrak{d}_t}{MH} = \frac{\varphi}{\alpha - \varphi}$$

Это отношеніе, опредѣляемое опытомъ изъ наблюденія угловъ α и φ, называется *отношеніемъ крученія,* и есть *величина постоянная* для малыхъ угловъ отклоненій. Обозначимъ величину эту буквою θ:

$$\theta = \frac{\varphi}{\alpha - \varphi} = \frac{\mathfrak{d}_t}{MH}$$

Изъ формулы

$$\theta = \frac{\mathfrak{d}_t}{MH}$$

находимъ, что

$$\mathfrak{d}_t = \theta\, MH$$

Поэтому, подставивъ въ выведенную нами (стр. 573) формулу продолжительности качанія магнита, подвѣшеннаго на нити,

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{MH + \mathfrak{d}_t}}$$

найденное для $\mathfrak{d}_t$ выраженіе, получимъ, что

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{MH + \theta\, MH}}$$

или

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{MH\,(1 + \theta}}$$

726. Остается теперь разсмотрѣть направляющее дѣйствіе горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли на такъ называемую *астатическую пару стрѣлокъ*.

Астатической парой (системой) называютъ двѣ стрѣлки съ возможно одинаковыми магнитными моментами, неподвижно прикрѣпленныя въ одной вертикальной плоскости на нѣкоторомъ разстояніи другъ отъ друга къ свободно вращающейся оси, притомъ такимъ образомъ, что одноименные полюсы стрѣлокъ обращены въ противоположныя стороны. Рис. 146 представляетъ астатическую пару, прикрѣпленную къ латунной проволочкѣ, подвѣшенной на шелковинкѣ.

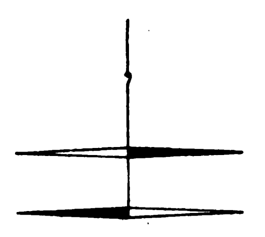


Рис. 146.

Если бы магнитные моменты обѣихъ стрѣлокъ были равны другъ другу и возможно было бы расположить стрѣлки вполнѣ точно въ одной вертикальной плоскости, то такая идеально астатичная система стояла бы совершенно внѣ вліянія направляющаго дѣйствія горизонтальной составляющей земнаго поля, такъ какъ послѣдняя на каждую изъ стрѣлокъ дѣйствовала бы въ противоположномъ направленіи съ равною силою. Поэтому, идеально астатичная система магнитныхъ стрѣлокъ не обнаруживала бы стремленія установиться въ плоскости магнитнаго меридіана, а оставалась бы въ равновѣсіи въ любомъ положеніи [1]).

На практикѣ нѣтъ, однако, возможности получить систему *вполнѣ астатичную*, во-первыхъ потому, что нельзя изготовить двѣ стрѣлки съ совершенно одинаковыми магнитными моментами и, во-вторыхъ, нѣтъ возможности укрѣпить стрѣлки дѣйствительно въ *одной* вертикальной плоскости. Поэтому, горизонтальная составляющая земнаго магнетизма въ дѣйствительности всегда оказываетъ нѣкоторое направляющее дѣйствіе на астатическую систему, вслѣдствіе чего послѣдняя принимаетъ нѣкоторое опре-

[1]) Отсюда и терминъ «астатическая» система: ἄστος — непостоянный, ἀστασία — непостоянство.

дѣленное положеніе относительно магнитнаго меридіана: устанавливается къ нему подъ угломъ, приближающимся къ прямому.

727. Почему *астатическая система устанавливается относительно магнитнаго меридіана подъ угломъ, приближающимся къ прямому*, — легко уяснить себѣ слѣдующимъ разсужденіемъ: Если мы имѣемъ два магнита, ns и $n's'$, находящіеся въ какомъ либо опредѣленномъ положеніи другъ къ другу (рис. 147), то оба они могутъ быть, въ смыслѣ дѣйствія своего (напр. на отдаленную магнитную стрѣлку), замѣнены однимъ магнитомъ, соотвѣтственно расположеннымъ и соотвѣтственно сильнымъ, слѣдовательно равнодѣйствующимъ обоимъ. Въ самомъ дѣлѣ, пусть магнитный моментъ магнита $ns=1$, а магнита $n's'=2$; для того, чтобы найти положеніе того магнита, который можетъ замѣнить оба упомянутые, и величину магнитнаго момента его, поступаемъ слѣдующимъ образомъ: Изъ какой либо точки S проводимъ двѣ линіи, длина коихъ пропорціональна магнитнымъ моментамъ обоихъ магнитовъ, а направленія — параллельны даннымъ положеніямъ ихъ, rspct. положеніямъ полюсовъ въ нихъ. Такъ какъ положенія полюсовъ, rspct. направленія дѣйствій обоихъ магнитовъ, въ нашемъ случаѣ одинаково, то положенія обѣихъ линій (Sn и Sn') находимъ изъ построенія на чертежѣ 147. Отсюда, равнодѣйствующая обоихъ магнитовъ по правилу параллелограмма силъ равна NS. — Такимъ образомъ линія NS направленіемъ своимъ опредѣляетъ положеніе того магнита, который можетъ замѣнить оба данные магнита ns и $n's'$, а длиною своею — опредѣляетъ величину *магнитнаго момента* этого магнита, называемаго *приведеннымъ магнитомъ*. Сравнивая длину линіи NS съ длиною линіи ns, находимъ, что магнитный моментъ приведеннаго магнита $= 2{,}8$.

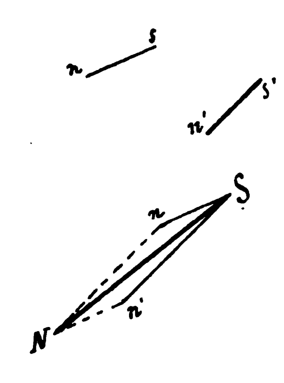


Рис. 147.

Тѣмъ же разсужденіемъ мы пользуемся и для опредѣленія

свойствъ астатической пары стрѣлокъ. Въ самомъ дѣлѣ, разсмотримъ сначала систему стрѣлокъ, значительно не удовлетворяющую требованіямъ, предъявляемымъ къ астатической парѣ.— На рис. 148 имѣемъ проекцію обѣихъ стрѣлокъ (ns и $n's'$) въ горизонтальной плоскости; магнитный моментъ стрѣлки $ns = 1$, а $n's' = 0{,}75$, причемъ стрѣлки находятся въ вертикальныхъ плоскостяхъ, пересѣкающихся между собою подъ угломъ въ 28°. Проводимъ изъ нѣкоторой точки N двѣ линіи Ns и Ns', длина коихъ пропорціональна магнитнымъ моментамъ стрѣлокъ, а направленія параллельны положеніямъ ихъ и направленіямъ дѣйствій въ системѣ. Положеніе приведеннаго магнита NS системы опредѣляемъ опять-таки по правилу параллелограмма, причемъ магнитный моментъ приведеннаго магнита находимъ равнымъ 0,5. — Если мы теперь примемъ въ соображеніе, что приведенный магнитъ замѣняетъ систему обѣихъ стрѣлокъ, то легко понять, что система, свободно вращающаяся въ горизонтальной плоскости, должна занять относительно магнитнаго меридіана такое положеніе, при которомъ направленіе приведеннаго магнита ея совпадало бы съ меридіаномъ. Направленіе приведеннаго магнита мы опредѣлили уже помощію чертежа 148, а такъ какъ оно совпадаетъ съ направленіемъ магнитнаго меридіана, то, проведя чрезъ точку пересѣченія проекцій обѣихъ стрѣлокъ линію HH, параллельную направленію приведеннаго магнита NS, опредѣляемъ изъ послѣдняго направленіе магнитнаго меридіана, пересѣкающаго ось вращенія системы стрѣлокъ, и, такимъ образомъ, опредѣляемъ положеніе системы относительно меридіана.

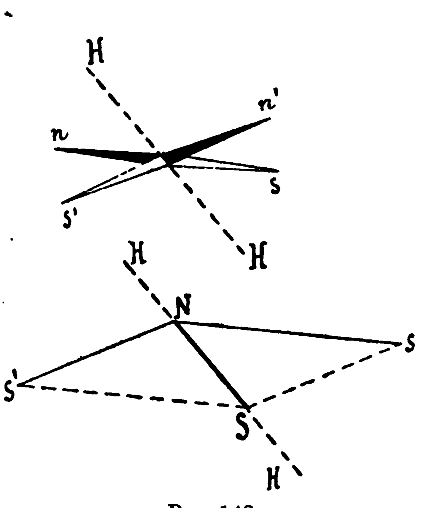


Рис. 148.

Разсматривая чертежъ 148, легко замѣтить, что величина угла, образуемаго системою съ меридіаномъ, находится въ зависимости съ одной стороны отъ разности магнитныхъ моментовъ стрѣлокъ (отъ величины $M - M'$), съ другой же стороны отъ величины угла (α), образуемаго ими между собою. Очевидно, что

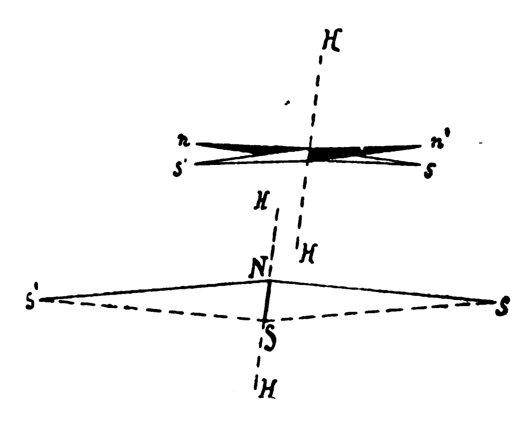


Рис. 149.

уголъ, образуемый системою съ магнитнымъ меридіаномъ, тѣмъ болѣе приближается къ прямому, чѣмъ менѣе уголъ α и чѣмъ меньше разность $M - M'$. Такъ напр., если $M = M'$ и уголъ $\alpha = 10°$, то уголъ, образуемый системою съ магнитнымъ меридіаномъ (HH рис. 149), равенъ $83°$, тогда какъ въ предшествовавшемъ случаѣ онъ составлялъ всего $58°$.

Разсматривая чертежи 148 и 149, мы убѣждаемся вмѣстѣ съ тѣмъ, что магнитный моментъ приведеннаго магнита тѣмъ менѣе, чѣмъ менѣе уголъ α (и, очевидно, чѣмъ менѣе разность $M - M'$). Въ самомъ дѣлѣ, въ первомъ изъ двухъ разсмотрѣнныхъ нами примѣровъ, магнитный моментъ приведеннаго магнита мы нашли равнымъ 0,5, во второмъ же онъ $= 0{,}2$. Очевидно, что въ случаѣ, когда $M - M'$ и α равны нулю, и магнитный моментъ приведеннаго магнита равенъ нулю, вслѣдствіе чего вся система какъ бы совершенно лишена магнетизма и потому остается въ равновѣсіи въ любомъ положеніи относительно магнитнаго меридіана. Послѣдній случай и представляетъ собою полную (недости-

жимую на практикѣ) астазію системы стрѣлокъ. На практикѣ возможно лишь уменьшеніе угла α до ничтожной величины, разность же $M—M'$ всегда остается болѣе или менѣе значительною.

728. Въ заключеніе обращаемъ вниманіе на слѣдующее:

1) Несмотря на то, что астатическая система не устанавливается въ магнитномъ меридіанѣ, она слѣдуетъ за всѣми варіаціами склоненія. Это и не можетъ быть иначе, разъ какъ положеніе системъ относительно меридіана опредѣляется направляющимъ дѣйствіемъ горизонтальной составляющей на приведенный магнитъ системы.

2) Въ случаѣ, когда уголъ α, заключающійся между вертикальными плоскостями, въ коихъ находятся стрѣлки, равенъ нулю или ничтожно малъ, величина направляющей силы горизонтальной составляющей (§ 721), дѣйствующей на астатическую пару стрѣлокъ равна

$$(M—M')\,H$$

Величина эта рѣзко измѣняется при малѣйшихъ измѣненіяхъ магнитныхъ моментовъ M и M', если, какъ это желательно для значительной астазіи, разность $M—M'$ очень мала. Слѣдовательно, на величину направляющей силы рѣзко должны вліять сотрясенія стрѣлокъ, измѣненія температуры и вліяніе окружающихъ магнитныхъ тѣлъ (сравн. §§ 734—736).

3) Астатическая система, выведенная какимъ либо образомъ изъ положенія равновѣсія, совершаетъ качанія подобно простому магниту. При этомъ, продолжительность одного полнаго качанія системы опредѣляется уже извѣстною намъ формулою

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{M_1 H}}$$

гдѣ, въ данномъ случаѣ, T есть моментъ инерціи системы, а M_1— магнитный моментъ приведеннаго магнита ея. Такъ какъ M_1 здѣсь будетъ величина тѣмъ меньшая, чѣмъ совершеннѣе астазія системы, то очевидно, что продолжительность полнаго качанія системы возрастаетъ съ увеличеніемъ астазіи. Поэтому то, если

астатическую систему изготовить даже изъ очень легкихъ стрѣлокъ, слѣдовательно моментъ инерціи системы свести на очень малую величину, то все же продолжительность совершаемыхъ системою полныхъ качаній будетъ весьма значительна (обыкновенно не менѣе 30″).

729. Здѣсь будетъ умѣстно упомянуть еще о двухъ другихъ способахъ астазіи магнитной стрѣлки.

Первый способъ заключается въ помѣщеніи стрѣлки въ центрѣ вертикально установленнаго желѣзнаго цилиндра, притомъ, если возможно, замкнутаго сверху и снизу желѣзными дисками. Объ этомъ способѣ уже было говорено въ § 665.

730. Второй способъ заключается въ астазіи стрѣлки помощью *компенсирующаго магнита*, т. е. неподвижнаго магнита, установленнаго такимъ образомъ и на такомъ разстояніи, отъ астазируемой стрѣлки, чтобы поле, развиваемое магнитомъ, по возможности компенсировало направляющее дѣйствіе на стрѣлку горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли. Для этого укрѣпляютъ компенсирующій магнитъ или въ одной вертикальной плоскости съ компенсируемой стрѣлкой — надъ или подъ послѣд-

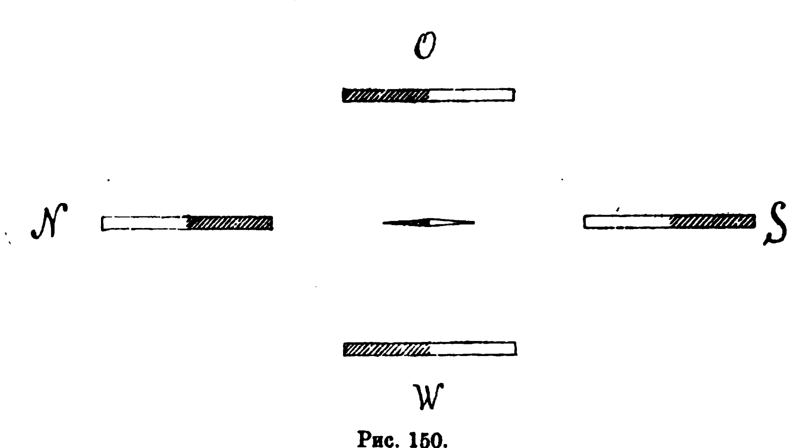


Рис. 150.

нею, или въ одной горизонтальной плоскости — на сѣверъ (*N*), югъ (*S*), востокъ (*O*) или западъ (*W*) отъ компенсируемой стрѣлки, во всякомъ случаѣ такъ, чтобы *одноименные* полюсы

стрѣлки и магнита были обращены другъ къ другу, а разстояніе магнита отъ стрѣлки было таково, чтобы послѣдняя находилась въ той части поля магнита, напряженіе которой по возможности равно напряженію въ данномъ мѣстѣ горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли (см. рис. 150 и ср. § 791). Если бы было возможно вполнѣ осуществить послѣднее условіе, то направляющее дѣйствіе на стрѣлку земнаго магнетизма было бы вполнѣ уничтожено противоположнымъ по направленію дѣйствіемъ поля компенсирующаго магнита и стрѣлка была бы вполнѣ астазирована — по крайней мѣрѣ впредь до слѣдующаго измѣненія абсолютной величины горизонтальной составляющей. На практикѣ полная астазія, конечно, неосуществима и всегда преобладаетъ дѣйствіе на стрѣлку или направляющей земнаго магнетизма или направляющей магнитнаго поля магнита. Но практическій интересъ и представляетъ лишь *уменьшеніе* компенсирующимъ магнитомъ дѣйствія горизонтальной составляющей на подвижную стрѣлку, а отнюдь не полное уничтоженіе этого дѣйствія. Какимъ образомъ регулируютъ компенсацію, будетъ указано въ § 791.

731. Практически интересно еще то, что

1) Продолжительность полнаго качанія стрѣлки увеличивается съ увеличеніемъ астазіи ея компенсирующимъ магнитомъ, ибо вслѣдствіе компенсаціи уменьшается (точнѣе — уравновѣшивается) величина H въ мѣстѣ, занимаемомъ стрѣлкою, а потому и возрастаетъ время τ, какъ это понятно изъ разсмотрѣнія формулы

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{MH}}$$

По той же причинѣ возрастаетъ и продолжительность качанія стрѣлки при астазіи ея желѣзнымъ цилиндромъ.

732. 2) На стрѣлку сильно астазированную компенсирующимъ магнитомъ, незначительныя измѣненія напряженія горизонтальной составляющей и незначительныя варіаціи склоненія оказываютъ уже весьма значительное дѣйствіе. Въ самомъ дѣлѣ,

стрѣлка находится въ магнитномъ полѣ, представляющемъ по напряженію *разность двухъ полей* (земли и компенсирующаго магнита); поэтому, если означенная разность незначительна, то уже небольшое измѣненіе напряженія или направленія горизонтальной составляющей производитъ значительпое измѣненіе въ напряженіи и направленіи поля, окружающаго иглу.

733. Магнитъ, установленный по отношенію къ стрѣлкѣ свободно вращающейся въ горизонтальной плоскости, подобно компенсирующему магниту (рис. 150), но такъ, что *разноименные* полюсы его и стрѣлки обращены другъ къ другу, оказываетъ на стрѣлку дѣйствіе, очевидно, противоположное компенсирующему магниту, т. е. вызываетъ въ той части пространства, гдѣ стрѣлка находится, магнитное поле, силовыя линіи коего имѣютъ одно направленіе съ дѣйствіемъ горизонтальной составляющей земнаго магнетизма; короче, такой магнитъ *усиливаетъ* направляющее дѣйствіе земнаго магнетизма на стрѣлку.

XXXVII. О магнитномъ моментѣ.

734. Мы знаемъ, что магнитный моментъ опредѣляетъ моментъ вращенія подвижнаго магнита при положеніи его перпендикулярно къ силовымъ линіямъ поля, напряженіе коего равно абсолютной единицѣ. Другое опредѣленіе показываетъ, что магнитный моментъ магнита есть произведеніе величины магнитной массы одного изъ полюсовъ его на разстояніе между обоими (§ 720). Разсмотримъ здѣсь причины, измѣняющія магнитный моментъ магнита.

Соотвѣтственно постоянному и временному намагниченію (§ 645), мы различаемъ *постоянный* и *временный магнитные моменты*. Такъ какъ временное намагниченіе существуетъ только до тѣхъ поръ, пока магнитное тѣло подвергнуто индукціи, то временный магнитный моментъ называютъ также *индуктированнымъ моментомъ*. Помимо этого, магнитный моментъ магнитнаго тѣла, находящагося въ магнитномъ полѣ, можетъ представлять собою *сложный моментъ*, обусловленный алгебраическою суммою

постояннаго и индуктированнаго моментовъ. Въ самомъ дѣлѣ, если помѣстить въ относительно сильное искусственное магнитное поле магнитное тѣло (желѣзо, чугунъ, сталь), а затѣмъ удалить его изъ этого поля, то окажется, что тѣло намагничено; но вмѣстѣ съ тѣмъ если намагниченіе тѣла въ искусственномъ полѣ не достигло предѣльной степени, то магнитное тѣло, находясь въ магнитномъ полѣ, обладало болѣе значительнымъ магнитнымъ моментомъ, чѣмъ по удаленіи его изъ этого поля, ибо въ тѣлѣ, намагниченіе коего не достигло предѣльной степени, часть оріентировки молекулъ исчезаетъ по прекращеніи магнитной индукціи. Поэтому и магнитный моментъ готоваго стальнаго ненасыщеннаго магнита увеличится, если мы магнитъ помѣстимъ въ полѣ такъ, что направленіе собственныхъ силовыхъ линій въ массѣ магнита совпадаетъ съ направленіемъ линій силъ поля. Въ обоихъ разсмотрѣнныхъ случаяхъ сложный магнитный моментъ равенъ суммѣ нѣкоторыхъ моментовъ,—постояннаго и временнаго. Напротивъ, если мы магнитъ въ полѣ помѣстимъ такъ, что линіи силъ поля и магнита въ массѣ послѣдняго будутъ имѣть противоположныя направленія, то магнитъ пріобрѣтетъ сложный моментъ, равный разности моментовъ,—постояннаго и индуктированнаго полемъ,—и мы говоримъ, что первоначальный магнитный моментъ магнита уменьшился. Очевидно, что въ послѣднемъ случаѣ при увеличеніи напряженія поля магнитный моментъ магнита можетъ уменьшиться до нуля, а далѣе вновь возрасти соотвѣтственно размагниченію магнита и послѣдующему намагниченію его въ обратномъ направленіи (§ 669).

Отношеніе магнитнаго момента магнита, опредѣленнаго опытомъ при нѣкоторомъ извѣстномъ напряженіи окружающаго поля, къ тому магнитному моменту, который пріобрѣтаетъ магнитъ при увеличеніи напряженія поля на абсолютную единицу, называется коэффиціентомъ магнитной индукціи въ магнитъ. Коэффиціентъ этотъ *положителенъ* при увеличеніи магнитнаго момента и *отрицателенъ* при уменьшеніи его. При малыхъ напряженіяхъ поля положительная и отрицательная вели-

чины, обусловливаемыя положеніемъ магнита относительно направленія поля, могутъ быть приняты равными другъ другу; при бо̀льшихъ напряженіяхъ — отрицательный коэффиціентъ, ceteris paribus, болѣе положительнаго. При малыхъ напряженіяхъ поля, каково напр. напряженіе магнитнаго поля земли, абсолютная величина обоихъ коэффиціентовъ индукціи въ стальномъ магнитѣ колеблется въ предѣлахъ отъ нѣсколькихъ десятитысячныхъ до нѣсколькихъ тысячныхъ основнаго момента.

735. Помимо измѣненія величины магнитнаго момента магнита въ зависимости отъ напряженія окружающаго поля и положенія въ немъ магнита, практическое значеніе имѣетъ измѣненіе магнитнаго момента подъ вліяніемъ повышенія и пониженія *температуры* магнита (§ 646).

Величина, показывающая на какую часть опытомъ опредѣленнаго магнитнаго момента уменьшается послѣдній при повышеніи температуры магнита на 1° С., называется температурнымъ коэффиціентомъ магнитнаго момента магнита. Такимъ образомъ, искомый магнитный моментъ M_t при температурѣ t опредѣляется эмпирическими формулами:

$$M_t = M_0 - M_0\beta\,(t - t^\circ) \text{ — при повышеніи температуры}$$

и

$$M_t = M_0 + M_0\beta\,(t^\circ - t) \text{ — при пониженіи температуры магнита,}$$

гдѣ M_0 — магнитный моментъ опредѣленный опытомъ при нѣкоторой извѣстной температурѣ t°, t — та температура, для которой мы желаемъ вычислить магнитный моментъ и, наконецъ, β — температурный коэффиціентъ послѣдняго. Формуламъ этимъ можно придать болѣе удобный для вычисленій видъ:

$$M_t = M_0\,[1 \pm \beta\,(t - t^\circ)].$$

Въ правильно намагниченныхъ магнитахъ, изготовленныхъ изъ твердой хорошо закаленной стали, температурный коэффиціентъ магнитнаго момента приблизительно равенъ 0,0004, тогда

какъ въ магнитахъ изъ болѣе мягкой стали онъ превышаетъ 0,001.

736. Удары, толчки и сотрясенія всякаго рода уменьшаютъ, какъ мы видѣли (§ 646), степень намагниченія магнита, слѣдовательно уменьшаютъ магнитный моментъ его.

Если желаютъ магнитный моментъ сохранить возможно постояннымъ, то предохраняютъ магнитъ 1) отъ сотрясеній, 2) отъ колебаній температуры, 3) отъ чрезмѣрныхъ колебаній окружающаго магнитнаго поля. Поэтому, чрезъ обмотку гальванометра не пропускаютъ токовъ болѣе сильныхъ чѣмъ тѣ, для которыхъ гальванометръ разсчитанъ, магниты же магнитометровъ помѣщаютъ въ такое мѣсто, которое удалено отъ различныхъ магнитовъ, электромагнитовъ, электрическихъ проводовъ и т. п. Помимо того, магниты магнитометровъ хорошо сохранять въ положеніи перпендикулярномъ къ магнитному меридіану, такъ какъ при этомъ магнитная ось магнитовъ менѣе всего подвержена вліянію магнитнаго поля земли.

737. Здѣсь будетъ умѣстно сказать, что величина, которую мы въ § 661 опредѣлили какъ *удѣльное намагниченіе*, т. е. какъ силу полюсовъ, индуктированныхъ полемъ $\mathfrak{H}$ въ тѣлѣ съ площадью поперечнаго сѣченія въ 1 квадратный сантиметръ, можетъ быть на основаніи понятія о магнитномъ моментѣ, опредѣлена инымъ образомъ. Въ самомъ дѣлѣ, мы видѣли, что удѣльное намагниченіе бруска

$$=\frac{m}{F}$$

гдѣ m — абсолютная сила возбужденныхъ въ немъ полюсовъ, а F — площадь поперечнаго сѣченія бруска въ квадратныхъ сантиметрахъ. Но, такъ какъ (§ 720)

$$m=\frac{M}{l}$$

гдѣ M — магнитный моментъ и l — длина *магнитной оси* бруска (въ сантиметрахъ), то

$$\frac{m}{F}=\frac{M}{lF}$$

гдѣ величина lF есть произведеніе длины магнитной оси на площадь поперечнаго сѣченія бруска, слѣдовательно нѣкоторая величина, не имѣющая ничего общаго съ *объемомъ* бруска. Поэтому, встрѣчающееся всюду опредѣленіе — «удѣльное намагниченіе есть отношеніе магнитнаго момента къ объему намагниченнаго тѣла» — *не вѣрно*. Если бы это было такъ, то, согнувъ въ подкову прямолинейный намагниченный брусокъ, мы должны были бы магнитный моментъ его найти неизмѣнившимся, между тѣмъ магнитный моментъ будетъ теперь уже иной (несравненно меньшій), удѣльное же намагниченіе, разумѣется, останется прежнимъ (числовой примѣръ см. въ главѣ объ электромагнитахъ)[1]).

XXXVIII. Дѣйствіе неподвижнаго магнита на подвижный.

738. Чтобы уяснить себѣ дѣйствіе магнита на магнитъ, разсмотримъ сначала дѣйствіе магнита на изолированный магнитный полюсъ.

Представимъ себѣ магнитъ, полюсы котораго $+m$ и $-m$ находятся на разстояніи l другъ отъ друга, причемъ на продолженіи магнитной оси, на разстояніи λ отъ средины магнита, находится магнитная масса $+m'$ (рис. 151). Тогда между полюсомъ

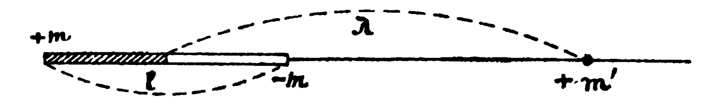


Рис. 151.

$-m$ и магнитною массою $+m'$ дѣйствуетъ, согласно закону Кулона, сила притяженія

$$f = \frac{mm'}{\left(\lambda - \frac{l}{2}\right)^2}$$

[1]) *Удѣльнымъ магнетизмомъ* называется еще отношеніе магнитнаго момента къ массѣ тѣла (въ граммахъ). Величина эта, на основаніи только что сказаннаго, также не имѣетъ смысла.

а между полюсомъ $+m$ и тою же магнитною массою $+m'$ — сила отталкиванія

$$f' = \frac{mm'}{\left(\lambda + \frac{l}{2}\right)^2}$$

Очевидно (§ 705), что равнодѣйствующая обѣихъ силъ f и f' равна

$$f - f' = \frac{mm'}{(\lambda - {}^1/_2\, l)^2} - \frac{mm'}{(\lambda + {}^1/_2\, l)^2} = \mathfrak{f}$$

или

$$\mathfrak{f} = \frac{mm'\,[(\lambda + {}^1/_2\, l)^2 - (\lambda + {}^1/_2\, l)^2]}{(\lambda^2 - {}^1/_4\, l^2)^2}$$

$$\mathfrak{f} = \frac{2\,\lambda\, m'ml}{(\lambda^2 - {}^1/_4\, l^2)^2}$$

Такъ какъ въ послѣднемъ выраженіи ml есть магнитный моментъ магнита, то, означивъ его буквою M, находимъ, что

$$\mathfrak{f} = \frac{2\,Mm'\,\lambda}{(\lambda^2 - {}^1/_4\, l^2)^2}$$

Раздѣливъ числителя и знаменателя второй части послѣдняго уравненія на λ^4, получимъ

$$\mathfrak{f} = \frac{2Mm'}{\lambda^3\left(1 - {}^1/_2\,\frac{l^2}{\lambda^2} + {}^1/_{16}\,\frac{l^4}{\lambda^4}\right)}$$

или

$$\mathfrak{f} = \frac{2\,Mm'}{\lambda^3}\left(1 - {}^1/_2\,\frac{l^2}{\lambda^2} + {}^1/_{16}\,\frac{l^4}{\lambda^4}\right)^{-1}$$

Разложивъ полученное выраженіе въ строку, имѣемъ

$$\mathfrak{f} = \frac{2\,Mm'}{\lambda^3}\left(1 + {}^1/_2\,\frac{l^2}{\lambda^2} + {}^3/_{16}\,\frac{l^4}{\lambda^4}\,\ldots\ldots\right)$$

Для множителя въ скобкахъ вполнѣ достаточно ограничиться приведенными тремя членами, такъ какъ послѣдующіе не оказываютъ замѣтнаго вліянія на конечный результатъ вычисленія. Если же разстояніе между магнитомъ и предполагаемымъ изолированнымъ полюсомъ $(+m')$ не слишкомъ мало, то можно пре-

небречь и третьимъ членомъ, а когда λ очень значительно сравнительно съ l, то можно отбросить и второй членъ. Въ послѣднемъ случаѣ дѣйствіе магнита на отдаленный изолированный полюсъ выразится формулою

$$\mathfrak{f}=\frac{2\,Mm'}{\lambda^3}$$

739. Представимъ себѣ теперь, что продолженіе магнитной оси того же магнита (который мы будемъ обозначать чрезъ NS) пересѣкаетъ центръ вращенія магнитной стрѣлки (ns) въ направленіи перпендикулярномъ къ ея магнитной оси, причемъ стрѣлка удерживается какою либо силою въ сказанномъ положеніи.

Пусть въ полюсахъ стрѣлки ns сосредоточены магнитныя массы $+m'$ и $-m'$, длина магнитной оси ея $=l'$, а разстояніе отъ средины этой оси (центръ вращенія) до средины магнитной оси магнита NS равно λ (рис. 152). Если длина l' стрѣлки ни-

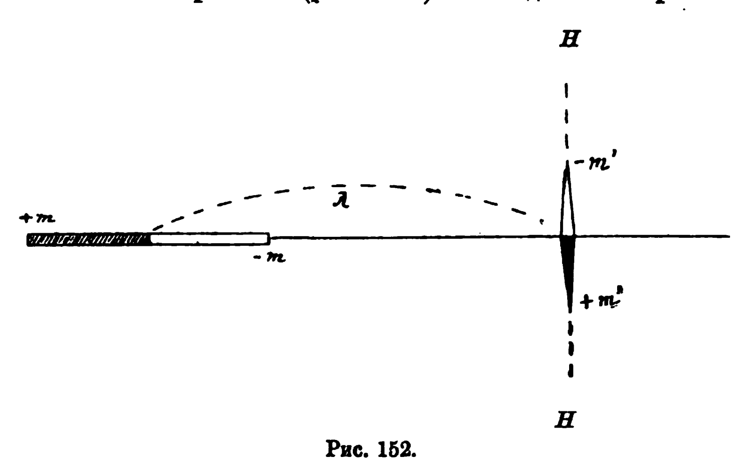


Рис. 152.

чтожна, а разстояніе λ значительно, то мы можемъ принять, что магнитъ NS дѣйствуетъ на каждый полюсъ стрѣлки съ извѣстною намъ уже (§ 738) силою $\mathfrak{f}$, вслѣдствіе чего (§ 718) моментъ вращенія стрѣлки ns въ полѣ магнита NS равенъ

$$\mathfrak{D}=\mathfrak{f}l'$$

Такъ какъ

$$\mathfrak{f} = \frac{2\,Mm'}{\lambda^3}$$

то

$$\mathfrak{D} = \frac{2\,Mm'l'}{\lambda^3}$$

гдѣ произведеніе $m'l' = M'$, т. е. представляетъ собою магнитный моментъ стрѣлки. Поэтому

$$\mathfrak{D} = \frac{2\,MM'}{\lambda^3}$$

Итакъ, послѣднею формулою опредѣляется моментъ вращенія стрѣлки подъ вліяніемъ магнита при условіи, что центръ вращенія стрѣлки расположенъ на продолженіи магнитной оси магнита и послѣдняя образуетъ съ магнитною осью стрѣлки прямой уголъ.

740. Пусть при только что указанныхъ положеніяхъ магнита и стрѣлки по отношенію другъ къ другу, стрѣлка находится въ плоскости магнитнаго меридіана (*HH* — рис. 152), resp. въ на-

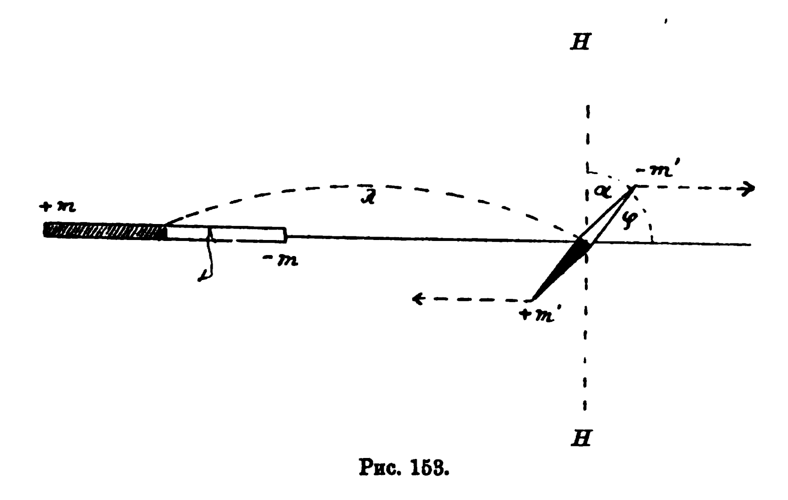


Рис. 153.

правленіи дѣйствія горизонтальной составляющей *H* магнитнаго поля земли. Если стрѣлка свободно вращается вокругъ вертикальной оси, то подъ вліяніемъ дѣйствія на нее магнита она

выйдетъ изъ положенія равновѣсія въ магнитномъ меридіанѣ *HH* и остановится въ нѣкоторомъ новомъ положеніи, опредѣляемомъ угломъ φ (рис. 153), образуемымъ продолженіемъ оси магнита *NS* и осью стрѣлки. Очевидно, что уголъ φ будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ сильнѣе магнитъ *NS* и чѣмъ меньше разстояніе λ отъ средины магнитной оси его до центра вращенія стрѣлки.

Разсуждая какъ выше (§ 739), мы находимъ, что моментъ вращенія стрѣлки

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{f} l' \sin \varphi$$

а такъ какъ (см. рис. 153)

$$\sin \varphi = \cos \alpha$$

то

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{f} l' \cos \alpha$$

Замѣнивъ $\mathfrak{f}$ найденною для него величиною (§ 739), получимъ

$$\mathfrak{D} = \frac{2\, Mm'l'}{\lambda^3} \cos \alpha$$

или

$$\mathfrak{D} = \frac{2\, MM'}{\lambda^3} \cos \alpha$$

Итакъ, моментъ вращенія стрѣлки подъ вліяніемъ магнита, расположеннаго въ одной съ нею горизонтальной плоскости перпендикулярно къ магнитному меридіану, опредѣляется формулой

$$\mathfrak{D} = \frac{2\, MM'}{\lambda^3} \cos \alpha$$

гдѣ M и M' — магнитные моменты магнита и стрѣлки, λ — разстояніе отъ центра вращенія стрѣлки до средины магнитной оси магнита и α — уголъ отклоненія стрѣлки изъ плоскости магнитнаго меридіана. — Очевидно, что въ случаѣ, если разстояніе λ сравнительно съ длиною l магнита не настолько значительно, чтобы можно было пренебречь послѣднею величиною, то въ формулу вводится множитель

$$1 + {}^1/_2 \frac{l^2}{\lambda^2}$$

который первоначально былъ нами отброшенъ (§ 738), и тогда

$$\mathfrak{D} = \frac{2\,MM'}{\lambda^3}\left(1 + {}^1/_2\,\frac{l^2}{\lambda^2}\right)\cos\alpha$$

741. Понятно, что стрѣлка, выведенная магнитомъ изъ плоскости меридіана и установившаяся въ нѣкоторомъ новомъ положеніи равновѣсія, находится подъ вліяніемъ двухъ направляющихъ силъ, другъ другу равныхъ и прямо противоположныхъ: подъ вліяніемъ дѣйствія, испытываемаго ею со стороны нѣкоторой части поля магнита, и дѣйствія на нее горизонтальной составляющей H земнаго магнетизма. Разъ какъ обѣ силы, дѣйствующія на стрѣлку при занимаемомъ ею положеніи, другъ другу равны, то и моменты вращенія, обусловливаемые этими силами, также равны другъ другу. Моментъ вращенія стрѣлки подъ вліяніемъ магнита только что былъ нами опредѣленъ, моментъ же вращенія стрѣлки подъ вліяніемъ горизонтальной составляющей H земнаго магнетизма равенъ (§ 721)

$$M'H\sin\alpha$$

Соединивъ оба выраженія знакомъ равенства, получаемъ

$$M'H\sin\alpha = \frac{2\,MM'}{\lambda^3}\left(1 + {}^1/_2\,\frac{l^2}{\lambda^2}\right)\cos\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\,M}{H\,\lambda^3}\left(1 + {}^1/_2\,\frac{l^2}{\lambda^2}\right)$$

или, такъ какъ

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

то

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\,M}{H\,\lambda^3}\left(1 + {}^1/_2\,\frac{l^2}{\lambda^2}\right).$$

742. Послѣдняя формула имѣетъ, какъ мы увидимъ ниже, значеніе для опредѣленія горизонтальной составляющей земнаго магнетизма. Кромѣ того, изъ этой же формулы мы можемъ опредѣлить магнитный моментъ M магнита, отклоняющаго на раз-

стояніи λ нѣкоторую магнитную стрѣлку на уголъ α изъ плоскости магнитнаго меридіана. Въ самомъ дѣлѣ, если

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2M}{H\lambda^3}\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{l^2}{\lambda^2}\right)$$

то отсюда

$$2M = \frac{\operatorname{tg}\alpha . H\lambda^3}{1 + \tfrac{1}{2}\frac{l^2}{\lambda_2}}$$

и

$$M = \frac{\operatorname{tg}\alpha . H\lambda^3}{2 + \frac{l^2}{\lambda^2}}$$

или, при значительной величинѣ λ и короткомъ магнитѣ,

$$M = \frac{\operatorname{tg}\alpha . H\lambda^3}{2}.$$

Предполагается, что абсолютная величина H намъ извѣстна.

XXXIX. Опредѣленіе абсолютныхъ величинъ H и M.

743. Для опредѣленія абсолютныхъ величинъ напряженія горизонтальной составляющей H земнаго магнетизма и магнитнаго момента M того магнита, который служитъ намъ для измѣренія H, мы пользуемся методомъ Гаусса (Gauss), который даетъ намъ возможность экспериментально опредѣлить величины MH и $\frac{M}{H}$, а изъ нихъ вычисленіемъ найти величины H и M.

Опредѣленіе произведенія MH.

744. Произведеніе MH мы находимъ, наблюдая качанія какого либо горизонтально подвѣшеннаго магнита, выведеннаго изъ положенія равновѣсія его въ плоскости магнитнаго меридіана и предоставленнаго затѣмъ самому себѣ.

Мы уже видѣли (§ 722), что продолжительность одного полнаго качанія (въ секундахъ)

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{T}{MH}}$$

гдѣ T — моментъ инерціи даннаго магнита.

Отсюда

$$\tau^2 = \pi^2 \frac{T}{MH}$$

и

$$MH = \frac{\pi^2 T}{\tau^2}$$ [1])

Если магнитъ имѣетъ геометрически правильную форму, то формулу для вычисленія момента инерціи его находимъ въ таблицѣ § 710; въ противномъ случаѣ величина T можетъ быть опредѣлена опытомъ, о чемъ будетъ говорено въ практической части этой книги.

Опредѣленіе частнаго $\frac{M}{H}$ и величинъ M и H.

745. Частное $\frac{M}{H}$ мы находимъ, наблюдая уголъ отклоненія какой либо магнитной стрѣлки изъ занимаемаго ею положенія покоя въ плоскости магнитнаго меридіана подъ вліяніемъ дѣйствія на нее того магнита, продолжительность τ полнаго качанія котораго мы только что опредѣлили.

Мы видѣли (§ 741), что тангенсъ интересующаго насъ угла отклоненія стрѣлки

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2M}{H\lambda^3}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{l^2}{\lambda^2}\right)$$

гдѣ M — магнитный моментъ отклоняющаго магнита; или

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2M}{H\lambda^3} + \frac{Ml^2}{H\lambda^5} = \frac{2M\lambda^2}{H\lambda^5} + \frac{Ml^2}{H\lambda^5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M(2\lambda^2 + l^2)}{H\lambda^5}$$

Отсюда

$$\lambda^5 \operatorname{tg} \alpha = \frac{M(2\lambda^2 + l^2)}{H}$$

и

$$\frac{M}{H} = \frac{\lambda^5 \operatorname{tg} \alpha}{2\lambda^2 + l^2}$$

---

[1]) $\pi^2 = 9,86959$.

Обозначивъ найденное для MH выраженіе черезъ A, а найденное для $\frac{M}{H}$ выраженіе черезъ B, получаемъ

$$1) \qquad MH:\frac{M}{H}=\frac{MH.H}{M}=H^2=\frac{A}{B}$$

откуда

$$H=\sqrt{\frac{A}{B}}$$

и

$$2) \qquad MH.\frac{M}{H}=\frac{MH.M}{H}=M^2=AB$$

откуда

$$M=\sqrt{AB}.$$

746. Въ теченіе времени, необходимаго для экспериментальныхъ опредѣленій MH и $\frac{M}{H}$, самая величина H можетъ измѣняться въ нѣкоторыхъ предѣлахъ (§ 690), а вслѣдствіе этого въ свою очередь должна измѣняться и величина M магнита, служащаго для измѣреній H (§ 734). Для того, чтобы по возможности уменьшить проистекающія отсюда ошибки, наблюденія производятъ съ возможно малыми промежутками времени, въ такомъ порядкѣ: опредѣляютъ MH, $\frac{M}{H}$ и опять MH, причемъ изъ перваго и послѣдняго опредѣленій выводятъ ариѳметическое среднее. Такой порядокъ наблюденій выгоденъ потому, что при опредѣленіи $\frac{M}{H}$ магнитная ось отклоняющаго магнита лежитъ подъ прямымъ угломъ къ направленію H и потому горизонтальная составляющая не вліяетъ на величину M магнита; напротивъ, при опредѣленіи MH магнитъ подвергается индукціи со стороны горизонтальной составляющей, а потому величины, опредѣленныя въ обоихъ случаяхъ для MH, будутъ различны при измѣненіи H и ариѳметическое среднее ихъ внесетъ поправку какъ для измѣненій H, такъ и для измѣненій M.

747. Помимо H въ теченіе наблюденій можетъ измѣняться и температура, вслѣдствіе чего опять таки измѣнится первона-

чальная величина M. Но незначительныя измѣненія температуры мало вліяютъ на M (§ 735), болѣе же значительныхъ можно избѣгнуть выборомъ благопріятнаго времени и мѣста.

748. Если мы желаемъ сравнить величины горизонтальныхъ составляющихъ H_1, H_2, H_3.... во многихъ мѣстахъ, то, опредѣливъ, какъ указано выше, магнитный моментъ M даннаго магнита и величину H_1 въ первомъ мѣстѣ, наблюдаемъ продолжительности качаній τ_2, τ_3.... магнита въ остальныхъ мѣстахъ. Такъ какъ очевидно, что

$$H_1 : H_2 = \tau_2^2 : \tau_1^2$$

$$H_1 : H_3 = \tau_3^2 : \tau_1^2$$

и т. д.,

гдѣ τ_1 — продолжительность качанія магнита при горизонтальной составляющей H_1, то

$$H_2 = \frac{H_1 \tau_1^2}{\tau_2^2}$$

$$H_3 = \frac{H_1 \tau_1^2}{\tau_3^2}$$

и т. д.

Если горизонтальныя составляющія послѣдовательно опредѣляются при неравныхъ температурахъ мѣстъ наблюденій, то должно внести поправку на температурный коэффиціентъ магнитнаго момента магнита (§ 735) и тогда имѣемъ, напр.

$$H_2 = \frac{H_1 \tau^2}{\tau_2^2} [1 + \beta (t - t^0)]$$

Должно помнить, что случайныя сотрясенія магнита (ударъ, паденіе) измѣняютъ магнитный моментъ его значительнѣе, чѣмъ измѣненія температуры и величины H. Поэтому магнитъ, предназначенный для сравненій величинъ H въ различныхъ мѣстахъ, долженъ быть хорошо предохраненъ отъ различныхъ случайностей.

749. При только что описанномъ сравненіи величинъ H въ различныхъ мѣстахъ наблюденій, мы можемъ принять (§ 734), что измѣненія напряженія горизонтальной составляющей незначительно вліяютъ на магнитный моментъ магнита, служащаго для измѣреній H, такъ какъ измѣненія послѣдней величины вообще незначительны, и магнитъ предполагается изготовленнымъ изъ весьма твердой стали, сильно закаленной и затѣмъ сильно намагниченной по правиламъ, указаннымъ въ практической части.— Напротивъ, опредѣливъ магнитный моментъ магнита при извѣстномъ напряженіи магнитнаго поля земли, нельзя допустить, что магнитный моментъ этотъ не измѣнится если мы магнитъ перемѣстимъ въ магнитное поле значительной напряженности. Поэтому нельзя опредѣлить напряженіе сильнаго магнитнаго поля изъ качаній въ немъ магнита, магнитный моментъ котораго предварительно былъ опредѣленъ наблюденіями въ магнитномъ полѣ земли. Для такихъ измѣреній употребляются другіе способы, о которыхъ будетъ сказано ниже.

XL. Электромагнетизмъ.

750. Изъ того обстоятельства, что токъ дѣйствуетъ на магнитъ, мы заключаемъ, что *проводникъ, въ которомъ протекаетъ электричество, окруженъ магнитнымъ полемъ.* Чтобы обнаружить силовыя линіи магнитнаго поля тока производятъ такіе же опыты съ желѣзными опилками, какъ и для обнаруженія силовыхъ линій магнитнаго поля магнита. Такъ напр., если черезъ середину горизонтально лежащаго листа картона, перпендикулярно къ поверхности его провести мѣдную проволоку, въ которой протекаетъ сильный токъ (не менѣе 10 амперъ), и сыпать на картонъ желѣзные опилки, то послѣдніе располагаются вокругъ проволоки концентрическими рядами[1]) (рис. 154).

[1]) Если мѣдную проволоку, по которой проходитъ сильный токъ (въ 15—20 амперъ), погрузить въ мелкіе желѣзные опилки и затѣмъ вынуть изъ нихъ,

Помѣщая въ различныхъ частяхъ поверхности картона маленькій компасъ, мы видимъ, что стрѣлка его всюду устанавливается *тангенціально къ круговымъ линіямъ силъ*. При перемѣнѣ направленія тока въ проволокѣ, стрѣлка компаса вращается вокругъ своей оси на 180°, и слѣдовательно, снова принимаетъ тангенціальное направленіе относительно силовыхъ линій. Рис. 155 и 156 показываютъ положенія стрѣлки при противоположныхъ направленіяхъ тока.

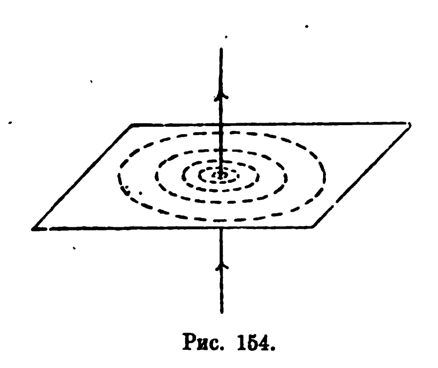


Рис. 154.

Такъ какъ магнитная стрѣлка во всякомъ магнитномъ полѣ

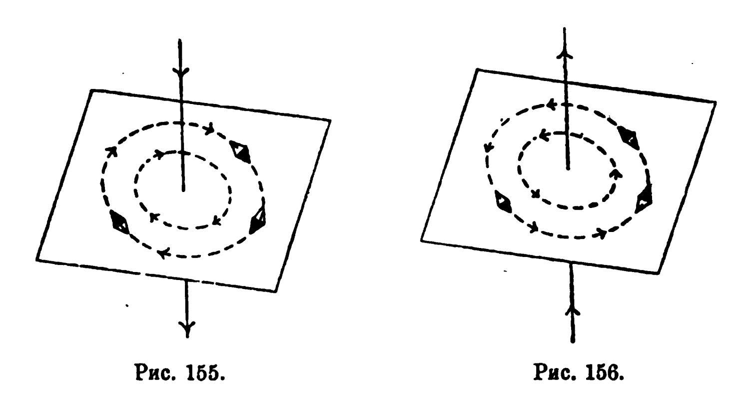


Рис. 155. Рис. 156.

устанавливается въ направленіи этого поля, т. е. такимъ образомъ, что направленіе силовыхъ линій, соединяющихъ въ массѣ стрѣлки полюсы ея, совпадаетъ съ направленіемъ силовыхъ линій того поля, въ которомъ стрѣлка помѣщается, то изъ положенія,

то оказывается, что проволока покрыта, какъ бы футляромъ, сплошною массою опилокъ. Если токъ прервать, то опилки тотчасъ же отпадаютъ. Изъ опыта этого не слѣдуетъ, однако, чтобы опилки притягивались проволокой. Въ самомъ дѣлѣ, 1) весь футляръ опилокъ можно передвигать вдоль проволоки, не встрѣчая къ тому препятствія, 2) если нарушить цѣлость одной его стороры,

принимаемаго короткою магнитною стрѣлкою въ магнитномъ полѣ тока, мы можемъ судить о направленіи силовыхъ линій этого поля. Такимъ образомъ, изъ рис. 155 и 156 слѣдуетъ, что *если смотрѣть на встрѣчу току, то силовыя линіи магнитнаго поля тока, окружающія проводникъ, имѣютъ направленіе обратное движенію часовой стрѣлки.*

751. Для того, чтобы опредѣлить дѣйствіе тока на магнит-

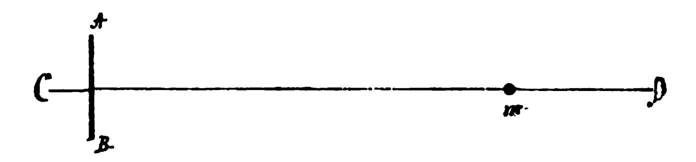


Рис. 157.

ную стрѣлку, необходимо прежде всего разсмотрѣть дѣйствіе чрезвычайно малаго отрѣзка проводника, въ коемъ течетъ токъ,—такъ называемаго *элемента тока*—на воображаемый изолированнымъ магнитный полюсъ. Разсмотримъ сначала простѣйшій случай.

Пусть AB (рис. 157) представляетъ собою элементъ нѣкотораго тока I и пусть магнитный полюсъ m расположенъ на пря-

то весь онъ распадается, 3) если приложить кучку опилокъ только къ одной сторонѣ проволоки, то кучка эта проволокою не притягивается. Отсюда мы видимъ, что опилки притягиваются не проволокою, а лишь другъ другомъ,

группируясь въ круговые ряды, вдоль концентрично расположенныхъ силовыхъ линій поля тока.

Если для опыта употребить не мѣдную проволоку, а проволоку изготовленную изъ какого либо магнитнаго вещества, то очевидно, что она намагнитится окружающимъ ее магнитнымъ полемъ, и притомъ, разумѣется, трансверсально (§ 674). Если взята была стальная проволока, то намагниченіе въ ней сохранится и по прекращеніи дѣйствія тока. Но магнитное состояніе ея можетъ быть обнаружено лишь послѣ того какъ мы ее распилимъ вдоль оси, ибо въ трансверсально намагниченномъ тѣлѣ биполярные молекулы расположены въ концентрическіе круги, замкнутые въ намагниченной массѣ. Очевидно, что, распиливъ проволоку вдоль оси, мы найдемъ, что одинъ край ея представляетъ N, а другой S полюсъ. Вслѣдствіе этого вертикально установленный отрѣзокъ проволоки дастъ магнитный спектръ, изображенный на рис. 158.

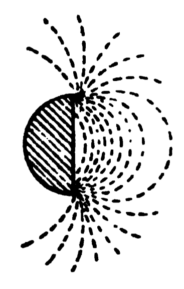


Рис. 158.

мой линіи CD, пересѣкающей подъ прямымъ угломъ средину отрѣзка AB. Напряженіе магнитнаго поля тока, окружающаго элементъ его AB, очевидно, возрастаетъ во всѣхъ точкахъ прямо пропорціонально увеличенію силы тока. Далѣе, согласно общему закону, напряженіе магнитнаго поля тока въ отдѣльныхъ точкахъ линіи CD обратно пропорціонально квадрату разстоянія отъ центра элемента тока. Поэтому, если перемѣщать полюсъ m по линіи CD, то элементъ тока будетъ дѣйствовать на полюсъ съ силою, обратно пропорціональною квадрату разстоянія λ между полюсомъ и элементомъ и прямо пропорціональною абсолютной силѣ тока I и абсолютной силѣ полюса m, ибо сила, которую испытываетъ магнитный полюсъ въ магнитномъ полѣ, равна произведенію абсолютной силы этого полюса на абсолютную величину напряженія поля (§ 655). Такимъ образомъ, въ нашемъ случаѣ сила f, съ которою дѣйствуетъ элементъ AB тока I на магнитный полюсъ m, находящійся на разстояніи λ отъ элемента, выразится формулой

$$f = \frac{Im}{\lambda^2} l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

гдѣ l длина элемента AB, каковая величина также должна быть введена въ формулу, ибо очевидно, что дѣйствіе отрѣзка тока на полюсъ измѣняется при измѣненіи длины отрѣзка[1]).

752. Разсмотримъ теперь, въ какомъ *направленіи* дѣйствуетъ магнитное поле отрѣзка AB тока на изолированный

---

[1]) Согласно теоретически выведенному Лапласомъ закону, разсматривать который подробно мы не считаемъ нужнымъ, всякій элементъ l тока I, въ какомъ бы положеніи онъ ни находился по отношенію къ магнитному полюсу, дѣйствуетъ на послѣдній съ силою

$$f = \frac{Im}{\lambda^2} l \sin \alpha$$

гдѣ α — уголъ, образуемый даннымъ элементомъ съ линіею λ, соединяющею его съ полюсомъ (такъ какъ въ только что разсмотрѣнномъ случаѣ $\alpha = 90°$, то $\sin \alpha = 1$).

Изъ закона Лапласа слѣдуетъ, что сила, съ которою дѣйствуетъ на полюсъ *весь* проводникъ тока, равна суммѣ силъ f, дѣйствующихъ со стороны каждаго элемента тока.

магнитный полюсъ m, помѣщенный въ магнитномъ полѣ тока на линіи CD.

Положимъ, что b есть поперечное сѣченіе проводника (рис. 159), расположеннаго перпендикулярно къ плоскости рисунка, по которому проходитъ токъ, удаляясь отъ зрителя. При такомъ условіи концентрическія силовыя линіи поля тока будутъ имѣть направленіе, указанное на рисункѣ стрѣлками. Разстояніе между центромъ сѣченія проводника и полюсомъ m обозначимъ, какъ выше, черезъ λ.

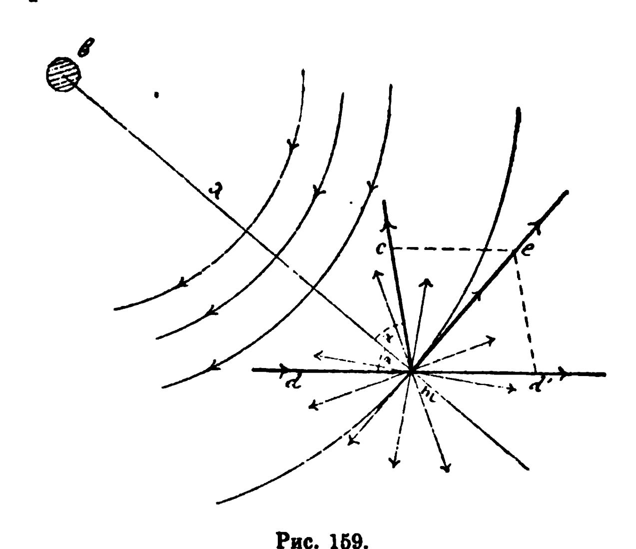


Рис. 159.

Какъ видно изъ рисунка, направленіе одной части силовыхъ линій, исходящихъ радіально изъ изолированнаго полюса m, совпадаетъ съ направленіемъ силовыхъ линій поля тока, тогда какъ другая, такая же часть силовыхъ линій полюса, имѣетъ направленіе обратное силовымъ линіямъ поля тока. Такимъ образомъ (§ 649), полюсъ m со стороны поля тока испытываетъ одновременно два равныхъ, но различныхъ по направленію дѣйствія: притяженіе и отталкиваніе. При этомъ очевидно, что въ какой бы точкѣ поля тока ни находился полюсъ m, силы притяженія и отталкиванія направлены всегда подъ одинаковыми углами къ линіи (bm), соединяющей полюсъ съ центромъ поля

тока (съ центромъ сѣченія проводника); *равнодѣйствующая* же *обѣихъ силъ*, какъ мы сейчасъ увидимъ, *направлена по линіи, проходящей черезъ полюсъ m перпендикулярно къ прямой* (*bm*), *соединяющей полюсъ съ центромъ поля тока, слѣдовательно по касательной къ силовымъ линіямъ магнитнаго поля тока.*

Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что полюсъ *m* испытываетъ силу притяженія въ направленіи *mc* (рис. 159) подъ нѣкоторымъ угломъ α къ линіи *bm*. Въ такомъ случаѣ сила отталкиванія будетъ дѣйствовать на полюсъ въ направленіи *md*, подъ тѣмъ же угломъ α къ линіи *mb*. Пусть одинаковая длина линій *mc* и *md*, rspct. *md'*, выражаетъ одинаковыя по величинѣ силы притяженія и отталкиванія полюса. Тогда равнодѣйствующая этихъ двухъ силъ, приложенныхъ къ полюсу, выразится діагональю *me* параллелограмма, построеннаго на силахъ $\overline{mc}$ и $\overline{md'}$, причемъ, какъ видно изъ чертежа, равнодѣйствующая эта направлена по касательной къ силовой линіи поля тока, проходящей чрезъ полюсъ *m*.

753. Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію дѣйствія магнитнаго поля *круговаго тока* на изолированный магнитный полюсъ.

Положимъ, что круговая плоскость, радіусъ коей $= r$ (рис. 160), окружена проводникомъ, въ ближайшей къ намъ половинѣ

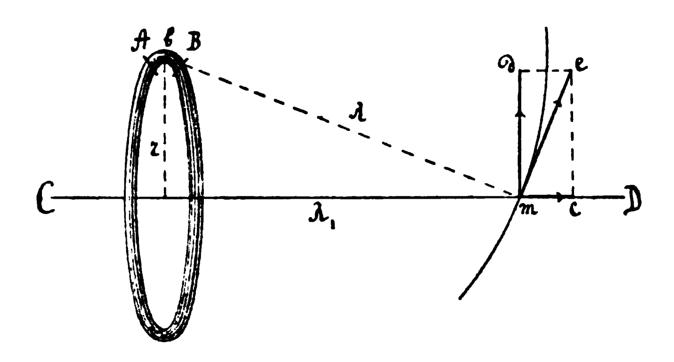


Рис. 160.

котораго течетъ токъ въ направленіи сверху внизъ. При условіи ничтожнаго діаметра проводника[1]), мы можемъ сказать, что

[1]) На рисункѣ 160 для ясности изображенъ толстый проводникъ.

имѣемъ дѣло съ круговымъ токомъ, *радіусъ площади коего* $= r$. Пусть площадь круговаго тока расположена въ плоскости магнитнаго меридіана и пусть на оси CD, перпендикулярной къ плоскости тока и проходящей черезъ ея центръ, помѣщается магнитный полюсъ m. Разсматривая дѣйствіе на этотъ полюсъ элемента $\overline{AB}$ тока, мы видимъ, что согласно выше сказанному сила, приложенная къ m, направлена по линіи me, перпендикулярной къ линіи mb, соединяющей полюсъ съ срединою элемента тока; другими словами, сила $\overline{me}$ направлена по касательной къ проходящей черезъ полюсъ силовой линіи магнитнаго поля тока I.

Если длина линіи me выражаетъ величину приложенной къ полюсу силы f, разстояніе же $\overline{mb}$ отъ полюса до средины отрѣзка $\overline{AB}$ проводника обозначимъ черезъ λ, то, согласно сказанному въ § 751, сила

$$f = \frac{Im}{\lambda^2} l$$

гдѣ l — длина элемента тока.

Такъ какъ

$$\lambda^2 = \lambda_1^2 + r^2$$

гдѣ λ_1 — разстояніе отъ центра плоскости круговаго тока до точки m (см. рис. 160), то

$$f = \frac{Im}{\lambda_1^2 + r^2} l \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Чтобы опредѣлить дѣйствіе отрѣзка AB тока I на магнитный полюсъ m *въ направленіи оси* CD, разложимъ силу f (величина которой на рисункѣ выражена длиною линіи $\overline{me}$) на двѣ составляющія: одну, дѣйствующую въ направленіи оси CD, и другую — перпендикулярную къ послѣдней (см. рис. 160). Изъ построенія на чертежѣ мы видимъ, что

$$\frac{\overline{me}}{\overline{mc}} = \frac{\lambda}{r}$$

откуда

$$\overline{mc} = \frac{\overline{me} . r}{\lambda}$$

а такъ какъ

$$\lambda = \sqrt{\lambda_1^2 + r^2}$$

то составляющая

$$\overline{mc} = \frac{\overline{me} . r}{\sqrt{\lambda_1^2 + r^2}}$$

Выше мы видѣли, что вся сила $\overline{me}$, съ которою дѣйствуетъ отрѣзокъ $\overline{AB}$ тока I на полюсъ m, и которую мы означили буквою f, опредѣляется формулой (2)

$$f = \frac{Im}{\lambda_1^2 + r^2} l$$

а потому величина составляющей $\overline{mc}$, которую мы теперь означимъ черезъ f', опредѣлится формулой

$$f' = \frac{Imr}{(\lambda_1^2 + r^2)\sqrt{\lambda_1^2 + r^2}} l$$

или

$$f' = \frac{Imr}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} l \text{ [1])} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

т. е. такова сила, приложенная къ полюсу m въ направленіи оси, проходящей черезъ центръ той плоскости съ радіусомъ r, которую окружаетъ токъ I (см. рис. 160).

754. Разсмотримъ теперь дѣйствіе на тотъ же полюсъ m суммы всѣхъ элементовъ, образующихъ круговой токъ. Если мы вообразимъ тѣ же построенія, что и на рис. 160 по отношенію ко всѣмъ элементамъ тока, то очевидно, что полюсъ m испытываетъ дѣйствіе лишь со стороны составляющихъ, направленныхъ по оси круговаго тока, такъ какъ сумма слагающихъ, перпендикулярныхъ къ оси, равна нулю.

Сила, дѣйствующая на полюсъ m по оси CD, опредѣлится, если мы въ предыдущую формулу вмѣсто длины l элемента тока

---

[1]) Припомнимъ, что $(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2} = \sqrt{(\lambda_1^2 + r^2)^3}$.

введемъ длину всего круговаго проводника, т. е. величину $(2\pi r)$ окружности. Тогда

$$f'' = \frac{2\pi r^2 Im}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 4)$$

Такимъ образомъ, та сила, которую испытываетъ *полюсъ равный единицѣ* въ нѣкоторой точкѣ на оси круговаго тока, или, другими словами, *напряженіе магнитнаго поля* въ этой точкѣ равно

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi r^2 I}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 5)$$

Въ формулу (4) входитъ площадь круга (πr^2), ограниченнаго тонкимъ проводникомъ тока; означивъ величину площади буквою F, мы получаемъ

$$f'' = \frac{2FIm}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 6)$$

Если разстояніе λ_1 между магнитнымъ полюсомъ m и центромъ плоскости круговаго тока настолько велико, что позволяетъ пренебречь величиною r^2 вслѣдствіе ничтожности ея сравнительно съ λ_1^2, то формула (6) упростится:

$$f'' = \frac{2FIm}{(\lambda_1^2)^{3/2}} = \frac{2FIm}{\lambda_1^3} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 7)$$

Сравнивая послѣднюю формулу съ той, которую мы вывели для дѣйствія магнита на отдаленный магнитный полюсъ (§ 738)

$$f = 2\,\frac{Mm}{\lambda^3},$$

мы видимъ, что круговой токъ дѣйствуетъ вдаль на магнитный полюсъ точно такъ, какъ одинаково съ нимъ расположенный магнитъ [1]), магнитный моментъ котораго

$$M = FI \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 8)$$

---

[1]) Т. е. какъ магнитъ, расположенный вдоль оси, перпендикулярной къ той плоскости, которую окружаетъ токъ, и проходящей чрезъ центръ ея.

755. На основаніи такого тождества въ дѣйствіи вдаль кругового тока и магнита, *произведеніе FI называется электромагнитнымъ* или просто *магнитнымъ моментомъ круговаго тока.*

Отсюда видно, что *абсолютной электромагнитной единицѣ равна сила того тока, который, окружая въ весьма тонкомъ проводникѣ площадь круга въ 1 квадратный сантиметръ, дѣйствуетъ вдаль подобно магниту, магнитный моментъ коего равенъ абсолютной единицѣ.*

Примѣръ. На продолженіи оси круговаго тока, на разстояніи $\lambda_1 = 10$ сантиметрамъ отъ центра его, вообразимъ себѣ магнитный полюсъ $m = 45$ абсолютнымъ единицамъ; радіусъ окруженной проводникомъ плоскости равенъ 4 сантиметрамъ, а сила тока въ проводникѣ $= 0,5$ абсолютной единицы. Съ какою силою дѣйствуетъ этотъ круговой токъ на данный полюсъ и каково напряженіе магнитнаго поля тока въ точкѣ занимаемой полюсомъ?

По формулѣ (4) сила, съ которой токъ дѣйствуетъ на полюсъ,

$$= \frac{2.3,1416.4^2.0,5.45}{\sqrt{(10^2 + 4^2)^3}} = 1,81 \text{ абсолютной единицы силы (дина).}$$

По формулѣ (5) напряженіе магнитнаго поля въ точкѣ, занимаемой полюсомъ,

$$= \frac{2.3,1416.4^2.0,5}{\sqrt{(10^2 + 4^2)^3}} = 0,04 \text{ абсолютной единицы напряженія магнитнаго поля.}$$

756. Такъ какъ (см. формулу 3) элементъ $\overline{AB}$ $(= l)$ круговаго проводника дѣйствуетъ на полюсъ, помѣщенный на оси, проходящей черезъ центръ плоскости тока и перпендикулярно къ ней (рис. 160), съ силою

$$f = \frac{Imr}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} l$$

то тотъ же элементъ $\overline{AB}$ на тотъ же полюсъ m, помѣщенный *въ центрѣ плоскости круговаго тока* (слѣдовательно когда $\lambda_1 = 0$) будетъ дѣйствовать съ силою

$$f''' = \frac{Imr}{(r^2)^{3/2}} = \frac{IM}{r^2} l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 9)$$

Отсюда видно (§ 754), что дѣйствіе всего круговаго тока на полюсъ m, расположенный въ центрѣ, равно

$$f'''=\frac{2\pi r I m}{r^2}=\frac{2\pi I m}{r} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 10)$$

а *напряженіе магнитнаго поля въ центрѣ круговаго тока* равно

$$\mathfrak{H}'=\frac{2\pi I}{r} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 11)$$

или

$$\mathfrak{H}'=6{,}2832\,\frac{I}{r} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 11\text{ a})$$

Примѣръ. Съ какою силой дѣйствуетъ токъ въ предыдущемъ примѣрѣ на магнитный полюсъ, равный 45 абсолютнымъ единицамъ, если полюсъ помѣстить въ центрѣ окружаемой токомъ плоскости, и каково напряженіе магнитнаго поля тока въ точкѣ, занимаемой полюсомъ?

По формулѣ (9) сила, съ которою токъ дѣйствуетъ на полюсъ,

$$=\frac{2\,.\,3{,}1416\,.\,0{,}5\,.\,45}{4}=35{,}34 \text{ дина.}$$

По формулѣ (11 а) напряженіе магнитнаго поля въ точкѣ, занимаемой полюсомъ,

$$=\frac{6{,}2832\,.\,0{,}5}{4}=0{,}78 \text{ абсолютной единицы.}$$

757. Помимо приведеннаго выше (§ 755) опредѣленія абсолютной электромагнитной единицы силы тока, можетъ быть сдѣлано еще и другое опредѣленіе ея, основанное на дѣйствіи круговаго тока на магнитный полюсъ, помѣщенный въ центрѣ окружаемой токомъ плоскости. Разсматривая формулу (11), мы видимъ, что *токъ I имѣетъ силу, равную абсолютной электромагнитной единицѣ тогда, когда на единицу магнитной массы, помѣщенную въ центрѣ площади, окружаемой токомъ, послѣдній дѣйствуетъ съ силою, равною 2π динамъ*, иначе, когда напряженіе магнитнаго поля $\mathfrak{H}'$ въ центрѣ круговаго тока равно 2π абсолютнымъ единицамъ[1]):

$$\mathfrak{H}'=\frac{2\pi\,.\,1}{1}=2\pi \text{ единицамъ.}$$

---

1) *Третье опредѣленіе.* Очевидно, что, если вся окружность тока, равная 2π сантиметрамъ, дѣйствуетъ на полюсъ съ силою 2π динъ, то дуга тока въ 1

758. *Электротехническая (практическая) единица силы тока, «амперъ», равна 0,1 абсолютной электромагнитной единицы силы тока.* Поэтому, при силѣ тока, выраженной въ амперахъ, напряженіе магнитнаго поля въ точкѣ, находящейся на оси круговаго тока на разстояніи λ_1 сантиметровъ отъ центра окруженной токомъ плоскости, находимъ (формула 5) равнымъ

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi r^2 I}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} \cdot 10^{-1} = 0{,}62832 \frac{r^2 I}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} \text{ абс. единицамъ} . \quad 5\text{ a)}$$

напряженіе же магнитнаго поля въ центрѣ круговаго тока равно (формулы 11 и 11a)

$$\mathfrak{H}' = 0{,}6283 \frac{I}{r} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 11\text{ b)}$$

причемъ λ_1 и r измѣряются въ сантиметрахъ.

759. Ознакомившись съ дѣйствіемъ магнитнаго поля тока на изолированную магнитную массу, мы переходимъ къ изученію дѣйствія круговаго тока на магнитную стрѣлку. Начнемъ со случая, когда стрѣлка помѣщается въ центрѣ окруженной токомъ плоскости.

Первоначально необходимо ознакомиться съ особенностями магнитнаго поля, господствующаго въ плоскости круговаго тока.

Очевидно, что направленіе линій силъ магнитнаго поля внутри круговаго тока не можетъ быть инымъ, какъ на рис. 161, но для того, чтобы получить болѣе точное представленіе о расположеніи линій силъ, мы должны повторить опытъ съ желѣзными опилками, результатъ котораго и даетъ рис. 162. Изъ рисунка видно, что *у центра кольца линіи силъ прямолинейны и параллельны оси.* Другими словами, *въ срединѣ круговаго тока мы имѣ-*

сантиметръ длины дѣйствуетъ на тотъ же полюсъ съ силою 1 дина. Поэтому, *абсолютной электромагнитной единицѣ равенъ тотъ токъ, который, проходя въ весьма тонкомъ проводникѣ по дугѣ въ 1 сантиметръ и съ радіусомъ въ 1 сантиметръ, на единицу магнитной массы, помѣщающуюся въ центрѣ окружаемой токомъ плоскости, дѣйствуетъ съ силою 1 дина.*

емъ равномѣрное магнитное поле, тогда какъ въ другихъ частяхъ поле неравномѣрно.

Что касается направленія силовыхъ линій равномѣрнаго магнитнаго поля въ центрѣ круговаго проводника, то оно можетъ быть опредѣлено слѣдующимъ правиломъ: *если смотрѣть на*

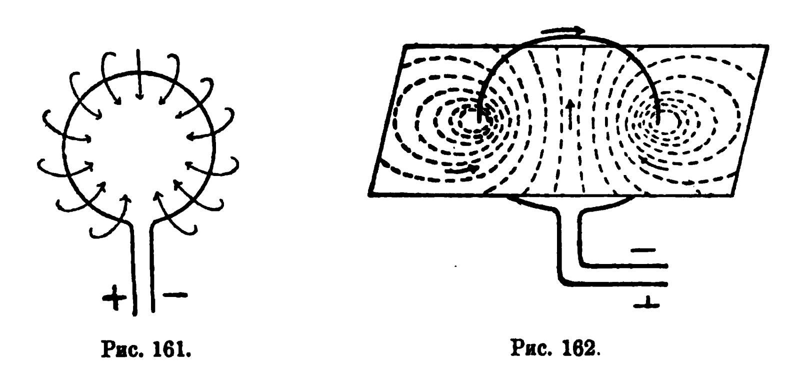


Рис. 161. Рис. 162.

вертикально установленный круговой проводникъ въ профиль (сбоку), *то силовыя линіи, пронизывающія отверстіе кольца, направлены слѣва направо, если токъ въ ближайшей къ зрителю половинѣ проводника идетъ сверху внизъ.*

760. Если круговой проводникъ установить въ плоскости магнитнаго меридіана и въ центрѣ его подвѣсить маленькую магнитную стрѣлку, то очевидно, что токъ будетъ стремиться отклонить стрѣлку изъ меридіана и установить къ нему подъ прямымъ угломъ — въ направленіи силовыхъ линій магнитнаго поля тока. Но такъ какъ стрѣлка встрѣчаетъ препятствіе къ этому со стороны направляющей силы MH, то она установится къ меридіану подъ нѣкоторымъ угломъ, во всякомъ случаѣ меньшимъ 90°. Если стрѣлка въ первый моментъ по замкнутіи достаточно сильнаго тока и отклоняется на уголъ большій чѣмъ 90°, даже нѣсколько разъ повертывается вокругъ оси, то такія движенія происходятъ лишь по инерціи, конечное же отклоненіе стрѣлки не можетъ даже достигнуть полныхъ 90°.

761. Познакомимся теперь подробнѣе съ одновременнымъ дѣйствіемъ на стрѣлку магнитнаго поля тока и горизонтальной составляющей земнаго магнетизма.

Положимъ, что въ центрѣ вертикально установленнаго круговаго тока съ радіусомъ r, расположеннаго въ плоскости магнитнаго меридіана, находится магнитная стрѣлка, свободно вращающаяся вокругъ вертикальной оси, причемъ магнитная ось стрѣлки настолько коротка, что она не выходитъ изъ области равномѣрнаго магнитнаго поля тока при вращеніи стрѣлки въ горизонтальной плоскости. Мы видѣли, что данная стрѣлка подвержена со стороны земнаго магнетизма дѣйствію направляющей силы MH; очевидно, что если напряженіе равномѣрнаго магнитнаго поля тока $= \mathfrak{H}'$, то стрѣлка со стороны послѣдняго испытываетъ дѣйствіе направляющей силы $M\mathfrak{H}'$. — Пусть линія AB (рис. 163) выражаетъ величину направляющей силы MH, дѣйствующей въ плоскости магнитнаго меридіана NS, въ которой расположенъ круговой токъ (сѣченія его aa видны на рисункѣ), а линія AC — величину направляющей силы $M\mathfrak{H}'$, дѣйствующей въ направленіи равномѣрнаго магнитнаго поля $\mathfrak{H}'$ тока, слѣдовательно подъ прямымъ угломъ къ магнитному меридіану. Тогда линія AD, опредѣляемая по правилу параллелограмма силъ, выразитъ собою направленіе и величину равнодѣйствующей направляющихъ силъ MH и $M\mathfrak{H}'$. Въ направленіи линіи AD, оче-

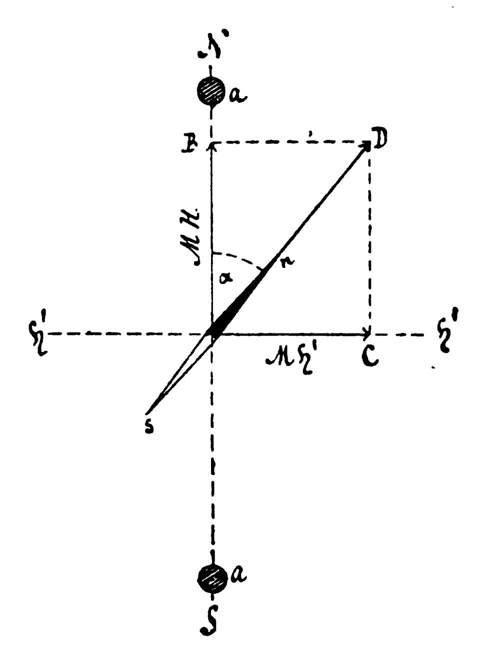


Рис. 163.

видно, и установится маленькая магнитная стрѣлка ns, магнитный моментъ коей $= M$.

Означивъ черезъ α уголъ BAD, образуемый первоначальнымъ положеніемъ стрѣлки въ плоскости магнитнаго меридіана NS и конечнымъ положеніемъ ея въ направленіи равнодѣйствующей AD, находимъ, что моментъ вращенія стрѣлки подъ вліяніемъ горизонтальной составляющей H (направляющей силы MH) равенъ (§ 721)

$$MH \sin \alpha$$

тогда какъ моментъ вращенія той же стрѣлки подъ вліяніемъ магнитнаго поля $\mathfrak{H}'$ тока (направляющей силы $M\mathfrak{H}'$) равенъ (§§ 718 и 740)

$$M\mathfrak{H}' \cos \alpha$$

Положеніе равновѣсія стрѣлки опредѣляется, слѣдовательно, уравненіемъ

$$MH \sin \alpha = M\mathfrak{H}' \cos \alpha.$$

Отсюда

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{M\mathfrak{H}'}{MH}$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathfrak{H}'}{H}.$$

762. Изъ послѣдней формулы мы видимъ, что *тангенсъ угла отклоненія стрѣлки не зависитъ отъ величины магнитнаго момента ея: онъ возрастаетъ пропорціонально увеличенію напряженія поля круговаго тока и обратно пропорціонально напряженію горизонтальной составляющей земнаго магнетизма.* А такъ какъ напряженіе равномѣрнаго поля въ центрѣ круговаго тока возрастаетъ пропорціонально силѣ послѣдняго (§ 756, формула 11)

$$\mathfrak{H}' = \frac{2\pi I}{r}$$

то тангенсъ угла отклоненія стрѣлки пропорціоналенъ силѣ тока:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\mathfrak{H}'}{H} = \frac{2\pi I}{rH} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 12).$$

Откуда

$$I = \frac{Hr}{2\pi}\operatorname{tg}\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13).$$

Когда уголъ $\alpha = 45^\circ$ (тангенсъ этого угла $= 1$), то

$$I = \frac{1}{2\pi} rH = 0{,}1592\ rH \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13\,а).$$

Очевидно, что послѣдняя сила тока была бы *величиною постоянною* для каждаго круговаго тока радіуса r, установленнаго въ нѣкоторомъ опредѣленномъ мѣстѣ земной поверхности въ плоскости магнитнаго меридіана, если бы напряженіе горизонтальной составляющей H не было подвержено непрерывнымъ измѣненіямъ (§ 690). — Въ случаяхъ, когда не заботятся о большой точности, величина H даннаго мѣста *принимается постоянною*. (§ 689) и тогда формула

$$I = 0{,}1592\ rH$$

опредѣляетъ въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ силу тока, при которой стрѣлка отклоняется на 45° изъ магнитнаго меридіана. — Обозначивъ въ этомъ случаѣ величину (формула 13а)

$$\frac{rH}{2\pi} = 0{,}1592\ rH$$

какъ *постоянную даннаго круговаго тока*, буквою c, имѣемъ

$$I = c \,.\operatorname{tg}\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

т. е. *сила тока, протекающаго въ круговомъ проводникѣ, при прочихъ равныхъ условіяхъ, пропорціональна тангенсу угла отклоненія магнитной стрѣлки, помѣщенной въ центрѣ плоскости круговаго проводника.*

Вообще же

$I = 0{,}1592\, rH$ tg α абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ силы тока } . . . . . 15)

или

$$I = c'.H \operatorname{tg} \alpha \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 15\,a)$$

если, какъ это дѣлается при точныхъ измѣреніяхъ, за *постоянную круговаго тока, измѣряемаго въ электромагнитныхъ единицахъ*, принять величину

$$c' = 0{,}1592\, r \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 16).$$

Такъ какъ

1 амперъ = 0,1 абсолютной эклектромагнитной единицы силы тока,

то *для опредѣленія силы тока въ амперахъ* должно вторую часть уравненія (15) умножить на 10, причемъ получимъ

$$I = 1{,}592\, rH \operatorname{tg} \alpha \text{ амперамъ} \ldots\ldots\ldots 17)$$

гдѣ

$$1{,}592\, r \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 18)$$

есть *постоянная круговаго тока при измѣреніи въ амперахъ.*

763. До сихъ поръ мы не принимали въ соображеніе вліянія на уголъ отклоненія крученія нити, на которой предполагается подвѣшеннымъ магнитъ, подверженный дѣйствію тока. Принявъ же въ соображеніе крученіе нити, мы, согласно сказанному въ § 725, находимъ для формулы (15)

$$I = 0{,}1592\, rH\,(1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha \text{ абс. электром. ед.} \ldots 15\,b),$$

а для формулы (17)

$$I = 1{,}592\, rH\,(1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha \text{ амперамъ} \ldots\ldots 17\,a).$$

764. Если токъ проходитъ не по одному обороту проволоки, а по n одинаковымъ оборотамъ, лежащимъ въ одной вертикальной плоскости, то напряженіе $\mathfrak{H}''$ равномѣрнаго магнитнаго поля въ центрѣ такой системы оборотовъ, называемой *мультипликаторомъ*, очевидно, равно *суммѣ* напряженій, обусловливаемыхъ отдѣльными оборотами, или *приближенно* напряженіе

$$\mathfrak{H}'' = n\frac{2\pi I}{r'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

(сравн. формулу 11), гдѣ r' — *приведенный радіусъ* обмотки (мультипликатора), т. е. ариѳметическое среднее изъ суммы радіусовъ отдѣльныхъ слоевъ обмотки въ мультипликаторѣ (см. § 812).

Такъ какъ (формула 12) приближенно

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\mathfrak{H}''}{H} = \frac{n.2\pi I}{r' H}$$

то отсюда, сила тока I, соотвѣтствующая углу отклоненія α стрѣлки, будетъ (приближенно)

$$I = \frac{r' H.\operatorname{tg}\alpha}{n\, 2\pi} \text{ абсолют. электром. единицамъ} \ldots\ldots \quad 20)$$

или, принимая въ соображеніе крученіе подвѣсной нити, соотвѣтственно формуламъ (15) и (17)

$$I = 0{,}1592\frac{r' H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha}{n} \text{ абс. электрм. единицамъ силы тока..} \quad 20)$$

и

$$I = 1{,}592\frac{r' H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha}{n} \text{ амперамъ} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 21)$$

гдѣ

$$\frac{r'H}{2\pi n} = \frac{0{,}1592\, r'}{n} H$$

rspct.

$$\frac{r'}{2\pi n} = \frac{0{,}1592\, r'}{n}$$

суть *постоянныя мультипликатора при измѣреніи тока въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ*, а

$$\frac{1,592\, r'}{n} H \quad \text{rspct.} \quad \frac{1,592\, r'}{n}$$

постоянныя мультипликатора при измѣреніи тока въ амперахъ.

Изъ формулы (19) видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2n\pi I}{r' H}$$

т. е., что при нѣкоторой силѣ I тока тангенсъ угла отклоненія увеличивается пропорціонально числу оборотовъ проволоки, а потому токъ, сила коего $= \frac{I}{n}$, проходя по n оборотамъ, даетъ такое же отклоненіе стрѣлки, какъ и токъ силою I, протекающій въ одномъ оборотѣ. Слѣдовательно, для того, чтобы обнаружить или измѣрить силу слабыхъ токовъ, слѣдуетъ пользоваться мультипликаторомъ изъ многихъ оборотовъ.

765. Итакъ, мы опредѣлили зависимость угла отклоненія стрѣлки отъ силы тока, проходящаго въ круговомъ проводникѣ, при условіи что стрѣлка помѣщается въ центрѣ плоскости послѣдняго. Разсмотримъ теперь ту же зависимость при условіи, что стрѣлка расположена **на продолженіи оси круговаго тока**, слѣдовательно на линіи, проходящей чрезъ центръ круговаго тока, перпендикулярно къ его плоскости.

Если маленькая магнитная стрѣлка помѣщена по оси круговаго тока на разстояніи λ_1 отъ центра его, то напряженіе магнитнаго поля тока въ мѣстѣ, занимаемомъ стрѣлкою, по формулѣ 5 (§ 754) равно

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi r^2 I}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}}$$

Если стрѣлка при этомъ условіи подъ вліяніемъ дѣйствія тока отклонилась на уголъ α изъ плоскости магнитнаго меридіана, то, какъ намъ извѣстно (§ 761), тангенсъ угла отклоненія стрѣлки

опредѣляется отношеніемъ дѣйствующихъ на нее направляющихъ силъ $M\mathfrak{H}$ и MH. Такимъ образомъ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathfrak{H}}{H}$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi r^2 I}{H(\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 22)$$

откуда

$$I = \frac{H \operatorname{tg} \alpha}{2\pi r^2} (\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 23)$$

а принимая въ соображеніе вліяніе крученія нити, на которой предполагается подвѣшеннымъ магнитъ,

$$I = \frac{H(1+\theta) \operatorname{tg} \alpha}{2\pi r^2} (\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2} \text{ абс. электром. единицамъ силы тока} \quad \ldots\ 24)$$

или

$$I = \frac{5 H(1+\theta) \operatorname{tg} \alpha}{\pi r^2} (\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2} \text{ амперамъ} \quad \ldots\ 25).$$

Формуламъ этимъ можно придать слѣдующій удобный для практическихъ вычисленій видъ:

$$I = \frac{1}{2\pi r^2} H (1+\theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2} \text{ абс. электрм. единицамъ силы тока} \quad \ldots\ 26)$$

и

$$I = \frac{5}{\pi r^2} H (1+\theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2} \text{ амперамъ} \quad ..\ 27)$$

гдѣ

$$\frac{(\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2}}{2\pi r^2}$$

есть *постоянная круговаго тока при измѣреніи его въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ*, а

$$\frac{5 (\lambda_1{}^2 + r^2)^{3/2}}{\pi r^2}$$

— *постоянная круговаго тока при измѣреніи его въ амперахъ.*

766. Наконецъ, въ случаѣ, когда токъ проходитъ не по одному, а по n оборотамъ, лежащимъ въ одной вертикальной плоскости, приближенно имѣемъ:

$$I = \frac{1}{2n\pi r'^2} H (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1^2 + r^2)^{3/2} \text{ абс. электрм. единицамъ силы тока} \quad \ldots . \ 28)$$

и

$$I = \frac{5}{n\pi r'^2} H (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1^2 + r^2)^{3/2} \text{ амперамъ} \ldots \ 29)$$

гдѣ

$$\frac{(\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2}}{2n\,\pi\, r'^2}$$

постоянная мультипликатора при измѣреніи тока въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ, а

$$\frac{5\,(\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2}}{n\,\pi\, r'^2}$$

— *постоянная мультипликатора при измѣреніи тока въ амперахъ*[1]).

---

767. Разсматривая рис. 162 (стр. 608), мы видимъ, что если сблизить между собою на очень малое разстояніе обѣ половины изогнутой въ петлю проволоки, то совокупное электромагнитное дѣйствіе петли вдаль приблизится къ нулю. Этимъ пользуются при устройствѣ изъ проволоки эталоновъ сопротивленій и собраній такихъ послѣдовательно соединенныхъ эталоновъ, называемыхъ *реостатами*. Такъ напр., если желаютъ изготовить эталонъ сопротивленія изъ измѣреннаго куска изолированной про-

---

[1]) Если разстояніе λ_1 отъ центра круговаго тока до центра помѣщенной на оси его магнитной стрѣлки измѣняется, то въ практическихъ вычисленіяхъ за постоянныя круговаго тока удобнѣе принять величины.

$$\frac{1}{2\pi r^2}, \quad \frac{5}{\pi r^2}, \quad \frac{1}{2n\,\pi\, r^2}, \quad \frac{5}{n\,\pi\, r^2}.$$

волоки, то очевидно, что практичнѣе всего, согнувъ проволоку пополамъ, обмотать ею катушку бифилярно (рис. 164). Если же желаютъ изготовить эталонъ изъ неизолированной проволоки, то лучше всего укрѣпить ее зигзагомъ на деревянной рамкѣ (рис. 165).

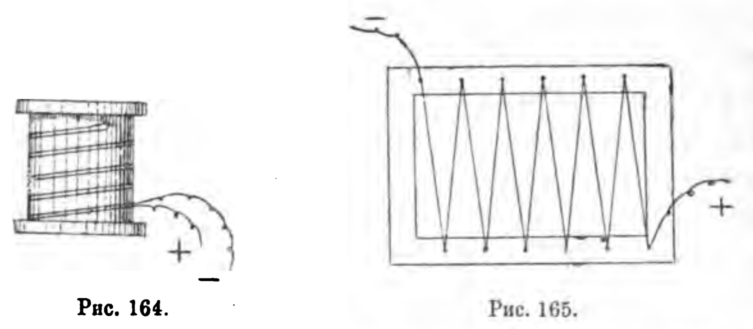


Рис. 164. Рис. 165.

Безъ этихъ предосторожностей нельзя было бы избѣжать магнитнаго дѣйствія даннаго эталона сопротивленія на окружающіе его магнитные приборы (напр. на гальванометры).

XLI. Основные типы гальванометра.

768. Приборы, служащіе для измѣренія силы тока дѣйствіемъ его на подвижной магнитъ, называются, какъ намъ извѣстно, *гальванометрами*[1]). — О конструкціи и примѣненіи этихъ приборовъ въ практикѣ будетъ говорено въ спеціальной части, здѣсь же мы ограничимся разсмотрѣніемъ теоріи главнѣйшихъ типовъ гальванометра и условій наибольшей чувствительности этихъ приборовъ.

Изъ предшествующей главы мы видѣли, что чувствительность гальванометра возрастаетъ съ увеличеніемъ направляющей силы, дѣйствующей на магнитную стрѣлку со стороны тока, и съ уменьшеніемъ противодѣйствующей направляющей силы со стороны горизонтальной составляющей земнаго магнетизма и кру-

---

[1]) Объ измѣрителяхъ силы тока, въ которыхъ магнитъ замѣненъ желѣзною массою или соленоидомъ, будетъ говорено въ другомъ мѣстѣ.

ченія подвѣса. А такъ какъ направляющая сила со стороны тока возрастаетъ пропорціонально увеличенію числа оборотовъ проволоки въ мультипликаторѣ и съ уменьшеніемъ приведеннаго радіуса обмотки, то казалось бы легко удовлетворить первому требованію; однако, если мы желаемъ, чтобы тангенсъ угла отклоненій магнитной стрѣлки оставался пропорціоналенъ силѣ дѣйствующаго на нее тока, то необходимо, чтобы длина магнитной оси стрѣлки была мала сравнительно съ радіусомъ обмотки (§ 761). Поэтому уменьшивъ, ниже извѣстнаго предѣла, радіусъ обмотки, мы получимъ, правда, очень чувствительный инструментъ, но показанія его не будутъ болѣе слѣдовать выведенному въ предшествующей главѣ закону тангенсовъ. Мало того, показанія такого инструмента вообще не будутъ слѣдовать какому либо простому закону. Между тѣмъ очевидно, что, какова бы ни была конструкція гальванометра, предпочтительно, чтобы показанія его слѣдовали какому либо простому закону, ибо въ противномъ случаѣ примѣненіе гальванометра на практикѣ становится чрезвычайно неудобнымъ. — Въ самомъ дѣлѣ, хотя инструменты, не удовлетворяющіе этому основному требованію, и могутъ быть временно градуированы *эмпирически*, напр. помощію серебрянаго вольтаметра, и такимъ образомъ изъ простыхъ гальваноскоповъ превращены въ гальванометры, тѣмъ не менѣе типическихъ гальванометровъ они замѣнить не могутъ, такъ какъ показанія ихъ будутъ измѣняться въ зависимости отъ измѣненій магнитнаго поля земли по законамъ намъ не извѣстнымъ.

Разсмотримъ здѣсь три основныхъ типа: *тангенсъ-гальванометръ*, *синусъ-гальванометръ* и *крутильный гальванометръ*.

Тангенсъ-гальванометръ.

769. Тангенсъ-гальванометромъ называется такой гальванометръ, который позволяетъ вычислить силу проходящаго въ немъ тока по тангенсу угла отклоненія стрѣлки изъ плоскости магнит-

наго меридіана. Слѣдовательно, опредѣляемая тангенсъ-гальванометромъ сила тока

$$I = c.\mathrm{tg}\,\alpha$$

гдѣ c есть *постоянная инструмента*, о которой уже было говорено подробно въ предшествующей главѣ.

Такъ какъ теорія тангенсъ-гальванометра намъ уже извѣстна (см. §§ 761 — 766), то замѣтимъ здѣсь только еще разъ, что для того, чтобы было возможно вычислить силу тока по тангенсу угла отклоненія стрѣлки гальванометра, необходима весьма точная конструкція прибора; а именно, необходимо, чтобы тонкая проволока, по которой проходитъ токъ, была расположена по правильному кругу, точно устанавливаемому въ плоскоски магнитнаго меридіана, чтобы магнитная стрѣлка (собственно-магнитная ось ея) была точно расположена или въ центрѣ плоскости круговаго тока или на продолженіи оси его, перпендикулярной къ плоскости тока, и, наконецъ, чтобы длина магнитной оси стрѣлки была незначительна сравнительно съ радіусомъ оборотовъ круговаго тока. Тогда, какъ мы видѣли выше, для опредѣленія силы тока, въ случаѣ помѣщенія стрѣлки въ центрѣ круговаго тока, пользуются формулой (15 b), rspct. (17 a), (20) и (21), въ случаѣ же помѣщенія стрѣлки на продолженіи оси тока — формулой (26), rspct. (27), (28) и (29).

770. Обыкновенно при точныхъ измѣреніяхъ употребляютъ тангенсъ-гальванометръ съ двумя круговыми токами или съ двумя мультипликаторами, расположенными на востокъ и западъ отъ магнитной стрѣлки (рис. 166) на равныхъ разстояніяхъ отъ нея и параллельно другъ другу; при этомъ магнитная стрѣлка подвѣшивается въ срединѣ оси, соединяющей центры плоскостей обоихъ токовъ. Въ этомъ случаѣ,

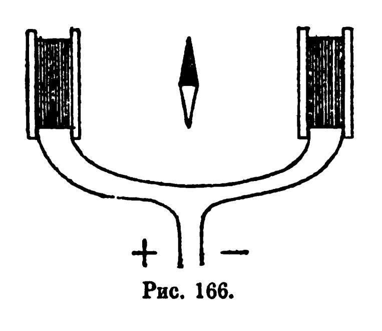


Рис. 166.

какъ видно изъ чертежа Максвелля (рис. 167), на весьма значительномъ пространствѣ между плоскостями сѣченій двухъ кру-

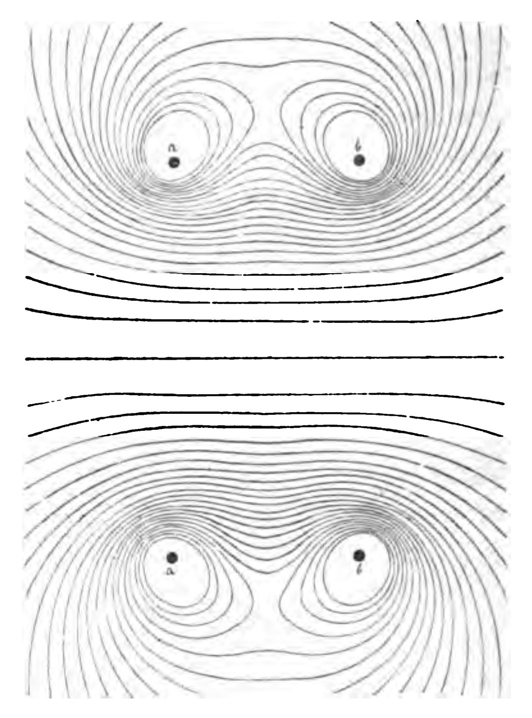


Рис. 167.

говыхъ токовъ (сѣченія эти обозначены буквами *aa* и *bb*) получается равномѣрное магнитное поле, вслѣдствіе чего именно и увеличивается точность измѣреній [1]).

Очевидно, что въ послѣднемъ случаѣ напряженіе магнитнаго поля тока въ срединѣ оси, соединяющей центры катушекъ, будетъ вдвое больше чѣмъ при одномъ круговомъ токѣ (срав. формулу 5 стр. 604):

$$\mathfrak{H}'' = 2 \cdot \frac{2\pi r^2 I}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{4\pi r^2 I}{(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

---

[1]) Въ обыкновенныхъ тангенсъ-гальванометрахъ, при длинѣ стрѣлки до $1/_{20}$ діаметра круговаго тока, ошибки въ опредѣленіи I могутъ еще достигать 0,5%.

откуда

$$I = \frac{H \operatorname{tg} \alpha}{4\pi r^2} (\lambda_1^2 + r^2)^{3/2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

resp. (сравн. формулу (26)

$$I = \frac{1}{4\pi r^2} H (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1^2 + r^2)^{3/2} \text{ абс. электром. единицамъ силы тока} \ldots\ldots 3)$$

и

$$I = \frac{10}{4\pi r^2} H (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1^2 + r^2)^{3/2} \text{ амперамъ} \ldots\ldots 4)$$

предполагая, что мы имѣемъ дѣло съ двумя простыми круговыми токами. — Если же мы имѣемъ дѣло съ мультипликаторами въ n оборотовъ каждый, то приближенно

$$I = \frac{1}{4n\pi r'^2} H (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2} \text{ абс. электрм. единицамъ силы тока} \ldots\ldots 5)$$

и

$$I = \frac{10}{4n\pi r'^2} H (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha . (\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2} \text{ амперамъ} \ldots 6).$$

При этомъ предполагается, что радіусъ r' очень значителенъ сравнительно съ высотою слоя обмотки мультипликаторовъ, въ каковомъ случаѣ обороты проволоки могутъ быть расположены не только въ одной вертикальной плоскости, но и въ нѣсколько лежащихъ другъ надъ другомъ слоевъ.

771. Должно вообще замѣтить, что въ тѣхъ случаяхъ, когда для измѣренія силы токовъ употребляются гальванометры съ одной или двумя катушками (мультипликаторами) изъ многихъ оборотовъ проволоки, дѣйствіе послѣднихъ на стрѣлку далеко *не всегда можно вычислить,* а потому такіе гальванометры приходится, по большей части, градуировать эмпирически или при помощи серебрянаго вольтаметра, или включеніемъ въ отвѣтвленіе къ типическому тангенсъ-гальванометру. Показанія такихъ эмпирически градуированныхъ гальванометровъ по большей части

не слѣдуютъ закону тангенсовъ, и тогда градуировать приходится всю шкалу, если же отклоненія слѣдуютъ закону тангенсовъ, то можно *опредѣлить постоянную гальванометра эмпирически.* — Для этого опредѣляемъ эмпирически силу тока I, соотвѣтствующую наблюдаемому углу отклоненія α, и затѣмъ изъ формулы (14)

$$I = c . \mathrm{tg}\, \alpha$$

опредѣляемъ постоянную

$$c = \frac{I}{\mathrm{tg}\, \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7).$$

При такихъ опредѣленіяхъ напряженіе горизонтальной составляющей H земнаго магнетизма обыкновенно принимается постояннымъ — по крайней мѣрѣ въ теченіе короткаго времени тѣхъ наблюденій, для которыхъ произведено опредѣленіе величины c (см. примѣръ на стр. 628).

772. Приводимъ рядъ числовыхъ примѣровъ, относящихся къ измѣреніямъ тока при помощи тангенсъ-гальванометра.

1) На латунной шинѣ, расположенной перпендикулярно къ плоскости магнитнаго меридіана, могутъ быть по желанію устанавливаемы простые круговые проводники или же мультипликаторы, притомъ такъ, что плоскости ихъ совпадаютъ съ направленіемъ магнитнаго меридіана и оси совпадаютъ между собою. На линіи, соединяющей оси, подвѣшена на коконовой нити маленькая магнитная стрѣлка; нить не скручена при положеніи стрѣлки въ меридіанѣ; отношеніе крученія нити $\theta = 0{,}004$.

Замыкаемъ токъ въ одномъ простомъ круговомъ проводникѣ съ радіусомъ въ 15 сантиметровъ, помѣщенномъ на шинѣ такимъ образомъ, что магнитная стрѣлка находится въ центрѣ его. При этомъ наблюдаемъ отклоненіе стрѣлки изъ меридіана на уголъ въ 5° 10′. Какова сила тока, если наблюденіе производится въ С.-Петербургѣ, гдѣ, въ мѣстахъ удаленныхъ отъ намагниченныхъ и магнитныхъ тѣлъ, среднее напряженіе горизонтальной составляющей =0,1652 абсолютной единицы?

По формулѣ (15 b) на стр. 612 находимъ

$I = 0{,}1592 . 15 . 0{,}1652 . 1{,}004 . \mathrm{tg}\, 5° \, 10'$ абсол. электромагнитн. единицы силы тока,

а такъ какъ

$$\mathrm{tg}\, 5° \, 10' = 0{,}09042$$

то

$$I = 0{,}03581 \text{ абсолютной электромагнитной единицы силы тока}$$

или

$$I = 0{,}3581 \text{ ампера.}$$

2) Если мы примемъ въ соображеніе обычныя въ мѣстѣ наблюденія колебанія горизонтальной составляющей въ предѣлахъ $\pm 0{,}0002$ абсолютной единицы въ теченіе дня, то какъ отразятся такія колебанія на опредѣленной въ предыдущемъ примѣрѣ силѣ тока?

При увеличеніи напряженія горизонтальной составляющей на 0,0002 абсолютной единицы, сила тока, вызвавшая прежній уголъ отклоненія α, будетъ

$$I = 0{,}1592 . 15 . 0{,}1654 . 1{,}004 . 0{,}09042 = 0{,}03586 \text{ абсолютной единицы силы тока.}$$

Слѣдовательно, измѣненія напряженія H на $\pm 0{,}0002$ абсолютной единицы обусловливаетъ въ данномъ случаѣ ошибку въ измѣреніи силы тока въ

$$0{,}03586 - 0{,}03581 = \pm 0{,}00005 \text{ абсолютной единицы силы тока}$$

или

$$\pm 0{,}0005 \text{ ампера.}$$

3) Какой силѣ тока соотвѣтствовало бы то же отклоненіе стрѣлки въ Одессѣ, гдѣ среднее напряженіе горизонтальной составляющей $= 0{,}229$ абсолютной единицы?

$$I = 0{,}1592 . 15 . 0{,}229 . 1{,}004 . 0{,}09042 = 0{,}04964 \text{ абсолютной единицы силы тока}$$

или

$$I = 0{,}4964 \text{ ампера.}$$

Слѣдовательно, на одномъ и томъ же тангенсъ-гальванометрѣ мы получили бы въ Петербургѣ и Одессѣ одинаковое отклоненіе тогда, когда въ Одессѣ употребили бы токъ на 39% сильнѣйшій, чѣмъ въ Петербургѣ. Вмѣстѣ съ тѣмъ находимъ, что и напряженіе горизонтальной составляющей въ Одессѣ на 39% значительнѣе, чѣмъ въ Петербургѣ. Слѣдовательно, при увеличеніи или уменьшеніи напряженія горизонтальной составляющей на a% и сила тока, производящая въ тангенсъ-гальванометрѣ нѣкоторое опредѣленное отклоненіе, должна увеличиться или уменьшиться на тѣ же a%.

4) Какова «постоянная» даннаго, установленнаго въ Петербургѣ или Одессѣ, тангенсъ-гальванометра — a) при условіи, что H принимается для мѣста наблюденія величиною постоянною и b) при условіи, что напряженіе H горизонтальной составляющей опредѣляется при всякомъ наблюденіи опытомъ и вводится въ вычисленіе (см. § 763).

При условіи a) постоянная гальванометра (предполагая измѣренія тока въ амперахъ)

$$\text{для С.-Петербурга} = 1{,}592 . 15 . 0{,}1652 . 1{,}004 = 3{,}961$$
$$\text{» Одессы} = 1{,}592 . 15 . 0{,}229 . 1{,}004 = 5{,}490.$$

При условіи b) постоянная гальванометра, безразлично и для Петербурга и для Одессы,

$$= 1{,}592 . 15 = 23{,}88.$$

5) Зная «постоянную» предыдущаго тангенсъ-гальванометра, опредѣлить

силу тока, отклоняющую стрѣлку его въ Петербургѣ на 15° 40′, полагая H величиною постоянною.

$$I = c.\operatorname{tg}\alpha = 3{,}961.\operatorname{tg} 15^\circ\, 40'$$
$$\operatorname{tg} 15^\circ\, 40' = 0{,}28046$$
$$I = 1{,}1109 \text{ ампера.}$$

Такъ какъ силы токовъ относятся другъ къ другу какъ тангенсы вызываемыхъ ими угловъ отклоненій, то означенное равенство должно существовать между силами токовъ, опредѣленными въ примѣрахъ 5-мъ и 1-мъ. Дѣйствительно находимъ, что

$$\frac{\operatorname{tg} 15^\circ\, 40'}{\operatorname{tg} 5^\circ\, 10'} = \frac{1{,}1109 \text{ ампера}}{0{,}3581 \text{ ампера}}$$

или

$$\frac{0{,}28046}{0{,}09042} = \frac{1{,}1109}{0{,}3581}$$
$$3{,}102 = 3{,}102.$$

6) Замѣняемъ простой круговой проводникъ мультипликаторомъ изъ 20 оборотовъ очень тонкой проволоки, причемъ магнитную стрѣлку помѣщаемъ опять въ центрѣ окруженнаго токомъ пространства. Предполагаемъ, что обороты навиты въ весьма небольшомъ желобѣ правильнаго кольца, причемъ приведенный радіусъ обмотки = 15 сантиметрамъ. Какой силѣ тока въ амперахъ соотвѣтствуетъ теперь прежнее отклоненіе стрѣлки на 5° 10′, при прежнемъ напряженіи $H = 0{,}1652$ абсолютной единицы и при прежнемъ отношеніи крученія нити $\theta = 0{,}004$?

Согласно формулѣ (21) находимъ

$$I = 1{,}592.\frac{15.0{,}1652.1{,}004.0{,}09042}{20} = 0{,}00179 \text{ ампера,}$$

т. е. въ 20 разъ меньшая сила тока чѣмъ въ примѣрѣ 1-мъ, когда мы имѣли всего одинъ оборотъ проволоки.

7) Какова постоянная этого новаго гальванометра?

$$c = \frac{1{,}592\, r'}{n} = \frac{1{,}592.15}{20} = 1{,}194.$$

8) Отодвигаемъ теперь мультипликаторъ по шинѣ такъ, чтобы разстояніе (λ_1) отъ центра его до средины магнитной оси стрѣлки равнялось 30 сантиметрамъ. Какая сила тока вызоветъ теперь отклоненіе стрѣлки на тѣ же 5° 10′ при прежнемъ напряженіи H?

По формулѣ (29) на стр. 616 имѣемъ

$$I = \frac{5}{20.3{,}1416.15^2}.0{,}1652.1{,}004.0{,}09042.\sqrt{(30^2+15^2)^3}$$
$$I = 0{,}2 \text{ ампера.}$$

9) Какова постоянная даннаго тангенсъ-гальванометра, предполагая измѣреніе тока въ амперахъ и предполагая подвижной мультипликаторъ, т. е. перемѣнную величину λ_1 (см. примѣч. на стр. 616)?

$$c = \frac{5}{n\pi r'^2} = \frac{5}{20.3,1416.15^2} = 0,000354$$

Если бы мультипликаторъ былъ неподвиженъ, то (стр. 616) постоянная

$$c' = \frac{5(\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2}}{n\pi r'^2}$$

$$c' = \frac{5}{20.3,1416.15^2}\sqrt{(30^2 + 15^2)^3} = 13,34576.$$

10) Противопоставляемъ по другую сторону стрѣлки второй мультипликаторъ, одинаковый съ первымъ и на одномъ съ нимъ разстояніи отъ центра иглы. Какая сила тока вызоветъ теперь отклоненіе стрѣлки на 5° 10′ при прежнемъ напряженіи H?

Согласно формулѣ (6), стр. 621, имѣемъ

$$I = \frac{10}{4.20.3,1416.15^2}\, 0,1652.1,004.0,09042.\sqrt{(30^2 + 15^2)^3}$$
$$I = 0,1 \text{ ампера}$$

т. е. сила тока вдвое меньшая, чѣмъ при одномъ мультипликаторѣ въ примѣрѣ 8-мъ.

11) Какова постоянная даннаго тангенсъ-гальванометра?

$$c = \frac{10}{4.20.3,1416.15^2} = 0,000177$$

принимая мультипликаторы подвижными, и

$$c' = \frac{10}{4.20.3,1416.15^2}.\sqrt{(30^2 + 15^2)^3} = 6,6789$$

предполагая ихъ неподвижными.

12) Сближаемъ мультипликаторы такъ, что разстояніе центровъ ихъ до средины магнитной оси стрѣлки = 2,5 сантиметра. Какая сила тока вызоветъ теперь отклоненіе стрѣлки на 5° 10′ при прежнемъ напряженіи H?

$$I = c.H(1 + \theta).\operatorname{tg}\alpha.(\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}.$$

Для c мы уже нашли численную величину въ примѣрѣ 11-мъ.

$$I = 0,000177.0,1652.1,004.0,09042.\sqrt{(2,5^2 + 15^2)^3}$$
$$I = 0,0000403 \text{ ампера.}$$

13) Насколько нужно увеличить силу тока для того, чтобы онъ вызвалъ прежнее отклоненіе стрѣлки (5° 10′) при увеличеніи напряженія H на 0,0002 абсолютной единицы?

Опредѣляемъ

$$I = 0{,}0000404 \text{ ампера}$$

тогда какъ въ примѣрѣ 12-мъ

$$I = 0{,}0000403 \text{ ампера}.$$

Слѣдовательно нужно увеличить силу тока всего только на 0,1 микроампера.

Такое же измѣненіе силы тока потребуется и при увеличеніи отношенія крученія нити на 0,0002 единицы.

14) Сколько оборотовъ проволоки должно быть на каждомъ мультипликаторѣ для того, чтобы токъ въ 0,001 ампера вызывалъ отклоненіе стрѣлки въ 10′, если положеніе мультипликаторовъ относительно стрѣлки и прочія условія будутъ тѣ же что и въ примѣрѣ 12-мъ.

Изъ формулы (2) стр. 621 —

$$I = \frac{10}{4n\pi r'^2} H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha.(\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2}$$

находимъ

$$n = \frac{10.H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha.(\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2}}{4\pi r'^2 I}$$

$$n = \frac{10.0{,}1652.1{,}004.0{,}0029.\sqrt{(2{,}5^2+15^2)^3}}{4.3{,}1416.15^2.0{,}001}$$

$$n = 5{,}98 = 6 \text{ оборотамъ}.$$

15) Мультипликаторы имѣютъ по 6 оборотовъ; каковы должны быть разстоянія λ_1 центровъ ихъ отъ средины магнитной оси стрѣлки для того, чтобы при прежнемъ радіусѣ обмотки $r' = 15$ сантиметрамъ и прежнихъ величинахъ $H = 0{,}1652$ и $\theta = 0{,}004$, токъ силою въ 0,001 ампера давалъ отклоненіе въ 1′?

Изъ формулы (2) этой главы —

$$I = \frac{10}{4n\pi r'^2} H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha\,(\lambda_1^2 + r'^2)^{3/2}$$

находимъ

$$\sqrt{(\lambda_1^2 + r^2)^3} = \frac{I.4n\pi r'^2}{10\,H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\lambda_1^2 + r^2 = \sqrt[3]{\left(\frac{I.4\,n\pi r'^2}{10\,H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha}\right)^2}$$

$$\lambda_1^2 = \sqrt[3]{\left(\frac{I.4\,n\pi r'^2}{10\,H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha}\right)^2} - r^2$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{I.4\,n\pi r'^2}{10\,H(1+\theta)\operatorname{tg}\alpha}\right)^{2/3} - r^2}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{0{,}001.4.6.3{,}1416.15^2}{10.0{,}1652.1{,}004.0{,}000291}\right)^2} - 15^2}$$

$$\lambda_1 = 29{,}1 \text{ сантиметра}.$$

16) Тангенсъ-гальванометръ состоитъ изъ двухъ простыхъ передвижныхъ круговыхъ проводниковъ, радіусъ коихъ $=16{,}652$ сантиметра. Каково должно быть разстояніе λ_1 центровъ ихъ отъ средины магнитной оси для того, чтобы, при $H=0{,}166$ и $\theta=0{,}003$, числовыя величины тангенсовъ угловъ отклоненій стрѣлки выражали непосредственно силу тока въ амперахъ?

Для того, чтобы тангенсы угловъ давали непосредственно силу тока въ амперахъ, необходимо, чтобы постоянная гальванометра

$$c=\frac{10\ H\,(1+\theta)}{4\ \pi r^2}(\lambda_1{}^2+r^2)^{3/2}$$

равнялась единицѣ.

Тогда изъ уравненія

$$\frac{10\ H\,(1+\theta)}{4\ \pi r^2}(\lambda_1{}^2+r^2)^{3/2}=1$$

находимъ

$$\sqrt{(\lambda_1{}^2+r^2)^3}=\frac{4\ \pi r^2}{10\ H\,(1+\theta)}$$

и

$$\lambda_1=\sqrt{\left(\frac{4\ \pi r^2}{10\ H\,(1+\theta)}\right)^{2/3}-r^2}$$

$$\lambda_1=\sqrt{-113{,}7}$$

что указываетъ на невозможность рѣшенія, и только взявъ мультипликаторы въ 3 оборота каждый, получаемъ

$$\lambda_1=\sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{4.3.3{,}1416.16{,}652^2}{10\ 0{,}166.1{,}003}\right)^2}-16{,}652^2}$$

$$\lambda_1=7{,}9\ \text{сантиметра.}$$

17) Тангенсъ-гальванометръ, состоящій изъ двухъ простыхъ круговыхъ проводниковъ, радіусомъ въ 16,652 сантиметра, включенъ въ цѣпь съ серебрянымъ вольтаметромъ и постоянной батареей. Круговые проводники отстоятъ на 40 сантиметровъ отъ средины магнитной стрѣлки, уголъ отклоненія которой по замкнутіи тока въ теченіе 30 минутъ оставался $=1°\,20'$. Въ это время въ вольтаметрѣ получился осадокъ въ 217,3 миллиграмма серебра. Опредѣлить отсюда напряженіе H горизонтальной составляющей въ мѣстѣ, занимаемомъ тангенсъ-гальванометромъ. Извѣстно, что отношеніе крученія нити $=0{,}003$.

Такъ какъ (§ 84) 1 кулонъ выдѣляетъ 1,1183 миллиграмма серебра, то весь осадокъ выдѣленъ

$$\frac{217{,}3}{1{,}1183}=194{,}32\ \text{кулонами.}$$

Это количество электричества, протекая въ цѣпи въ теченіе

$$30.60=1800\ \text{секундъ,}$$

производило токъ въ

$$\frac{194,32}{1800} = 0,10795 \text{ ампера.}$$

Изъ уравненія

$$I = \frac{10}{4\pi r^2} H (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha (\lambda_1^2 + r^2)^{3/2}$$

находимъ

$$H = \frac{I.4\pi r^2}{10 (1 + \theta) \operatorname{tg} \alpha \sqrt{(\lambda_1^2 + r^2)^3}}.$$

Такъ какъ

$$\operatorname{tg} 1^\circ 20' = 0,02328$$

то

$$H = \frac{0,10795.4.3,1416.16,652^2}{10.1,003.0,02328.\sqrt{(40^2 + 16,652^2)^3}}$$

$$H = 0,198 \text{ абсолютной единицы.}$$

18) Въ цѣпь включенъ гальванометръ и серебряный вольтаметръ. Уголъ отклоненія стрѣлки въ теченіе 42 минутъ оставался $=40'$, причемъ въ вольтаметрѣ получился осадокъ въ 110,5 миллиграмма серебра. Какова постоянная этого гальванометра, если обмотка его неизвѣстна, а отклоненія магнитной стрѣлки его слѣдуютъ закону тангенсовъ.

Весь осадокъ выдѣленъ

$$\frac{110,5}{1,1183} = 98,81 \text{ кулонами,}$$

слѣдовательно сила тока была

$$\frac{98,81}{42.60} = 0,03921 \text{ ампера.}$$

Изъ формулы

$$I = c.\operatorname{tg} \alpha$$

находимъ

$$c = \frac{I}{\operatorname{tg} \alpha}$$

и такъ какъ

$$\operatorname{tg} 40' = 0,01164$$

то постоянная гальванометра

$$c = \frac{0,03921}{0,01164} = 3,36856.$$

19) Какое отклоненіе вызоветъ въ предшествующемъ гальванометрѣ токъ въ 0,2 ампера?

Изъ формулы

$$I = c.\operatorname{tg} \alpha$$

находимъ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0{,}2}{3{,}36856} = 0{,}05937.$$

По тригонометрической таблицѣ находимъ, что число 0,05937 соотвѣтствуетъ углу въ 3° 24′.

20) Какой силѣ тока соотвѣтствуетъ отклоненіе гальванометра примѣра 18-го на уголъ въ 30° 50′?

Такъ какъ

$$\operatorname{tg} 30^\circ\, 50' = 0{,}59691$$

постоянная гальванометра

$$c = 3{,}36856$$

и

$$I = c . \operatorname{tg} \alpha$$

то искомая сила тока

$$I = 3{,}36856 . 0{,}59691 = 2{,}01 \text{ ампера.}$$

Синусъ-гальванометръ.

773. Если установить круговой проводникъ съ подвѣшенной въ центрѣ его магнитною стрѣлкою въ плоскости магнитнаго меридіана и замкнуть токъ, то, какъ мы знаемъ, стрѣлка отклонится изъ меридіана на нѣкоторый уголъ. Если вращать затѣмъ проводникъ въ направленіи отклоненія стрѣлки, то уголъ отклоненія ея будетъ увеличиваться, но медленнѣе, чѣмъ уголъ вращенія круговаго проводника, такъ что наступитъ моментъ, когда плоскость тока совпадетъ съ тою вертикальною плоскостью, въ которой находится отклонившаяся стрѣлка. Рис. 168 представляетъ горизонтальное сѣченіе черезъ круговой токъ a, плоскость магнитнаго

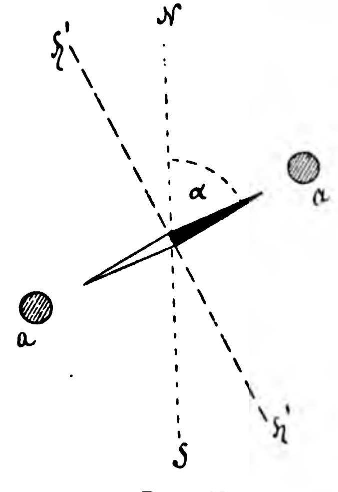


Рис. 168.

мередіана NS и стрѣлку ns, магнитная ось коей совпадаетъ съ плоскостью круговаго тока съ меридіаномъ же образуетъ уголъ α.

Такъ какъ магнитное поле $\mathfrak{H}'$ круговаго тока образуетъ съ плоскостью послѣдняго, а слѣдовательно и съ магнитною осью стрѣлки, уголъ въ 90°, то моментъ вращенія стрѣлки со стороны круговаго тока

$$= M\mathfrak{H}'$$

а со стороны горизонтальной составляющей (§ 721)

$$= MH \sin \alpha$$

Слѣдовательно, положеніе равновѣсія стрѣлки будетъ достигнуто тогда, когда уголъ отклоненія ея возрастетъ настолько, что

$$MH \sin \alpha = M\mathfrak{H}'$$

А такъ какъ (§ 756)

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi I}{r}$$

то

$$MH \sin \alpha = \frac{2\pi IM}{r}$$

Отсюда можетъ быть опредѣлена сила тока въ круговомъ проводникѣ

$$I = \frac{MHr \sin \alpha}{2\pi M}$$

$I = \frac{Hr}{2\pi} \sin \alpha$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ силы тока.

Вмѣсто простаго круговаго тока можно взять мультипликаторъ изъ n оборотовъ проволоки, тогда

$I = \frac{Hr'}{2\pi n} \sin \alpha$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ силы тока.

774. Приборъ, основанный на описанномъ принципѣ, носитъ

названіе *синусъ-гальванометра,* такъ какъ сила тока измѣряется имъ по синусу угла отклоненія стрѣлки изъ плоскости магнитнаго меридіана, rspct. по синусу угла вращенія мультипликатора изъ той же плоскости.

Синусъ-гальванометръ представляетъ нѣкоторое преимущество предъ тангенсъ-гальванометромъ, но на ряду съ этимъ имѣетъ такіе недостатки, благодаря которымъ онъ не встрѣтилъ распространенія въ практикѣ.—*Преимущество* заключается въ слѣдующемъ: такъ какъ магнитная игла остается всегда въ плоскости круговаго тока, т. е. въ неизмѣнномъ отношеніи къ магнитному полю его, то нѣтъ надобности радіусъ оборотовъ брать значительнымъ по отношенію къ длинѣ магнитной оси стрѣлки, какъ въ тангенсъ-гальванометрѣ, гдѣ значительный радіусъ оборотовъ необходимъ для того, чтобы стрѣлка при всѣхъ углахъ отклоненія ея оставалась въ одномъ и томъ же равномѣрномъ полѣ неподвижнаго круговаго тока. Поэтому, при одинаковомъ числѣ оборотовъ въ обмоткѣ, синусъ-гальванометръ можетъ быть значительно чувствительнѣе тангенсъ-гальванометра.—*Недостатки синусъ-гальванометра* заключаются въ томъ, что 1) установка мультипликатора въ одной плоскости со стрѣлкою весьма затруднительна, ибо всякое движеніе мультипликатора влечетъ за собою движеніе стрѣлки; 2) такъ какъ наибольшее значеніе синуса угла $= 1$ [1]), то граница примѣнимости всякаго синусъ-гальванометра очень незначительна, т. е. *наибольшая сила тока, которую можно измѣрить непосредственно синусъ-гальванометромъ,*

$= \frac{Hr}{2\pi}$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ силы тока,

или

$$= \frac{5\,Hr}{\pi} \text{ амперамъ,}$$

---

1) $\sin 90^\circ = 1$.

тогда какъ въ тангенсъ-гальванометрѣ мы имѣемъ

$$I = \frac{Hr}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha$$

гдѣ $\operatorname{tg} \alpha$ возрастаетъ отъ нуля до безконечности[1]).

Крутильный гальванометръ.

775. Вмѣсто того, чтобы плоскость круговаго тока приводить въ одну плоскость съ отклоненною токомъ магнитною стрѣлкою, можно, скручивая подвѣсъ стрѣлки, возвратить послѣднюю обратно въ плоскость тока, установленнаго неподвижно въ магнитномъ меридіанѣ. Возвративъ стрѣлку скручиваніемъ подвѣса обратно въ плоскость тока, мы видимъ (рис. 169), что магнитная ось стрѣлки находится подъ прямымъ угломъ къ магнитному полю $\mathfrak{H}'$ тока.

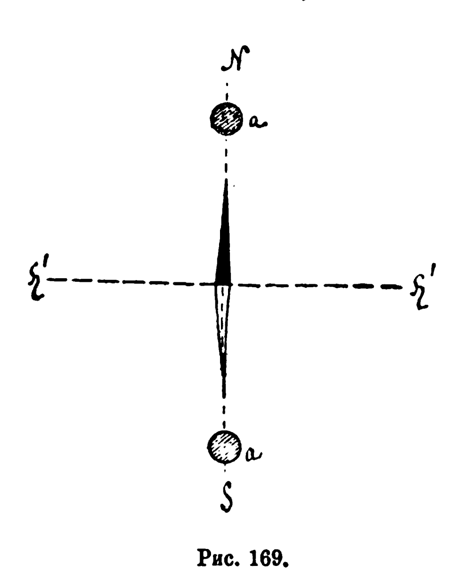


Рис. 169.

Слѣдовательно, моментъ вращенія стрѣлки со стороны тока

$$= \mathfrak{H}' M = \frac{2\pi IM}{r}$$

Въ то же время моментъ крученія подвѣса пропорціоналенъ углу крученія (§ 723)

$$\mathfrak{D}_t = b\alpha$$

гдѣ b — постоянная величина, равная моменту крученія при

[1]) $\operatorname{tg} 90° = \infty$.

углѣ въ 1°. Такимъ образомъ, равновѣсіе стрѣлки обусловливается уравненіемъ

$$b\,\alpha = \frac{2\pi\, IM}{r}$$

Отсюда мы можемъ опредѣлить силу тока I:

$$I = \frac{br}{2\pi\, M}\alpha$$

или, при мультипликаторѣ изъ n оборотовъ,

$$I = \frac{br'}{2\pi\, n\, M}\alpha$$

Слѣдовательно, сила тока

$$I = c\alpha$$

т. е. равна *углу крученія* подвѣса, умноженному на *постоянную инструмента*

$$c = \frac{br'}{2\pi\, n\, M}$$

776. Мы видимъ, что, въ то время какъ при опредѣленіи силы тока тангенсъ- и синусъ-гальванометромъ величина M магнитнаго момента стрѣлки не играетъ роли, эта величина, въ опредѣленіи силы тока *крутильнымъ гальванометромъ*, имѣетъ большое значеніе: чувствительность гальванометра, какъ видно изъ послѣдней формулы, возрастаетъ съ увеличеніемъ магнитнаго момента магнитной стрѣлки его. — Далѣе мы видимъ, что въ формулу крутильнаго гальванометра совершенно не входитъ величина горизонтальной составляющей, что и понятно, ибо магнитная стрѣлка крученіемъ подвѣса возвращается при измѣреніяхъ тока всякій разъ въ плоскость магнитнаго меридіана, вслѣдствіе чего моментъ вращенія ея со стороны горизонтальной составляющей становится равнымъ нулю (§ 721).

777. На практикѣ не прибѣгаютъ къ опытному опредѣленію магнитнаго момента M стрѣлки крутильнаго гальванометра, а опредѣляютъ эмпирически величину «постоянной» c, пропустивъ

чрезъ гальванометръ токъ *извѣстной* силы и измѣривъ уголъ крученія α подвѣса, при которомъ стрѣлка возвращается въ плоскость меридіана. Опредѣливъ такимъ образомъ, что извѣстная сила тока

$$I = c\alpha$$

находятъ «постоянную» изъ уравненія

$$c = \frac{I}{\alpha}$$

778. *Преимущества крутильнаго гальванометра* передъ всѣми другими весьма значительны: 1) такъ какъ уголъ крученія подвѣса пропорціоналенъ силѣ тока, то приборъ пригоденъ для измѣреній токовъ, колеблющихся въ широкихъ предѣлахъ; 2) такъ какъ магнитная стрѣлка не выходитъ изъ плоскости мультипликатора, то радіусъ оборотовъ его, подобно тому какъ мы видѣли въ синусъ-гальванометрѣ, можетъ быть незначителенъ, чѣмъ увеличивается чувствительность прибора и уменьшается величина его; 3) такъ какъ мультипликаторы остаются неподвижными, а скручиваніемъ подвѣса вращается лишь стрѣлка гальванометра, то возвратить ее точно въ плоскость меридіана не представляетъ затрудненія; 4) самое же важное преимущество крутильнаго гальванометра заключается въ томъ, что, какъ было выше сказано, на показанія его не вліяетъ ни абсолютная величина, ни варіаціи напряженія горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли. Само собою понятно, что и различные магниты и магнитныя тѣла въ окружности крутильнаго гальванометра также не вліяютъ на показанія его, если только они не перемѣщаются во время самихъ измѣреній и если мультипликаторы и стрѣлки инструмента съ самаго начала установлены въ направленіи искуственнаго магнитнаго поля, вызываемаго окружающими магнитными предметами.

779. Такъ какъ магнитный моментъ магнита крутильнаго гальванометра вообще измѣняется съ теченіемъ времени, и можетъ

внезапно рѣзко измѣниться, если инструментъ будетъ помѣщенъ въ сильное искуственное магнитное поле, то *a*) «постоянная» инструмента должна быть время отъ времени опредѣляема вновь; *b*) по той же причинѣ должно избѣгать близкаго сосѣдства крутильнаго гальванометра съ сильными магнитами, проводниками сильныхъ токовъ, и не употреблять его самого для измѣренія такихъ токовъ.

780. *Недостатки инструмента* заключаются въ томъ, что 1) нѣтъ возможности устроить крутильный гальванометръ очень большой чувствительности и 2) измѣренія этимъ инструментомъ требуютъ особыхъ манипуляцій, такъ какъ въ противоположность тангенсъ-гальванометру, крутильный гальванометръ самостоятельно показаній силы тока не даетъ.

XLII. О «чувствительности» гальванометра.

781. Въ практическомъ отношеніи важно опредѣленіе *чувствительности гальванометра*, которую можно разсматривать съ двухъ точекъ зрѣнія: можно говорить объ *абсолютной* и *относительной чувствительности* гальванометра.

Абсолютная чувствительность гальванометра по отношенію къ проходящему въ немъ току данной силы характеризуется «постоянною» гальванометра c, и въ инструментахъ даннаго типа обратно пропорціональна величинѣ этой постоянной:

$$\text{абсолютная чувствительность} = \frac{1}{c}$$

Въ самомъ дѣлѣ, изъ формулъ

$$I = c \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha \qquad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{I}{c}$$

$$I = c \,.\, \sin\alpha \qquad \sin\alpha = \frac{I}{c}$$

$$I = c \,.\, \alpha \qquad \alpha = \frac{I}{c}$$

мы видимъ, что при неизмѣнной силѣ тока I уменьшеніемъ по-

стоянной c въ n разъ достигается увеличеніе во столько же разъ тангенса, синуса или самого угла отклоненія стрѣлки гальванометра. — Далѣе, изъ тѣхъ же формулъ мы видимъ, что *абсолютная чувствительность гальванометра опредѣляется отношеніемъ данной функціи угла отклоненія стрѣлки къ силѣ тока, обусловливающей наблюдаемое отклоненіе:*

$$\frac{1}{c} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{I}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{\sin \alpha}{I}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{\alpha}{I}$$

Само собою понятно, что въ случаѣ, если отклоненія стрѣлки слѣдуютъ простому закону, то абсолютная чувствительность инструмента есть величина постоянная для тока любой силы; но, для тангенсъ- и синусъ-гальванометра это справедливо только до тѣхъ поръ, пока не измѣнится данное напряженіе магнитнаго поля земли, для крутильнаго же гальванометра — при всѣхъ условіяхъ.

Примѣры: 1) Тангенсъ угла отклоненія = 0,364, сила тока = 0,122 ампера. Чему равна чувствительность даннаго тангенсъ-гальванометра?

$$\frac{1}{c} = \frac{0,364}{0,122} = 3.$$

2) Если постоянная одного тангенсъ-гальванометра = 0,0025, а постоянная другаго = 0,5, то

$$\text{абсолютн. чувствит. перваго} = \frac{1}{0,0025} = 400$$

$$\text{» » втораго} = \frac{1}{0,5} = 2$$

слѣдовательно первая превосходитъ вторую въ 200 разъ.

Не требуетъ доказательства, что сравниваемы между собою могутъ быть только гальванометры, слѣдующіе одному и тому же простому закону.

782. Совершенно иное значеніе имѣетъ *относительная чувствительность* гальванометра. *Относительная чувствитель-*

ность гальванометра характеризуется величиною той вѣроятной ошибки въ опредѣленіи силы тока, которая зависитъ отъ неизбѣжной неточности въ отсчитываніи угла отклоненія стрѣлки, причемъ упомянутая вѣроятная ошибка вычисляется въ процентахъ опредѣляемой силы тока.

783. Очевидно, что 1) *въ смыслѣ относительной чувствительности, могутъ быть сравниваемы между собою гальванометры любаго типа;* 2) *относительная чувствительность одного и того же гальванометра измѣняется съ величиною угла отклоненія стрѣлки* и 3) *относительная чувствительность гальванометра не зависима отъ абсолютной чувствительности его*, т. е. отъ величины «постоянной» c гальванометра.

Въ самомъ дѣлѣ, если истинная величина измѣряемой силы тока

$$I = c . \alpha$$

и если уголъ α отклоненія стрѣлки мы можемъ опредѣлить лишь съ вѣроятною ошибкою $\pm \xi$, гдѣ ξ дробная часть одного градуса[1]), то очевидно, что вмѣсто истиннаго значенія I мы опредѣлимъ нѣкоторую величину

$$I' = c . (\alpha \pm \xi) = I \pm c\xi$$

Слѣдовательно, въ опредѣленіи I мы дѣлаемъ вѣроятную ошибку $= \pm c\xi$. — Для того, чтобы опредѣлить, какой процентъ Ξ величины I составляетъ ошибка $c\xi$, строимъ пропорцію

$$\Xi : c\xi = 100 : I$$

откуда

$$\Xi = \frac{c\xi . 100}{I}$$

а такъ какъ

$$I = c . \alpha$$

---

[1]) Въ зеркальныхъ гальванометрахъ α можетъ быть опредѣленъ въ минутахъ или секундахъ, а ξ въ дробныхъ частяхъ этихъ величинъ.

то

$$\Xi = \frac{c\xi . 100}{c\alpha}$$

$$\Xi = \pm \frac{\xi . 100}{\alpha} \text{ въ } \% \text{ отъ } I \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Разсуждая также находимъ, что въ случаѣ, если

$$I = c . \operatorname{tg} \alpha$$

то

$$\Xi = \frac{c . [\operatorname{tg}(\alpha + \xi) - \operatorname{tg} \alpha] . 100}{c . \operatorname{tg} \alpha}$$

$$\Xi = \pm \frac{[\operatorname{tg}(\alpha + \xi) - \operatorname{tg} \alpha] . 100}{\operatorname{tg} \alpha} \text{ въ } \% \text{ отъ } I \ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

784. Изъ формулъ (1) и (2) мы видимъ, что вѣроятная ошибка въ опредѣленіи силы тока I различна при различныхъ углахъ α отклоненія стрѣлки гальванометра и не зависитъ отъ «постоянной» c инструмента; то же, слѣдовательно, относится и къ относительной чувствительности гальванометра, ибо

$$\textit{относительная чувствительность} = \frac{1}{\Xi}$$

Разсмотримъ условія относительной чувствительности двухъ важнѣйшихъ типовъ гальванометра: крутильнаго и тангенсъ-гальванометра.

1) Если мы вычислимъ величину Ξ для различныхъ угловъ отклоненія *крутильнаго гальванометра*, шкала коего раздѣлена на цѣлые градусы, то, полагая вѣроятную ошибку въ отсчитываніи положеній стрѣлки $\xi = \pm 0{,}2°$, мы, по формулѣ (1)

$$\Xi = \pm \frac{0{,}2 . 100}{\alpha}$$

получимъ слѣдующую таблицу:

Отклоненія въ градусахъ.	Ошибки, выраженныя въ % опредѣляемой силы тока.	Относительная чувствительность.
1	20	0,05
2	10	0,10
3	6,7	0,15
4	5	0,20
5	4	0,25
10	2	0,50
20	1	1,00
30	0,7	1,5
40	0,5	2,0
50	0,4	2,5
100	0,2	5,0
200	0,1	10,0
300	0,07	15,0
360	0,05	18,2

Слѣдовательно, если въ данномъ гальванометрѣ силѣ тока пропорціоналенъ уголъ отклоненія стрѣлки, то прямо пропорціонально увеличенію послѣдняго возрастаетъ относительная чувствительность прибора, rspct. уменьшается вѣроятная ошибка въ опредѣленіи силы тока, зависящая отъ одинаковой неточности въ отсчитываніи различныхъ угловъ отклоненія.

Изъ той же таблицы мы видимъ, что при отклоненіяхъ на уголъ меньшій 10—20°, опредѣленія силы тока крутильнымъ гальванометромъ очень ненадежны.

785. 2) Вычисляя таблицу величинъ Ξ для различныхъ угловъ отклоненій стрѣлки *тангенсъ-гальванометра*, при прежнемъ значеніи $\xi = \pm 0,2°$, по формулѣ (2)

$$\Xi = \frac{[\mathrm{tg}\,(\alpha + 0,2) - \mathrm{tg}\,\alpha].100}{\mathrm{tg}\,\alpha}$$

находимъ:

при углахъ отклоненій	въ	1	2	3	4	5	10	15	20	30	40°	45°
	или въ	89	88	87	86	85	80	75	70	60	50°	
ошибка опредѣляемой силы тока I въ %.		20	10	7	5	4	2	1,4	1,1	0,81	0,71	0,70%
Относительная чувствительность		0,05	0,10	0,14	0,2	0,25	0,50	0,71	0,91	1,23	1,41	1,43

Такимъ образомъ, мы видимъ, что для наблюденій съ тангенсъ-гальванометромъ одинаково невыгодны какъ небольшія, такъ и слишкомъ большія отклоненія стрѣлки. Опредѣленій силы тока при углахъ отклоненій менѣе 10—20° и болѣе 70—80° должно вообще избѣгать; наиболѣе выгодны отклоненія въ предѣлахъ 40—50°, максимумъ же относительной чувствительности тангенсъ-гальванометръ обнаруживаетъ при углѣ отклоненія въ 45° [1]).

Сравнивая тангенсъ-гальванометръ съ крутильнымъ гальванометромъ, мы видимъ, что отъ 0 до 10° относительная чувствительность обоихъ одинакова, но далѣе тангенсъ-гальванометръ значительно уступаетъ крутильному.

786. Выше мы разсматривали *абсолютную чувствительность* гальванометра по отношенію къ проходящему въ немъ току данной силы, и нашли, что чувствительность эта $=\frac{1}{c}$, гдѣ c — постоянная гальванометра. — Мы знаемъ (см. стр. 613 и 630), что для тангенсъ- и синусъ-гальванометра

$$c=\frac{r'}{n\, 2\pi}$$

[1]) Сказанное относится къ измѣренію тока обыкновенными тангенсъ-гальванометрами съ указательною стрѣлкою; при измѣреніи тока зеркальными инструментами незначительность наблюдаемыхъ угловъ отклоненій менѣе вліяетъ на точность измѣреній, ибо отсчитываніе угла можетъ быть произведено съ точностью до дробныхъ частей минуты (см. спеціальную часть).

а для крутильнаго гальванометра (стр. 633)

$$c = \frac{br'}{n\,2\pi\,M}$$

Отсюда слѣдуетъ, что абсолютная чувствительность этихъ инструментовъ

$$\frac{1}{c} = \frac{n\,2\pi}{r'}$$

resp.

$$\frac{1}{c} = \frac{n\,2\pi\,M}{br'}$$

гдѣ n — число оборотовъ проволоки въ мультипликаторахъ, размѣры и положеніе коихъ относительно данной магнитной стрѣлки предполагаются неизмѣнными.

Слѣдовательно, абсолютная чувствительность всякаго гальванометра по отношенію къ проходящему въ немъ току данной силы, ceteris paribus, прямо пропорціональна числу оборотовъ проволоки въ мультипликаторахъ. Такимъ образомъ, если мы будемъ безпредѣльно увеличивать число оборотовъ проволоки, а силу тока будемъ поддерживать неизмѣнною, увеличивая дѣйствующую электровозбудительную силу или уменьшая сопротивленіе цѣпи внѣ гальванометра, то чувствительность прибора будетъ безпредѣльно возрастать, т. е. отклоненіе магнитной стрѣлки его будетъ все болѣе приближаться къ прямому углу относительно магнитнаго меридіана. Слѣдовательно, желая включить гальванометръ въ цѣпь, заключающую произвольно измѣняемыя электровозбудительную силу и сопротивленіе, мы не затруднимся въ выборѣ той обмотки мультипликаторовъ, при которой чувствительность гальванометра будетъ достаточна для токовъ, колеблющихся въ своей силѣ въ извѣстныхъ заранѣе предѣлахъ.

787. Но на практикѣ гальванометръ не всегда предназначается для токовъ заранѣе извѣстной силы и не всегда вводится въ цѣпь, заключающую произвольно измѣняемыя электровозбудительную силу и сопротивленіе; напротивъ, нерѣдко приходится

имѣть дѣло съ *извѣстнымъ* и *неизмѣннымъ*[1]) *сопротивленіемъ внѣшней цѣпи*, причемъ величина дѣйствующей въ цѣпи электровозбудительной силы неизвѣстна, слѣдовательно неизвѣстна и сила того тока, который будетъ идти чрезъ гальванометръ; при этихъ-то условіяхъ требуется опредѣлить, какова должна быть обмотка данныхъ мультипликаторовъ гальванометра для того, чтобы чувствительность его была наибольшею при всякой величинѣ электровозбудительной силы, дѣйствующей въ цѣпи.

Представимъ себѣ, что мы имѣемъ простой тангенсъ-гальванометръ, катушка коего обвита лишь однимъ оборотомъ проволоки настолько толстой, что она выполняетъ все предназначенное для обмотки пространство. Если сопротивленіе этого оборота проволоки $= W$, тогда какъ сопротивленіе цѣпи внѣ гальванометра $= w$, а дѣйствующая электровозбудительная сила $= E$, то сила тока въ цѣпи

$$I = \frac{E}{w + W}$$

и моментъ вращенія, испытываемый магнитною стрѣлкой тангенсъ-гальванометра со стороны круговаго тока, пропорціоналенъ величинѣ

$$I = \frac{E}{w + W}$$

Если проволочить проволоку, обвивающую катушку гальванометра, настолько, чтобы площадь поперечнаго сѣченія проволоки уменьшилась до $1/n$ первоначальной величины, то длина проволоки увеличится чрезъ это въ n разъ, а сопротивленіе — въ n^2 разъ[2]), т. е. послѣднее будетъ

$$= n^2 W$$

---

[1]) Или мало измѣняющимся.

[2]) Объемъ цилиндрической проволоки

$$\mathfrak{V} = Fl$$

гдѣ F — площадь поперечнаго сѣченія, а l — длина проволоки. — Отсюда, на-

Обмотавъ катушку всею этою проволокою мы получимъ мультипликаторъ въ n оборотовъ. — При прежнемъ внѣшнемъ сопротивленіи и прежней электровозбудительной силѣ, дѣйствующей въ цѣпи, сила тока въ послѣдней будетъ менѣе прежней величины I, а именно будетъ равна

$$I' = \frac{E}{w + n^2 W}$$

А такъ какъ моментъ вращенія, испытываемый стрѣлкою со стороны мультипликатора, пропорціоналенъ силѣ тока (I') и числу оборотовъ проволоки, то теперь, при n оборотахъ, моментъ вращенія стрѣлки пропорціоналенъ

$$n\,I' = n\,.\,\frac{E}{w + n^2 W}$$

Чтобы уголъ отклоненія стрѣлки достигъ наибольшей величины, должно увеличить ad maximum моментъ вращенія стрѣлки со стороны тока, для чего величина

$$n\,.\,\frac{E}{w + n^2 W}$$

ходимъ

$$l = \frac{\mathfrak{B}}{F}$$

а потому, если проволочить проволоку до уменьшенія площади сѣченія ея до $1/n$ первоначальной величины, то l увеличится въ n разъ, ибо, при прежнемъ объемѣ $\mathfrak{B}$

$$\mathfrak{B} : \frac{F}{n} = \frac{n\mathfrak{B}}{F} = nl$$

Сопротивленіе проволоки (стр. 172)

$$W = \frac{\mathfrak{W}\,l}{F}$$

гдѣ $\mathfrak{W}$ — удѣльное сопротивленіе металла. Такъ какъ при уменьшеніи площади сѣченія до $1/n$ первоначальной величины, длина проволоки возрастаетъ въ n разъ, то сопротивленіе ея при этомъ должно увеличиться въ n^2 разъ:

$$\mathfrak{W} nl : \frac{F}{n} = \frac{n^2\,\mathfrak{W} l}{F} = n^2\,W$$

должна получить наибольшее значеніе. Спрашивается, какія необходимы для этого условія?

Если мы предположимъ, что

$$W = w$$

то въ томъ случаѣ, когда мы имѣли одинъ оборотъ толстой проволоки, моментъ вращенія стрѣлки былъ пропорціоналенъ

$$\frac{E}{w + W} = \frac{E}{2W} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

тогда какъ въ случаѣ n оборотовъ тонкой проволоки онъ пропорціоналенъ

$$n \cdot \frac{E}{w + n^2 W} = \frac{E}{W\left(\frac{1}{n} + n\right)} \ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

откуда прямо видно, что наибольшее значеніе для момента вращенія мы имѣемъ тогда, когда сопротивленіе внѣ гальванометра равно сопротивленію обмотки послѣдняго, ибо, какъ въ формулѣ (1), такъ и въ формулѣ (2), — дѣлимое (E) есть одна и та же величина, тогда какъ въ дѣлителѣ въ первомъ случаѣ мы имѣемъ

$$W \times 2$$

во второмъ же

$$W \times \text{на величину бóльшую, чѣмъ } 2,$$

такъ какъ только при $n = 1$

$$\frac{1}{n} + n = 2$$

при всякомъ же другомъ числовомъ значеніи для n,

$$\frac{1}{n} + n > 2$$

Слѣдовательно, при одномъ оборотѣ толстой проволоки на катушкѣ гальванометра, магнитная стрѣлка въ нашемъ примѣрѣ

отклонится на большій уголъ, чѣмъ при *n* оборотахъ тонкой проволоки.

Итакъ, *при данномъ, неизмѣнномъ сопротивленіи цѣпи внѣ гальванометра, при данномъ положеніи мультипликаторовъ относительно магнитной стрѣлки и при данномъ объемѣ обмотки на мультипликаторахъ, наибольшая абсолютная чувствительность гальванометра получается тогда, когда сопротивленіе обмотки его равно сопротивленію внѣшней цѣпи, предполагая, что обмотка изготовлена изъ проволоки, обладающей высокою проводимостью;* послѣднее важно потому, что при данномъ сопротивленіи мультипликаторовъ число оборотовъ проволоки возрастаетъ съ увеличеніемъ электропроводимости ея. Вслѣдствіе послѣдняго соображенія выгоднѣе всего для обмотки гальванометровъ была бы серебряная проволока, но обыкновенно берутъ мѣдную, такъ какъ, при значительно меньшей цѣнности мѣди, удѣльная проводимость ея мало отличается отъ таковой же серебра (см. таблицу на стр. 180).

788. Въ справедливости выведеннаго закона практика убѣждаетъ насъ на каждомъ шагу: такъ напр., если мы желаемъ измѣрить электровозбудительную силу гальваническаго элемента или термоэлемента съ малымъ сопротивленіемъ, то выгодно употребить въ гальванометрѣ мультипликаторы съ небольшимъ числомъ оборотовъ относительно толстой провоюоки, такъ какъ при этомъ мы получимъ большій уголъ отклоненія стрѣлки, чѣмъ если бы мы употребили мультипликаторы съ очень большимъ числомъ оборотовъ чрезвычайно тонкой проволоки. Въ послѣднемъ случаѣ уголъ отклоненія стрѣлки при измѣреніи тока гальваническаго элемента можетъ быть настолько малъ, что для опредѣленія его придется употребить зеркальный методъ, при измѣреніи же тока термоэлемента — отклоненіе стрѣлки даже при зеркальномъ методѣ будетъ ничтожно. Напротивъ, при измѣреніи электровозбудительной силы нерва, представляющаго значительное сопротивленіе, мы необходимо должны взять мультипликаторы съ очень многими оборотами весьма тонкой проволоки, хотя электровозбу-

дительная сила нерва обыкновенно значительнѣе электровозбудительной силы термоэлемента[1]).

789. Мы уже говорили (§ 768), что для того, чтобы увеличить абсолютную чувствительность гальванометра по отношенію къ проходящему въ немъ току данной силы, должно увеличить число оборотовъ проволоки въ мультипликаторахъ его. Разсмотримъ теперь другіе способы, которыми достигается увеличеніе чувствительности.

---

[1]) Если мы желаемъ выполнить еще пустую гальванометрическую катушку проволокою такимъ образомъ, чтобы сопротивленіе послѣдней равнялось опредѣленной величинѣ, то приближенное вычисленіе діаметра проволоки производится слѣдующимъ образомъ:

Обозначимъ черезъ l — ширину обмотки, а черезъ h — высоту ея (см. рис. 170); тогда произведеніе

$$lh = F$$

мы можемъ назвать *площадью поперечнаго сѣченія пространства для обмотки.*

Предполагая *все* пространство для обмотки выполненнымъ однимъ оборотомъ мѣдной проволоки, сопротивленіе послѣдняго находимъ (§ 334) равнымъ

$$w = \frac{\mathfrak{W}\pi d'}{F}$$

гдѣ $\mathfrak{W}$ — удѣльное сопротивленіе мѣди въ омо-сантиметрахъ, равное 0,000001584; d' — средній діаметръ оборота, равный полусуммѣ внѣшняго d_1 и внутренняго d_2 діаметровъ обмотки (см. рис. 170):

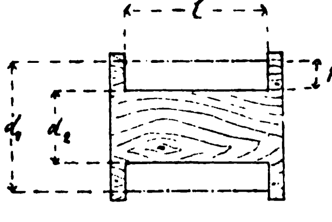


Рис. 170.

$$d' = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

такъ что $\pi d'$ — средняя окружность («длина») оборота проволоки.

Если проволочить проволоку выполняющую катушку такъ, чтобы площадь сѣченія ея уменьшилась до $1/n$-ой первоначальной величины (F), то сопротивленіе полученной проволоки будетъ въ n^2 разъ болѣе первоначальнаго сопротивленія w (прим. на стр. 642—643), т. е. оно будетъ

$$= n^2 w.$$

Слѣдовательно для того, чтобы изъ массы мѣди, выполняющей пространство для обмотки, получить проволоку, сопротивленіе коей равнялось бы желаемой величинѣ W, необходимо, чтобы

$$n^2 w = W$$

Такъ какъ (§ 761)

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\mathfrak{H}}{H}$$

т. е. *тангенсъ угла отклоненія стрѣлки изъ плоскости магнитнаго меридіана подъ вліяніемъ дѣйствія на нее магнитнаго поля* ($\mathfrak{H}$) *круговаго тока обратно пропорціоналенъ величинѣ горизонтальной составляющей* (H) *земнаго магнетизма, то для того, чтобы увеличить чувствительность прибора, служащаго для*

откуда

$$n = \sqrt{\frac{W}{w}}$$

т. е., для того, чтобы проволока, выполняющая данное пространство для обмотки, имѣла опредѣленное сопротивленіе W, необходимо, чтобы площадь поперечнаго сѣченія ея въ $\sqrt{\frac{W}{w}}$ разъ была менѣе площади поперечнаго сѣченія даннаго пространства для обмотки. Такимъ образомъ, находимъ, что площадь поперечнаго сѣченія искомой проволоки

$$F' = \frac{F}{n}$$

и что проволока эта должна окружить тѣло катушки n оборотами.

Примѣръ. Имѣемъ катушку, ширина пространства для обмотки коей l=10 сантиметрамъ, а высота h=2 сантиметрамъ; діаметръ тѣла катушки =5 сантиметрамъ, слѣдовательно средній діаметръ оборота

$$= \frac{5 + (5 + 2.2)}{2} = 7 \text{ сантиметрамъ.}$$

Спрашивается, какова должна быть площадь поперечнаго сѣченія проволоки въ обмоткѣ для того, чтобы сопротивленіе выполняющей катушку проволоки равнялось 1000 омамъ?

Если бы все пространство для обмотки было выполнено однимъ оборотомъ проволоки, то сопротивленіе этого оборота было бы равно

$$w = \frac{0{,}000001584 . 3{,}1416 . 7}{2 . 10} = 0{,}0000017417 \text{ ома.}$$

Слѣдовательно, площадь поперечнаго сѣченія искомой проволоки

$$F' = \frac{F}{n}$$

гдѣ $F = lh = 20$ квадратнымъ сантиметрамъ, а

$$n = \sqrt{\frac{1000}{0{,}0000017417}} = 24000.$$

измѣренія силы тока, другими словами, для того чтобы увеличить уголъ отклоненія стрѣлки при данной силѣ тока, нужно уменьшить вліяніе на магнитную стрѣлку горизонтальной составляющей земнаго магнетизма. Этого можно достигнуть тремя способами:

790. 1) *Устанавливаютъ гальванометръ въ серединѣ цилиндра изъ кованаго или литаго желѣза*, чѣмъ въ значительной степени

Откуда

$$F' = \frac{20}{24000} = 0{,}0008 \text{ сантиметра}$$

$$\text{или} = 0{,}08 \text{ миллиметра.}$$

Такъ какъ площадь сѣченія проволоки

$$F' = \frac{\pi d^2}{4}$$

гдѣ d — діаметръ ея, то величину d въ миллиметрахъ находимъ

$$d = \sqrt{\frac{4\,F'}{\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{4.0{,}08}{3{,}1416}} = 0{,}3 \text{ миллиметра.}$$

Далѣе, такъ какъ средняя окружность одного оборота этой проволоки

$$= \pi d' = 3{,}1416.7 = 21{,}9912 \text{ сантиметра,}$$

то длина всей проволоки (24000 оборотовъ ея)

$$= 21{,}9912.24000 = 527789 \text{ сантиметрамъ}$$

$$= 5278 \text{ метрамъ.}$$

Итакъ для того, чтобы сопротивленіе обмотки, выполняющей данную катушку, равнялось 1000 омамъ, слѣдуетъ употребить 5278 метровъ проволоки въ 0,3 миллиметра діаметра, причемъ на катушкѣ получатся 24000 оборота.

Повѣрка. Сопротивленіе мѣди въ омо-метрахъ $= 0{,}01584$; отсюда сопротивленіе 5278 метровъ проволоки въ 0,08 миллиметра сѣченія

$$= \frac{0{,}01584.5278}{0{,}08} = 1045 \text{ омамъ.}$$

Приведенный приближенный разсчетъ по большей части достаточенъ для практики, въ особенности если проволока не слишкомъ малаго діаметра сравнительно съ покрывающимъ ее изолирующимъ слоемъ.

(въ 5—6 разъ) уменьшается напряженіе магнитнаго поля земли въ пространствѣ, окруженномъ цилиндромъ, особенно въ случаѣ, если послѣдній замкнутъ снизу и сверху желѣзными дисками (сравн. §§ 665 и 729) и еще больше въ случаѣ, если употребляется не одинъ, а два концентрическіе цилиндра.

791. 2) *Укрѣпляютъ компенсирующій магнитъ* (§ 730) *въ одной вертикальной плоскости со стрѣлкою гальванометра (надъ или подъ нею), или въ одной горизонтальной плоскости со стрѣлкой (на сѣверъ, югъ, востокъ или западъ отъ нея),—во всѣхъ случаяхъ такимъ образомъ, чтобы магнитное поле компенсирующаго магнита дѣйствовало на стрѣлку гальванометра въ направленіи прямо обратномъ горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли, и притомъ съ силою лишь нѣсколько меньшей противъ послѣдней.* — Очевидно, что *для этого необходимо, чтобы другъ къ другу были обращены одноименные полюсы компенсирующаго магнита и компенсируемой стрѣлки гальванометра.* Кромѣ того, если мы желаемъ, чтобы стрѣлка гальванометра сохранила свое положеніе въ магнитномъ меридіанѣ, то магнитныя оси стрѣлки и компенсирующаго магнита должны быть параллельны другъ другу. Послѣднее достигается тѣмъ, что, замѣтивъ положеніе стрѣлки гальванометра, еще не подвергнутой дѣйствію компенсирующаго магнита, устанавливаютъ послѣдній въ одномъ изъ вышесказанныхъ положеній и вращаютъ на небольшіе углы вокругъ вертикальной оси до тѣхъ поръ, пока смѣстившаяся первоначально стрѣлка не займетъ вновь положенія въ магнитномъ меридіанѣ. Приближая затѣмъ по прямой линіи или удаляя компенсирующій магнитъ отъ стрѣлки гальванометра, не трудно достигнуть того, чтобы дѣйствіе на нее горизонтальной составляющей земнаго магнетизма было *почти* уравновѣшено обратно направленнымъ магнитнымъ полемъ компенсирующаго магнита. О желаемой степени компенсаціи мы судимъ по увеличенію угла отклоненія стрѣлки гальванометра изъ меридіана подъ вліяніемъ тока данной силы.

Рис. 171 представляетъ различныя положенія компенсиру-

ющаго магнита относительно стрѣлки гальванометра. Плоскость рисунка можно разсматривать проходящею горизонтально или вертикально чрезъ стрѣлку: въ первомъ случаѣ O — означаетъ востокъ, а *W* — западъ, во второмъ же — O означаетъ — верхъ, *W* — низъ.

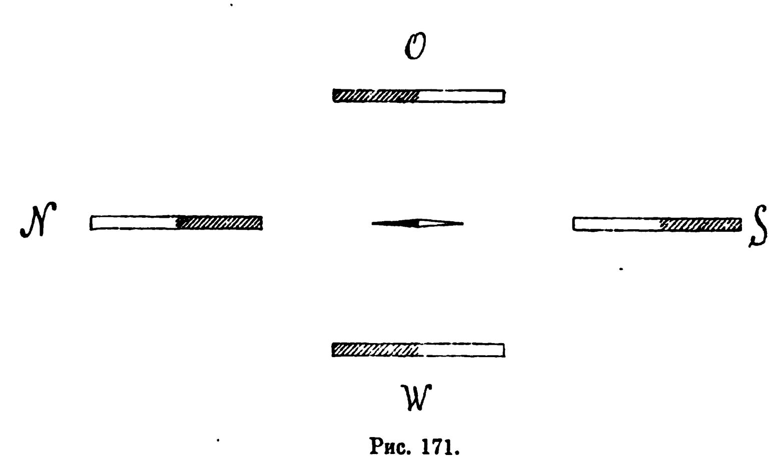


Рис. 171.

Только что описанные два способа увеличенія чувствительности гальванометра извѣстны подъ названіемъ *астазіи гальванометра* (собственно магнитной стрѣлки его): астазія желѣзной броней и астазія компенсирующимъ магнитомъ.

792. 3) Третій способъ достиженія значительной чувствительности гальванометра заключается въ употребленіи для него *астатической пары стрѣлокъ* (§ 726). О свойствахъ такой пары срѣлокъ уже было подробно говорено въ §§ 726—728, причемъ было замѣчено, что астатическая пара въ весьма слабой степени подвержена направляющей силѣ горизонтальной составляющей земнаго магнетизма, въ тѣмъ меньшей степени, чѣмъ совершеннѣе астазія. Поэтому, если расположить проводникъ тока такимъ образомъ, чтобы магнитное поле его дѣйствовало на одноименные полюсы обѣихъ стрѣлокъ въ противоположныхъ направленіяхъ, то даже слабый токъ отклонитъ астатическую пару на значительный уголъ изъ первоначальнаго ея положенія покоя. Чтобы убѣдиться въ этомъ, достаточно сдѣлать опытъ съ

прямолинейнымъ проводникомъ слабаго тока, протянутымъ между обѣими стрѣлками астатической системы, параллельно ихъ направленію.

793. Въ гальванометрахъ употребляютъ двоякое *расположеніе тока относительно астатической пары:*

a) подвѣсивъ пару въ вертикальной плоскости, окружаютъ оборотами проволоки лишь нижнюю стрѣлку (рис. 172), которая,

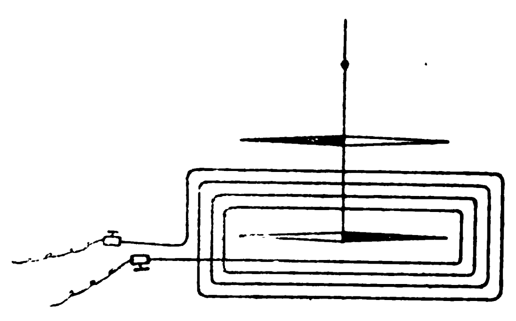


Рис. 172.

вслѣдствіе этого, подвергается болѣе сильному направляющему дѣйствію со стороны тока. Верхняя стрѣлка можетъ непосредственно служить для отсчитыванія угла отклоненія системы на круговой шкалѣ, помѣщенной надъ мультипликаторомъ (на рисункѣ шкала эта не изображена).

794. b) Обѣ стрѣлки помѣщаются внутри мультипликато-

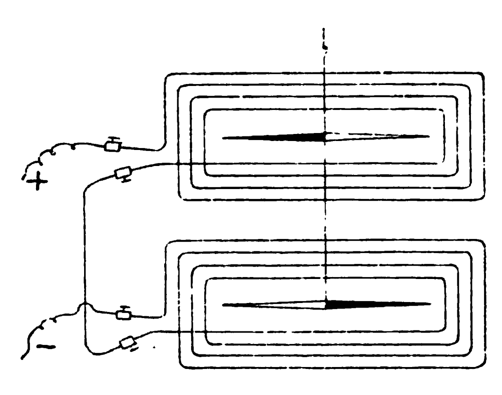


Рис. 173.

ровъ, причемъ проволоку на нихъ навиваютъ въ противополож-

ныхъ направленіяхъ (рис. 173), сообразно противоположному положенію одноименныхъ магнитныхъ полюсовъ въ обѣихъ стрѣлкахъ. Въ послѣднемъ случаѣ, при хорошей астазіи сильно намагниченныхъ стрѣлокъ, даже крайне слабый токъ отклоняетъ пару на значительный уголъ.

795. Относительно гальванометра съ магнитною стрѣлкой, астазированной компенсирующимъ магнитомъ, и относительно гальванометра съ астатическою парою стрѣлокъ, должно сказать, что изъ показаній такихъ приборовъ не только не можетъ быть *вычислена* сила проходящаго въ нихъ тока, но даже, будучи градуированы эмпирически,— инструменты эти, какъ *измѣрители тока*, крайне не надежны. Что вычисленіе силы тока изъ угла отклоненія стрѣлокъ въ обоихъ случаяхъ невозможно,— не требуетъ доказательства; достаточно принять въ соображеніе, что при астазіи стрѣлки компенсирующимъ магнитомъ мы должны были бы опредѣлить напряженіе компенсирующаго магнитнаго поля, магнитный моментъ стрѣлки etc., а въ гальванометрѣ съ астатическою парою стрѣлокъ — разность магнитныхъ моментовъ обѣихъ, уголъ, образуемый магнитными осями стрѣлокъ, etc.; все это не только затруднительно, но отчасти даже невыполнимо съ достаточною точностью.

796. Что обоего рода инструменты ненадежны въ качествѣ эмпирически градуированныхъ измѣрителей силы тока, ясно изъ того, что при оцѣнкѣ показаній ихъ должно принимать въ соображеніе, что 1) на стрѣлку, астазированную компенсирующимъ магнитомъ, оказываютъ весьма сильное дѣйствіе даже незначительныя измѣненія направленія и напряженія горизонтальной составляющей (§ 732). Поэтому, варіаціи склоненія (§ 685) рѣзко измѣняютъ положеніе покоя стрѣлки, а варіаціи напряженія горизонтальной составляющей (§ 690) рѣзко измѣняютъ чувствительность прибора (см. стр. 636). 2) То же относится и къ гальванометру съ астатическою парою стрѣлокъ, на которую, помимо сказаннаго, рѣзко вліяютъ сотрясенія, измѣненія температуры, etc. (§§ 735 и 736).

Вслѣдствіе всего этого, какъ гальванометръ съ магнитною стрѣлкою, сильно астазированною компенсирующимъ магнитомъ, такъ и гальванометръ съ астатическою парою стрѣлокъ, могутъ быть примѣняемы лишь *къ констатированію присутствія или отсутствія тока въ цѣпи*, въ которую они включены. Для этой роли приборы обоихъ типовъ, вслѣдствіе крайней чувствительности своей, пригодны въ высокой степени и въ этомъ смыслѣ, какъ мы увидимъ въ своемъ мѣстѣ, оказываютъ незамѣнимыя услуги при различныхъ электрическихъ измѣреніяхъ.

797. Что касается до гальванометровъ, астазированныхъ желѣзной броней, то варіаціи магнитнаго поля земли вліяютъ на показанія ихъ не болѣе, чѣмъ на показанія неастазированныхъ гальванометровъ, а потому гальванометры, заключенные въ желѣзную броню, могутъ вполнѣ служить эмпирически градуированными измѣрителями силы тока.

XLIII. Дѣйствіе на магнитную стрѣлку мгновеннаго тока.

798. До сихъ поръ мы разсматривали дѣйствіе на магнитъ гальванометра постояннаго непрерывнаго тока, но практическое значеніе имѣетъ также измѣреніе токовъ, непрерывно измѣняющихся въ своей силѣ, и токовъ, возникающихъ въ проводникѣ лишь на весьма короткое время.

Абсолютная сила постояннаго тока, какъ намъ извѣстно, можетъ быть опредѣлена не только изъ дѣйствія на магнитную стрѣлку гальванометра, но и путемъ вольтаметрическаго измѣренія (§ 84), такъ какъ данная сила постояннаго тока обусловливается опредѣленнымъ количествомъ электричества, протекающаго въ цѣпи въ единицу времени (въ секунду). Напротивъ, если токъ непрерывно измѣняется въ силѣ, то вольтаметрическимъ измѣреніемъ можно опредѣлить только среднюю силу тока за извѣстное время (§ 364), такъ какъ въ каждомъ изъ слѣдующихъ другъ за другомъ безконечно малыхъ промежутковъ времени, количество протекающаго въ цѣпи электричества будетъ

различно. Въ этомъ случаѣ опредѣленіе абсолютной силы тока въ каждый данный моментъ, можетъ быть сдѣлано лишь помощію гальванометра и то только въ томъ случаѣ, если магнитная стрѣлка его настолько подвижна, что можетъ вполнѣ слѣдить за всѣми измѣненіями силы тока. Если же моментъ инерціи стрѣлки слишкомъ великъ для данныхъ условій, то стрѣлка, конечно, не успѣваетъ слѣдовать за измѣненіями силы тока и, если послѣднія неправильны, то изъ наблюдаемыхъ отклоненій стрѣлки нельзя сдѣлать никакого вывода. Но случаи быстро слѣдующихъ другъ за другомъ безпорядочныхъ колебаній тока на практикѣ вообще представляются рѣдко и измѣреніе абсолютной величины колебаній такихъ токовъ интереса не представляетъ. Напротивъ, практическое значеніе имѣетъ измѣреніе токовъ правильно періодическихъ (§ 363), непрерывныхъ или прерывистыхъ, и измѣреніе токовъ мгновенныхъ (§ 367). Объ измѣреніи періодическихъ токовъ будетъ говорено ниже, здѣсь же мы займемся разсмотрѣніемъ *дѣйствія на магнитную стрѣлку мгновеннаго тока, т. е. тока настолько кратковременнаго, что продолжительность его совершенно ничтожна сравнительно съ продолжительностью одного полнаго качанія магнитной стрѣлки гальванометра.* Такимъ образомъ, мы можемъ принять, что въ теченіе ничтожнаго времени существованія мгновеннаго тока, стрѣлка гальванометра вообще еще не успѣваетъ покинуть своего положенія покоя, и слѣдуетъ импульсу мгновенной силы уже послѣ того, какъ дѣйствіе послѣдней прекратилось. *Только при этомъ условіи* возможно измѣреніе кратковременнаго тока, и потому, съ увеличеніемъ продолжительности его, приходится увеличивать моментъ инерціи стрѣлки.

799. Для того, чтобы уяснить себѣ дѣйствіе мгновенной силы на магнитъ, мы должны возвратиться къ теоріи маятника и разсмотрѣть дѣйствіе мгновенной силы на покоющійся маятникъ.

Мы видѣли (§ 704), что кинетическая энергія тѣла измѣряется работой, которую производитъ движущееся тѣло, работа же, въ свою очередь, измѣряется произведеніемъ силы f на то разстояніе λ, на которомъ преодолѣвается сила (§ 703). Представимъ себѣ простой маятникъ, масса коего $= m$, а длина $= l$.

Если на массу m подѣйствуетъ нѣкоторая мгновенная сила (толчекъ), то маятникъ уклонится изъ соего положенія покоя на уголъ α. Тогда работа, произведенная движеніемъ массы m маятника, равна произведенію постоянной силы притяженія массы m землею, т. е. (§ 701) силѣ

$$f = mg$$

на ту высоту h, на которую масса m подымается по вертикали, преодолѣвая силу f. Высоту h мы находимъ, опустивъ на линію dm (рис. 174) перпендикуляръ изъ точки a, занимаемой отклонившеюся массою m; тогда мы видимъ, что

$$h = \overline{em}$$

и вышеозначенная работа, произведенная массою m при отклоненіи ея на уголъ α изъ первоначальнаго покоя, равна

$$\mathfrak{A} = fh = mgh$$

Такъ какъ вся длина маятника $= l$, то разстояніе

$$\overline{de} = l - h$$

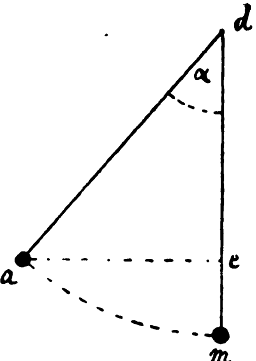


Рис. 174.

а такъ какъ изъ прямоугольнаго треугольника dea видно, что

$$l - h = l \cos \alpha$$

то для величины h мы находимъ новое выраженіе

$$h = l - l \cos \alpha = l\,(1 - \cos \alpha)$$

и, отсюда, работа

$$\mathfrak{A} = mgl\,(1 - \cos \alpha)$$

При обратномъ движеніи массы m изъ точки a по дугѣ am, производится, конечно, та же работа, что и при отклоненіи массы m на уголъ α изъ положенія ея покоя; а потому масса m, при началѣ движенія своего, какъ изъ положенія покоя, такъ и изъ положенія въ точкѣ a, будетъ обладать одинаковою энергіей. Энергія, затраченная при томъ или другомъ движеніи массы m, равна, какъ намъ извѣстно, произведенной работѣ

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{A}$$

Но для $\mathfrak{E}$ мы уже имѣемъ (§ 704) выраженіе

$$\mathfrak{E} = \frac{mv^2}{2}$$

гдѣ v въ данномъ случаѣ есть та наибольшая скорость, которою обладаетъ масса m, какъ въ тотъ моментъ, когда она выходитъ изъ положенія покоя подъ

вліяніемъ мгновенно подѣйствовавшей на нее силы, такъ и въ тотъ моментъ, когда она проходитъ чрезъ положеніе покоя при обратномъ своемъ движеніи. Итакъ, при движеніи массы m изъ точки a по дугѣ am, затрачивается энергія, равная всей произведенной при этомъ работѣ, т. е. энергія

$$\frac{mv^2}{2} = mgl(1 - \cos\alpha)$$

Отсюда находимъ, что

$$v^2 = 2\,gl\,(1 - \cos\alpha)$$

или [1])

$$v^2 = 2\,gl.2\sin^2\frac{\alpha}{2} = gl.4\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

Слѣдовательно, наибольшая скорость, съ которою масса m проходитъ чрезъ положеніе покоя, равна

$$v = \sqrt{gl.4\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \sqrt{gl}.2\sin\frac{\alpha}{2}$$

800. Если мы имѣемъ дѣло не съ простымъ, а со сложнымъ мятникомъ, то, принявъ въ соображеніе моментъ инерціи массы его и направляющую силу, дѣйствующую на эту массу, находимъ, что скорость v, съ которою сложный маятникъ проходитъ чрезъ положеніе покоя, прямо пропорціональна направляющей силѣ $\mathfrak{d}$ и обратно пропорціональна моменту инерціи T; а потому, замѣнивъ отношеніемъ этихъ величинъ постояннную gl въ формулѣ, только что выведенной нами для наибольшей скорости движенія простаго маятника, получимъ

$$v = \sqrt{\frac{\mathfrak{d}}{T}}.2\sin\frac{\alpha}{2}$$

т. е. *наибольшая скорость движенія сложнаго маятника, выведеннаго мгновенною силою изъ положенія покоя, пропорціональна удвоенному синусу половины угла отклоненія его.*

801. Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію дѣйствія мгновенной силы на магнитъ.

Мгновенный токъ, проходя въ мультипликаторѣ гальванометра, дѣйствуетъ на магнитную стрѣлку его черезъ посредство развиваемаго токомъ магнитнаго поля, причемъ напряженіе послѣдняго пропорціонально силѣ мгновеннаго тока, иначе количеству электричества, протекающаго въ мультипликаторѣ въ теченіе ничтожнаго времени существованія тока. — Токи ничтожной продолжительности получаются или вслѣдствіе замыканія на крайне короткое время цѣпи, заключающей по-

---

[1]) $1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$.

стоянную электровозбудительную силу, или вслѣдствіе возбужденія въ цѣпи мгновенной электровозбудительной силы путемъ индукціи (о чемъ будетъ говорено ниже), или же вслѣдствіе мгновеннаго разряда въ цѣпи конденсатора[1]).

Такъ какъ мы знаемъ, что движенія магнита, выведеннаго изъ положенія покоя и свободно качающагося въ горизонтальной плоскости, аналогичны движеніямъ качающагося маятника, то къ магниту, на который подѣйствовалъ мгновенный токъ, мы можемъ примѣнить то же разсужденіе, что и къ маятнику, на который подѣйствовала мгновенная сила (толчекъ). — Такимъ образомъ, начальная скорость движенія магнита (т. е. любой его точки), очевидно, будетъ прямо пропорціональна направляющей силѣ $\mathfrak{d}$, дѣйствующей со стороны магнитнаго поля мгновеннаго тока, и обратно пропорціональна моменту инерціи T магнита:

$$v = \frac{\mathfrak{d}}{T} \qquad \qquad 1)$$

Эта скорость v, по аналогіи съ маятникомъ, равна, очевидно, той наибольшей скорости, съ которою отклонившійся магнитъ при обратномъ движеніи своемъ проходитъ чрезъ первоначальное положеніе покоя.

Мы уже знаемъ (§ 761), что направляющая сила, дѣйствующая на магнитную стрѣлку со стороны магнитнаго поля тока, опредѣляется уравненіемъ

$$\mathfrak{d} = M\mathfrak{H}'$$

а такъ какъ

$$\mathfrak{H}' = \frac{2\pi n I}{r}$$

то

$$\mathfrak{d} = \frac{M 2\pi n I}{r}$$

[1]) Въ своемъ мѣстѣ мы увидимъ, что разрядъ конденсатора всегда требуетъ крайне ничтожнаго времени, и только въ томъ случаѣ, когда сопротивленіе цѣпи внѣ конденсатора равно нѣсколькимъ мегомамъ, разрядъ послѣдняго настолько замедляется, что не можетъ быть болѣе названъ «мгновеннымъ».

Абсолютная сила постояннаго тока I равна абсолютному количеству электричества, протекающаго въ проводникѣ въ единицу времени, а абсолютная сила мгновеннаго тока равна абсолютному количеству Q электричества, протекающему въ мгновенномъ разрядѣ; поэтому замѣнивъ въ послѣдней формулѣ I черезъ Q, получимъ

$$\mathfrak{d} = \frac{M 2\pi n Q}{r} \qquad 2)$$

Такъ какъ, съ другой стороны, «постоянная» гальванометра (§ 764)

$$c = \frac{rH}{2\pi n}$$

то отсюда величина r въ формулѣ (2) можетъ быть замѣнена выраженіемъ

$$r = \frac{c\, 2\pi n}{H}$$

вслѣдствіе чего получимъ

$$\mathfrak{d} = \frac{MH 2\pi n Q}{c\, 2\pi n} = \frac{MH Q}{c} \qquad 3)$$

Такимъ образомъ, подставивъ въ формулу (1) найденное для $\mathfrak{d}$ выраженіе, находимъ, что наибольшая скорость движенія магнита равна

$$v = \frac{\mathfrak{d}}{T} = \frac{MHQ}{c\, T} \qquad 4)$$

Мы знаемъ, что наибольшая скорость движенія сложнаго маятника опредѣляется уравненіемъ (§ 800)

$$v = \sqrt{\frac{\mathfrak{d}}{T}}\, 2 \sin\frac{\alpha}{2}$$

Эта же формула, очевидно, опредѣляетъ и наибольшую скорость аналогично движущагося магнита; если принять въ соображеніе, что для магнита (§ 721)

$$\mathfrak{d} = MH$$

тогда

$$v = \sqrt{\frac{MH}{T}}\, 2 \sin \frac{\alpha}{2} \dots\dots\dots\dots\dots \quad 5)$$

Приравнявъ это новое выраженіе для v къ найденному раньше (формула 4), имѣемъ

$$\sqrt{\frac{MH}{T}}\, 2 \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{MHQ}{c\,T}$$

откуда абсолютное количество электричества, протекшее въ мгновенномъ токѣ и обусловившее отклоненіе магнита на уголъ α, равно

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{MH}{T}}\, 2 \sin \frac{\alpha}{2} . c\, T}{MH}$$

$$= c \sqrt{\frac{T}{MH}}\, 2 \sin \frac{\alpha}{2} \dots\dots\dots\dots\dots \quad 6)$$

или, если принять въ соображеніе вліяніе крученія нити (§ 725) на которой подвѣшенъ магнитъ,

$$Q = c \sqrt{\frac{T}{MH(1+\theta)}}\, 2 \sin \frac{\alpha}{2} \quad \dots\dots \quad 7)$$

абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ количества электричества

или[1])

$$Q = 10\, c \sqrt{\frac{T}{MH(1+\theta)}}\, 2 \sin \frac{\alpha}{2} \text{ кулонамъ} \dots\dots \quad 8)$$

т. е. *количество электричества, протекающаго въ мгновенномъ токѣ, пропорціонально удвоенному синусу половины угла отклоненія стрѣлки гальванометра изъ положенія ея покоя въ плоскости магнитнаго меридіана.*

---

[1]) Въ § 758 уже было говорено, что 1 амперъ = $^1/_{10}$ абсолютной электромагнитной единицы силы тока; а такъ какъ при силѣ тока въ 1 амперъ въ проводникѣ протекаетъ 1 кулонъ въ секунду, при токѣ же = 1 абс. электром. ед. силы тока въ проводникѣ протекаетъ въ 1 секунду 1 абс. элекром. ед. количества электричества, то отсюда ясно, что послѣдняя единица въ 10 разъ болѣе 1 кулона.

802. Изъ послѣднихъ формулъ видно, что

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2c}\sqrt{\frac{MH(1+\theta)}{T}} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

rspct.

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{20\,c}\sqrt{\frac{MH(1+\theta)}{T}} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9\,а)$$

т. е. *уголъ отклоненія магнита,* при данномъ количествѣ электричества Q, протекающаго въ мгновенномъ токѣ, *возрастаетъ съ увеличеніемъ абсолютной чувствительности гальванометра* $\left(=\frac{1}{c}\right)$ [1]), *съ увеличеніемъ магнитнаго момента стрѣлки* (M) *и съ уменьшеніемъ ея момента инерціи* (T). — Поэтому, при измѣреніи малыхъ количествъ электричества (слабыхъ мгновенныхъ токовъ) приходится употреблять легкія, сильно намагниченныя стрѣлки; вообще же *легкихъ магнитовъ должно избѣгать,* ибо, какъ было сказано выше (стр. 654), мгновеннымъ токомъ можно назвать только такой, продолжительность котораго ничтожна сравнительно съ продолжительностью одного полнаго качанія магнита, а эта послѣдняя пропорціональна моменту инерціи магнита; поэтому, *результатъ измѣренія будетъ невѣренъ, если магнитъ вслѣдствіе легкости своей отклонится изъ положенія покоя ранѣе, чѣмъ окончится разрядный токъ въ гальванометрѣ.* Такимъ образомъ, нерѣдко приходится даже *отягощать магнитъ,* прикрѣпляя къ нему массы мѣди.

803. Далѣе, изъ формулъ (6) — (8) видно, что, въ случаѣ значительной величины момента инерціи и въ особенности магнитнаго момента стрѣлки, незначительныя варіаціи напряженія горизонтальной составляющей мало вліяютъ на результатъ опредѣленія величины Q, а потому въ теченіе ряда слѣдующихъ другъ за другомъ наблюденій величину MH можно считать постоянной.

---

[1]) Для тангенсъ-гальванометра $\frac{1}{c} = \frac{n.2\pi}{r'}$ (см. § 786).

804. Можно избѣжать прямаго опредѣленія величинъ M, H и T, введя вмѣсто нихъ въ формулу, опредѣляющую Q, продолжительность τ качанія магнита. Въ самомъ дѣлѣ (см. § 725), продолжительность качанія

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{MH(1+\theta)}}$$

или

$$\tau^2 = \pi^2 \frac{T}{MH(1+\theta)}$$

откуда

$$T = \frac{\tau^2 MH(1+\theta)}{T}$$

Подставивъ въ формулы (7) и (8) найденное для T выраженіе, получимъ

$$Q = c\sqrt{\frac{\tau^2 MH(1+\theta)}{MH\pi^2}}\, 2\sin\frac{\alpha}{2}$$

или

$Q = \frac{c\tau}{\pi}\sqrt{1+\theta}\; 2\sin\frac{\alpha}{2}$ *абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ количества электричества* ..... 10)

или

$$Q = \frac{10\,c\tau}{\pi}\sqrt{1+\theta}\; 2\sin\frac{\alpha}{2} \text{ кулонамъ} \quad \ldots\ldots 11)$$

или

$$Q = 6{,}3662\, c\tau\sqrt{1+\theta}\,\sin\frac{\alpha}{2} \text{ кулонамъ} \quad . \;11\,a)$$

причемъ величина

$$6{,}3662\, c\tau\sqrt{1+\theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 12)$$

есть *постоянная гальванометра при измѣреніи имъ мгновенныхъ токовъ.*

805. Гальванометръ, служащій для измѣреній мгновенныхъ токовъ, называется *баллистическимъ гальванометромъ;* онъ не представляетъ никакихъ конструктивныхъ особенностей, отличающихъ его отъ обыкновеннаго тангенсъ-гальванометра (простаго

или зеркальнаго), хотя, какъ было сказано выше, выгодно употреблять въ немъ тяжелый магнитъ.

О баллистическихъ гальванометрахъ, градуированныхъ эмпирически, будетъ говорено въ спеціальной части настоящаго сочиненія.

XLIV. Дѣйствіе магнитнаго поля земли на подвижной соленоидъ.

806. Если кольцеобразно-изогнутый толстый (тяжелый) проводникъ подвѣсить за концы на двухъ весьма тонкихъ, параллельныхъ другъ другу проволокахъ, одинаковой и притомъ значительной длины, какъ это видно на рис. 175, и пропустить затѣмъ чрезъ такую подвижную систему электрическій токъ, то кольцо будетъ вращаться вокругъ вертикальной оси подвѣса (называемаго *бифилярнымъ*) до тѣхъ поръ, пока плоскость его не установится приблизительно перпендикулярно къ направленію магнитнаго меридіана. Разъ какъ мы знаемъ, что круговой токъ по электромагнитнымъ дѣйствіямъ своимъ можетъ быть вполнѣ отождествленъ съ магнитомъ (§ 754), то причина только что описаннаго явленія для насъ совершенно понятна: подвижный круговой токъ относится къ горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли подобно магниту, свободно вращающемуся въ горизонтальной плоскости, и стремится поэтому установиться въ магнитномъ полѣ земли такимъ образомъ, чтобы направленіе горизонтальной составляющей послѣдняго совпало съ силовыми линіями равномѣрнаго магнитнаго поля въ центрѣ кольца (§ 759)[1].

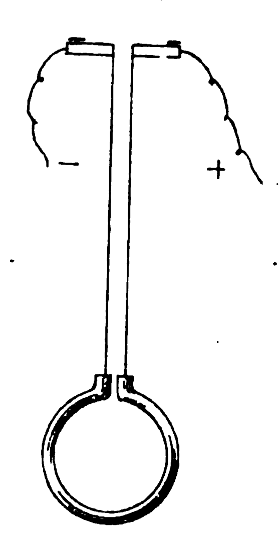


Рис. 175.

[1]) Сравн. съ таковымъ же отношеніемъ къ горизонтальной составляющей силовыхъ линій внутри подвижнаго магнита — § 719—722.

При этомъ *магнитная ось круговаго тока устанавливается въ направленіи магнитнаго меридіана* подобно магнитной оси подвижнаго магнита. Подъ *магнитною осью круговаго тока* понимаютъ линію, проходящую чрезъ центръ круговаго тока, перпендикулярно къ плоскости его. Знакъ магнитныхъ полюсовъ этой оси опредѣляется направленіемъ тока въ кольцѣ, другими словами направленіемъ силовыхъ линій равномѣрнаго магнитнаго поля въ центрѣ кольца, а потому: *если смотрѣть на вертикально установленный круговой проводникъ въ профиль* (съ боку), *то n полюсъ магнитной оси его лежитъ вправо, когда токъ въ ближайшей къ зрителю половинѣ проводника идетъ сверху внизъ* (сравн. § 759).

807. Вышеописанный способъ подвѣшиванія кольцеобразнаго проводника называется, какъ мы уже сказали, *бифилярнымъ* (*двунитнымъ*), и пара проволокъ, служащихъ подвѣсомъ, носитъ названіе *бифиляра*. Положеніе кольца до замкнутія тока обусловливается лишь положеніемъ бифилярнаго подвѣса, причемъ подвѣшенное тяжелое тѣло находится въ равновѣсіи тогда, когда обѣ нити бифиляра находятся въ одной вертикальной плоскости.

Простое разсужденіе показываетъ, что бифилярно подвѣшенное тѣло можетъ вращаться тѣмъ свободнѣе, чѣмъ тоньше и длиннѣе нити бифиляра и чѣмъ менѣе разстояніе между ними. Если бифилярно подвѣшенное не магнитное тѣло повернуть вокругъ вертикальной оси на нѣкоторый уголъ и затѣмъ предоставить его самому себѣ, то оно будетъ двигаться по направленію къ первоначальному положенію равновѣсія, перейдетъ его по инерціи, затѣмъ возвратится назадъ и будетъ совершать качанія въ горизонтальной плоскости аналогично качающемуся магниту, причемъ продолжительность τ одного полнаго качанія выразится уже извѣстною намъ формулою сложнаго маятника (§§ 717 и 723)

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{\mathfrak{d}_t}}$$

гдѣ T — моментъ инерціи качающагося тѣла, а
$\mathfrak{d}_t$ — *направляющая сила крученія бифиляра.*

Величину $\mathfrak{d}_t$ находимъ, возведя обѣ части уравненія въ квадратъ

$$\tau^2 = \pi^2 \frac{T}{\mathfrak{d}_t}$$

откуда

$$\mathfrak{d}_t = \frac{\pi^2 T}{\tau^2}$$

808. Если бы направляющая сила со стороны бифиляра была равна нулю, то подвижной круговой проводникъ, магнит-

ная ось коего въ моментъ замкнутія тока образовала съ плоскостью меридіана нѣкоторый уголъ, повернулся бы вокругъ

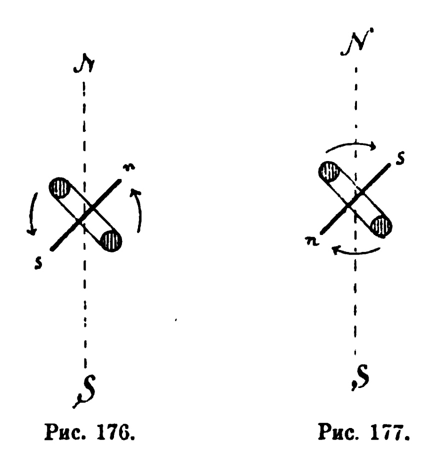


Рис. 176. Рис. 177.

вертикальной оси такимъ образомъ, что направленіе магнитной оси его вполнѣ совпало бы съ направленіемъ меридіана [1]).

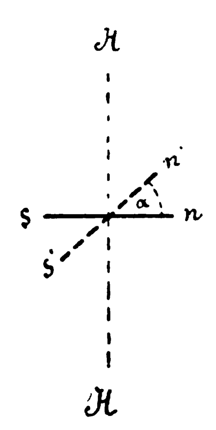


Рис. 178.

На самомъ же дѣлѣ движеніе оси кольца въ направленіи къ плоскости магнитнаго меридіана прекратится, лишь только моментъ вращенія круговаго тока со стороны горизонтальной составляющей уравновѣсится противодѣйствующимъ ему моментомъ крученія бифиляра.

Такимъ образомъ, если магнитная ось (*ns*) кольца (рис. 178) до прохожденія тока была расположена перпендикулярно къ плоскости магнитнаго меридіана (къ направленію горизонтальной составляющей *HH*) [2]), то величина угла α отклоненія оси кольца изъ первоначальнаго ея по-

[1]) На рис. 176 и 177 стрѣлками означены направленія движеній магнитной оси *ns* круговаго проводника *aa* при двухъ различныхъ направленіяхъ тока въ немъ.

[2]) Другими словами, *плоскость кольца* совпадала съ плоскостью магнитнаго меридіана.

ложенія ns въ положеніе $n's'$ опредѣляется уравненіемъ обоихъ моментовъ вращеній:

$$MH \cos\alpha = \mathfrak{d}_t \sin\alpha$$

гдѣ M — магнитный моментъ круговаго тока,
— MH — направляющая сила со стороны горизонтальной составляющей,
— $\mathfrak{d}_t$ — направляющая сила крученія бифиляра.

Отсюда

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{MH}{\mathfrak{d}_t}$$

или

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{MH}{\mathfrak{d}_t} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 1)$$

т. е. *тангенсъ угла отклоненія магнитной оси круговаго тока изъ первоначальнаго положенія ея подъ прямымъ угломъ къ плоскости магнитнаго меридіана — прямо пропорціоналенъ направляющей силѣ со стороны горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли, и обратно пропорціоналенъ направляющей силѣ подвѣса* (бифиляра).

Такъ какъ магнитный моментъ круговаго тока прямо пропорціоналенъ силѣ послѣдняго (§ 754)

$$M = \pi r^2 I$$

то изъ формулы (1) видно, что *тангенсъ угла отклоненія магнитной оси круговаго тока возрастаетъ пропорціонально силѣ послѣдняго*

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{MH}{\mathfrak{d}_t} = \frac{\pi r^2 IH}{\mathfrak{d}_t}$$

или

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{FIH}{\mathfrak{d}_t} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 2)$$

гдѣ F — площадь круговаго тока.

809. Съ другой стороны очевидно, что при данной силѣ тока спираль изъ n оборотовъ, поставленная въ тѣ же условія что и простой круговой токъ, отклонится на большій уголъ, нежели послѣдній. Въ самомъ дѣлѣ, если расположить на одной горизонтальной оси нѣсколько круговыхъ токовъ, параллельно другъ другу, то дѣйствіе, испытываемое ими со стороны горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли, будетъ равно суммѣ дѣйствій, испытываемыхъ каждымъ изъ нихъ въ отдѣльности. Такимъ образомъ, если подвѣсить горизонтально на бифилярѣ плотно свернутую спираль изъ n расположенныхъ въ одинъ слой оборотовъ изолированной проволоки такъ, чтобы ось этой спирали была направлена перпендикулярно къ плоскости магнитнаго меридіана, и пропустить затѣмъ чрезъ такую подвижную систему токъ, то ось ея отклонится изъ первоначальнаго положенія на нѣкоторый уголъ α, испытывая при этомъ со стороны горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли моментъ вращенія

$$n F I H \cos \alpha$$

гдѣ F — площадь каждаго изъ числа n одинаковыхъ оборотовъ спирали.

Отсюда находимъ, что магнитный моментъ спирали

$$M' = n F I = n \pi r^2 I \ldots\ldots\ldots\ldots 3)$$

При этомъ тангенсъ угла α, образуемаго осью спирали съ первоначальнымъ положеніемъ ея подъ прямымъ угломъ къ магнитному меридіану, опредѣляется выраженіемъ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n \pi r^2 I H}{\mathfrak{b}_t} \ldots\ldots\ldots\ldots 4)$$

810. Система расположенныхъ въ рядъ, плотно прилегающихъ другъ къ другу круговыхъ токовъ, другими словами плотно свернутая спираль изъ изолированной проволоки, по которой

проходитъ токъ, носитъ названіе *соленоида*[1]) или *электромагнитнаго цилиндра.* По своимъ свойствамъ соленоидъ вполнѣ тождественъ съ магнитомъ и потому, какъ мы видѣли, будучи предоставленъ дѣйствію магнитнаго поля земли, онъ устанавливается въ плоскости магнитнаго меридіана. При этомъ оконечность соленоида, направляющаяся къ сѣверу, называется *сѣверною полярною оконечностью* его, а оконечность, обращенная на югъ,—*южною. Если смотрѣть прямо на ту или другую оконечность соленоида, то южной будетъ та, въ которой направленіе тока совпадаетъ съ движеніемъ часовой стрѣлки,* и наоборотъ, *сѣверной — та, въ которой токъ направленъ противъ движенія часовой стрѣлки* (рис. 179)[2]). *Полюсы соленоида,* rspct. двѣ точки

Рис. 179.

приложенія равнодѣйствующихъ всѣхъ силовыхъ линій, исходящихъ изъ обѣихъ оконечностей его, вслѣдствіе утечки линій силъ (см. главу объ электромагнитахъ) не расположены въ центрахъ конечныхъ плоскостей соленоида, а смѣщены въ направленіи къ срединѣ его, поэтому *длина магнитной оси соленоида менѣе длины геометрической оси его.*

Само собою разумѣется, что *одноименные полюсы двухъ подвижныхъ соленоидовъ взаимно отталкиваются, а разноименные — взаимно притягиваются.*

Если магнитный моментъ соленоида (формула 3)

$$M' = n\pi r^2 I$$

---

[1]) Отъ σωλή — раковина, σωληνοειδής — имѣющій форму спиральной раковины.

[2]) Стрѣлками на рисункахъ означено направленіе тока въ обмоткѣ.

то сила каждаго полюса его[1])

$$m = \frac{M'}{l}$$

гдѣ l — длина магнитной оси соленоида,

или

$$m = \frac{n\pi r^2 I}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Величина

$$n\pi r^2 = F' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

называется *площадью соленоида* (*площадью оборотовъ спирали*).

Если обороты въ спирали расположены не въ одинъ, а въ нѣсколько *слоевъ*, то вмѣсто вычисленія *площади* F'' такой *электромагнитной катушки* прибѣгаютъ къ опытному опредѣленію ея, такъ какъ никогда нельзя положиться на правильность обмотки, вслѣдствіе того что вышележащіе слои обыкновенно вдавливаются въ промежутки оборотовъ нижележащихъ. Опытное опредѣленіе F'' не можетъ представить затрудненія. Такъ напр., расположивъ перпендикулярно къ магнитной оси магнитной стрѣлки ось данной катушки и пропустивъ въ ней токъ извѣстной силы I, измѣренной въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ, мы можемъ (см. § 742) опредѣлить магнитный моментъ катушки

$M'' = F''I$ абсолютнымъ единицамъ,

откуда площадь катушки

$$F'' = \frac{M''}{I}.$$

811. Изъ уравненія (4) мы видимъ, что изъ угла отклоненія бифилярно подвѣшенной спирали можно опредѣлить силу проходящаго въ ней тока

$$I = \frac{\mathfrak{D}_t}{\pi r^2 H} \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

---

[1]) Какъ въ магнитѣ, см. стр. 585.

Если одинъ и тотъ же токъ I проходитъ чрезъ бифилярно подвѣшенную спираль и тангенсъ-гальванометръ, то (см. стр. 613)

$$I = \frac{b_l}{\pi r^2 H}\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{r' H}{2\pi n}\,\mathrm{tg}\,\alpha'$$

гдѣ чрезъ α' обозначаемъ уголъ отклоненія магнита тангенсъ-гальванометра. Отсюда находимъ, что

$$I = \sqrt{\frac{b r'}{2\pi^2 r^2 n}\,\mathrm{tg}\,\alpha \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha'}$$ абсолютн. электромагн. единицамъ . . . 8)

предполагая, конечно, что напряженіе горизонтальной составляющей (H) одинаково въ мѣстѣ нахожденія обоихъ инструментовъ и что оба настолько удалены другъ отъ друга, что взаимодѣйствія не оказываютъ. Знаніе абсолютной величины H здѣсь, какъ видимъ, не нужно.

Примѣчаніе. Мы уже говорили (§ 808), что тангенсъ угла отклоненія спирали обратно пропорціоналенъ направляющей силѣ подвѣса. Съ цѣлью уменьшить эту направляющую силу, вмѣсто бифилярнаго можно примѣнить такъ называемый *унифилярный подвѣсъ.* Для этого одинъ конецъ проволоки, образующей спираль, прикрѣпляется къ отвѣсно висящей тонкой проволокѣ (рис. 180), тогда какъ другой конецъ ея погружается въ чашечку со ртутью, послѣ чего вся система включается въ цѣпь. Вслѣдствіе ничтожнаго тренія поверхности проволоки о ртуть и незначительности направляющей силы крученія тонкой подвѣсной проволоки, такая система обладаетъ значительно большею чувствительностью, чѣмъ бифилярная, т. е. при одномъ и томъ же токѣ I отклоняется на большій уголъ α.

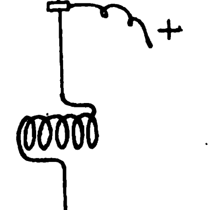


Рис. 180.

Вычисленіе приведеннаго радіуса и площади катушки.

Неоднократно упоминавшіяся величины приведеннаго радіуса и площади катушки вычисляются слѣдующимъ образомъ:

812. Приведенный радіусъ (r') *катушки есть ариѳметическое среднее изъ суммы радіусовъ отдѣльныхъ слоевъ, составляющихъ обмотку;* а такъ какъ радіусы послѣдовательныхъ слоевъ оче-

видно представляютъ собою ариѳметическую прогрессію, то мы должны опредѣлить прежде всего сумму членовъ этой прогрессіи.

Сумма членовъ ариѳметической прогрессіи

$$\Sigma = [2a + d(c - 1)]\frac{c}{2}$$

гдѣ a — первый членъ (радіусъ перваго слоя обмотки)[1]);

— d — такъ называемая «разность прогрессіи», т. е. постоянная величина, составляющая разность между послѣдовательными членами и равная въ нашемъ случаѣ толщинѣ проволоки;

— c — число членовъ прогрессіи (число слоевъ въ обмоткѣ).

Отсюда, приведенный радіусъ обмотки

$$r' = \frac{\Sigma}{c} = \frac{[2a + d(c-1)]\frac{c}{2}}{c} = \frac{2a + d(c-1)}{2} \ldots\ldots 1)$$

Такъ какъ число слоевъ проволоки въ данной катушкѣ по большей части намъ не извѣстно, то мы должны его предварительно вычислить изъ толщины обмотки: если толщина эта $= h$, то очевидно, что

$$c = \frac{h}{d}$$

Подставивъ въ послѣднюю формулу найденное для c выраженіе, имѣемъ: *приведенный радіусъ катушки*

$$r' = \frac{2a + h - d}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

Задача можетъ быть рѣшена и безъ предварительнаго вычисленія числа слоевъ обмотки, если только возможно измѣрить радіусы внутренняго и внѣшняго слоевъ. Въ самомъ дѣлѣ, такъ

---

1) Равный, очевидно, радіусу того сердечника, на который навита проволока, плюсъ толщинѣ (d) проволоки.

какъ сумма членовъ ариѳметической прогрессіи равна полусуммѣ крайнихъ членовъ ея, помноженной на число ихъ, то

$$\Sigma = \frac{(a+z)c}{2}$$

откуда

$$r' = \frac{\Sigma}{c} = \frac{a+z}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

гдѣ a — радіусъ внутренняго, а z — внѣшняго слоевъ обмотки.

Если извѣстенъ радіусъ r_1 того сердечника, на который навита проволока, и діаметръ d послѣдней, то очевидно, что въ предшествовавшей формулѣ

$$a = r_1 + d$$

Если же діаметръ проволоки по какимъ либо причинамъ не можетъ быть опредѣленъ, то возможно лишь приближенное вычисленіе, при которомъ принимаемъ, что

$$a = r_1$$

Примѣръ: Чему равенъ приведенный радіусъ катушки, если діаметръ сердечника, на который навита проволока, = 1 сантиметру, внѣшній діаметръ обмотки = 10 сантиметрамъ и діаметръ проволоки = 0,2 миллиметрамъ (= 0,02 сантиметрамъ)?

Радіусъ перваго слоя обмотки

$$a = \frac{1}{2} + 0{,}02 = 0{,}52 \text{ сантиметра},$$

радіусъ послѣдняго слоя обмотки (внѣшній радіусъ катушки)

$$z = \frac{10}{2} = 5 \text{ сантиметрамъ},$$

толщина обмотки

$$h = \frac{10}{2} - \frac{1}{2} = 4{,}5 \text{ сантиметра},$$

діаметръ проволоки

$$d = 0{,}02 \text{ сантиметра},$$

число слоевъ въ обмоткѣ

$$c = \frac{4{,}5}{0{,}02} = 225;$$

отсюда, приведенный радіусъ r'

по формулѣ 1)

$$r' = \frac{2a + d(c-1}{2} = \frac{2.0{,}52 + 0{,}02(225-1)}{2} = 2{,}76 \text{ сантиметра,}$$

по формулѣ 2)

$$r' = \frac{2a + h - d}{2} = \frac{2.0{,}52 + 4{,}5 - 0{,}02}{2} = 2{,}76 \text{ сантиметра,}$$

по формулѣ 3)

$$r' = \frac{a + z}{2} = \frac{0{,}52 + 5}{2} = 2{,}76 \text{ сантиметра.}$$

813. Площадь катушки, какъ извѣстно, *есть сумма площадей всѣхъ оборотовъ проволоки, ее составляющихъ*. Въ каждомъ слоѣ, расположенномъ *вертикально къ оси катушки*, мы имѣемъ c оборотовъ проволоки, радіусы коихъ возрастаютъ въ ариѳметической прогрессіи. Сумма площадей этихъ оборотовъ

$$\Sigma_1 = \pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 \ldots r_c^2)$$

гдѣ выраженіе, заключенное въ скобкахъ, есть сумма квадратовъ c членовъ ариѳметической прогрессіи. Если, какъ мы это имѣли выше, радіусъ r_1 внутренняго слоя спирали означить черезъ a, радіусъ же r_c внѣшняго слоя означить черезъ z, а разность прогрессіи, т. е. діаметръ проволоки,—чрезъ d, то сумма квадратовъ радіусовъ

$$\Sigma_1 = \frac{c}{3}\left[3a^2 + 3ad(c-1) + d^2\left(c^2 - \frac{3}{2}c + \frac{1}{2}\right)\right]$$

и сумма площадей оборотовъ, расположенныхъ въ одномъ слоѣ, вертикальномъ къ оси катушки,

$$\Sigma_2 = \frac{\pi c}{3}\left[3a^2 + 3ad(c-1) + d^2\left(c^2 - \frac{3}{2}c + \frac{1}{2}\right)\right].$$

Такъ какъ, далѣе, вдоль оси всей катушки имѣется b слоевъ

обмотки, вертикальныхъ къ оси катушки, то сумма площадей всѣхъ оборотовъ будетъ

$$\Sigma_3 = \frac{\pi cb}{3}\left[3a^2 + 3ad(c-1) + d^2\left(c^2 - \frac{3}{2}c + \frac{1}{2}\right)\right].$$

Примѣръ. Чему равна площадь оборотовъ катушки, если діаметръ сердечника, на который навита проволока, = 1 сантиметру, внѣшній діаметръ обмотки = 10 сантиметрамъ, діаметръ проволоки = 0,02 сантиметра и длина l спирали = 6 сантиметрамъ?

Радіусъ перваго оборота (первый членъ прогрессіи)

$$a = \frac{1}{2} + 0{,}02 = 0{,}52 \text{ сантиметра},$$

радіусъ послѣдняго оборота (послѣдній членъ прогрессіи)

$$z = \frac{10}{2} = 5 \text{ сантиметрамъ},$$

діаметръ проволоки (разность прогрессіи)

$$d = 0{,}02 \text{ сантиметра},$$

толщина обмотки

$$h = \frac{10}{2} - \frac{1}{2} = 4{,}5 \text{ сантиметра},$$

число оборотовъ проволоки въ одномъ слоѣ, расположенномъ вертикально къ оси катушки (число членовъ прогрессіи)

$$c = \frac{4{,}5}{0{,}02} = 225;$$

отсюда сумма квадратовъ радіусовъ слоевъ обмотки

$$\Sigma_1 = \frac{225}{3}\left[3 . 0{,}52^2 + 3 . 0{,}52 . 0{,}02\,(225-1) + 0{,}02^2\left(225^2 - \frac{3}{2}\cdot 225 + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{225}{3}(0{,}8112 + 6{,}9888 + 20{,}1152)$$

$$= \frac{225}{3} . 27{,}9152.$$

Сумма площадей оборотовъ въ одномъ слоѣ обмотки, вертикальномъ къ оси катушки

$$\Sigma_2 = \frac{225\,\pi}{3} . 27{,}9152$$

Такъ какъ, далѣе, число разсматриваемыхъ слоевъ вдоль оси всей катушки равно

$$b = \frac{l}{d} = \frac{6}{0{,}02} = 300,$$

то сумма площадей всѣхъ оборотовъ въ катушкѣ

$$\Sigma_2 = \frac{225.300.\pi}{3}.27,9152.$$

$$= 225.100.3,1416.27,9152 = 1\,973\,214 \text{ квадр. сантиметрамъ.}$$

XLV. Взаимодѣйствіе двухъ соленоидовъ.

814. Такъ какъ соленоидъ аналогиченъ магниту, то, будучи подвѣшенъ горизонтально, онъ, подобно магниту, устанавливается въ магнитномъ меридіанѣ, и со стороны другаго, неподвижнаго соленоида, испытываетъ такое же дѣйствіе, какъ подвижной магнитъ со стороны неподвижнаго. При этомъ безразлично, имѣемъ ли мы дѣло съ настоящими соленоидами (rspct. простыми круговыми токами) или съ многослойными катушками.

Представимъ себѣ, что на горизонтальной линіи *CD* (рис. 181) расположены два круговыхъ тока, сѣченія коихъ обозна-

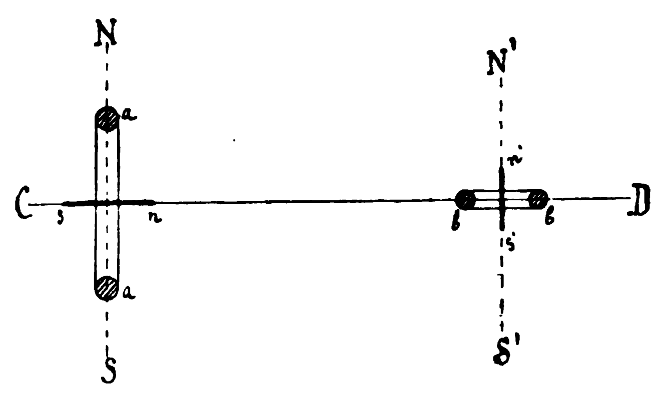


Рис. 181.

чены черезъ *aa* и *bb* и радіусы (истинные или приведенные — § 812) коихъ $= r_1$ и r_2, причемъ r_1 значительно больше r_2. Пусть большій круговой токъ (означимъ его черезъ *A*) неподвиженъ и магнитная ось его перпендикулярна къ плоскости магнитнаго меридіана *NS*, тогда какъ токъ меньшаго діаметра (*B*) подвиженъ и магнитная ось его образуетъ съ осью неподвижнаго прямой

уголъ, совпадая съ плоскостью магнитнаго меридіана $N'S'$. Обозначимъ черезъ λ разстояніе между центрами магнитныхъ осей обоихъ круговыхъ токовъ и пусть абсолютная сила перваго изъ нихъ $(A) = I_1$, а втораго $(B) = I_2$. Если площадь неподвижнаго тока $(A) = F_1$, а подвижнаго $(B) = F_2$, то, согласно формулѣ, выведенной для дѣйствія круговаго тока на магнитъ (стр. 610), направляющая сила, испытываемая подвижнымъ токомъ со стороны неподвижнаго, равна

$$\mathfrak{D} = M'\mathfrak{H}'$$

гдѣ M' — магнитный моментъ подвижнаго круговаго тока,
а $\mathfrak{H}'$ — напряженіе магнитнаго поля неподвижнаго тока въ томъ мѣстѣ, которое занимаетъ подвижный.

Такъ какъ (§ 755)

$$M' = F_2 I_2$$

а (§ 754)

$$\mathfrak{H}' = \frac{2\pi r_1^2 I_1}{(\lambda^2 + r_1^2)^{3/2}} = \frac{2 F_1 I_1}{(\lambda^2 + r_1^2)^{3/2}}$$

то направляющая сила неподвижнаго тока на подвижной

$$\mathfrak{D} = \frac{2 F_2 I_2 F_1 I_1}{(\lambda^2 + r_1^2)^{3/2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Если разстояніе λ очень велико сравнительно съ радіусомъ r_1, то, пренебрегая послѣднею величиною, имѣемъ

$$\mathfrak{D} = \frac{2 F_2 I_2 F_1 I_1}{\lambda^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Перемѣстивъ подвижной круговой токъ по линіи CD такъ, чтобы центръ его совпалъ съ центромъ неподвижнаго тока, получимъ

$$\mathfrak{D} = \frac{2 F_2 I_2 F_1 I_1}{r_1^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

такъ какъ въ этомъ случаѣ $\lambda = 0$.

Въ обоихъ случаяхъ *подвижной токъ*, подобно магниту, *стремится повернуться вокругъ своей вертикальной оси такимъ образомъ,* чтобы направленіе магнитной оси его совпало съ направленіемъ силовыхъ линій той части магнитнаго поля неподвижнаго круговаго тока, въ которой подвижной токъ находится, другими словами, — *чтобы направленіе магнитной оси подвижнаго тока совпало съ направленіемъ магнитной оси неподвиж-*

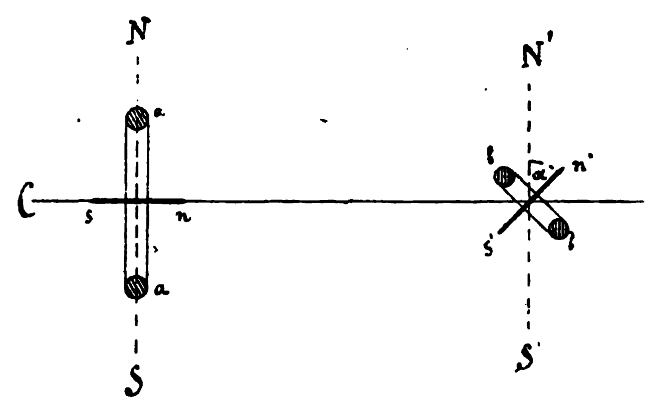


Рис. 182.

наго. Но такъ какъ въ этомъ движеніи подвижной токъ встрѣчаетъ противодѣйствіе со стороны направляющей силы $M'H$ $(=F_2I_2H)$[1]) и направляющей силы $\mathfrak{d}_t$[2]) крученія подвѣса, которыя обѣ стремятся удержать его въ прежнемъ положеніи, то магнитная ось подвижнаго тока (B) уклонится изъ первоначальнаго положенія своего въ плоскости магнитнаго меридіана $N'S'$ лишь на нѣкоторый уголъ α (рис. 182), меньшій 90°.

Положеніе равновѣсія опредѣлится уравненіемъ моментовъ вращенія подвижнаго тока со стороны дѣйствующей на него направляющей силы $M\mathfrak{H}$ неподвижнаго тока и со стороны суммы направляющихъ силъ MH и $\mathfrak{d}_t$.

Такъ какъ

$$MH = F_2I_2H$$

1) § 721.
2) § 723.

и такъ какъ моментъ вращенія со стороны неподвижнаго тока

$$= \frac{2 F_2 I_2 F_1 I_1}{\lambda_3} \cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4)$$

то положеніе равновѣсія получится, когда

$$\frac{2 F_2 I_2 F_1 I_1}{\lambda_3} \cos\alpha = F_2 I_2 H \sin\alpha + \mathfrak{d}_t \sin\alpha$$

$$\frac{2 F_2 I_2 F_1 I_1}{\lambda_3} \cos\alpha = (F_2 I_2 H + \mathfrak{d}_t) \sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots 5)$$

815. Если сила одного изъ токовъ (I_1 или I_2) намъ извѣстна, то изъ послѣдняго уравненія мы можемъ опредѣлить силу другаго тока. Такъ напр., если извѣстна сила неподвижнаго тока I_1, то находимъ

$$\frac{2 F_2 I_2 F_1 I_1}{\lambda_3} \cos\alpha = (F_2 I_2 H + \mathfrak{d}_t) \sin\alpha$$

$$2 F_2 I_2 F_1 I_1 \cos\alpha - F_2 I_2 H \lambda_3 \sin\alpha = \mathfrak{d}_t \lambda_3 \sin\alpha$$

$$I_2 (2 F_2 F_1 I_1 \cos\alpha - F_2 H \lambda_3 \sin\alpha) = \mathfrak{d}_t \lambda_3 \sin\alpha$$

откуда

$$I_2 = \frac{\mathfrak{d}_t \lambda_3 \sin\alpha}{F_2 (2 F_1 I_1 \cos\alpha - H \lambda_3 \sin\alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

816. Въ томъ случаѣ, когда чрезъ неподвижный и подвижный проводникъ протекаетъ одинъ и тотъ же токъ I, вышеприведенныя формулы упрощаются. Въ самомъ дѣлѣ, для момента вращенія подвижнаго тока, расположеннаго подъ прямымъ угломъ къ неподвижному, на разстояніи λ отъ него, мы будемъ имѣть (сравн. формулу 1)

$$\mathfrak{D} = \frac{2 F_1 F_2 I^2}{(\lambda^2 + r_1^2)^{3/2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

или, при малой величинѣ r_1 сравнительно съ λ (формула 2)

$$\mathfrak{D} = \frac{2 F_1 F_2 I^2}{\lambda_3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 8)$$

точно также для случая, когда подвижной токъ расположенъ въ срединѣ неподвижнаго (формула 3)

$$\mathfrak{D} = \frac{2F_1F_2I^2}{r_1^3} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 9)$$

Подобно этому упростится и уравненіе моментовъ вращеній, опредѣляющихъ равновѣсіе подвижнаго тока, подвергнутаго дѣйствію направляющихъ силъ $M'H$, $M'\mathfrak{H}'$ и $\mathfrak{d}_t$, ибо формула 5) въ разсматриваемомъ случаѣ приметъ видъ

$$\frac{2F_2F_1I^2}{\lambda^3}\cos\alpha = (F_2IH + \mathfrak{d}_t)\sin\alpha \dots\dots\dots 10)$$

или, для случая, когда центры токовъ совпадаютъ,

$$\frac{2F_2F_1I^2}{r_1^3}\cos\alpha = (F_2IH + \mathfrak{d}_t)\sin\alpha \dots\dots\dots 11)$$

Изъ формулы 10) мы можемъ вывесть, что

$$I^2 = \frac{\lambda^3(F_2IH + \mathfrak{d}_t)}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha \dots\dots\dots\dots 12)$$

а изъ формулы 11), — что

$$I^2 = \frac{r_1^3(F_2IH + \mathfrak{d}_t)}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha \dots\dots\dots\dots 13)$$

При маломъ углѣ α направляющая сила F_2IH ничтожна, такъ какъ малому углу отклоненія соотвѣтствуетъ незначительная сила тока I, а потому, приравнивая величину F_2IH нулю, находимъ, что при разстояніи λ между центрами токовъ

$$I^2 = \frac{\lambda^3\mathfrak{d}_t}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha \dots\dots\dots\dots\dots 14)$$

а при $\lambda = 0$

$$I^2 = \frac{r_1^3\mathfrak{d}_t}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha \dots\dots\dots\dots\dots 15)$$

Такъ какъ въ послѣднихъ двухъ приближенныхъ формулахъ

выраженія $\frac{\lambda^3 b_t}{2 F_1 F_2}$ и $\frac{r_1^3 b_t}{2 F_1 F_2}$ для каждой пары круговыхъ токовъ суть величины постоянныя, то, означивъ ихъ буквами c' и c'', получаемъ

$$I^2 = c' . \mathrm{tg}\, \alpha \ldots\ldots\ldots\ldots 16)$$

и

$$I^2 = c'' . \mathrm{tg}\, \alpha \ldots\ldots\ldots\ldots 17)$$

т. е. *если на подвижной соленоидъ, магнитная ось коего установилась въ магнитномъ меридіанѣ, дѣйствуетъ неподвижный соленоидъ, расположенный перпендикулярно къ первому, и если въ обоихъ соленоидахъ протекаетъ одинъ и тотъ же токъ, то тангенсъ угла отклоненія подвижнаго соленоида возрастаетъ пропорціонально квадрату силы тока.* Если постоянная величина c (т. е. c' rspct. c'') обоихъ круговыхъ токовъ опредѣлена въ абсолютныхъ единицахъ, то

$$I = \sqrt{c . \mathrm{tg}\, \alpha} \text{ абсол. электромагн. единицамъ силы тока} . 18)$$

или

$$I = \sqrt{10 c . \mathrm{tg}\, \alpha} \text{ амперъ} \ldots\ldots\ldots 19)$$

817. Если измѣнить направленіе тока, одновременно проте-

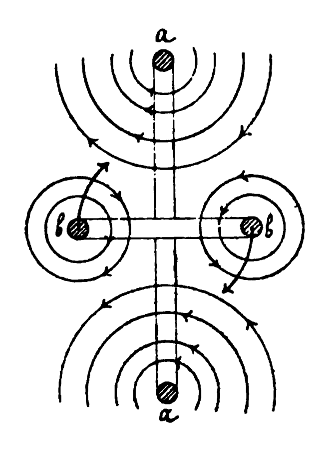


Рис. 183.

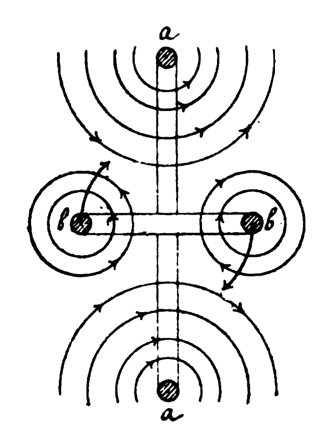


Рис. 184.

кающаго въ подвижномъ и неподвижномъ проводникахъ, то *на-*

правленіе отклоненія подвижнаго проводника чрезъ это не измѣнится, хотя *измѣнится уголъ отклоненія*. Причина перваго ясна изъ рис. 183 и 184, гдѣ *aa* суть окруженныя магнитными силовыми линіями сѣченія неподвижнаго проводника, а *bb* — окруженныя такими же линіями сѣченія подвижнаго проводника при двухъ различныхъ направленіяхъ одного и того же тока въ обоихъ. Зная законъ отталкиванія и притяженія силовыхъ линій одного и разнаго направленій (§ 649), мы видимъ, что, при одновременномъ измѣненіи направленія тока въ обоихъ проводникахъ, подвижной проводникъ *bb* будетъ вращаться въ одномъ и томъ же направленіи, означенномъ на рисункѣ большими стрѣлками.

818. Что касается *измѣненія величины угла отклоненія* въ зависимости отъ направленія тока, то припомнимъ, что, разсматривая дѣйствіе неподвижнаго соленоида A на подвижной B (рис. 181 и 182), мы принимали, что направленіе тока въ соленоидѣ B таково, что направленіе магнитнаго поля послѣдняго совпадаетъ съ направленіемъ горизонтальной составляющей (n полюсъ магнитной оси соленоида направленъ на сѣверъ). Въ этомъ только случаѣ, какъ мы видѣли (§ 816), положеніе оси подвижнаго соленоида опредѣляется уравненіемъ

$$\frac{2F_1F_2I^2}{\lambda^3}\cos\alpha = (F_2IH + \mathfrak{b}_l)\sin\alpha.$$

При одновременной перемѣнѣ направленія тока въ обоихъ соленоидахъ, направленіе отклоненія подвижнаго соленоида, какъ мы видѣли, не измѣняется, но условія, опредѣляющія положеніе оси его, будутъ иныя, такъ какъ съ измѣненіемъ направленія тока мѣняются и положенія полюсовъ магнитной оси соленоида. Поэтому, если при первоначальномъ направленіи тока дѣйствіе горизонтальной составляющей земнаго магнетизма суммировалось съ направляющею силою крученія подвѣса, то, при новомъ направленіи тока, дѣйствіе горизонтальной составляющей на подвижной соленоидъ будетъ суммироваться съ дѣйствіемъ на него неподвижнаго соленоида, вслѣдствіе чего первоначальная вели-

чина угла отклоненія α увеличится до нѣкоторой величины α_1. Такимъ образомъ, положеніе оси подвижнаго соленоида опредѣлится теперь уравненіемъ

$$\frac{2F_1F_2I^2}{\lambda^3}\cos\alpha_1 = (\mathfrak{d}_t - F_2IH)\sin\alpha_1 \ldots\ldots\ 20)$$

откуда

$$I^2 = \frac{\lambda^3(\mathfrak{d}_t - F_2IH)}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha_1 \ldots\ldots\ 21)$$

Сравнивая эту формулу съ формулою 10)

$$I^2 = \frac{\lambda^3(\mathfrak{d}_t + F_2IH)}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha$$

мы видимъ, что *въ случаѣ тока, непрерывно измѣняющаго направленіе, направляющая сила со стороны горизонтальной составляющей земнаго магнетизма не оказываетъ вліянія на опредѣленіе силы тока*, такъ какъ величина F_2IH, непрерывно мѣняя знакъ, въ общемъ становится равною нулю. При этомъ подвижной соленоидъ, подъ вліяніемъ перемѣннаго (напр. индукціоннаго) тока, принимаетъ нѣкоторое положеніе равновѣсія при углѣ отклоненія α_2, среднемъ между α и α_1. Тогда изъ уравненія

$$I^2 = \frac{\lambda^3\mathfrak{d}_t}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha_2 \ldots\ldots\ 22)$$

находимъ, что

$$I = \sqrt{\frac{\lambda^3\mathfrak{d}_t}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha_2} \text{ абсол. электромагн. единицамъ силы тока} . 23)$$

или

$$I = \sqrt{10\frac{\lambda^3\mathfrak{d}_t}{2F_1F_2}\operatorname{tg}\alpha_2} \text{ амперамъ} \ldots\ldots\ 24)$$

полагая разстояніе λ между центрами обоихъ соленоидовъ измѣреннымъ въ сантиметрахъ, а также и величины F_1, F_2 и $\mathfrak{d}_t$ въ абсолютной мѣрѣ.

При расположеніи же подвижнаго тока въ центрѣ неподвижнаго

$$I = \sqrt{\frac{r_1^3 \mathfrak{h}_t}{2 F_1 F_2} \operatorname{tg} \alpha_2} \text{ абсол. электромагн. единицамъ силы тока} \quad .25)$$

или

$$I = \sqrt{10 \frac{r^3 \mathfrak{h}_t}{2 F_1 F_2} \operatorname{tg} \alpha_2} \text{ амперамъ} \ldots\ldots\ldots .26)$$

Подробнѣе объ этомъ предметѣ будетъ говорено въ LI-ой главѣ.

819. Описанная система круговыхъ токовъ (соленоидовъ), дающая намъ возможность измѣрить силу тока въ абсолютныхъ единицахъ или амперахъ на основаніи дѣйствія тока на токъ (электродинамическаго дѣйствія), носитъ названіе *электродинамометра.*

Обыкновенно электродинамометръ употребляется исключительно для измѣренія перемѣнныхъ токовъ, такъ какъ для измѣренія токовъ одного направленія мы имѣемъ болѣе удобный и болѣе чувствительный инструментъ — гальванометръ. Величины F_1 и F_2 могутъ быть, какъ сказано въ § 813, опредѣлены или вычисленіемъ или опытомъ; величина $\mathfrak{h}_t$ опредѣляется какъ указано въ § 723; затѣмъ вычисляется та или другая постоянная электродинамометра, слѣдовательно (формулы 24 и 26), постоянная

$$c = \frac{5 \lambda^3 \mathfrak{h}_t}{F_1 F_2} \ldots\ldots\ldots\ldots .27)$$

или

$$c' = \frac{5 r^3 \mathfrak{h}_t}{F_1 F_2} \ldots\ldots\ldots\ldots .28)$$

при измѣреніяхъ силы тока въ амперахъ. Чаще же всего приходится постоянную электродинамометра опредѣлять опытомъ (по способамъ, которые будутъ разсмотрѣны въ спеціальной части) и тогда

$$c = \frac{I^2}{\operatorname{tg} \alpha} \ldots\ldots\ldots\ldots .29)$$

820. Недостатокъ электродинамометра составляетъ его малая абсолютная чувствительность, проистекающая изъ того обстоятельства, что отклоненія его, какъ мы видѣли, пропорціональны *квадрату* силы тока. Поэтому (сравн. § 781), абсолютная чувствительность электродинамометра

$$\frac{1}{c} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{I^2}$$

тогда какъ абсолютная чувствительность тангенсъ-гальванометра

$$\frac{1}{c} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{I^2}$$

Съ цѣлью увеличенія абсолютной чувствительности электродинамометра, неподвижный и подвижный соленоиды его изготовляются изъ возможно большаго числа оборотовъ тонкой проволоки; наконецъ, вмѣсто двухъ спиралей берутъ три, изъ коихъ двѣ (соотвѣтствующія мультипликаторамъ гальванометра) устанавливаютъ неподвижно на одной горизонтальной оси (рис. 185), а третью, подвижную (замѣняющую магнитъ гальванометра), подвѣшиваютъ между первыми двумя, перпендикулярно къ нимъ (бифилярно или унифилярно — какъ на рисункѣ).

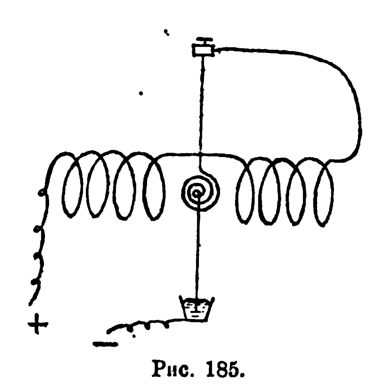


Рис. 185.

821. Измѣряемъ-ли мы токъ одного направленія или токъ перемѣнный, — выгоднѣе всего ось подвижнаго соленоида установить до замкнутія тока въ плоскости магнитнаго меридіана (какъ мы это и принимали до сихъ поръ), такъ какъ при этомъ условіи моментъ вращенія со стороны горизонтальной составляющей незначителенъ при незначительныхъ углахъ отклоненій. Правильное положеніе подвижной катушки достигается очень легко: вращаютъ весь инструментъ до тѣхъ поръ, пока подвиж-

ная катушка его перестанетъ отклоняться, если мы будемъ замыкать и размыкать токъ въ ней одной.

822. Вышеописанныя формы электродинамометра употребляются, обыкновенно, какъ зеркальные инструменты и, какъ уже было сказано, по большей части градуируются эмпирически. Наиболѣе употребительный электродинамометръ съ указательною стрѣлкою и круговою шкалой есть *крутильный электродинамометръ,* также градуируемый эмпирически. Устройство этого прибора двоякое: 1) онъ совершенно подобенъ крутильному гальванометру (§ 775), за исключеніемъ, конечно, того, что магнитъ замѣненъ подвижнымъ соленоидомъ, подвѣшеннымъ внутри неподвижнаго; 2) подвижный соленоидъ охватываетъ неподвижный — въ остальномъ же никакихъ отличій отъ перваго типа не имѣется. Про относительную чувствительность (§ 782) крутильнаго электродинамометра должно замѣтить тоже, что было сказано (§ 784) о крутильномъ гальванометрѣ: опредѣленія силы тока изъ отклоненій на углы меньшіе 10—20° — ненадежны, далѣе же относительная чувствительность возрастаетъ съ угломъ отклоненія.

Постоянная крутильнаго электродинамометра

$$c = \frac{I^2}{\alpha} \qquad \qquad 30)$$

опредѣляется эмпирически. Измѣряемая сила тока

$$I = \sqrt{c\alpha}.$$

XLVI. Электромагниты.

823. Такъ какъ электрическій токъ съ момента возникновенія своего окруженъ магнитнымъ полемъ, то магнитныя тѣла, помѣщенныя въ это поле, приходятъ въ то состояніе, которое мы называемъ «намагниченнымъ». Зная расположеніе линій силъ магнитнаго поля тока, мы въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ мо-

жемъ теоретически опредѣлить то положеніе магнитнаго тѣла, при которомъ оно будетъ подвержено сильнѣйшему дѣйствію магнетизма. Такъ напр., если мы желаемъ подвергнуть дѣйствію магнитнаго поля прямолинейнаго тока небольшой, желѣзный, прямолинейный брусокъ, то очевидно, что наивыгоднѣйшее положеніе для бруска будетъ тангенціональное къ линіямъ силъ поля, притомъ вблизи проводника[1]) (см. рис. 154, стр. 597). Если тотъ же брусокъ мы пожелаемъ подвергнуть дѣйствію магнитнаго поля соленоида, то очевидно, что выгоднѣе всего помѣстить брусокъ внутри послѣдняго, притомъ конаксіально съ нимъ. Практическій интересъ представляетъ именно намагниченіе желѣзныхъ стержней, помѣщенныхъ внутри соленоидовъ; разсмотрѣніемъ нѣкоторыхъ деталей этого способа намагниченія мы и займемся въ настоящей главѣ.

824. Совокупность желѣзнаго стержня и окружающаго его соленоида (обмотки) называется *электромагнитомъ,* самъ же стержень носитъ названіе *сердечника* электромагнита. Электромагниты, подобно постояннымъ (стальнымъ) магнитамъ, имѣютъ двѣ главныя формы: прямолинейную и подковообразную. Какъ прямолинейный, такъ и подковообразный электромагниты могутъ быть окружены обмоткой или на всемъ своемъ протяженіи, или только въ средней части, или же, наконецъ, лишь у одного или обоихъ концевъ. Преимущества этихъ различныхъ способовъ обмотки мы разсмотримъ въ концѣ главы.

825. Сердечникъ можетъ быть или массивенъ или пустъ внутри, наконецъ можетъ состоять изъ пучка отдѣленныхъ другъ отъ друга желѣзныхъ прутьевъ, проволокъ или пластинокъ; массивный сердечникъ можетъ, въ свою очередь, состоять изъ одного цѣлаго стержня или изъ нѣсколькихъ послѣдовательно скрѣпленныхъ частей. При теоретическомъ разборѣ дѣйствія тока въ обмоткѣ на сердечникъ электромагнита, мы будемъ имѣть въ виду сердечникъ массивный, изготовленный изъ одного цѣлаго

[1]) Однимъ словомъ, положеніе на крестъ съ проводникомъ.

куска желѣза, о спеціальномъ же значеніи другихъ видовъ сердечника будетъ говорено ниже.

Матеріаломъ для сердечника электромагнита не всегда служитъ мягкое желѣзо, — въ очень большихъ электромагнитахъ (въ динамо-машинахъ), дешевизны ради, часто употребляется и чугунъ, но никогда не употребляютъ стали, такъ какъ ceteris paribus коэффиціентъ μ магнитной индукціи стали значительно меньше таковаго жезѣза и чугуна. Кромѣ того, значеніе электромагнита заключается въ томъ, что магнетизмъ въ немъ въ каждый моментъ можетъ быть по произволу усиленъ или ослабленъ или даже уничтоженъ въ зависимости отъ произвольнаго усиленія, ослабленія или прекращенія тока въ обмоткѣ; но къ такимъ измѣненіямъ магнитнаго состоянія способно (§ 645) только мягкое желѣзо и въ меньшей степени чугунъ, но отнюдь не сталь, сохраняющая весьма значительную часть возбужденнаго въ ней магнетизма и по прекращеніи дѣйствія внѣшней магнитной силы. Итакъ, произвольное намагниченіе («возбужденіе») и размагниченіе электромагнита основано на томъ, что желѣзный сердечникъ его намагничивается вслѣдъ за замкнутіемъ тока въ обмоткѣ и размагничивается вслѣдъ за перерывомъ этого тока. О томъ, въ какой мѣрѣ измѣненія магнитнаго состоянія желѣза слѣдуютъ за колебаніями тока — мы скажемъ ниже.

826. Замѣтимъ здѣсь кстати, что хотя и не употребляютъ электромагнитовъ со стальными сердечниками, но, при изготовленіи постоянныхъ магнитовъ пользуются магнитящею силою соленоида, помѣщая предназначаемые для намагниченія стальные бруски внутрь соленоидовъ, по которымъ проходитъ токъ достаточной силы. Способъ этотъ даетъ возможность получить весьма равномѣрное намагниченіе и потому мы всегда пользуемся имъ при изготовленіи прямолинейныхъ магнитовъ, употребляемыхъ при различныхъ магнитныхъ и электрическихъ измѣреніяхъ.

827. Само собою понятно, что намагниченный соленоидомъ желѣзный стержень имѣетъ тѣ же полюсы, что и самъ соленоидъ (§ 810). Слѣдовательно, *если мы имѣемъ прямо передъ со-*

бою одну изъ конечныхъ плоскостей намагниченнаго сердечника электромагнита, то плоскость эта будетъ южно-полярной тогда, когда токъ въ обращенномъ къ намъ концѣ обмотки движется въ направленіи часовой стрѣлки, — при обратномъ направленіи тока, обращенная къ намъ конечная плоскость сердечника будетъ сѣверно-полярною. На рис. 186 изображены обѣ полярныя оконечности подковообразнаго электромагнита соотвѣтственно нѣкоторому направленію тока въ окружающей ихъ проволокѣ. *Обыкновенно проволоку наматываютъ на сердечникъ слѣва на право* (см. тотъ же рис.) *и тогда электромагнитъ имѣетъ южный полюсъ на томъ концѣ, гдѣ токъ входитъ въ окружающую его обмотку.*

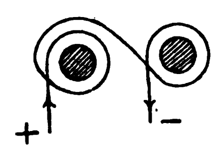


Рис. 186.

828. Мы знаемъ (§ 810), что магнитная сила соленоида, при данной силѣ тока, возрастаетъ прямо пропорціонально числу оборотовъ проволоки, образующихъ соленоидъ; поэтому, для того, чтобы возможно сильно намагнитить сердечникъ электромагнита, обмотка на немъ прежде всего должна состоять изъ плотно прилегающихъ другъ къ другу оборотовъ изолированной проволоки, дабы тѣмъ избѣжать безполезныхъ промежутковъ. Для изоляціи оборотовъ другъ отъ друга употребляютъ проволоку, обмотанную шелкомъ, бумажною нитью, пенькою, покрытую гутаперчей и т. п. Такая проволока можетъ быть намотана или непосредственно на сердечникъ электромагнита или же на металлическія, деревянныя, эбонитовыя или костяныя катушки, надвинутыя на сердечникъ.

Для того, чтобы усилить намагниченіе стержня, не увеличивая силу тока въ обмоткѣ, проволоку въ послѣдней навиваютъ въ нѣсколько слоевъ. При этомъ, на первый взглядъ, можетъ показаться, что обороты болѣе отдаленные должны дѣйствовать на сердечникъ слабѣе оборотовъ тѣсно его охватывающихъ, — однако это не такъ. Въ самомъ дѣлѣ, если длинный желѣзный стержень окружить по срединѣ однимъ оборотомъ проводника

тока, тѣсно охватывающимъ стержень, то послѣдній, хотя и будетъ испытывать дѣйствіе интенсивнаго магнитнаго поля, но сфера этого дѣйствія будетъ незначительна; напротивъ, если средняя часть того же длиннаго стержня будетъ помѣщена въ центрѣ круговаго тока значительнаго радіуса, то стержень будетъ подверженъ дѣйствію менѣе интенсивнаго магнитнаго поля, но сфера дѣйствія послѣдняго значительно увеличится, вслѣдствіе чего общее намагниченіе стержня въ первомъ и во второмъ случаѣ будетъ одинаково. Если передвинуть упомянутые круговые токи съ средины къ самымъ концамъ стержня, то намагниченіе послѣдняго со стороны круговаго тока малаго радіуса будетъ значительнѣе чѣмъ со стороны круговаго тока съ большимъ радіусомъ, ибо теперь силовыя линіи магнитнаго поля послѣдняго на большомъ протяженіи пропадаютъ безъ пользы, проходя въ воздухѣ, минуя желѣзо. Поэтому вообще нѣтъ выгоды доводить многослойную обмотку электромагнита до оконечностей сердечника.

Хотя обороты проволоки, удаленные отъ поверхности сердечника, способствуютъ намагниченію послѣдняго почти въ той же мѣрѣ, какъ и обороты, непосредственно его охватывающіе, тѣмъ не менѣе, не выгодно значительно увеличивать толщину обмотки, такъ какъ съ увеличеніемъ діаметра слоя обмотки въ *n* разъ, длина образующей его проволоки, а слѣдовательно сопротивленіе и цѣнность ея также возрастаютъ въ *n* разъ. Поэтому рѣдко примѣняютъ обмотку, превосходящую по толщинѣ діаметръ сердечника (см. рис. 187).

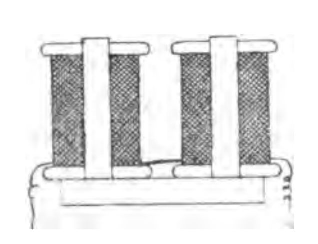


Рис. 187.

Итакъ, указанными соображеніями не трудно опредѣлить *объемъ обмотки*; остается разсмотрѣть, какого діаметра проволокой выгоднѣе всего выполнить данный объемъ въ томъ или другомъ случаѣ.

829. Въ главѣ XXXV мы уже говорили (§ 666), что притя-

гательная, rspct. подъемная, сила магнита, а слѣдовательно и электромагнита, обусловливается главнымъ образомъ абсолютною силою ихъ полюсовъ; но, вмѣстѣ съ тѣмъ, мы указали и на то, что сколько нибудь точное опредѣленіе притягательной и подъемной силъ — невозможно по причинамъ, которыя мы здѣсь еще разъ вкратцѣ повторимъ.—Какъ извѣстно, обѣ силы равны алгебраической суммѣ ряда дробныхъ величинъ, числители коихъ

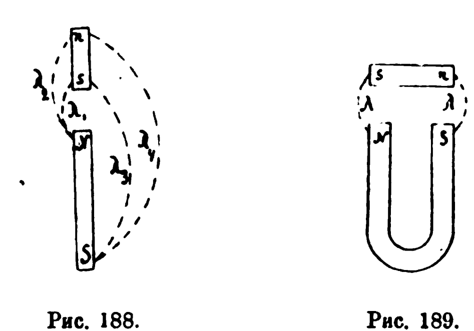


Рис. 188. Рис. 189.

суть произведенія абсолютныхъ силъ одного изъ полюсовъ магнита на одинъ изъ полюсовъ, индуктированныхъ въ притягиваемомъ тѣлѣ, знаменатели же — квадраты разстояній между соотвѣтствующими полюсами. — Такимъ образомъ, сила притяженія f прямолинейнаго желѣзнаго бруска, расположеннаго на продолженіи оси прямолинейнаго магнита (рис. 188), опредѣляется уравненіемъ:

$$f = \frac{Ns}{\lambda_1^2} + \left(-\frac{Nn}{\lambda_2^2}\right) + \left(-\frac{Ss}{\lambda_3^2}\right) + \frac{Sn}{\lambda_4^2}$$

или, такъ какъ

$$N = S$$
$$n = s$$

то

$$f = Ns\left(\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_3^2} + \frac{1}{\lambda_4^2}\right)$$

сила же притяженія желѣзнаго бруска, расположеннаго передъ полюсами подковообразнаго магнита (рис. 189), опредѣляется уравненіемъ:

$$f = \frac{Ns + Sn}{\lambda^2} = \frac{2(Ns)}{\lambda^2}$$

44

Практическій расчетъ силы f по этимъ формуламъ однако невозможенъ, ибо 1) по большей части не извѣстна сила полюсовъ магнита, а тѣмъ болѣе точное положеніе ихъ; 2) если бы даже сила и положеніе полюсовъ магнита были извѣстны, то нельзя упускать изъ вида, что то и другое измѣняется при приближеніи къ магниту магнитнаго тѣла. Въ самомъ дѣлѣ (§ 653) оба магнитные полюса суть точки приложеній двухъ равнодѣйствующихъ всѣхъ силовыхъ линій, исходящихъ изъ обѣихъ половинъ магнита, а такъ какъ при приближеніи къ полюсамъ послѣдняго магнитнаго тѣла измѣняется не только расположеніе но и число линій силъ, соединяющихъ полюсы магнита между собою и полюсы магнита съ полюсами индуктированными въ магнитномъ тѣлѣ[1]), то, въ зависимости отъ сказаннаго, измѣнятся и точки приложеній равнодѣйствующихъ, разсматриваемыхъ силовыхъ линій; 3) совершенно невозможно опредѣленіе силы и положенія индуктированныхъ полюсовъ въ притягиваемомъ магнитномъ тѣлѣ, такъ какъ то и другое измѣняется въ зависимости отъ положенія, величины, формы и коэффиціента μ магнитной индукціи притягиваемаго тѣла. Вслѣдствіе всего этого, сколько нибудь точное вычисленіе притягательной или подъемной силы магнита, rspct. электромагнита, немыслимо построить на теоретическомъ опредѣленіи силы и положенія взаимодѣйствующихъ полюсовъ. Неоднократно дѣлались попытки установить *эмпирическіе* законы притяженія, но всѣ эти попытки до сего времени не увѣнчались успѣхомъ, именно потому, что разсматриваемыя силы зависятъ отъ слишкомъ многихъ и сложныхъ условій.

Вычисленіе притягательной силы электромагнита не представитъ затрудненій, если мы сдѣлаемъ нѣкоторыя *произвольныя допущенія*; но тогда результатъ вычисленія по большей части не будетъ согласоваться съ результатомъ опыта. Не смотря на это, мы проведемъ вычисленіе при несоотвѣтствующихъ дѣйствительности допущеніяхъ, ибо во многихъ отношеніяхъ, какъ

---

[1]) См. рис. 101, 102, 103, 108, 109, 112.

мы сейчасъ же увидимъ, вычисленіе это дастъ интересные для практики выводы.

830. Мы уже знаемъ (§ 810), что магнитный моментъ соленоида

$$M = FnI = \pi r^2 nI \text{ абсолютнымъ единицамъ,}$$

гдѣ r — радіусъ отверстія соленоида въ сантиметрахъ,
— n — число оборотовъ образующей соленоидъ проволоки,
а I — сила тока въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ.

Допустимъ, что длина магнитной оси соленоида равна длинѣ самого соленоида (см. § 810), каковая $= l$ сантиметрамъ, тогда абсолютная сила одного изъ полюсовъ соленоида

$$m = \frac{M}{l}$$

или

$$m = \frac{\pi r^2 n\, I}{l}$$

или, наконецъ

$$m = \pi r^2 n_1 I \text{ абсолютнымъ единицамъ силы полюса,}$$

гдѣ n_1 — число оборотовъ проволоки на единицу длины соленоида (на протяженіи одного сантиметра). Изъ послѣдней формулы видно, что *сила полюсовъ равномѣрнаго соленоида не зависитъ отъ длины его.* Какъ видимъ, выводъ этотъ правиленъ лишь при допущеніи, что всѣ линіи силъ магнитнаго поля соленоида пронизываютъ каналъ его по всей длинѣ, не разсѣяваясь на пути, т. е. допуская, что не происходитъ такъ называемой *утечки* силовыхъ линій. На самомъ дѣлѣ это не такъ, и потому магнитный моментъ соленоида, найденный экспериментально, всегда ниже магнитнаго момента, опредѣленнаго теоретически.

Такъ какъ (§ 656) изъ магнитнаго полюса, равнаго единицѣ, исходятъ 4π абсолютныхъ силовыхъ линій, то изъ полюса соленоида, равнаго m абсолютнымъ единицамъ, должно исходить

$$4\,\pi m = 4\,\pi \frac{\pi r^2 n\, I}{l} = \Phi$$

или

$$4\pi m = 4\pi . \pi r^2 n_1 I = \Phi \text{ абсолютнымъ линіямъ силъ.}$$

Это число силовыхъ линій, которое мы означили черезъ Φ, пронизываетъ, согласно сдѣланному нами допущенію, каналъ соленоида на всемъ протяженіи длины его.

831. Такъ какъ напряженіе магнитнаго поля выражается числомъ абсолютныхъ силовыхъ линій, пронизывающихъ нормальную къ нимъ площадь въ 1 кв. сантиметръ, то *среднюю величину* $\mathfrak{H}$ *напряженія магнитнаго поля внутри соленоида* мы найдемъ, раздѣливъ число Φ на число $\pi r^2 = F$, опредѣляющее площадь поперечнаго сѣченія отверстія соленоида

$$\mathfrak{H} = \frac{\Phi}{\pi r^2} = \frac{4\pi^2 r^2 n I}{\pi r^2 l} = \frac{4\pi n I}{l}$$

или

$$\mathfrak{H} = 4\pi n_1 I \text{ абсолютн. единицамъ напряженія магнитн. поля.}$$

Все это — въ случаѣ, если сила тока дана въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ; если же, какъ это бываетъ на практикѣ, сила тока I выражена въ амперахъ, то

$$M = \frac{\pi r^2}{10} n I = 0{,}31416\, r^2 n I \text{ абсол. единицамъ магн. момента,}$$

$$m = \frac{\pi r^2}{10 l} n I = \frac{0{,}31416\, r^2}{l} n I.$$

или

$$m = \frac{\pi r^2}{10} n_1 I = 0{,}31416\, r^2 n_1 I \text{ абсол. единицамъ силы полюса,}$$

$$\Phi = \frac{4\pi^2 r^2}{10 l} n I = \frac{3{,}94786\, r^2}{l} n I.$$

или

$$\Phi = \frac{4\pi^2 r^2}{10} n_1 I = 3{,}94786\, r^2 n_1 I \text{ абсолютн. силовымъ линіямъ,}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10 l} n I = \frac{1{,}25664}{l} n I.$$

или

$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} n_1 I = 1,25664 \, n_1 I$ абс. единицамъ напряж. магн. поля.

832. Изъ формулъ, опредѣляющихъ величины M, m, Φ и $\mathfrak{H}$, мы видимъ, что *магнитящая сила соленоида возрастаетъ прямо пропорціонально произведенію силы протекающаго въ немъ тока* (I) *на общее число* (n) *оборотовъ проволоки, образующихъ спираль* или *на число* (n_1) *оборотовъ проволоки на единицу длины спирали.* Если сила тока дана въ амперахъ, то *магнитящая сила соленоида опредѣляется произведеніемъ* nI, составляющимъ *число «амперъ-оборотовъ» спирали* (при этомъ произведеніе $n_1 I$ опредѣлитъ число *амперъ-оборотовъ на единицу длины спирали*).

Такимъ образомъ, если, напр., извѣстно, что въ формулѣ

$$\mathfrak{H} = 1,25664 \, n_1 I$$

число амперъ-оборотовъ на 1 сантиметръ длины соленоида равно 10, то безразлично, течетъ ли токъ въ $^1/_{10}$ ампера по 100 оборотамъ проволоки, или же токъ въ 1 амперъ по 10 оборотамъ и т. д. Далѣе, какъ мы уже видѣли выше, почти безразлично, образуютъ ли обороты проволоки въ обмоткѣ лишь одинъ или нѣсколько слоевъ; поэтому при вычисленіи величинъ Φ и $\mathfrak{H}$ въ многослойной спирали (электромагнитной катушкѣ) употребляютъ тѣ же формулы, что и при вычисленіи упомянутыхъ величинъ въ случаѣ простаго соленоида.

833. Опредѣлимъ теперь вліяніе магнитящей силы катушки на степень намагниченія желѣзнаго стержня, помѣщаемаго въ ея каналѣ. Если желѣзный стержень, площадь поперечнаго сѣченія котораго $= F$, помѣстить въ равномѣрное магнитное поле, напряженіе коего $= \mathfrak{H}$, то желѣзо подвергается индукціи, причемъ, какъ намъ извѣстно, *общее число* Φ' *силовыхъ линій*, пронизывающихъ поперечное сѣченіе стержня (см. § 656)

$$\Phi' = F\mathfrak{H} + 4\pi m_1$$

гдѣ $4\pi m_1$ — *число индуктированныхъ линій силъ,* образуемыхъ *индуктированными* въ стержнѣ *полюсами* m_1. Далѣе, мы видѣли (§ 658), что *удѣльная магнитная индукція* тѣла

$$= B = \frac{\Phi'}{F}$$

и что отношеніе B къ $\mathfrak{H}$ даетъ нѣкоторый *коэффиціентъ* μ *магнитной индукціи:*

$$\frac{B}{\mathfrak{H}} = \mu$$

числовыя значенія коего опредѣлены рядомъ опытовъ для желѣза и чугуна при различныхъ значеніяхъ $\mathfrak{H}$ (см. таблицу къ § 504—505). Такимъ образомъ

$$B = \mu\mathfrak{H}$$

гдѣ μ и $\mathfrak{H}$ величины численно намъ извѣстныя. Отсюда мы находимъ, что

$$\Phi' = BF = \mu\mathfrak{H}F$$

Такимъ образомъ, если въ каналъ соленоида помѣстить цилиндрическій желѣзный стержень, площадь поперечнаго сѣченія коего F равна отверстію πr^2 соленоида, то общее число силовыхъ линій (индуктирующихъ и индуктированныхъ), пронизывающихъ площадь поперечнаго сѣченія желѣзнаго сердечника полученнаго электромагнита, было бы равно

$$\Phi' = \mu\mathfrak{H}F$$

предполагая, что проволока навита непосредственно на желѣзный стержень, что длина послѣдняго не превосходитъ длины магнитящей спирали и, что важнѣе всего, напряженіе магнитнаго поля въ каналѣ соленоида всюду равномѣрно и равно

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} n_1 I.$$

Но именно послѣднее допущеніе не имѣетъ ничего общаго съ дѣйствительностью: разсматривая рис. 167 (стр. 620), мы видимъ, что напряженіе магнитнаго поля круговаго тока убываетъ по мѣрѣ приближенія къ центру окружаемой проводникомъ плоскости; кромѣ того, вслѣдствіе утечки линій силъ, напряженіе магнитнаго поля убываетъ отъ центра соленоида къ оконечностямъ его. Слѣдовательно желѣзный сердечникъ, выполняющій каналъ соленоида, находится въ весьма неравномѣрномъ магнитномъ полѣ [1]), а потому и магнетизмъ, возбужденный въ различныхъ частяхъ сердечника, необходимо долженъ быть весьма различенъ.

---

[1]) Абсолютная величина напряженія въ различныхъ точкахъ этого поля, расположенныхъ вдоль продольной оси соленоида, можетъ быть вычислена по формулѣ

$$\mathfrak{H} = 0{,}2\,\pi n_1 I \left(\frac{\frac{l}{2} + h}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2} + h\right)^2}} + \frac{\frac{l}{2} - h}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2} - h\right)^2}} \right).$$

гдѣ I сила тока въ амперахъ, n_1 — число оборотовъ проволоки на единицу длины соленоида (катушки), l — длина соленоида, r — радіусъ его, h — разстояніе отъ центра оси соленоида той точки, напряженіе поля въ коей мы опредѣляемъ. Множитель въ скобкахъ, который мы для краткости обозначимъ черезъ k, принимаетъ значеніе $=2$ при приближеніи дроби $\frac{r}{l}$ къ нулю, иначе, въ центрѣ соленоида безконечной длины напряженіе магнитнаго поля

$$\mathfrak{H} = 0{,}4\,\pi n_1 I$$

т. е. только въ центрѣ длиннаго соленоида напряженіе магнитнаго поля равно той величинѣ, которую мы выше принимали для всего канала любаго соленоида.

Если мы желаемъ опредѣлить напряженія поля въ точкѣ a, отстоящей на λ сантиметровъ въ сторону отъ оси соленоида, то мы должны сначала опредѣлить напряженіе въ той точкѣ b на оси, которую пересѣчетъ перпендикуляръ, опущенный на ось изъ точки a, и затѣмъ, помноживъ вышеозначенный множитель k на величину

$$\tfrac{3}{4}\,\lambda^2 r^2 \left\{ \frac{\frac{l}{2} + h}{\left[\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2} + h\right)^2}\right]^5} + \frac{\frac{l}{2} - h}{\left[\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2} - h\right)^2}\right]^5} \right\}$$

должно ввести исправленное значеніе k въ основную формулу.

Если мы, тѣмъ не менѣе, допустимъ, что магнитное поле внутри соленоида равномѣрно, или что намагниченіе сердечника въ неравномѣрномъ магнитномъ полѣ соленоида совершается также, какъ при помѣщеніи даннаго сердечника въ такое равномѣрное поле, напряженіе коего равно среднему напряженію магнитнаго поля разсматриваемаго соленоида, — то все сказанное выше дастъ намъ возможность опредѣлить магнитный моментъ сердечника и всего электромагнита, rspct. силу полюсовъ его, притомъ, безразлично — прямолинеенъ ли электромагнитъ или изогнутъ подковообразно. Мы проведемъ это вычисленіе при указанномъ несоотвѣтствующемъ дѣйствительности допущеніи, ибо, какъ увидимъ ниже, результаты такого вычисленія все же даютъ возможность сдѣлать практически важные выводы.

834. Очевидно, что во всѣхъ случаяхъ сила полюсовъ и магнитный моментъ электромагнита равны суммѣ силъ полюсовъ, rspct. магнитныхъ моментовъ соленоида и сердечника.

Силу полюсовъ m и магнитный моментъ M *солеинода* мы уже опредѣлили выше:

$$m = \frac{\pi r^2}{10\, l}\, n\, I$$

и

$$M = \frac{\pi r^2}{10}\, n\, I$$

предполагая силу тока I, выраженною въ амперахъ.— *Силу полюсовъ* m_1 *и магнитный моментъ* M_1 *сердечника*, не трудно опредѣлить при сдѣланныхъ нами допущеніяхъ:

Такъ какъ

$$\Phi' = F\mathfrak{H} + 4\,\pi m_1$$

гдѣ $4\pi m_1$ есть число индуктированныхъ силовыхъ линій, связывающихъ индуктированные въ сердечникѣ полюсы m_1, и такъ какъ величины Φ', F и $\mathfrak{H}$ намъ извѣстны[1]), то

$$4\,\pi m_1 = \Phi' - F\mathfrak{H}$$

[1]) $\Phi' = \mu\,\mathfrak{H}F$, изъ коихъ F и $\mathfrak{H}$ предполагаются данными, и тогда въ таблицѣ на стр. 504—505 находимъ численное значеніе величины μ соотвѣтственно данному напряженію $\mathfrak{H}$.

а такъ какъ

$$F\mathfrak{H} = \Phi$$

то

$$4\,\pi m_1 = \Phi' - \Phi$$

откуда сила каждаго изъ индуктированныхъ въ сердечникѣ полюсовъ

$$m_1 = \frac{\Phi' - \Phi}{4\,\pi} \text{ абсолютнымъ единицамъ,}$$

а *сила каждаго полюса всего электромагнита* равна

$$m_2 = \frac{\Phi'}{4\,\pi} \text{ абсолютнымъ единицамъ.}$$

Отсюда (ср. § 653), *магнитный моментъ сердечника*, длина коего $= l$

$$= M_1 = \frac{\Phi' - \Phi}{4\,\pi} \cdot \frac{5\,l}{6} = \frac{5\,l\,(\Phi' - \Phi)}{24\,\pi}$$

$$= 0{,}0663\,l\,(\Phi' - \Phi) \text{ абсол. единицамъ.}$$

а *магнитный моментъ всего электромагнита* равенъ

$$M_2 = M + M_1$$

Примѣръ. На прямолинейный, цилиндрическій, желѣзный стержень, длина коего = 25 сантиметрамъ, а діаметръ = 1 сантиметру, навита въ одинъ слой спираль въ 250 оборотовъ проволоки въ 1 миллиметръ толщины, въ коей протекаетъ токъ въ 0,4 ампера. Спрашивается, каковы были бы a) магнитный моментъ соленоида, b) магнитный моментъ сердечника, c) —всего электромагнита и каково было бы d) удѣльное намагниченіе желѣза при сдѣланныхъ нами выше допущеніяхъ?

a) Магнитный моментъ соленоида

$$M = 0{,}31416\, r^2 n\, I$$

$$= 0{,}31416 . 0{,}5^2 . 250 . 0{,}4 = 8 \text{ абсолютнымъ единицамъ.}$$

b) Для опредѣленія силы полюсовъ и магнитнаго момента сердечника находимъ сначала среднее напряженіе магнитнаго поля внутри соленоида. Оно равно

$$\mathfrak{H} = \frac{1{,}25664}{l}\, n\, I$$

$$= \frac{1{,}25664}{25} . 250 . 0{,}4 = 5 \text{ абсолютнымъ единицамъ.}$$

Въ таблицѣ на стр. 504, соотвѣтственно $\mathfrak{H} = 5$, находимъ коэффиціентъ магнитной индукціи желѣза $\mu = 2030$. А такъ какъ площадь отверстія соленоида, resp. площадь поперечнаго сѣченія сердечника

$$F = \pi r^2 = 3{,}1416 . 0{,}5^2 = 0{,}7854 \text{ квадратныхъ сантиметра},$$

то общее число всѣхъ силовыхъ линій, пронизывающихъ сердечникъ,

$$\Phi' = \mu \mathfrak{H} F = 2030 . 5 . 0{,}7854 = 7972.$$

Число индуктирующихъ силовыхъ линій

$$\Phi = F\mathfrak{H} = 0{,}7854 . 5 = 4.$$

Отсюда сила одного изъ полюсовъ сердечника была бы равна

$$m_1 = \frac{\Phi' - \Phi}{4\pi} = \frac{7972 - 4}{12{,}6} = 632 \text{ абсолютнымъ единицамъ},$$

а магнитный моментъ его былъ бы равенъ

$$M_1 = m_1 \frac{5l}{6} = 632 \cdot \frac{5 \; 25}{6} = 13\,164 \text{ абсолютнымъ единицамъ}.$$

c) Сила полюсовъ электромагнита

$$m_2 = \frac{\Phi'}{4\pi} = \frac{7972}{12{,}6} = 633 \text{ абсолютнымъ единицамъ},$$

а магнитный моментъ его

$$M_2 + M + M_1 = 8 + 13164 = 13172 \text{ абсолютнымъ единицамъ}.$$

d) Удѣльное намагниченіе желѣза находимъ по формулѣ 10) § 661,

$$= \frac{m'}{F} = \frac{632}{0{,}7854} = 805.$$

что, впрочемъ, мы и безъ вычисленія находимъ въ таблицѣ на стр. 507 соотвѣтственно напряженію $\mathfrak{H} = 5$.

Отсюда видно, что удѣльное намагниченіе желѣза въ нашемъ случаѣ составило бы 48,3% предѣльнаго намагниченія (= 1667; см. § 661).

835. Изъ всѣхъ разсмотрѣнныхъ нами величинъ, практическій интересъ представляетъ лишь опредѣленіе *силы полюсовъ электромагнита*, вычисленіе каковой величины может быть весьма упрощено. — Въ самомъ дѣлѣ, зная среднее напряженіе $\mathfrak{H}$ индуктирующаго магнитнаго поля внутри соленоида —

$$\mathfrak{H} = 1{,}25664\, n_1 I \text{ абсолютнымъ единицамъ},$$

мы находимъ въ таблицѣ на стр. 504—505 соотвѣтствующее числовое значеніе *удѣльной магнитной индукціи* B сердечника. А такъ какъ

$$B = \mathfrak{H} + 4\pi \frac{m}{F}$$

гдѣ $\mathfrak{H}$ — число индуктирующихъ, а $4\pi \frac{m}{F}$ — число индуктированныхъ линій силъ, пронизывающихъ 1 квадратн. сантиметръ площади поперечнаго сѣченія сердечника, то общее число Φ' силовыхъ линій, пронизывающихъ всю площадь сѣченія F сердечника, равно

$$\Phi' = FB.$$

Такъ какъ, далѣе, изъ полюса, равнаго одной абсолютной единицѣ, исходятъ 4π абсолютныхъ линій силъ, то сила полюсовъ электромагнита

$$m_2 = \frac{\Phi'}{4\pi} = \frac{FB}{4\pi} = \frac{FB}{12{,}6}$$

Такимъ образомъ, примѣняя послѣднюю формулу къ вычисленію числоваго значенія силы полюсовъ электромагнита въ предшествовавшемъ примѣрѣ, находимъ:

$$m_2 = \frac{0{,}7854 \,.\, 10150}{12{,}6} = 633 \text{ абсолютнымъ единицамъ,}$$

т. е. находимъ ту же величину, которую мы получили раньше (стр. 698).

836. До сихъ поръ мы разсматривали прямолинейный электромагнитъ; для того чтобы опредѣлить силу полюсовъ и магнитный моментъ *подковообразнаго электромагнита,* мы, по правиламъ изложеннымъ выше, и дѣлая тѣ же допущенія, вычисляемъ силу полюсовъ, предполагая, что имѣемъ дѣло не съ подковообразнымъ, а съ прямолинейнымъ электромагнитомъ, длина коего равна длинѣ разогнутой подковы.

Такимъ образомъ, если сердечникъ электромагнита, упомянутый въ первомъ примѣрѣ, согнуть подковообразно такъ, чтобы центры полярныхъ оконечностей его отстояли другъ отъ друга на 6 сантиметровъ, то сила полюсовъ этого электромагнита при прежней силѣ тока не измѣнится:

$$m_2 = 633 \text{ абсолютнымъ единицамъ;}$$

но такъ какъ теперь длина l_2 магнитной оси равна всего 6 сантиметрамъ, то магнитный моментъ новаго электромагнита будетъ равенъ только

$m_2 l_2 = 633.6 = 3798$ абсолютнымъ единицамъ.

837. Мы уже видѣли (§ 666), что если въ двухъ электромагнитахъ, прямолинейномъ и подковообразномъ, абсолютныя силы полюсовъ одинаковы, то a priori можно сказать, что подковообразный притянетъ нѣкоторый желѣзный брусокъ своими двумя полюсами съ силою, по крайней мѣрѣ, въ три или четыре раза превосходящей силу притяженія этого же бруска однимъ изъ полюсовъ прямолинейнаго электромагнита. Если, при этомъ, магнитный моментъ прямолинейнаго электромагнита превышаетъ таковой подковообразнаго[1]), то отсюда ясно, что *между притягательными силами и магнитными моментами различныхъ электромагнитовъ* (rspct. магнитовъ) *нѣтъ никакой зависимости.* Слѣдовательно, если извѣстны только магнитные моменты нѣсколькихъ электромагнитовъ, то еще нельзя сдѣлать никакого заключенія о подъемныхъ или притягательныхъ силахъ каждаго изъ нихъ. Напротивъ, очевидно, что *подъемная и притягательная силы одного и того же электромагнита возрастаютъ съ увеличеніемъ его магнитнаго момента*, ибо послѣдній возрастаетъ прямо-пропорціонально силѣ полюсовъ электромагнита. Приведенные выше примѣры иллюстрируютъ сказанное.

838. Выше мы видѣли, что магнитный моментъ *соленоида* возрастаетъ прямо пропорціонально силѣ тока,—тѣмъ не менѣе, магнитный моментъ вдвинутаго въ него желѣзнаго сердечника, очевидно, пропорціонально силѣ тока не возрастаетъ, такъ какъ удѣльное намагниченіе желѣза не увеличивается пропорціонально напряженію магнитнаго поля (ср. столбцы $\frac{m}{F}$ и $\mathfrak{H}$ въ таблицѣ на стр. 507). Такимъ образомъ, *магнитный моментъ, притягательная и подъемная силы даннаго электромагнита, не возрастаютъ пропорціонально силѣ тока въ обмоткѣ*[2]).

---

[1]) Въ разсмотрѣнныхъ примѣрахъ — почти въ $3^1/_2$ раза.

[2]) Пропорціональность замѣтна лишь при очень слабыхъ напряженіяхъ $\mathfrak{H}$.

839. Разсматривать предложенные различными авторами способы приближенныхъ вычисленій притягательной и подъемной силы электромагнитовъ мы не будемъ, такъ какъ при опытной повѣркѣ всѣ способы оказываются болѣе или менѣе неудовлетворительными. Приведемъ лишь числовыя данныя нѣсколькихъ собственныхъ опытовъ, произведенныхъ съ подковообразными электромагнитами, изготовленными изъ цѣлыхъ цилиндрическихъ кусковъ отожженаго мягкаго желѣза, обмотанныхъ изолированною проволокою по всей длинѣ. Разстояніе между вѣтвями подковъ равнялось утроенному діаметру вѣтвей, а длина вѣтвей — упятеренному діаметру ихъ. Длина и ширина притягиваемыхъ якорей была такова, что якорь только что вполнѣ покрывалъ полярныя оконечности подковы; толщина якоря равнялась половинѣ діаметра вѣтвей. — Результаты опытовъ видны изъ таблицы, помѣщенной на стр. 702.

Помимо того были произведены опыты съ притяженіемъ первымъ изъ этихъ электромагнитовъ якоря, отстоящаго отъ полюсныхъ плоскостей подковы на 0,26, 0,13 и 0 миллиметра причемъ получились слѣдующіе результаты:

Разстояніе отъ якоря въ миллиметрахъ.	Число амперъ-оборотовъ на единицу длины сердечника.					
	10	20	30	40	50	
0,26	9,6	20,0	25,0	27,9	29,9	Сила притяженія въ килограмм.
0,13	19,4	25,8	27,9	—	—	
0,00	21,4	34,0	40,8	46,0	—	

[1]) Во всѣхъ опытахъ установка якоря на томъ или иномъ разстояніи достигалась помощію латунныхъ или стеклянныхъ пластинокъ соотвѣтствующей толщины, помѣщаемыхъ на полярныя плоскости. Эти пластинки были предварительно отшлифованы вполнѣ плоско-параллельно и точно также тщательно были пришлифованы сами полярныя плоскости и притягиваемыя плоскости якорей. — Сила притяженія опредѣлялась отрываніемъ якоря помощію спеціально для этой цѣли приспособленныхъ вѣсовъ, нагружаемыхъ постепенно притекающею водою. Точность полученныхъ результатовъ явствуетъ изъ того, что опредѣленныя опытомъ величины, будучи нанесены на координатную бумагу, дали совершенно гладкія кривыя.

Діам. сердечника въ сантим.	Разстояніе отъ якоря въ миллим.	Число амперъ оборотовъ на 1 сантиметръ длины сердечника.																
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
2	10	—	20	30	40	50	70	90	130	165	200	250	300	350	430	490	560	620
	5	—	40	75	140	210	270	380	470	570	670	780	900	1040	1180	1330	1500	1670
	2	50	170	350	600	920	1310	1720	2140	2570	3020	3500	4000	4550	5100	5600	6170	6720
	1	140	560	1310	2420	3560	4500	—	7300	—	9500	—	11300	—	12800	—	—	—
1,5	10	—	—	—	10	20	30	40	45	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	5	—	10	30	55	80	110	130	160	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2	15	60	130	220	350	510	700	910	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	1	30	190	440	720	1060	1445	1880	2370	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30	—	—	—	—	—	—	—
	5	—	—	—	—	—	30	50	60	70	80	—	—	—	—	—	—	—
	2	—	—	40	70	100	140	170	220	270	320	—	—	—	—	—	—	—
	1	—	60	115	190	280	380	510	670	860	1070	—	—	—	—	—	—	—
0,5	2	—	—	—	—	20	20	20	20	20	20	—	—	—	—	—	—	—
	1	—	—	—	—	48	62	75	88	104	118	—	—	—	—	—	—	—

Сила притяженія въ граммахъ.

840. Въ заключеніе разсмотримъ нѣкоторыя частности въ конструкціи электромагнитовъ.

Опытъ показываетъ, что на притягательную силу подковообразнаго электромагнита ceteris paribus вліяетъ не только діаметръ сердечника и число амперъ-оборотовъ на единицу длины его, но еще и разстояніе между вѣтвями подковъ, притомъ одинаково неблагопріятно — чрезмѣрно большое и чрезмѣрно малое разстояніе. Такъ какъ, въ случаѣ вѣтвей, далеко отстоящихъ другъ отъ друга, мы имѣемъ дѣло со значительною длиной всей подковы, и такъ какъ обыкновенно лишь вѣтви ея покрываютъ обмоткою, то относительно малая притягательная сила электромагнита объясняется недостаточнымъ намагниченіемъ средней части сердечника и слѣдовательно относительно слабой оріентировкой биполярныхъ молекулъ во всей подковѣ. Напротивъ, относительно малая притягательная сила въ случаѣ чрезмѣрно малаго разстоянія между вѣтвями объясняется усиленіемъ магнитной утечки при сближеніи вѣтвей. Сравнивая между собою электромагниты съ сердечниками одинаковаго діаметра и съ одинаковымъ числомъ амперъ-оборотовъ на единицу длины, находимъ, что наибольшею притягательною силой обладаетъ электромагнитъ, въ коемъ разстояніе между центрами полярныхъ оконечностей отъ 2—3 разъ превосходитъ діаметръ сердечника. Само собою понятно, что *при этихъ условіяхъ* длина подковы не вліяетъ на притягательную силу электромагнита, такъ какъ сила полюсовъ послѣдняго не обусловливается длиною его сердечника. Но такъ какъ общее число амперъ-оборотовъ ($=n_1 l I$) увеличивается пропорціонально длинѣ (l) сердечника, то очевидно, что длинныя подковы не выгодны въ смыслѣ сопротивленія и цѣнности обмотки ихъ.

841. Въ интересующихъ насъ приборахъ электромагниты предназначаются для того, чтобы періодическими притяженіями якоря приводить въ движеніе приспособленія для отмѣтокъ времени, перерывовъ и замыканій тока и т. п. При этомъ, помимо извѣстной механической силы, мы требуемъ быстроту дѣйствія

электромагнита, т. е. желаемъ, чтобы якорь притягивался и отпадалъ по возможности быстро вслѣдъ за замыканіемъ и размыканіемъ тока въ обмоткѣ. Само собою понятно, что наибольшую силу мы получимъ ceteris paribus отъ подковообразнаго электромагнита; однако, если требуется, чтобы электромагнитъ работалъ при прерывистомъ токѣ съ весьма малой продолжительностью періодовъ, то приходится пользоваться прямолинейными электромагнитами, притягивающими якорь лишь однимъ изъ полюсовъ своихъ, такъ какъ сердечникъ такого электромагнита размагничивается быстрѣе и совершеннѣе чѣмъ сердечникъ подковообразный, замыкаемый якоремъ, притягиваемымъ обоими его полюсами (такъ какъ въ послѣднемъ случаѣ происходитъ весьма сильное и упорно удерживающееся оріентированіе биполярныхъ молекулъ. Ср. § 676). Если мы употребляемъ подковообразный электромагнитъ, то во всякомъ случаѣ должно препятствовать тому, чтобы якорь притягивался полярными оконечностями до полнаго соприкосновенія. Такъ какъ, кромѣ того, «задерживающая сила» въ желѣзѣ увеличивается подъ вліяніемъ механическихъ сотрясеній (§ 677), то и съ этой точки зрѣнія полное притяженіе якоря полярными оконечностями вредно дѣйствуетъ на электромагнитъ. Далѣе опытъ показываетъ, что длинныя подковы ceteris paribus обладаютъ большею задерживающею силою нежели короткія. Наконецъ, опытъ показываетъ, что полые сердечники намагничиваются быстрѣе чѣмъ массивные, причемъ притягательныя силы электромагнитовъ съ полыми и массивными сердечниками одинаковаго діаметра, окруженными равнымъ числомъ амперъ-оборотовъ на единицу длины, могутъ лишь весьма мало разниться между собою. Причина послѣдняго явленія заключается въ томъ, что густота линій силъ индуктирующаго магнитнаго поля внутри соленоида весьма быстро уменьшается отъ периферіи поперечнаго сѣченія канала соленоида къ центру его, и слѣдовательно периферическіе слои сердечника, выполняющаго этотъ каналъ, находятся въ магнитномъ полѣ значительно большей напряженности нежели центральные, а потому и удѣльное

намагниченіе периферическихъ слоевъ желѣза должно быть гораздо значительнѣе удѣльнаго намагниченія центральныхъ слоевъ. Разница въ степени удѣльнаго намагниченія различныхъ слоевъ будетъ, однако, весьма различна въ различныхъ случаяхъ и обусловливается не отношеніемъ напряженій периферической и центральной частей индуктирующаго поля, а лишь абсолютными величинами этихъ напряженій. Такъ напр., изъ таблицы на стр. 507 мы видимъ, что если напряженіе въ центрѣ поля =0,2 абсолютной единицы, а у периферіи = 20 абсолютнымъ единицамъ, то удѣльное намагниченіе центральной части сердечника = 4,7, а периферической = 1197, тогда какъ въ случаѣ, если въ центрѣ $\mathfrak{H} = 20$, а у периферіи $\mathfrak{H} = 2000$, то удѣльное намагниченіе = 1197 rspct. 1635, слѣдовательно мало различно, хотя *отношеніе* напряженій въ обоихъ примѣрахъ одно и то же (0,2 : 20 = 20 : 2000). Само собою понятно, наконецъ, что въ случаѣ, когда въ центрѣ поля $\mathfrak{H}$ достигнетъ 3000 абсолютныхъ единицъ—удѣльное намагниченіе всей массы желѣза сердечника будетъ одинаково, такъ какъ предѣла своего оно достигаетъ именно при $\mathfrak{H} = 3000$. Такимъ образомъ, при различномъ числѣ амперъ-оборотовъ на единицу длины сердечника, различіе въ степени намагниченія периферическихъ и центральныхъ слоевъ можетъ быть весьма различно и притомъ наиболѣе рѣзко будетъ выражено при маломъ числѣ амперъ-оборотовъ (т. е. при наиболѣе обычныхъ условіяхъ практики, вслѣдствіе чего притягательная и подъемная силы сердечниковъ массивныхъ и полыхъ обыкновенно оказываются почти одинаковыми)[1]).

[1]) Въ томъ, что периферическіе и центральные слои сердечника электромагнита обладаютъ весьма различнымъ удѣльнымъ намагниченіемъ, не трудно убѣдиться опытомъ. Для этого достаточно опредѣлить силы, которыя нужны для того, чтобы отрывать маленькій желѣзный шарикъ, послѣдовательно притягиваемый крайними и средними частями полярной плоскости электромагнита: при маломъ числѣ амперъ-оборотовъ периферическія части полярной плоскости всегда притягиваютъ шарикъ во много разъ сильнѣе центральныхъ частей,—при увеличеніи же числа амперъ-оборотовъ (усиленіи возбуждающаго тока) различіе въ силахъ притяженія уменьшается и, наконецъ, исчезаетъ совер-

842. До сихъ поръ мы предполагали, что сердечникъ подковообразнаго электромагнита состоитъ изъ одного массивнаго куска желѣза; на самомъ же дѣлѣ, по большей части его изготовляютъ не изъ одного, а изъ трехъ кусковъ желѣза (рис. 187,

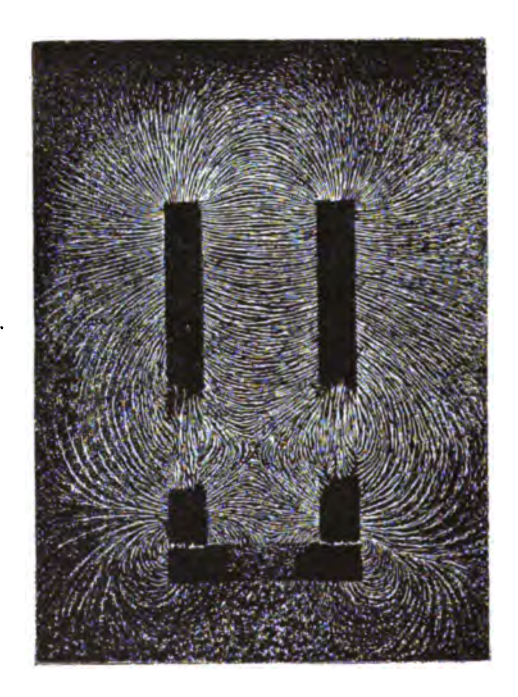


Рис. 190.

стр. 688), соединенныхъ между собою заклепываніемъ или винтами. При такой конструкціи средняя величина удѣльнаго намагниченія всѣхъ трехъ кусковъ желѣза никогда не достигнетъ той

шенно. Ту же разницу въ степени удѣльнаго намагниченія периферическихъ и центральныхъ слоевъ мы замѣчаемъ и въ стальномъ магнитѣ. Здѣсь разницу можно обнаружить еще и другимъ опытомъ: удаливъ помощію слабой сѣрной кислоты поверхностный слой стали, состоящій изъ особенно сильно оріентированныхъ биполярныхъ молекулъ, мы во много разъ ослабимъ магнитъ. Явленіе это въ прежнія времена объяснялось «распространеніемъ магнетизма по поверхности магнита»; причина наиболѣе сильной оріентировки молекулъ въ поверхностныхъ слояхъ стальныхъ магнитовъ лежитъ, опять таки, въ способѣ намагниченія ихъ.

величины, которою обладалъ бы при равныхъ условіяхъ массивный сердечникъ. Даже при очень тщательномъ соединеніи трехъ частей сердечника между собою, среднее удѣльное намагниченіе ихъ процентовъ на 10 ниже нормы, вообще же потеря можетъ достигнуть 30% и болѣе. Явленіе это обусловливается усиленною утечкою силовыхъ линій, какъ это ясно видно изъ сравненія рис. 98 (стр. 491) и рис. 190.

Различными авторами было произведено много изслѣдованій относительно вліянія формы полярныхъ оконечностей на подъемную и притягательную силу электромагнита. Опыты эти показываютъ, что, спеціально для тѣхъ задачъ съ которыми мы обыкновенно встрѣчаемся въ нашихъ лабораторіяхъ, наивыгоднѣйшую форму полярныхъ оконечностей представляетъ правильное поперечное сѣченіе цилиндрическаго сердечника электромагнита.

843. О преимуществахъ сердечниковъ, состоящихъ изъ пучковъ желѣзныхъ проволокъ или изъ листовъ жести, отдѣленныхъ другъ отъ друга прослойками изъ немагнитнаго матеріала, будетъ говорено послѣ того, какъ мы ознакомимся съ явленіями электродинамической индукціи; тамъ же будетъ сказано все необходимое относительно быстроты намагниченія и размагниченія сердечника въ зависимости отъ числа оборотовъ окружающей его обмотки etc. [1]).

844. Особый видъ представляютъ такъ называемые *поляризованные электромагниты*, предложенные Юзомъ. Если на полярныя оконечности подковообразнаго стальнаго магнита насадить желѣзные стержни, служащіе продолженіемъ вѣтвей магнита, то въ свободныхъ оконечностяхъ стержней возбудятся полюсы, одноименные съ тѣми полярными оконечностями вѣтвей, на которыя стержни насажены (отсюда названіе «поляризованные» электромагниты); если стержни эти окружить обмоткою

[1]) См. главу «о возбужденіи электромагнитовъ прерывистымъ и перемѣннымъ токомъ».

(рис. 191), то, смотря по направленію тока въ послѣдней, магнитное состояніе стержней или усилится, или ослабнетъ, rspct. исчезнетъ вовсе[1]). При надлежащей степени намагниченія желѣзныхъ сердечниковъ, не трудно достигнуть того, что даже вполнѣ притянутый ими якорь быстро отпадетъ при весьма слабомъ токѣ въ обмоткѣ. Въ самомъ дѣлѣ, если напр. среднее намагниченіе сердечниковъ со стороны магнита $= 400$, то достаточно 2,4 амперъ-оборота на единицу длины[2]) сердечниковъ для того, чтобы ихъ вполнѣ и почти мгновенно размагнитить токомъ соотвѣтственнаго направленія. Поэтому поляризованные электромагниты употребляются въ такихъ приборахъ, въ которыхъ требуется особенно быстрое движеніе якоря при незначительной силѣ тока въ обмоткѣ. Если якорь въ приборѣ оттягивается пружиной такимъ образомъ, что притягательная сила магнита лишь незначительно превосходитъ силу пружины, то достаточно лишь немного ослабить намагниченіе сердечниковъ для того, чтобы якорь тотчасъ отпалъ; слѣдовательно въ приведенномъ сейчасъ примѣрѣ для дѣйствія хорошо устроеннаго прибора потребуется много менѣе 2,4 амперъ-оборота на единицу длины сердечника поляризованнаго электромагнита.

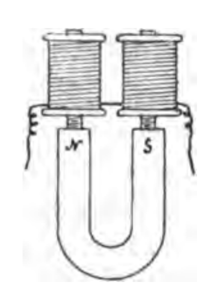


Рис. 191.

845. Если до сихъ поръ мы говорили, что опредѣленному напряженію индуктирующаго магнитнаго поля соотвѣтствуетъ опредѣленная величина удѣльнаго намагниченія желѣза, помѣщаемаго въ это поле, то отсюда еще не слѣдуетъ, чтобы съ измѣненіемъ напряженія соотвѣтственнымъ же образомъ измѣнялось и удѣльное намагниченіе желѣзной массы: величина удѣльнаго намагниченія правильно слѣдуетъ измѣненіямъ напряженія

---

[1]) Или, даже, стержни перемагнитятся.

[2]) При 2,4 амперъ-оборота на единицу длины мы получаемъ удѣльное намагниченіе желѣза $= 500$ единицамъ.

индуктирующаго поля лишь въ томъ случаѣ, если *впервые намагничиваемое желѣзо* помѣщено въ поле возрастающей или убывающей силы. Если же мы, послѣ того какъ вначалѣ увеличивали напряженіе поля, начнемъ уменьшать его съ нѣкоторой величины $\mathfrak{H}'$ до $\mathfrak{H}''$, то удѣльное намагниченіе желѣза не упадетъ до той величины, которую оно представляло бы при внезапномъ помѣщеніи еще ненамагниченнаго желѣза въ полѣ $\mathfrak{H}''$, а будетъ *болѣе* этой величины. Если напряженіе поля увеличить съ $\mathfrak{H}''$ на $\mathfrak{H}'$, то степень удѣльнаго намагниченія окажется *менѣе* чѣмъ въ случаѣ если еще ненамагниченное желѣзо прямо подвергнуть дѣйствію поля $\mathfrak{H}'$, и т. д. Такимъ образомъ, въ измѣненіяхъ магнитнаго состоянія наблюдается *запаздываніе,* каковое явленіе носитъ названіе *гистерезиса*[1]).

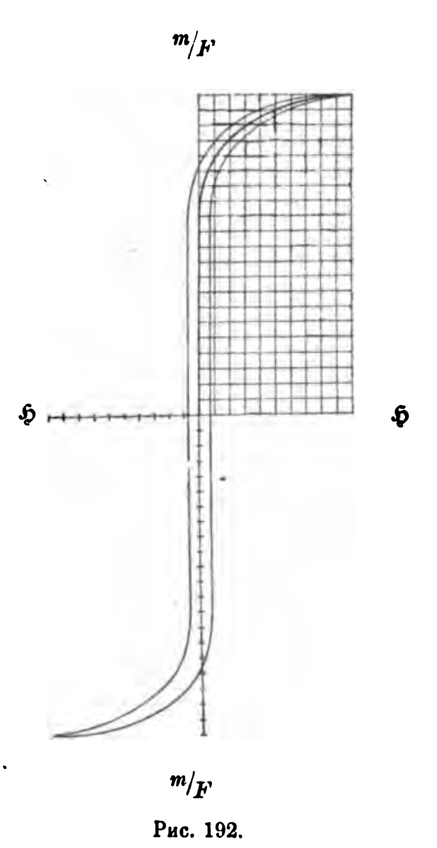


Рис. 192.

Описанное явленіе иллюстрируется слѣдующею кривою, рис. 192, гдѣ по линіи абсциссъ $\mathfrak{H}\mathfrak{H}$ отложены равныя величины измѣняющагося напряженія индуктирующаго поля, а по ординатѣ $^m/_F$ соотвѣтственно измѣняющіяся величины удѣльнаго намагниченія отожженаго мягкаго желѣза. При этомъ нулевая точка напряженія $\mathfrak{H}$ поля и удѣльнаго намагниченія ($^m/_F$) желѣза находится по срединѣ линіи абсциссъ resp. ординатъ; отъ этой точки влѣво и вправо по абсциссѣ отложены равныя напряженія поля

---

[1]) Отъ ὑστέρησις — запаздываніе.

для двухъ противоположныхъ направленій его (отъ $\mathfrak{H} = 0$ до $\mathfrak{H} = 200$ абсолютнымъ единицамъ) по ординатѣ же отложены равныя величины удѣльнаго намагниченія (отъ $^m/_F = 0$ до $^m/_F = 1400$). Какъ видно изъ чертежа, при увеличеніи напряженія $\mathfrak{H}$ удѣльное намагниченіе возрастаетъ до нѣкотораго максимума слѣдуя средней кривой, затѣмъ, если напряженіе $\mathfrak{H}$ будетъ уменьшаться, то и удѣльное намагниченіе тоже уменьшится, но уже слѣдуя лѣвой кривой, слѣдовательно запаздывая сравнительно съ первою кривою. Такимъ образомъ, когда $\mathfrak{H}$ уменьшится до нуля, удѣльное намагниченіе упадетъ приблизительно лишь до 1070. Послѣдняя величина соотвѣтствуетъ въ данномъ случаѣ такъ называемому *остаточному магнетизму* (§ 645). Для того, чтобы удѣльное намагниченіе уменьшить далѣе до нуля, необходимо теперь измѣнить направленіе индуктирующаго поля и довести напряженіе его $\mathfrak{H}$ до величины приблизительно равной 15 абсолютнымъ единицамъ, что и выражается на чертежѣ продолженіемъ кривой по другую сторону абсциссы $\mathfrak{H}\mathfrak{H}$. Напряженіе, $= 15$ абсолютнымъ единицамъ, характеризуетъ въ данномъ случаѣ *задерживающую силу* въ желѣзѣ (см. прим. 1 на стр. 486). Если теперь, не измѣняя далѣе направленія индуктирующаго поля, продолжать усиливать напряженіе его до того же максимума какъ и въ первой кривой, то и удѣльное намагниченіе достигнетъ первоначальнаго максимума. Рядъ подобныхъ же явленій будетъ наблюдаться при новомъ ослабленіи индуктирующаго поля (правая кривая), при усиленіи напряженія поля, измѣненнаго въ направленіи своемъ и т. д.

Чертежъ 192 представляетъ, какъ сказано выше, явленіе гистерезиса въ мягкомъ кованномъ желѣзѣ, притомъ въ прямолинейномъ брускѣ. Само собою понятно, что въ подковообразныхъ замкнутыхъ якоремъ электромагнитахъ явленіе гистерезиса выражено гораздо сильнѣе. Точно также понятно, что въ стали, ceteris paribus, гистерезисъ наблюдается въ еще болѣе рѣзкой формѣ, вслѣдствіе чего кривыя гистерезиса стали значительно менѣе круты кривыхъ чертежа 192.

XLVII. Основы ученія объ электромагнитной индукціи.

846. Для того, чтобы уяснить себѣ общіе законы электромагнитной индукціи, мы должны прежде всего ознакомиться съ дѣйствіемъ равномѣрнаго магнитнаго поля на подвижной токъ (проводникъ тока).

Представимъ себѣ, что силовыя линіи (*ns*, *ns*.... рис. 193) равномѣрнаго магнитнаго поля пронизываютъ нѣкоторую пло-

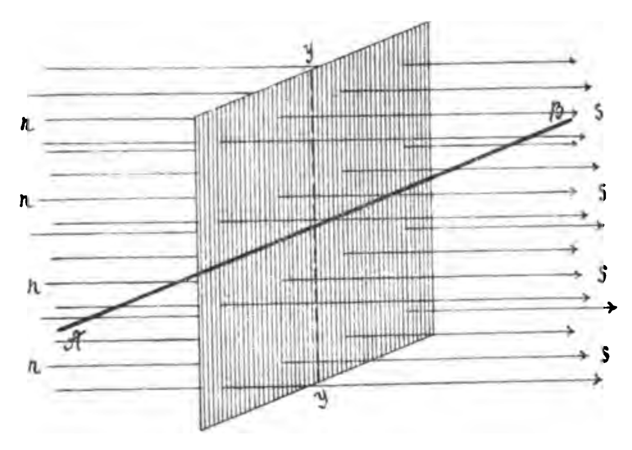


Рис. 193.

скость (заштрихованную на рисункѣ) нормально къ поверхности ея. Въ плоскости этой расположена часть *AB* нѣкотораго проводника, въ которомъ течетъ токъ отъ *A* къ *B*.

Такъ какъ проводникъ тока окруженъ круговыми линіями силъ собственнаго магнитнаго поля, то между послѣдними и силовыми линіями того равномѣрнаго магнитнаго поля, въ коемъ находится проводникъ, необходимо дѣйствуютъ силы притяженія и отталкиванія, вслѣдствіе чего вся часть *AB* проводника должна испытывать дѣйствіе нѣкоторой силы, направленіе и величину коей желательно опредѣлить. Для этого означимъ на рис. 194 сплошными чертами направленіе силовыхъ линій равномѣрнаго магнитнаго поля и соотвѣтствующее току направленіе одной силовой линіи, окружающей поперечное сѣченіе *b* вышеупомяну-

таго проводника AB. Изъ рисунка видно, что взаимодѣйствіе между обѣими системами силовыхъ линій (согласно закону *a* § 649-го) происходитъ въ направленіи, указанномъ маленькими

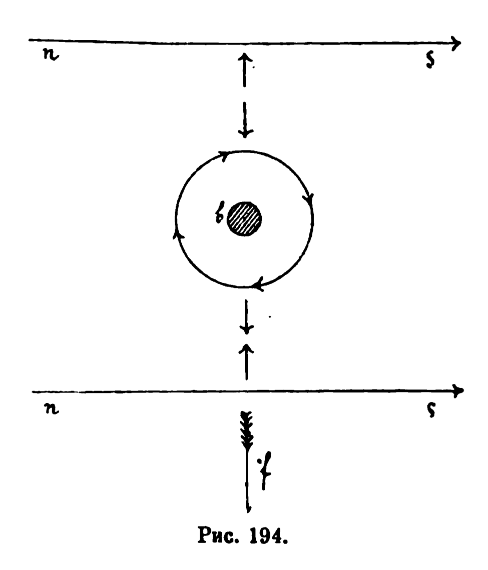


Рис. 194.

стрѣлками, такъ что вся часть AB проводника тока испытываетъ дѣйствіе силы f въ направленіи большой оперенной стрѣлки, т. е. внизъ по оси yy рисунка 194.

Очевидно, что при разсмотрѣнныхъ условіяхъ, сила f увеличивается прямо пропорціонально длинѣ l прямолинейнаго проводника, напряженію $\mathfrak{H}$ того равномѣрнаго магнитнаго поля, въ коемъ проводникъ находится, и прямо пропорціонально силѣ тока I въ проводникѣ (ибо напряженіе собственнаго магнитнаго поля, окружающаго проводникъ, увеличивается пропорціонально увеличенію I). Такимъ образомъ, если $\mathfrak{H}$ и I даны въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ, то *на проводникъ тока, расположенный въ плоскости перпендикулярной къ линіямъ силъ равномѣрнаго магнитнаго поля, дѣйствуетъ сила*

$$f = \mathfrak{H} I l \text{ динамъ.}$$

Если къ разсматриваемому проводнику приложить нѣкоторую

внѣшнюю силу, то очевидно, что, смотря по направленію послѣдней, сила f будетъ или способствовать или противодѣйствовать движенію проводника въ направленіи приложенной внѣшней силы. Такимъ образомъ, если мы будемъ двигать проводникъ тока вверхъ (рис. 193 и 194), т. е. *противъ силы* f, то нѣкоторая часть производимой нами работы потратится на преодолѣніе этой силы. По закону сохраненія энергіи упомянутая часть работы должна проявиться въ новой формѣ, что мы и констатируемъ на опытѣ, наблюдая *усиленіе первоначальнаго тока* I въ проводникѣ AB во все время движенія его противъ силы f. Съ прекращеніемъ движенія сила тока возвращается къ первоначальной нормѣ. Такимъ образомъ, результатомъ движенія проводника противъ силы f является какъ бы временное увеличеніе той электровозбудительной силы, которая поддерживала токъ I. Если мы будемъ двигать проводникъ *въ направленіи силы* f (внизъ — рис. 194), то мы констатируемъ *временное уменьшеніе силы тока* I,— какъ бы вслѣдствіе временнаго ослабленія электровозбудительной силы, дѣйствующей въ цѣпи. Наконецъ, такъ какъ при движеніи проводника *въ плоскостяхъ параллельныхъ силовымъ линіямъ* (вправо и влѣво, впередъ и назадъ, на рис. 194) мы не встрѣчаемъ никакого противодѣйствія или содѣйствія со стороны силы f, то и сила тока I въ проводникѣ остается неизмѣнною во все время движенія въ означенныхъ направленіяхъ. Итакъ, сила тока I измѣняется лишь тогда, когда плоскость движенія проводника, короче, когда проводникъ при движеніи своемъ *пересѣкаетъ силовыя линіи* того магнитнаго поля, въ которомъ онъ движется.

Такъ какъ немыслимо дѣйствительное увеличеніе или уменьшеніе вслѣдствіе движенія проводника той электровозбудительной силы E, которая поддерживаетъ въ цѣпи токъ I, то очевидно, что измѣненія силы тока I происходятъ вслѣдствіе возникновенія въ веществѣ проводника нѣкоторой новой электровозбудительной силы ε, дѣйствующей въ одномъ направленіи съ первоначальною электровозбудительною силой E или въ направленіи ей противоположномъ. Эту новую электровозбудительную силу

мы называемъ *электровозбудительною силой электромагнитной индукціи*. Опытъ показываетъ, что *и въ томъ случаѣ, когда въ проводникѣ, движущемся въ магнитномъ полѣ, самостоятельнаго тока нѣтъ, все же въ немъ возникаетъ электровозбудительная сила индукціи, resp. обусловливаемый ею индукціонный токъ, коль скоро проводникъ при движеніи своемъ пересѣкаетъ линіи силъ окружающаго магнитнаго поля.*

847. *Направленіе дѣйствія электровозбудительной силы индукціи*, какъ видно изъ сказаннаго выше, *всегда таково, что обусловливаемое индукціею измѣненіе первоначальной силы тока препятствуетъ движенію проводника въ данномъ магнитномъ полѣ* (законъ Ленца). Въ самомъ дѣлѣ, при движеніи проводника противъ силы f, токъ I усиливается, а потому противодѣйствующая движенію проводника сила f увеличивается; при движеніи

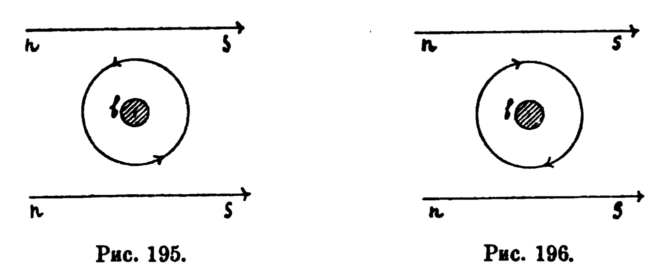


Рис. 195. Рис. 196.

(b — площадь сѣченія проводника, *ns* — линіи силъ магнитнаго поля, въ коемъ проводникъ движется).

Проводникъ движимъ внѣшнею силою *внизъ*: индукціонный токъ въ немъ направленъ къ читателю и, какъ показываетъ силовая линія магнитнаго поля тока, возникающая сила f направлена вверхъ.

Проводникъ движимъ внѣшнею силою *вверхъ*: индукціонный токъ въ немъ направленъ отъ читателя и, какъ показываетъ силовая линія магнитнаго поля тока, возникающая сила f направлена внизъ.

проводника въ направленіи силы f — сила тока I уменьшается, слѣдовательно и способствующая движенію проводника сила f также уменьшается. Въ случаѣ отсутствія въ проводникѣ тока I, *возникающая при движеніи проводника электровозбудительная сила индукціи обусловливаетъ въ немъ индуктированный токъ такого направленія, что взаимодѣйствіе силовыхъ линій окру-*

жающаго проводникъ магнитнаго поля тока и силовыхъ линій того магнитнаго поля, въ коемъ проводникъ движется, — *вызываетъ силу f, противодѣйствующую движенію* (см. рис. 195 и 196).

Разсматривая рисунки 195 и 196, мы можемъ вывести слѣдующее практическое правило для опредѣленія направленія тока, индуктируемаго въ проводникѣ при движеніи его въ магнитномъ полѣ: если наблюдатель представитъ себя лежащимъ въ магнитномъ полѣ *вдоль проводника* такъ, чтобы лицо его было обращено *въ направленіи линій силъ,* то, при движеніи проводника слѣва на право отъ наблюдателя, индуктированный въ проводникѣ токъ пройдетъ отъ ногъ его къ головѣ; при движеніи же проводника справа на лѣво токъ пройдетъ отъ головы къ ногамъ наблюдателя. Очевидно, что только при движеніяхъ въ означенныхъ двухъ направленіяхъ проводникъ пересѣкаетъ линіи силъ магнитнаго поля, при движеніяхъ же спереди назадъ, вверхъ или внизъ отъ наблюдателя проводникъ силовыхъ линій не пересѣкаетъ, а движется между ними, вслѣдствіе чего возбужденія тока въ немъ не происходитъ.

848. Перейдемъ теперь къ опредѣленію величины силы f взаимодѣйствія магнитнаго поля, въ коемъ движется проводникъ, и магнитнаго поля тока, индуктированнаго въ проводникѣ вслѣдствіе движенія послѣдняго. Далѣе опредѣлимъ величину электровозбудительной силы индуктированнаго тока. При этомъ, разсматривая движенія проводника въ магнитномъ полѣ, мы будемъ имѣть въ виду только движенія, совершаемыя имъ *параллельно самому себѣ.* — Проводникъ можетъ двигаться I) въ плоскости, нормальной къ линіямъ силъ и II) въ плоскости, пересѣкающей линіи силъ подъ угломъ φ, меньшимъ 90°; въ обоихъ случаяхъ проводникъ *съ направленіемъ движенія* можетъ образовать или a) прямой уголъ, или b) уголъ α, меньшій 90°. Такимъ образомъ возможны комбинаціи I a, I b, II a и II b.

849. Представимъ себѣ, что въ замкнутомъ проводникѣ, часть AB котораго мы разсматривали (рис. 193), тока нѣтъ;

пусть весьма малый отрѣзокъ (*элементъ*) dl этого проводника движется въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ магнитнаго поля, напряженіе коего $= \mathfrak{H}$, образуя прямой уголъ съ направленіемъ движенія (случай I a). Такъ какъ мы можемъ принять, что электровозбудительная сила ε, индуктированная въ проводникѣ въ теченіе безконечно малаго промежутка времени $d\tau$ разсматриваемаго движенія, остается постоянною, а слѣдовательно не измѣняется и сила i индуктированнаго тока, то очевидно, что въ теченіе времени $d\tau$ элементъ dl проводника испытываетъ силу

$$f' = \mathfrak{H}i\,.\,dl$$

А потому, если за время $d\tau$ элементъ dl прошелъ путь $d\lambda$, то совершенная при этомъ работа[1]) равна

$$f'd\lambda = \mathfrak{H}i\,.\,dl\,.\,d\lambda$$

Въ § 582 мы видѣли, что работа, производимая токомъ,

$$= I(V_1 - V_2)\tau$$

или, что все равно,

$$= IE\tau$$

Слѣдовательно, за безконечно малое время $d\tau$ работа, произведенная индуктированнымъ токомъ i,

$$= i\varepsilon\,.\,d\tau$$

гдѣ ε — электровозбудительная сила индукціи. А такъ какъ, согласно закону сохраненія энергіи, работа, совершаемая токомъ за время $d\tau$, должна быть равна той работѣ, которая за то же время потрачена на преодолѣніе сопротивленія къ движенію элемента dl тока въ магнитномъ полѣ $\mathfrak{H}$, то

$$i\varepsilon\,.\,d\tau = \mathfrak{H}i\,.\,dl\,.\,d\lambda$$

[1]) Работа = произведенію силы f на то разстояніе λ, на которомъ сила эта преодолѣвается.

Отсюда находимъ, что электровозбудительная сила индукціи

$$\varepsilon = \mathfrak{H} . dl \frac{d\lambda}{d\tau}$$

Разсматривая послѣднее выраженіе, мы видимъ, что при постоянной величинѣ $d\tau$ индуктированная электровозбудительная сила ε возрастаетъ съ увеличеніемъ напряженія $\mathfrak{H}$ поля, въ коемъ движется проводникъ, съ увеличеніемъ длины l послѣдняго и съ увеличеніемъ пути λ, проходимаго проводникомъ. Другими словами, мы видимъ, что *при данной скорости движенія проводника, расположеннаго подъ прямымъ угломъ къ направленію движенія и перемѣщающагося параллельно самому себѣ въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ, индуктированная электровозбудительная сила прямо пропорціональна произведенію напряженія магнитнаго поля* ($\mathfrak{H}$), *въ коемъ проводникъ движется, на площадь движенія* ($dl . d\lambda$). Иначе, мы видимъ, что *индуктированная въ проводникѣ электровозбудительная сила прямо пропорціональна числу линій силъ, пересѣкаемыхъ проводникомъ въ единицу времени.* Послѣднее опредѣленіе приложимо ко всѣмъ возможнымъ случаямъ.

850. Разсмотримъ теперь случай I b (§ 848).

Если та же часть dl нѣкотораго проводника (рис. 197) дви-

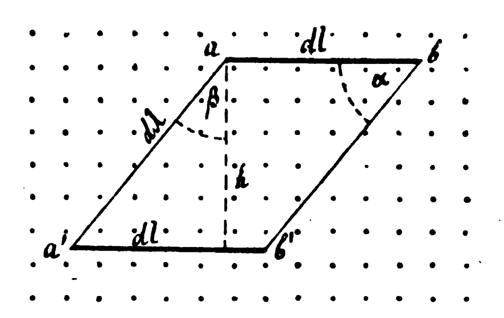


Рис. 197.

жется въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ (въ плоскости бумаги, гдѣ точки означаютъ сѣченія силовыхъ линій), переходя

изъ положенія ab въ положеніе $a'b'$, т. е. перемѣщается, образуя съ направленіемъ движенія уголъ α меньшій 90°, то площадь движенія $d\lambda . dl$ представитъ собою параллелограммъ. Такъ какъ площадь этого параллелограмма равна произведенію основанія его dl на высоту h, гдѣ

$$h = d\lambda . \cos\beta$$

или

$$h = d\lambda . \sin\alpha$$

то площадь движенія проводника

$$= dl . h$$
$$= dl . d\lambda . \sin\alpha$$

Слѣдовательно, если путь $d\lambda$ былъ пройденъ проводникомъ въ теченіе времени $d\tau$, то индуктированная въ немъ электровозбудительная сила

$$\varepsilon = \mathfrak{H} . dl . \frac{d\lambda}{d\tau} \sin\alpha$$

851. Если проводникъ, сохраняя положеніе подъ прямымъ угломъ къ направленію движенія, перемѣщается въ плоскости пересѣкающей линіи силъ подъ угломъ φ меньшимъ 90° (случай II a — § 848), то величина $dl . d\lambda$ (опредѣляющая площадь движенія проводника) въ формулѣ

$$\varepsilon = \mathfrak{H} . dl \frac{d\lambda}{d\tau}$$

должна быть замѣнена проэкціею этой площади, нормальною къ линіямъ силъ. Въ самомъ дѣлѣ, очевидно, что проводникъ $\overline{ab}$ ($= dl$), перемѣщаясь въ плоскости, пересѣкающей линіи силъ подъ острымъ угломъ φ (рис. 198), изъ первоначальнаго положенія ab въ положеніе $a'b'$, пересѣчетъ на пути своемъ $d\lambda$ такое же число линій силъ, какъ и при движеніи сначала въ плоскости параллельной линіямъ силъ (изъ ab въ $a''b''$) и отсюда уже въ плос-

кости нормальной къ силовымъ линіямъ (изъ $a''b''$ въ $a'b'$), про-

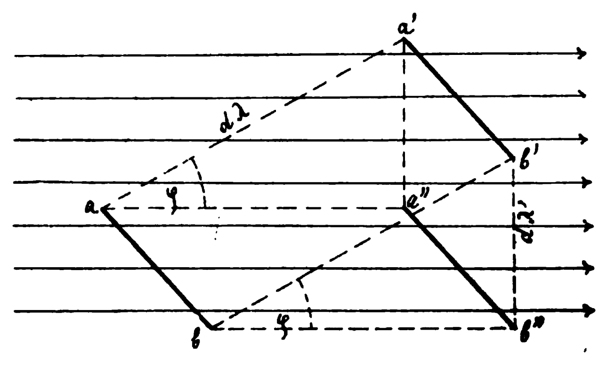


Рис. 198.

ходя въ послѣднемъ движеніи путь $d\lambda'$. Изъ прямоугольнаго треугольника $b'b''b$ мы видимъ, что путь

$$d\lambda' = d\lambda \,.\, \sin\varphi$$

и слѣдовательно проэкція площади $dl.d\lambda$, пересѣкающей линіи силъ подъ угломъ φ, на плоскость, нормальную къ силовымъ линіямъ,

$$= dl \,.\, d\lambda \,.\, \sin\varphi$$

вслѣдствіе чего для электровозбудительной силы индукціи ε, возникающей въ проводникѣ въ разсмотрѣнномъ случаѣ, получается выраженіе

$$\varepsilon = \mathfrak{H} \,.\, dl \,.\, \frac{d\lambda}{d\tau} \sin\varphi$$

852. Если проводникъ не только движется въ плоскости, пересѣкающей линіи силъ магнитнаго поля подъ острымъ угломъ φ, но и съ направленіемъ движенія своего образуетъ уголъ α, меньшій прямаго (случай II b), то, какъ ясно изъ сказаннаго выше, электровозбудительная сила индукціи, развиваемая въ проводникѣ на время $d\tau$, равна

$$\varepsilon = \mathfrak{H} \,.\, dl \,\frac{d\lambda}{d\tau} \sin\varphi \,.\, \sin\alpha$$

Разсматривая это выраженіе, мы видимъ, что ε достигаетъ максимума тогда, когда проводникъ движется въ плоскости нормальной къ силовымъ линіямъ, сохраняя положеніе подъ прямымъ угломъ къ направленію движенія (случай I a): при этомъ условіи $\sin\varphi = \sin\alpha = 1$. Напротивъ, если проводникъ движется въ плоскости параллельной линіямъ силъ, то при всѣхъ условіяхъ $\varepsilon = 0$, ибо $\sin\varphi = 0$, когда уголъ $\varphi = 0$.

853. Такъ какъ въ предшествующихъ выраженіяхъ, выведенныхъ для опредѣленія электровозбудительной силы ε, частное

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = v$$

т. е. = скорости[1]) движенія проводника въ магнитномъ полѣ, то, замѣняя величину $\frac{d\lambda}{d\tau}$ чрезъ v, получаемъ:

$$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v$$
$$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl\ v \sin\alpha$$
$$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v \sin\varphi$$
$$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v \sin\varphi.\sin\alpha.$$

Отсюда мы видимъ, что въ случаѣ, если величины $\mathfrak{H}$, v и l равны каждая абсолютной единицѣ, а углы α и φ равны 90°, то величина ε будетъ равна абсолютной электромагнитной единицѣ электровозбудительной силы, т. е. *индуктированная въ проводникѣ электровозбудительная сила была бы равна абсолютной электромагнитной единицѣ, если бы проводникъ длиною въ 1 сантиметръ, расположенный подъ прямымъ угломъ къ направленію движенія своего въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ равномѣрнаго магнитнаго поля, напряженіе коего равно единицѣ, двигался бы съ единицею скорости параллельно самому себѣ.* Такъ какъ проводникъ въ 1 сантиметръ длиною, передвигаясь на 1 сан-

---

[1]) Ибо скорость есть отношеніе величины пути λ, пройденнаго тѣломъ ко времени τ, употребленному на это движеніе.

тиметръ параллельно самому себѣ, проходитъ площадь въ 1 квадратный сантиметръ, то, при движеніи нормальномъ къ линіямъ силъ магнитнаго поля, напряженіе коего $=1$, проводникъ пересѣкаетъ одну абсолютную силовую линію. При этомъ условіи, какъ мы видѣли выше, въ проводникѣ, движущемся съ равномѣрною скоростью, возникаетъ одна абсолютная электромагнитная единица электровозбудительной силы; такимъ образомъ, *число силовыхъ линій, пересѣкаемыхъ въ единицу времени проводникомъ, движущимся съ равномѣрною скоростью, опредѣляетъ абсолютную величину индуктированной въ проводникѣ электровозбудительной силы*. Если, слѣдовательно, проводникъ за время τ пересѣкаетъ Φ' силовыхъ линій, то электровозбудительная сила индукціи въ немъ опредѣлится тѣмъ числомъ Φ линій силъ, которое проводникъ пересѣчетъ въ 1 секунду, причемъ

$$\Phi' : \Phi = 1 : \tau$$

откуда

$$\Phi = \frac{\Phi'}{\tau}$$

Очевидно, что число линій силъ Φ', пересѣкаемыхъ проводникомъ за время τ, равно числу тѣхъ линій силъ, которыя пронизываютъ площадь движенія проводника, иначе, равно произведенію напряженія поля ($\mathfrak{H}$) на величину F упомянутой площади:

$$\Phi' = \mathfrak{H}F$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\mathfrak{H}F}{\tau}$$

854. Если проводникъ будетъ двигаться въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ съ неравномѣрною скоростью, или, что все равно, — въ неравномѣрномъ полѣ съ равномѣрною скоростью, или будетъ пересѣкать линіи силъ подъ непрерывно измѣняющимся угломъ φ (двигаясь по нѣкоторой кривой), или, наконецъ, будетъ измѣнять положеніе свое относительно направленія дви-

женія,—то, конечно, и индуктированная въ проводникѣ электровозбудительная сила будетъ непрерывно измѣняться въ своей величинѣ (и даже въ направленіи своего дѣйствія). Но такъ какъ величину электровозбудительной силы, *дѣйствующей въ проводникѣ въ теченіе безконечно малаго времени* $d\tau$ (считая съ нѣкотораго момента τ), можно принять при всѣхъ условіяхъ за неизмѣняющуюся, то опредѣленіе абсолютнаго значенія послѣдней величины не представляетъ затрудненія, если мы примѣнимъ сюда вышеприведенныя правила, лишь незначительно измѣнивъ редакцію ихъ соотвѣтственно особенности разсматриваемаго случая. Въ самомъ дѣлѣ, не требуетъ доказательства, что въ случаѣ, *если проводникъ движется въ магнитномъ полѣ (равномѣрномъ или неравномѣрномъ), непрерывно измѣняя какъ направленіе, такъ и скорость своего движенія, то абсолютная величина электровозбудительной силы, дѣйствующей въ проводникѣ за безконечно малое время* $d\tau$, *считая съ даннаго момента* τ, *опредѣляется числомъ тѣхъ силовыхъ линій, которыя проводникъ пересѣкъ бы въ единицу времени, если бы, начиная съ момента* τ, *онъ продолжалъ равномѣрно двигаться въ томъ полѣ, въ которомъ онъ находился за время* $d\tau$, *и въ томъ направленіи и съ тою скоростью, которыя онъ за это время имѣлъ.* Такимъ образомъ, если за время $d\tau$ проводникъ пересѣкъ $d\Phi'$ силовыхъ линій, то индуктированную въ немъ электровозбудительную силу мы находимъ, какъ и выше, опредѣливъ число Φ линій силъ, пересѣкаемыхъ проводникомъ въ единицу времени:

$$\Phi : d\Phi' = 1 : d\tau$$

$$\Phi = \frac{d\Phi'}{d\tau}$$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi'}{d\tau}$$

т. е. и здѣсь, какъ выше, выраженная въ электромагнитныхъ единицахъ абсолютная величина электровозбудительной силы индукціи, дѣйствующая въ проводникѣ въ теченіе даннаго безко-

нечно малаго времени $d\tau$, равна отношенію числа линій силъ, пересѣкаемыхъ проводникомъ за время $d\tau$, къ продолжительности времени $d\tau$.

855. До сихъ поръ мы разсматривали совершенно отвлеченно движенія въ магнитномъ полѣ отрѣзка нѣкотораго прямолинейнаго проводника; теперь мы можемъ разсмотрѣть нѣсколько такихъ случаевъ, которые дадутъ намъ возможность понять практическое значеніе выведенныхъ нами математическихъ выраженій и вмѣстѣ съ тѣмъ дадутъ возможность сдѣлать дальнѣйшіе практически важные выводы.

Представимъ себѣ проводникъ, согнутый въ широкую петлю съ параллельными сторонами (рис. 199); вдоль петли можетъ быть передвигаемъ параллельно самому себѣ другой проводникъ ab, концы коего покоятся на обѣихъ сторонахъ петли, замыкая ее въ непрерывную цѣпь. Площадь, ограниченная петлей и замыкающимъ проводникомъ ab, расположена въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ нормально къ силовымъ линіямъ, сѣченія коихъ на рисункѣ означены въ видѣ точекъ, причемъ читатель разсматриваетъ ограниченную проводникомъ площадь въ направленіи пронизывающихъ ее линій силъ.

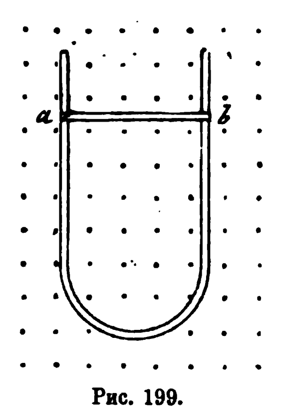


Рис. 199.

Если напряженіе магнитнаго поля $=\mathfrak{H}$ абсолютнымъ единицамъ, а площадь, ограниченная проводниками, при означенномъ на рисункѣ положеніи ихъ, $= F$ квадратнымъ сантиметрамъ, то количество силовыхъ линій, пронизывающихъ эту площадь,

$$= F\mathfrak{H} = \Phi_1$$

Если мы будемъ двигать проводникъ ab параллельно самому себѣ *внизъ*, то, согласно сказанному въ § 847, возникающая въ немъ электровозбудительная сила индукціи будетъ дѣйствовать слѣва на право (отъ a къ b). Такъ какъ цѣпь замкнута, то элек-

тровозбудительная сила индукціи вызоветъ въ ней индукціонный токъ, который будетъ циркулировать въ цѣпи въ направленіи движенія часовой стрѣлки.

Если мы будемъ двигать проводникъ *вверхъ*, то электровозбудительная сила индукціи въ немъ будетъ направлена отъ b къ a, слѣдовательно индукціонный токъ въ цѣпи будетъ имѣть направленіе противоположное движенію часовой стрѣлки. При движеніи проводника внизъ, число Φ_1 силовыхъ линій, пронизывающихъ ограниченную проводниками площадь, уменьшается, при движеніи же проводника вверхъ — число ихъ увеличивается; такимъ образомъ мы приходимъ къ слѣдующему выводу: *Если мы будемъ разсматривать ограниченную проводникомъ площадь въ направленіи пронизывающихъ ее линій силъ магнитнаго поля, то при уменьшеніи общаго количества силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь, въ проводникѣ возникаетъ электровозбудительная сила индукціи, дѣйствующая въ направленіи движенія часовой стрѣлки; при увеличеніи же числа силовыхъ линій — электровозбудительная сила индукціи дѣйствуетъ въ цѣпи въ направленіи противоположномъ движенію часовой стрѣлки. Это правило приложимо ко всевозможнымъ случаямъ,* о которыхъ подробнѣе будетъ говорено ниже, но перечислить которые мы считаемъ умѣстнымъ теперь же: общее число силовыхъ линій, пронизывающихъ ограниченную проводникомъ площадь, измѣняется 1) при увеличеніи и уменьшеніи самой площади, ограниченной проводникомъ, какимъ бы путемъ измѣненія величины площади не происходили; 2) —при измѣненіи напряженія магнитнаго поля, линіи силъ коего пронизываютъ данную площадь; 3) при такихъ перемѣщеніяхъ замкнутаго проводника, при которыхъ число линій силъ, пронизывающихъ площадь его, претерпѣваетъ измѣненія; 4) при такихъ движеніяхъ магнитнаго поля, вслѣдствіе которыхъ измѣняется количество силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь проводника.

856. Такимъ образомъ мы видимъ, что *электровозбудительная сила индукціи возникаетъ не при всѣхъ случаяхъ движенія*

въ магнитномъ полѣ проводника, ограничивающаго площадь опредѣленныхъ размѣровъ: электровозбудительная сила индукціи въ проводникѣ = 0 въ случаѣ, если проводникъ, неизмѣнно окружающій площадь данныхъ размѣровъ, движется *въ равномѣрномъ* магнитномъ полѣ въ прямолинейныхъ плоскостяхъ, такъ какъ при такомъ движеніи проводника количество силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь его, остается неизмѣннымъ. Что электровозбудительная сила индукціи въ этомъ случаѣ *во всемъ проводникѣ* дѣйствительно = 0, ясно и изъ слѣдующаго: имѣемъ замкнутый проводникъ $abcd$ (рис. 200), окружающій квадратную площадь, расположенную нормально къ линіямъ силъ равномѣрнаго магнитнаго поля; сѣченія линій силъ на рисункѣ означены точками, причемъ предполагается, что читатель разсматриваетъ рисунокъ въ направленіи силовыхъ линій. Если мы передвинемъ весь проводникъ, напр. прямо вверхъ, то, согласно сказанному въ § 847, въ частяхъ его ac и bd электровозбудительная сила индукціи будетъ = 0, ибо части эти при своемъ движеніи линій силъ не пересѣкаютъ, въ частяхъ же ab и cd возникнутъ нѣкоторыя электровозбудительныя силы, равныя другъ другу по величинѣ, но противоположныя по знаку: въ части ab электровозбудительная сила будетъ дѣйствовать отъ a къ b, въ части же cd — въ направленіи отъ c къ d; слѣдовательно алгебраическая сумма электровозбудительныхъ силъ въ цѣпи (активная электровозбудительная сила) будетъ = 0. Такимъ образомъ, активную электровозбудительную силу индукціи въ движущемся проводникѣ, окружающемъ площадь данныхъ размѣровъ, мы имѣемъ лишь въ случаяхъ, когда а) проводникъ движется въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ въ плоскостяхъ, образующихъ съ направленіемъ линій силъ поля измѣняющійся уголъ, т. е. когда проводникъ,

Рис. 200.

окружающій данную площадь, движется поступательно по нѣкоторой кривой или вращается вокругъ нѣкоторой оси; b) во всѣхъ случаяхъ движенія проводника въ неравномѣрномъ магнитномъ полѣ.

857. Возвращаясь къ примѣру, разсмотрѣнному на стр. 723, мы видимъ, что при движеніи проводника ab (рис. 201) параллельно самому себѣ вверхъ или внизъ, проводникъ, проходя путь $d\lambda$ въ теченіе времени $d\tau$, пересѣкаетъ число силовыхъ линій $d\Phi'$, вслѣдствіе чего (§ 854) въ замкнутой цѣпи возникаетъ электровозбудительная сила индукціи

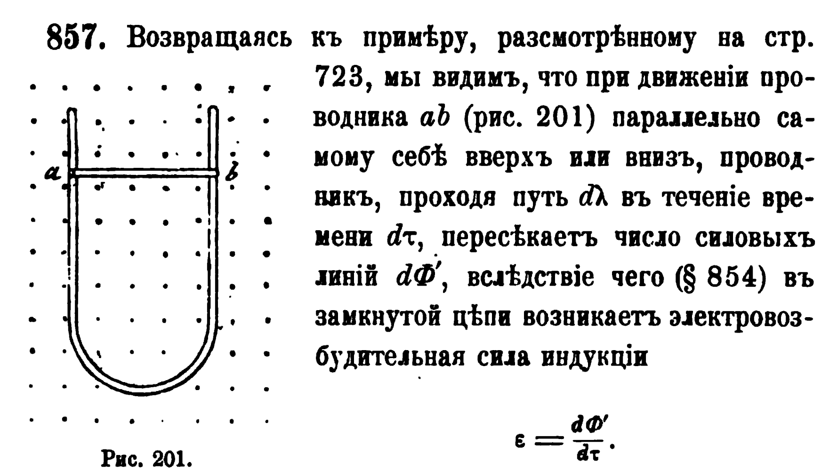


Рис. 201.

$$\varepsilon = \frac{d\Phi'}{d\tau}.$$

Такъ какъ $d\Phi'$ есть та величина, на которую увеличивается или уменьшается общее количество Φ_1 силовыхъ линій, пронизывающихъ ограниченную проводниками площадь, то очевидно, что *электровозбудительная сила индукціи* ε, *дѣйствующая въ проводникѣ за время* $d\tau$, *пропорціональна той величинѣ, на которую за это время измѣняется общее число силовыхъ линій, пронизывающихъ окруженную проводникомъ площадь.* Это правило приложимо ко всевозможнымъ случаямъ.

858. Итакъ, мы видѣли, что электровозбудительная сила индукціи возникаетъ въ проводникѣ въ моментъ пересѣченія его магнитными линіями силъ, причемъ, очевидно, совершенно безразлично, происходитъ ли послѣднее явленіе *вслѣдствіе движенія самого проводника въ магнитномъ полѣ или же вслѣдствіе движенія магнитнаго поля при неподвижномъ проводникѣ.* Такимъ образомъ, результатъ получится одинъ и тотъ же какъ при движеніи проводника передъ полюсомъ неподвижнаго магнита, такъ и при движеніи магнита передъ неподвижнымъ проводникомъ.

Далѣе, проводникъ пересѣкается магнитными линіями силъ и въ томъ случаѣ, если происходитъ лишь измѣненіе въ напряженіи (густотѣ линій силъ) того поля, въ коемъ проводникъ находится, хотя собственно перемѣщенія поля при этомъ не происходитъ; такъ напр., если индуктируемый проводникъ находится вблизи другаго проводника, въ коемъ токъ то ослабляется, то усиливается, rspct. совершенно прерывается или внезапно замыкается, то въ первомъ проводникѣ возникаетъ электровозбудительная сила индукціи, rspct. *индукціонный токъ*, соотвѣтственно каждому измѣненію силы *индуктирующаго тока*, такъ какъ при каждомъ такомъ измѣненіи происходятъ колебанія въ напряженіи магнитнаго поля, окружающаго индуктирующій проводникъ и захватывающаго индуктируемый. То же самое явленіе имѣетъ мѣсто и въ томъ случаѣ, если вблизи индуктируемаго проводника возбуждается или прекращается, усиливается или ослабляется намагниченіе сердечника электромагнита. Наконецъ, очевидно, что при всякомъ измѣненіи силы тока должна возникать электровозбудительная сила индукціи *въ томъ самомъ проводникѣ, въ которомъ токъ этотъ проходитъ,* такъ какъ при измѣненіи силы тока измѣняется напряженіе окружающаго проводникъ магнитнаго поля тока. Послѣдній видъ индукціи, по особенности происхожденія своего, называется *самоиндукціей въ проводникѣ*, тогда какъ вышеописанные виды составляютъ *индукцію электромагнитную* и *электродинамическую*, причемъ подъ первою понимаютъ индукцію, вызываемую въ проводникѣ магнитнымъ полемъ магнита или электромагнита, подъ второю же — индукцію, вызываемую въ проводникѣ магнитнымъ полемъ тока, циркулирующаго въ проводникѣ близь лежащемъ.

859. Величина электровозбудительной силы индукціи, возникающей въ проводникѣ въ данный моментъ при данныхъ условіяхъ, не зависитъ отъ того, замкнутъ ли или разомкнутъ проводникъ. Точно также не вліяютъ на величину электровозбудительной силы индукціи размѣры площади поперечнаго сѣченія, температура и вещество проводника, если только послѣднее не

представляется сильно магнитнымъ. Напротивъ, какъ мы увидимъ въ своемъ мѣстѣ, на величину электровозбудительной силы индукціи вліяютъ длина проводника и форма, приданная ему. Что же касается вліянія значительной степени магнитности вещества проводника на электровозбудительную силу индукціи въ немъ, то вліяніе это объясняется тѣмъ, что сильно магнитныя тѣла (желѣзо, сталь и т. п.), будучи помѣщены въ индуктирующее магнитное поле, въ значительной степени измѣняютъ расположеніе и густоту линій силъ послѣдняго, слѣдовательно измѣняютъ первоначальныя условія возникновенія индукціи.

860. Если подвергнутый индукціи проводникъ не замкнутъ, то въ то время, пока въ немъ существуетъ электровозбудительная сила индукціи, послѣдняя разлагаетъ нейтральное его электричество и направляетъ электричества противоположныхъ знаковъ въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ къ оконечностямъ проводника, чѣмъ обусловливается разность потенціаловъ послѣднихъ, равная въ данный моментъ дѣйствующей электровозбудительной силѣ индукціи. Само собою разумѣется, что (+) электричествомъ будетъ заряженъ тотъ конецъ проводника, въ сторону котораго направлена въ данный моментъ электровозбудительная сила индукціи. Вмѣстѣ съ уменьшеніемъ или исчезновеніемъ электровозбудительной силы индукціи уменьшается или исчезаетъ и разность потенціаловъ оконечностей проводника, вслѣдствіе частичной или полной нейтрализаціи (+) и (—) электричествъ въ массѣ его.

861. Если проводникъ замкнутъ, то электровозбудительная сила индукціи во все время существованія своего поддерживаетъ въ немъ индукціонный токъ, сила коего зависитъ отъ абсолютной величины электровозбудительной силы индукціи, отъ сопротивленія и самоиндукціи цѣпи, о чемъ подробно будетъ говорено ниже.

862. По сравненію съ практическою единицею измѣренія электровозбудительной силы, *абсолютная электромагнитная еди-*

ница, которою мы измѣряли въ этой главѣ электровозбудительную силу индукціи, представляетъ величину крайне малую:

1 вольтъ $= 10^8$ *абсолютнымъ единицамъ*[1]) *электровозбудительной силы.*

863. Если подвергнутый индукціи проводникъ замкнутъ, то сила индукціоннаго тока въ немъ, согласно закону Ома, равна *въ данный моментъ*

$$i = \frac{\varepsilon}{W}$$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,

гдѣ W — *сопротивленіе* всей цѣпи *въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ*, а ε активная электровозбудительная сила, выраженная въ единицахъ того же измѣренія. Если сопротивленіе W дано въ *омахъ*, то для перечисленія его въ абсолютную мѣру надо принять въ соображеніе, что *абсолютною электромагнитною единицею сопротивленія долженъ обладать тотъ проводникъ, въ коемъ абсолютная электромагнитная единица электровозбудительной силы въ состояніи поддерживать токъ, равный абсолютной электромагнитной единицѣ;* а такъ какъ (§ 862) 1 вольтъ $= 10^8$ абс. электром. ед. электровозбудительной силы, и (§ 762)

1 амперъ $= 10^{-1}$ абс. электром. единицы силы тока,

то изъ формулы Ома

$$W = \frac{\varepsilon}{I}$$

находимъ, что

1 *омъ* $= \frac{10^8}{10^{-1}} = 10^9$ *абсол. электром. единицамъ сопротивлен.*[2]).

---

[1]) = 100 милліонамъ.
[2]) = 1000 милліонамъ названныхъ единицъ.

Итакъ, если ε дана въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ, а W въ омахъ, то

$i = \frac{\varepsilon}{W.10^9}$ абсолютн. электромагнитнымъ единицамъ силы тока,

и при тѣхъ же данныхъ

$$i = \frac{\varepsilon.10^{-8}}{W} = \frac{\varepsilon}{W.10^8} \text{ амперамъ.}$$

Ниже мы увидимъ, что формула

$$i = \frac{\varepsilon}{W}$$

въ разсматриваемыхъ случаяхъ не имѣетъ практическаго значенія, такъ какъ въ ней не принято во вниманіе дѣйствіе самоиндукціи цѣпи на силу тока.

XLVIII. Свойства синусовидной электровозбудительной силы индукціи и дѣйствіе ея въ цѣпи, не представляющей самоиндукціи.

864. Изъ различныхъ случаевъ индукціи въ проводникахъ практическій интересъ представляетъ изученіе электровозбудительной силы, возникающей въ замкнутомъ кольцеобразномъ проводникѣ, движущемся въ магнитномъ полѣ или вообще такъ или иначе пересѣкаемомъ силовыми линіями поля. При этомъ наибольшее значеніе представляетъ разсмотрѣніе электровозбудительной силы индукціи въ кольцѣ, вращающемся въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ вокругъ одного изъ діаметровъ своихъ.

Представимъ себѣ, что кольцеобразный замкнутый проводникъ (рис. 202) вращается вокругъ оси AB, расположенной въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ равномѣрнаго магнитнаго поля. Пусть при началѣ движенія и плоскость кольца расположена нормально къ линіямъ силъ, совпадая съ плоскостью ри-

сунка, на которомъ сѣченія линій силъ означены точками. Возьмемъ на окружности проводника нѣкоторый элементъ его *dl* (обозначенный на рисункѣ утолщеніемъ), находящійся на правой оконечности діаметра *CD* кольца, перпендикулярнаго къ оси вращенія *AB*, и разсмотримъ электровозбудительную силу индукціи, развивающуюся въ этомъ элементѣ при вращеніи кольца. Пусть кольцо вращается въ направленіи движенія часовой стрѣлки, слѣдовательно при началѣ движенія правая его половина поднимается, а лѣвая опускается по ту сторону плоскости рисунка. Такъ какъ элементъ *dl* при движеніи своемъ описываетъ окруж-

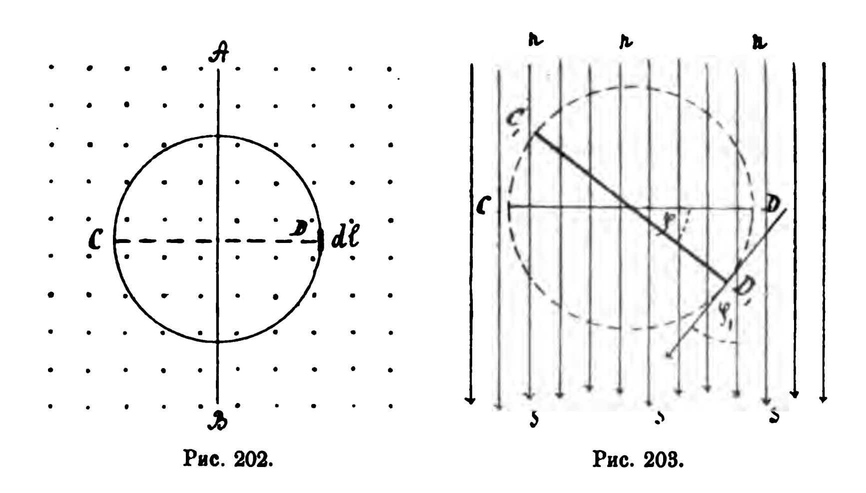


Рис. 202. Рис. 203.

ность, то направленіе движенія элемента характеризуется въ каждый моментъ касательною къ той точкѣ окружности, въ которой элементъ находится. На рис. 203 пунктиромъ обозначена окружность, по которой движется элементъ, находящійся въ данный моментъ въ точкѣ *D*, толстою же линіей C_1D_1 — діаметръ вращающагося кольца (ср. рис. 202). Если въ началѣ движенія кольцо занимаетъ положеніе *CD*, нормальное къ линіямъ силъ *ns*, *ns*... магнитнаго поля, то при дальнѣйшемъ вращеніи въ направленіи часовой стрѣлки плоскость кольца съ исходнымъ своимъ положеніемъ образуетъ возрастающій уголъ φ. При этомъ, какъ видно изъ рисунка, касательная, опредѣляющая на-

правленіе движенія находящагося въ точкѣ D элемента, образуетъ съ линіями силъ поля уголъ $\varphi_1 = \varphi$. Такимъ образомъ мы видимъ, что при вращеніи кольца элементъ dl пересѣкаетъ линіи силъ подъ угломъ φ, возрастающимъ отъ 0 до 360°; слѣдовательно за время полнаго оборота кольца элементъ dl два раза движется въ плоскостяхъ перпендикулярныхъ къ линіямъ силъ (когда уголъ $\varphi = 90°$ и 270°) и два раза въ плоскостяхъ параллельныхъ линіямъ силъ (когда уголъ $\varphi = 0$, rspct. 360°, и 180°). Поэтому, согласно сказанному въ § 852, возникающая въ элементѣ dl электровозбудительная сила индукціи

$$\varepsilon = 0, \text{ когда } \varphi = 0 \text{ (rspct. } 360°) \text{ и } 180°$$
$$\varepsilon = \text{maximum, когда } \varphi = 90° \text{ и } 270°.$$

Разсматривая значеніе, пріобрѣтаемое извѣстнымъ намъ выраженіемъ

$$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v.\sin\varphi$$

при углахъ $\varphi = 0$, 90°, 180°, 270° и 360°, мы находимъ, что

при $\varphi = 0$	$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v.\sin 0 = 0$
» $\varphi = 90°$	$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v.\sin 90° = \mathfrak{H}.dl.v$
» $\varphi = 180°$	$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v.\sin 180° = 0$
» $\varphi = 270°$	$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v.\sin 270° = -\mathfrak{H}.dl.v$
» $\varphi = 360°$	$\varepsilon = \mathfrak{H}.dl.v.\sin 360° = 0$

слѣдовательно за весь періодъ вращенія кольца отъ 180° до 360° величина, опредѣляющая электровозбудительную силу индукціи, имѣетъ отрицательный знакъ, такъ какъ синусъ угла, заключающагося въ предѣлахъ 180°—360°, есть величина отрицательная. Отрицательное значеніе величины $\mathfrak{H}.dl.v\sin\varphi$ указываетъ, очевидно, на то, что въ теченіе второй половины вращенія кольца электровозбудительная сила въ элементѣ dl дѣйствуетъ въ направленіи обратномъ тому, которое она имѣла при движеніи кольца отъ 0 до 180°. Разсматривая отношеніе направленія движенія

элемента dl къ силовымъ линіямъ окружающаго магнитнаго поля за время полнаго оборота кольца, мы находимъ причину, вслѣдствіе которой электровозбудительная сила индукціи ε измѣняетъ направленіе дѣйствія своего въ теченіе второй половины вращенія кольца: въ то время, когда плоскость кольца совпадаетъ съ плоскостью, расположенной нормально къ силовымъ линіямъ, электровозбудительная сила индукціи во всѣхъ элементахъ кольца равна нулю, а потому сказанное положеніе кольца относительно силовыхъ линій магнитнаго поля можно назвать *безразличнымъ*. При дальнѣйшемъ вращеніи кольца, одна половина его движется слѣва на право отъ наблюдателя, стоящаго передъ кольцомъ вдоль оси вращенія его и разсматривающаго плоскость кольца въ направленіи линій силъ, другая же половина кольца движется въ то же время справа на лѣво отъ наблюдателя. Слѣдовательно (§ 847), въ элементахъ той части кольца, которая движется слѣва на право, электровозбудительная сила дѣйствуетъ въ направленіи отъ ногъ къ головѣ наблюдателя, въ элементахъ же противоположной части кольца — отъ головы къ ногамъ. Такимъ образомъ въ обѣихъ половинахъ кольца электровозбудительная сила дѣйствуетъ въ одномъ и томъ же направленіи. Направленіе это сохранится, очевидно, до тѣхъ поръ, пока кольцо не повернется на 180° (т. е. не достигнетъ вновь безразличнаго положенія), начиная же съ этого момента, та половина кольца, которая ранѣе изъ безразличнаго положенія двигалась слѣва на право отъ наблюдателя, будетъ двигаться справа на лѣво отъ него, а потому электровозбудительная сила индукціи въ этой половинѣ будетъ имѣть направленіе обратное первоначальному; то же относится и къ другой половинѣ кольца[1]).

[1]) Разсматривая число линій силъ, пронизывающихъ плоскость кольца при вращеніи его отъ 0 до 360°, мы видимъ, что число это, равное максимуму въ моментъ безразличнаго положенія кольца, уменьшается до нуля при вращеніи кольца на уголъ $\varphi = 90°$, затѣмъ увеличивается до максимума при вращеніи на уголъ $\varphi = 180°$, вновь уменьшается до 0 при $\varphi = 270°$ и затѣмъ опять увеличивается до максимума при $\varphi = 360°$. На основаніи сказаннаго въ § 855 можно вывести слѣдующее практическое правило: если мы помѣстимся *въ на-*

865. Ознакомившись съ направленіемъ, переходимъ къ количественному опредѣленію электровозбудительной силы индукціи, возникающей въ круговомъ проводникѣ, вращающемся въ магнитномъ полѣ. Мы знаемъ (§ 852), что въ случаѣ, если элементъ dl проводника движется въ плоскости, пересѣкающей силовыя линіи подъ угломъ φ, причемъ съ направленіемъ движенія своего элементъ образуетъ уголъ α, то электровозбудительная

правленіи силовыхъ линій передъ кольцомъ, вращающимся въ направленіи часовой стрѣлки, то мы увидимъ, что во все время, пока число линій силъ, пронизывающихъ плоскость кольца, уменьшается, электровозбудительная сила индукціи въ кольцѣ дѣйствуетъ по отношенію къ наблюдателю въ направленіи движенія часовой стрѣлки, во все же время пока число силовыхъ линій увеличивается, электровозбудительная сила въ кольцѣ дѣйствуетъ по отношенію къ наблюдателю противъ движенія часовой стрѣлки. Такимъ образомъ наблюдателю на первый взглядъ можетъ показаться, что въ теченіе полнаго оборота кольца, дѣйствующая въ немъ электровозбудительная сила четыре раза измѣняетъ свое направленіе; — но должно принять въ соображеніе, что, наблюдая кольцо все время въ одномъ направленіи, мы, по мѣрѣ вращенія его, видимъ то ту, то другую его сторону, вслѣдствіе чего электровозбудительная сила, дѣйствующая въ кольцѣ въ одномъ и томъ же направленіи во все время вращенія его на $^1/_2$ оборота изъ безразличнаго его положенія, представляется намъ какъ бы измѣнившею свое направленіе уже послѣ первой $^1/_4$ оборота, ибо во второй $^1/_4$ кольцо поворачивается къ намъ противоположною плоскостью. Чтобы усвоить себѣ сказанное, раздѣлимъ полный періодъ вращенія кольца на 4 равныя части: въ первой четверти періода вращенія число силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь кольца, уменьшается и направленіе электровозбудительной силы, дѣйствующей въ кольцѣ, совпадаетъ съ направленіемъ движенія часовой стрѣлки. Въ теченіе второй четверти періода число силовыхъ линій увеличивается, кольцо поворачивается къ намъ противоположною стороной, благодаря чему направленіе электровозбудительной силы, не измѣнившееся по отношенію къ проводнику (кольцу), измѣняется по отношенію къ наблюдателю, такъ какъ для него теперь оно обратно движенію часовой стрѣлки. Съ началомъ третьей четверти періода происходитъ дѣйствительная перемѣна въ направленіи электровозбудительной силы, совпадающая съ уменьшеніемъ числа силовыхъ линій пронизывающихъ плоскость кольца, и наблюдатель констатируетъ электровозбудительную силу, дѣйствующую въ направленіи часовой стрѣлки. Начиная съ четвертой четверти періода число силовыхъ линій, пересѣкаемыхъ кольцомъ, увеличивается, кольцо поворачивается къ наблюдателю другою стороной, благодаря чему направленіе электровозбудительной силы, не измѣняющееся по отношенію къ проводнику въ теченіе третьей и четвертой четвертей періода вращенія, по отношенію къ наблюдателю измѣняется: послѣдній констатируетъ теперь электровозбудительную силу, дѣйствующую въ направленіи обратномъ движенію часовой стрѣлки.

сила индукціи, возникающая въ элементѣ за безконечно малое время $d\tau$ равна

$$\varepsilon = \mathfrak{H} . dl . \sin\alpha \sin\varphi . \frac{d\lambda}{d\tau}$$

гдѣ $d\lambda$ — путь, пройденный элементомъ за время $d\tau$. Въ вышеописанномъ случаѣ вращенія круговаго проводника въ магнитномъ полѣ приведенная формула примѣнима для вычисленія величинъ ε для каждаго элемента вращающагося кольца, коль скоро мы знаемъ величины α и φ, характеризующія положенія данныхъ элементовъ въ магнитномъ полѣ. Такъ какъ, далѣе, намъ извѣстно, что всѣ электровозбудительныя силы, возникающія въ отдѣльныхъ элементахъ, дѣйствуютъ въ каждый моментъ въ одномъ и томъ же направленіи во всемъ круговомъ проводникѣ, то очевидно, что сумма электровозбудительныхъ силъ, существующихъ въ проводникѣ за нѣкоторое время $d\tau$, равна

$$\varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' \ldots = E_0$$

каковая величина носитъ названіе *электровозбудительной силы дифференціальнаго тока*. Абсолютная величина этой электровозбудительной силы измѣняется въ каждый послѣдующій безконечно-малый промежутокъ времени, соотвѣтственно измѣненію положенія кольца, вращающагося въ магнитномъ полѣ; вслѣдствіе этого и индукціонный токъ въ замкнутой цѣпи измѣняется въ силѣ пропорціонально измѣненіямъ величины E_0. Предполагая, что въ цѣпи не возбуждается самоиндукціи, мы находимъ, что существующая въ данный моментъ сила тока опредѣляется соотношеніемъ дѣйствующей въ этотъ моментъ электровозбудительной силы E_0 и сопротивленія цѣпи W, т. е. сила тока

$$I_0 = \frac{E_0}{W}$$

каковая величина носитъ названіе *дифференціальнаго тока*.

866. Мы знаемъ, что при положеніи плоскости кольца нормально къ линіямъ силъ, плоскость эту, равную F квадратнымъ сантиметрамъ, пронизываютъ

$$\Phi = F\mathfrak{H} \text{ абсолютныхъ силовыхъ линій,}$$

гдѣ $\mathfrak{H}$ напряженіе того равномѣрнаго магнитнаго поля, въ коемъ кольцо находится. При поворотѣ кольца на уголъ φ къ первоначальному (*«безразличному»* — см. § 864) его положенію, чрезъ плоскость кольца проходятъ очевидно

$$\Phi_1 = F\mathfrak{H} \cos\varphi \text{ силовыхъ линій.}$$

Въ самомъ дѣлѣ, если линія AB (рис. 204), нормальная къ линіямъ силъ ns магнитнаго поля, пересѣкается Φ силовыми линіями, то, при поворотѣ линіи AB около центра O на уголъ φ (въ положеніе $A'B'$), она будетъ пересѣкаема тѣмъ количествомъ Φ_1 силовыхъ линій, которое пересѣкаетъ проекцію линіи $A'B'$ на линію AB, т. е. часть CD, причемъ, какъ видно изъ чертежа

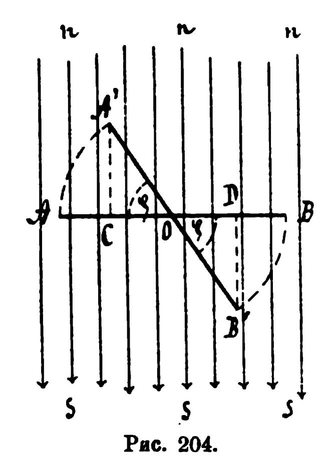


Рис. 204.

$$\overline{CD} = \overline{AB} \cos\varphi$$

Отсюда ясно, что и при вращеніи плоскости кольца F на уголъ φ съ первоначальнымъ положеніемъ ея нормально къ линіямъ силъ, число силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь, будетъ измѣняться пропорціонально косинусу угла вращенія.

Итакъ, въ тотъ моментъ, когда площадь вращающагося кольца съ безразличнымъ положеніемъ своимъ въ магнитномъ полѣ образуетъ уголъ φ, плоскость пронизывается

$$\Phi_1 = F\mathfrak{H} \cos\varphi \text{ силовыми линіями.}$$

Если теперь при продолжающемся вращеніи кольца уголъ φ въ теченіе безконечно малаго времени увеличится на величину $d\varphi$, то число силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь кольца, уменьшится до величины

$$\Phi_2 = F\mathfrak{H}\cos(\varphi + d\varphi)$$

Разность

$$\Phi_1 - \Phi_2 = d\Phi$$

представляетъ собою, очевидно, то число силовыхъ линій, которое кольцо пересѣкло при вращеніи на уголъ $d\varphi$:

$$d\Phi = F\mathfrak{H}[\cos\varphi - \cos(\varphi + d\varphi)]$$

или [1])

$$d\Phi = F\mathfrak{H}\sin\varphi . d\varphi$$

---

[1]) Такъ какъ

$$\cos(\varphi + d\varphi) = \cos\varphi . \cos d\varphi - \sin\varphi . \sin d\varphi$$

то

$$\cos\varphi - \cos(\varphi + d\varphi) = \cos\varphi - (\cos\varphi . \cos d\varphi - \sin\varphi \sin d\varphi)$$
$$= \cos\varphi - \cos\varphi \cos d\varphi + \sin\varphi . \sin d\varphi$$
$$= \cos\varphi(1 - \cos d\varphi) + \sin\varphi . \sin d\varphi$$

А такъ какъ $\cos 0° = 1$, то и косинусъ безконечно малаго угла $d\varphi$ можно принять равнымъ единицѣ; итакъ

$$\cos d\varphi = 1$$

и тогда

$$\cos\varphi - \cos(\varphi + d\varphi) = \sin\varphi . \sin d\varphi.$$

Но, далѣе, можно принять, что

$$\sin d\varphi = d\varphi$$

т. е. что синусъ малаго угла равенъ дугѣ, соотвѣтствующей этому углу и выраженной въ градусахъ окружности. Въ самомъ дѣлѣ, окружность круга, соотвѣтствующая 360°, $= 2\pi r$, или, принимая $r = 1$, окружность круга $= 2\pi$, откуда мы видимъ, что, напр., длина дуги, соотвѣтствующей

$$10' = \frac{2\pi . 10}{360 . 60} = 0{,}00290888$$

а такъ какъ изъ тригонометріи намъ извѣстно, что синусъ угла φ опредѣляется двумя предѣлами:

$$\sin\varphi < \text{дуги } \varphi$$

А такъ какъ мы знаемъ, что абсолютная величина индуктированной въ проводникѣ электровозбудительной силы опредѣляется отношеніемъ числа линій силъ, пересѣченныхъ проводникомъ, къ употребленному на то времени, то электровозбудительная сила дифференціальнаго тока, дѣйствующая въ кольцѣ за время $d\tau$ равна

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = E_0$$

гдѣ, какъ мы только что видѣли,

$$d\Phi = F\mathfrak{H} \sin\varphi \,.\, d\varphi$$

а потому

$$E_0 = F\mathfrak{H} \sin\varphi \,.\, \frac{d\varphi}{d\tau}$$

Но отношеніе

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \omega$$

т. е. отношеніе приращенія угла $d\varphi$ къ употребленному на это времени $d\tau$ есть ничто иное, какъ угловая скорость (ω) вращенія кольца (§ 708), а потому, *въ случаѣ равномѣрнаго вращенія кольцеобразнаго проводника въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ вокругъ оси, расположенной въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ поля, электровозбудительная сила дифференціальнаго тока,*

и

$$\sin\varphi > \varphi - \varphi^3$$

то

$$\sin 10' < 0{,}00290888$$
$$\sin 10' > 0{,}00290888 - 0{,}00290888^3$$

а такъ какъ $0{,}00290888^3 = 0{,}00\ 000\ 002\ 4$, то можно принять, что

$$\sin 10' = 10' \text{ окружности} = 0{,}00\ 290\ 888$$

ибо ошибка при этомъ будетъ менѣе трехъ стомилліонныхъ долей. Тѣмъ болѣе безконечно малая величина

$$\sin d\varphi = d\varphi.$$

Отсюда

$$\cos\varphi - \cos(\varphi + d\varphi) = \sin\varphi \,.\, \sin d\varphi$$
$$= \sin\varphi \,.\, d\varphi$$

возбужденная въ проводникѣ въ тотъ моментъ, когда плоскость его съ силовыми линіями образуетъ уголъ φ, *равна*

$E_0 = F\mathfrak{H}\omega . \sin\varphi$ *абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,*

гдѣ ω — абсолютная величина угловой скорости равномѣрнаго вращенія.

Очевидно, что *при данныхъ значеніяхъ* F *и* $\mathfrak{H}$, *величина* E_0 *максимума своего достигаетъ при поворотѣ кольца на уголъ* $\varphi = 90^\circ$ *съ безразличнымъ положеніемъ его въ магнитномъ полѣ, т. е.* $E_0 =$ *максимуму тогда, когда кольцо пересѣкаетъ линіи силъ подъ прямымъ угломъ* (плоскость кольца параллельна линіямъ силъ). Въ этотъ моментъ

$$E_0 = E_{0(max)} = F\mathfrak{H}\omega$$

Замѣнивъ въ формулѣ

$$E_0 = F\mathfrak{H}\omega . \sin\varphi$$

$F\mathfrak{H}\omega$ чрезъ $E_{0(max)}$, получаемъ

$$E_0 = E_{0(max)} . \sin\varphi$$

867. Вмѣсто угловой скорости ω удобнѣе ввести въ вычисленія число оборотовъ, совершаемыхъ вращающимся кольцомъ въ единицу времени. Для этого разсуждаемъ слѣдующимъ образомъ: нѣкоторая точка на окружности кольца описываетъ при полномъ оборотѣ послѣдняго путь $= 2\pi r$ или $= 2\pi$, если приравнять r нѣкоторой единицѣ длины. Если кольцо совершаетъ 1 оборотъ въ τ секундъ, то скорость вращенія его

$$v = \frac{2\pi}{\tau}$$

каковая величина и есть угловая скорость вращенія.

Въ самомъ дѣлѣ, всякій уголъ вращенія измѣряется отношеніемъ описанной дуги къ соотвѣтствующему дугѣ радіусу. При этомъ, за единицу угла вращенія *въ абсолютной мѣрѣ* принятъ тотъ уголъ, длина дуги котораго равна радіусу. Такой уголъ $= 57°17'44,8''$, а потому, раздѣливъ $360°$ окружности на число градусовъ, заключающихся въ абсолютной единицѣ угла, получимъ

$$\frac{360°}{57°\,17'\,44,8''} = \frac{360°}{57,29577°}$$

$$= 6,28318 = 2\pi$$

т. е. *окружность* $= 2\pi$ *абсолютнымъ единицамъ* угла.

Отсюда

$$v = \frac{2\pi}{\tau} = \omega$$

т. е. *угловой скорости* (ω), *выраженной въ абсолютныхъ единицахъ*[1]).

Очевидно, что тѣло, совершающее около нѣкоторой оси одинъ оборотъ въ секунду, обладаетъ угловою скоростью

$$\omega = \frac{2\pi}{1} = 6,28318 \text{ абсолютной единицы,}$$

тѣло же, совершающее n оборотовъ въ секунду, обладаетъ угловою скоростью въ n разъ большею; т. е. *при n оборотахъ въ секунду угловая скорость*

$$\omega = 2\pi n \text{ *абсолютнымъ единицамъ.*}$$

---

[1]) Такимъ образомъ, угловая скорость въ абсолютной мѣрѣ

$$= \frac{\textit{углу въ абсолютной мѣрѣ}}{\textit{время въ секундахъ}}$$

въ *не*абсолютной же мѣрѣ угловая скорость

$$= \frac{\textit{углу въ градусахъ}}{\textit{время въ секундахъ или минутахъ}}$$

(сравн. § 708).

Подставивъ найденное для ω выраженіе въ формулу

$$E_0 = F\mathfrak{H}\omega \,.\, \sin\varphi$$

находимъ, что *при n оборотахъ въ секунду въ кольцѣ индуктируется электровозбудительная сила дифференціальнаго тока*

$E_0 = 2\,\pi n F\mathfrak{H} \,.\, \sin\varphi$ *абсолютн. электромагнитнымъ единицамъ.*

Такъ какъ при n оборотахъ въ секунду, продолжительность одного оборота

$$\tau = \frac{1}{n} \text{ секунды,}$$

то въ предыдущемъ выраженіи

$$n = \frac{1}{\tau}$$

а потому, *при продолжительности одного оборота, равной τ секундамъ, въ кольцѣ индуктируется электровозбудительная сила дифференціальнаго тока*

$E_0 = \frac{2\pi}{\tau} F\mathfrak{H} \,.\, \sin\varphi$ *абсолютн. электромагнитнымъ единицамъ.*

При этомъ электровозбудительная сила индукціи достигаетъ, очевидно, наибольшаго значенія тогда, когда $\sin\varphi = 1$, т. е. когда кольцо повернется изъ безразличнаго своего положенія на уголъ $\varphi = 90^\circ$. Въ этотъ моментъ мы имѣемъ

$$E_{0(max)} = 2\,\pi n F\mathfrak{H}$$

или

$$E_{0(max)} = \frac{2\pi}{\tau} F\mathfrak{H}$$

Итакъ, *максимальная электровозбудительная сила дифференціальнаго тока, возникающая въ кольцеобразномъ проводникѣ, вращающемся въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ, возрастаетъ*

прямо пропорціонально числу оборотовъ, совершаемыхъ кольцомъ въ единицу времени (обратно пропорціонально продолжительности одного оборота), прямо пропорціонально площади кольца и напряженію поля.

Не лишнимъ считаемъ замѣтить, что во всѣхъ приведенныхъ выше формулахъ величина F представляетъ собою или круговую площадь съ радіусомъ r, ограниченную однимъ оборотомъ проволоки (тогда $F = \pi r^2$), или же — сумму площадей оборотовъ (см. § 813), если кольцеобразный проводникъ состоитъ не изъ одного, а изъ многихъ оборотовъ одной и той же проволоки.

Примѣръ. Катушка, площадь оборотовъ коей $F = 3401$ квадратнымъ сантиметрамъ, дѣлаетъ 20 оборотовъ въ секунду въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ, напряженіе коего $\mathfrak{H} = 0{,}351$ абсолютной единицы; какова наибольшая электровозбудительная сила дифференціальнаго тока, если ось вращенія катушки лежитъ въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ магнитнаго поля?

$$E_{0(\max)} = 2 . 3{,}1416 . 20 . 3401 . 0{,}351 =$$
$$= 150011 \text{ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,}$$
$$= 150011 . 10^{-8} = 0{,}0015 \text{ вольта.}$$

868. Въ выраженіи

$$E_0 = E_{0(\max)} . \sin\varphi$$

мы можемъ уголъ φ *измѣрить или въ градусахъ или въ абсолютныхъ единицахъ.* Такъ какъ окружность $= 2\pi$ абсолютнымъ единицамъ угла, то

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360}$$

или

$$1^\circ = 2\pi \frac{1}{360} \text{ абсолютнымъ единицамъ угла;}$$

отсюда

$$\varphi^0 = 2\pi \frac{\varphi^0}{360}$$

или

$$\varphi^0 = 2\pi\varphi \text{ абсолютнымъ единицамъ угла,}$$

гдѣ φ есть уже измѣреніе угла не въ градусахъ, а въ частяхъ окружности [1]).

Если продолжительность одного полнаго оборота кольца (*полнаго періода индукціи*), равна τ секундамъ, слѣдовательно каждый элементъ, расположенный по окружности кольца, описываетъ въ τ секундъ полную окружность, т. е. дугу, соотвѣтствующую углу, равному 2π абсолютнымъ единицамъ измѣренія угла, то за время τ' данный элементъ опишетъ дугу, соотвѣтствующую углу φ во столько разъ меньшему (или большему) 2π, во сколько разъ τ' меньше (или больше) τ:

$$\varphi : 2\pi = \tau' : \tau$$

---

[1]) Такимъ образомъ, для того, чтобы величину угла, измѣреннаго въ градусахъ, выразить въ абсолютныхъ единицахъ измѣренія угла, должно данный уголъ раздѣлить на 360 и умножить на 2π (= 6,28318). Или, такъ какъ

$$2\pi \frac{\varphi^0}{360} = 2\pi \frac{1}{360} \cdot \varphi^0 = 0{,}0174533\,\varphi^0$$

то, *для того, чтобы величину угла, измѣреннаго въ градусахъ, выразить въ абсолютныхъ единицахъ измѣренія, должно число градусовъ умножить на 0,0174533.* Наоборотъ, если уголъ измѣренъ въ абсолютныхъ единицахъ, то, раздѣливъ данное число, опредѣляющее уголъ, на 0,0174533 (или умноживъ его на 57,29575), получаемъ измѣреніе угла въ цѣлыхъ и дробныхъ частяхъ градуса.

Примѣры: 1) Выразить уголъ $= 30^\circ\,7'\,48''$ въ абсолютныхъ единицахъ измѣренія угла

$$30^\circ\,7'\,48'' = 30{,}13^\circ$$

$$30{,}13^\circ = 2\pi\varphi = 2\pi . \frac{30{,}13}{360}$$

$$= 2\pi . 0{,}083694 = 0{,}5259 \text{ абсолютной единицы,}$$

или

$$30{,}13^\circ = 30{,}13 . 0{,}0174533 = 0{,}5259 \text{ абсолютной единицы.}$$

2) Уголъ φ, измѣренный въ абсолютныхъ единицахъ, $= 1{,}245$; каково измѣреніе этого угла въ градусахъ?

$$\varphi^0 = \frac{1{,}245}{0{,}0174533} = 71{,}333^\circ$$

или

$$\varphi^0 = 1{,}245 . 57{,}29575 = 71^\circ\,19'\,58{,}8''.$$

Вычисленія облегчаются вспомогательными таблицами для перевода десятичныхъ дробей градуса въ минуты и секунды, и обратно (см. Bremiker, fünfstellige Logarithmen, pag. 120. Berlin, 1892).

откуда

$$\varphi = 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$$ *абсолютнымъ единицамъ измѣренія угла.*

Такимъ образомъ, кольцо за время τ'— считая съ момента когда плоскость кольца находится въ положеніи нормальномъ къ линіямъ силъ магнитнаго поля — поворачивается на уголъ $\varphi = 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$ абсолютнымъ единицамъ.

Примѣръ: Если $\tau = 0{,}2$, а $\tau' = 0{,}009$ секунды, то

$$2\pi \frac{\tau'}{\tau} = 2\pi \frac{0{,}009}{0{,}2}$$

$= 2\pi . 0{,}045 = 0{,}02827431$ абсолютной единицы измѣренія угла.

Отсюда

за время $\tau' = \frac{\tau}{4}$, уголъ вращенія $= \frac{\pi}{2}$ абсолютн. единицамъ,

» » $\tau' = \frac{\tau}{2}$, » » $= \pi$ » »

» » $\tau' = \frac{3\tau}{4}$, » » $= \frac{3\pi}{2}$ » »

» » $\tau' = \tau$, » » $= 2\pi$ » »

А такъ какъ 2π абсолютныхъ единицъ равны 360° окружности, то

$$\sin 2\pi . 0{,}25 = \sin 90° = 1$$
$$\sin 2\pi . 0{,}5 = \sin 180° = 0$$
$$\sin 2\pi . 0{,}75 = \sin 270° = -1$$
$$\sin 2\pi . 1 = \sin 360° = 0$$

и вообще

$\sin \varphi^0 = \sin 2\pi\varphi$ абсолютнымъ единицамъ измѣренія угла.

Вычисленіе угла вращенія въ абсолютной мѣрѣ и замѣна дробной части окружности (φ) отношеніемъ $\frac{\tau'}{\tau}$ представляетъ во многихъ случаяхъ значительныя преимущества предъ опредѣленіемъ угла вращенія въ градусахъ.

869. Итакъ, въ моменты, соотвѣтствующіе $1/2$ и концу (resp. началу) періода индукціи, электровозбудительная сила дифференціальнаго тока $= 0$; въ моменты же, соотвѣтствующіе $1/4$ и $3/4$ періода, электровозбудительная сила индукціи достигаетъ максимума. Въ моменты, соотвѣтствующіе вращеніямъ кольца на π и на 2π (resp. на 0) абсолютныхъ единицъ угла, происходятъ измѣненія направленія индуктированной электровозбудительной силы; отрицательный знакъ въ выраженіи $\sin\frac{3\pi}{2} = -1$ и указываетъ именно на то, что при вращеніи на уголъ, возрастающій отъ 0 до π единицъ, индуктированная въ кольцѣ электровозбудительная сила дѣйствуетъ въ направленіи противоположномъ той электровозбудительной силѣ, которая возникаетъ при вращеніи кольца отъ π до 2π единицъ угла. Замѣняя φ чрезъ $2\pi\frac{\tau'}{\tau}$, мы находимъ, что

$$E_0 = E_{0(max)} . \sin 2\pi\frac{\tau'}{\tau}$$

Раздѣливъ абсциссу AB (рис. 205), длина коей соотвѣт-

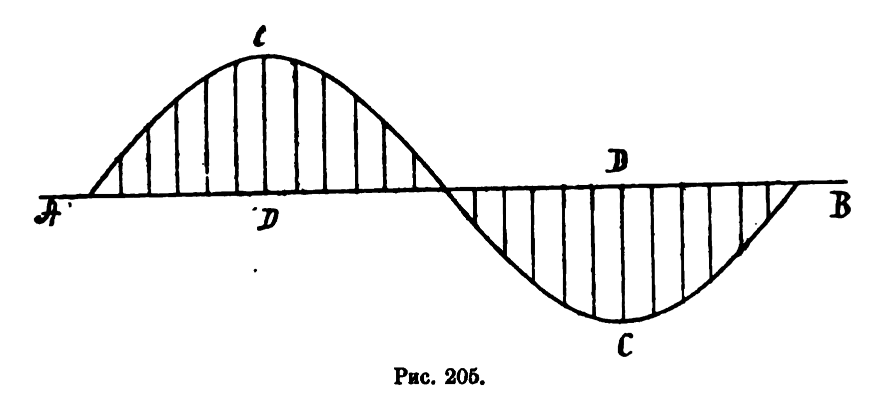


Рис. 205.

ствуетъ продолжительности τ одного полнаго оборота кольца (одного полнаго періода индукціи), на нѣкоторое число частей, напр. на 24 равныхъ части, и возстановивъ соотвѣтственно временамъ $\frac{\tau}{4}$ и $\frac{3\tau}{4}$ ординаты CD произвольной длины, соотвѣтствующія возбужденной въ эти моменты максимальной электровозбуди-

тельной силѣ дифференціальнаго тока, мы находимъ высоту x остальныхъ ординатъ по формулѣ

$$x = \overline{CD} . \sin 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$$

такъ напр., высоту ординаты, соотвѣтствующей третьей двадцать-четвертой части періода, мы находимъ равной

$$x = \overline{CD} . \sin 2\pi \frac{3}{24}$$
$$= \overline{CD} . \sin 360 . \frac{1}{8}$$
$$= \overline{CD} . \sin 45^\circ$$
$$= \overline{CD} . 0{,}70711.$$

Соотвѣтственно различному направленію электровозбудительныхъ силъ, дѣйствующихъ въ обоихъ полуперіодахъ вращенія кольца, ординаты первой половины періода возстановляемъ вверхъ отъ абсциссы AB, ординаты же второй половины періода — внизъ отъ абсциссы. Возстановивъ всѣ недостающія 20 ординатъ и соединивъ вершины ихъ, мы получаемъ *синусовидную кривую,* изображающую весь ходъ измѣненій *синусовидной электровозбудительной силы дифференціальнаго тока* за время полнаго періода индукціи.

870. Если бы въ цѣпи не было самоиндукціи (*случай въ дѣйствительности невозможный*), то сила индуктированнаго тока въ данный моментъ была бы равна

$$I_0 = \frac{E_0}{W}.$$

Такъ какъ

$$E_0 = F\mathfrak{H}\omega . \sin\varphi$$

то

$$I_0 = \frac{F\mathfrak{H}\omega}{W} \sin\varphi$$

rspct., согласно другимъ выраженіямъ для E_0, даннымъ выше,

$$I_0 = \frac{2\pi n F\mathfrak{H}}{W} \sin\varphi$$

$$I_0 = \frac{2\pi F\mathfrak{H}}{\tau W} \sin\varphi$$

$$I_0 = \frac{E_{0(max)}}{W} \sin\varphi$$

$$I_0 = \frac{E_{0(max)}}{W} \sin 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$$

Поэтому, измѣненія величины I_0, происходящія по мѣрѣ вращенія кольца, могутъ быть выражены синусовидною кривою, совершенно подобною той, которую мы начертили для измѣняющейся величины E_0.

Въ § 865 уже было сказано, что величина I_0 опредѣляетъ такъ называемую силу *дифференціальнаго тока;* въ главѣ L мы увидимъ какое значеніе имѣетъ величина I_0 и какъ она относится къ силѣ индуктированнаго тока, дѣйствительно протекающаго въ цѣпи (къ силѣ *результирующаго тока*).

871. Такъ какъ при увеличеніи скорости вращенія (ω) кольца въ x разъ и $E_{0(max)}$ увеличивается въ x разъ, то во столько же разъ увеличится и $I_{0(max)}$, равное $\frac{E_{0(max)}}{W} = \frac{2\pi}{\tau} \cdot \frac{F\mathfrak{H}}{W}$. Но такъ какъ продолжительность каждаго періода индукціи уменьшается прямо пропорціонально числу оборотовъ, совершаемыхъ кольцомъ въ секунду, то, увеличивъ скорость вращенія кольца, мы не увеличимъ *количества электричества,* протекающаго въ цѣпи за время одного полнаго періода индукціи. Такъ напр., удвоивъ ту скорость вращенія кольца, при которой мы получили кривую силы тока, рис. 205, мы получимъ кривую силы тока, рис. 206, въ которой $I_{0(max)}$ превосходитъ вдвое таковую величину на предшествовавшемъ чертежѣ; но такъ какъ абсцисса AB во второмъ случаѣ вдвое короче той же абсциссы въ первомъ случаѣ, то заштрихованныя площади, изображающія количества электричества, протекшія въ цѣпи за время полныхъ періодовъ индукціи,

въ обоихъ случаяхъ одинаково велики. Итакъ, *максимальная сила дифференціальнаго тока возрастаетъ прямо пропорціонально площади вращающагося кольца, напряженію магнитнаго поля, въ коемъ кольцо вращается, и скорости вращенія; количество же электричества, протекающаго въ цѣпи въ теченіе полнаго періода индукціи, возрастаетъ лишь пропорціонально пло-*

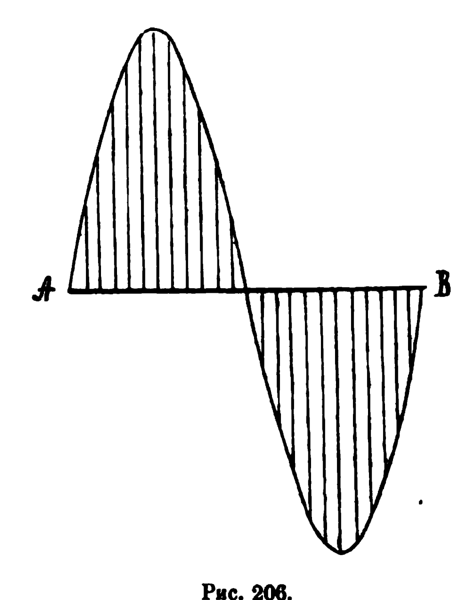


Рис. 206.

щади кольца и напряженію поля, отъ скорости же вращенія кольца не зависитъ. Затѣмъ, *максимальная сила дифференціальнаго тока, и (предполагая отсутствіе самоиндукціи) общее количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ теченіе полнаго періода индукціи, обратно пропорціонально общему сопротивленію цѣпи.*

872. Обратимся теперь къ вычисленію того абсолютнаго количества электричества, кокорое протекало бы въ цѣпи въ теченіе полнаго періода индукціи, въ случаѣ отсутствія самоиндукціи цѣпи.

Количество электричества dQ', протекая въ цѣпи, считая съ

нѣкотораго опредѣленнаго момента, въ теченіе безконечно малаго времени $d\tau$, обусловливаетъ дифференціальный токъ, сила коего

$$I_0' = \frac{dQ'}{d\tau}$$

Полагая, что въ послѣдующія безконечно малыя части ($d\tau$) полнаго періода τ индукціи въ цѣпи протекаютъ количества электричества dQ'', dQ''' и т. д., находимъ, что

$$dQ' = I_0'.d\tau$$

$$dQ'' = I_0''.d\tau$$

$$dQ''' = I_0'''.d\tau$$

и т. д.,

и что сумма

$$dQ' + dQ'' + dQ''' \ldots = Q$$

т. е. всему количеству электричества, протекающему въ цѣпи за время τ полнаго періода индукціи.

Такъ какъ величины dQ пропорціональны силамъ соотвѣтствующихъ дифференціальныхъ токовъ, а послѣдніе пропорціональны своимъ электровозбудительнымъ силамъ, каковыя пропорціональны количествамъ силовыхъ линій, пересѣкаемыхъ въ послѣдовательныя части времени $d\tau$ кольцомъ, вращающимся въ магнитномъ полѣ, какъ это видно изъ формулы

$$E_0 = \mathfrak{H} F \sin 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$$

то, *при отсутствіи самоиндукціи въ цѣпи, сумма*

$$Q = dQ' + dQ'' + dQ''' \ldots$$

равна суммѣ силовыхъ линій, пересѣченныхъ проводникомъ въ теченіе одного полнаго оборота кольца, дѣленной на общее сопротивленіе цѣпи (см. § 866). Такъ какъ линіи силъ, пронизываю-

щія площадь кольца, пересѣкаются послѣднимъ одинъ разъ уже при поворотѣ его изъ безразличнаго положенія на 90°, то очевидно, что при поворотѣ кольца вокругъ оси на 360°, всѣ линіи силъ $F\mathfrak{H}$ пересѣкаются имъ четыре раза. Поэтому *то общее количество электричества, которое при отсутствіи самоиндукціи протекало бы въ цѣпи за время τ одного полнаго періода индукціи, равно*

$$Q = \frac{4F\mathfrak{H}}{W} \text{ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,}$$

гдѣ W есть общее сопротивленіе цѣпи, выраженное въ абсолютныхъ же электромагнитныхъ единицахъ. Отсюда ясно, что при вращеніи кольца лишь на 180° изъ безразличнаго его положенія, въ цѣпи протекло бы количество электричества

$$= \tfrac{1}{2} Q = \frac{2F\mathfrak{H}}{W} \text{ абсолютнымъ единицамъ.}$$

Это есть то количество электричества, которое протекало бы въ единичныхъ волнахъ индуктированнаго тока при отсутствіи самоидукціи (въ волнахъ дифференціальнаго тока).

873. Итакъ, на рис. 205 (rspct. рис. 206) сумма обѣихъ заштрихованныхъ площадей, ограниченныхъ синусовидными кри-

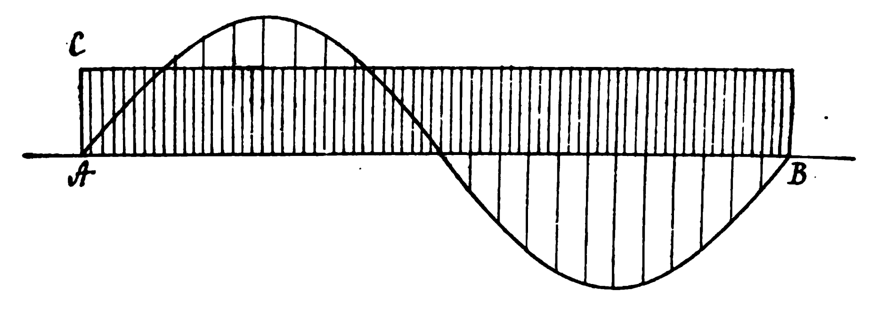


Рис. 207.

выми, равна Q. Если обѣ площади, ограниченныя синусовидными кривыми, замѣнить одною прямоугольною площадью (рис. 207), равною суммѣ первыхъ двухъ и построенной на той же

абсциссѣ AB, соотвѣтствующей продолжительности τ одного полнаго періода индукціи, то очевидно, что ордината AC прямоугольной площади выразитъ собою ничто иное, какъ *среднюю силу дифференціальнаго тока* (сравн. § 364)

$$J = \frac{Q}{\tau}$$

874. Опредѣленіе величины J можетъ быть сдѣлано и независимо отъ Q. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ

$$Q = \frac{4F\mathfrak{H}}{W}$$

а

$$J = \frac{Q}{\tau}$$

то

$$J = 4 \,.\, \frac{F\mathfrak{H}}{W\tau}$$

но выше мы видѣли, что

$$I_{0(max)} = 2\pi \,.\, \frac{F\mathfrak{H}}{W\tau}$$

изъ какого сопоставленія явствуетъ, что среднюю силу J дифференціальнаго тока можно выразить какъ функцію отъ максимальной силы дифференціальнаго тока $I_{0(max)}$. Для этого мы должны найти ту постоянную величину x, на которую нужно умножить $I_{0(max)}$ для того, чтобы получить J:

$$I_{0(max)} \,.\, x = J$$

$$\left(2\pi \,.\, \frac{F\mathfrak{H}}{W\tau}\right) x = 4 \,.\, \frac{F\mathfrak{H}}{W\tau}$$

откуда

$$x = \frac{4 \,.\, \frac{F\mathfrak{H}}{W\tau}}{2\pi \,.\, \frac{F\mathfrak{H}}{W\tau}}$$

$$x = \frac{2}{\pi}$$

Такимъ образомъ, *средняя сила дифференціальнаго тока*

$$J = I_{0(\max)} \cdot \frac{2}{\pi}$$

гдѣ

$$\frac{2}{\pi} = 0,6366$$

каковая величина съ весьма значительною степенью приближенія можетъ быть замѣнена дробью $^7/_{11}$, ибо

$$0,6364 = {}^7/_{11}$$

Итакъ,

$J = 0,6366\, I_{0(\max)}$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,
$= {}^7/_{11}\, I_{0(\max)}$ » » »

875. Точно также находимъ, что *средняя электровозбудительная сила дифференціальнаго индукціоннаго тока*

$E_{(M)} = E_{0(\max)} \cdot \frac{2}{\pi}$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,
$= 0,6366\, E_{0(\max)}$ » » »
$= {}^7/_{11}\, E_{0(\max)}$ » » »

и, наоборотъ,

$$E_{0(\max)} = E_{(M)} \cdot \frac{\pi}{2}$$
$$= 1,5708\, E_{(M)}$$
$$= {}^{11}/_7\, E_{(M)}$$
$$I_{0(\max)} = J \cdot \frac{\pi}{2}$$
$$= 1,5708\, J$$
$$= {}^{11}/_7\, J$$

876. Если, вмѣсто продолжительности τ полнаго періода индукціи, мы желаемъ ввести въ формулы число n оборотовъ,

совершаемыхъ вращающимся кольцомъ въ 1 секунду, то, принимая въ соображеніе, что

$$\tau = \frac{1}{n} \text{ секунды},$$

находимъ

$$J = \frac{4F\mathfrak{H}}{W \cdot \frac{1}{n}} = \frac{4nF\mathfrak{H}}{W} \text{ абсол. электромагнитн. единицамъ силы тока}$$

и

$$E_{(м)} = 4nF\mathfrak{H} \text{ абс. электромагн. единицамъ электровозбуд. силы.}$$

Замѣтимъ, что величины J и $E_{(м)}$, которыя мы здѣсь вывели, имѣютъ лишь теоретическій интересъ, такъ какъ въ дѣйствительности, т. е. при существованіи самоиндукціи въ цѣпи, мы имѣемъ дѣло не съ дифференціальнымъ токомъ и не со средней его силой J, а со *среднею силою результирующаго индукціоннаго тока*. Но выводъ послѣдней величины облегчается тѣмъ отвлеченнымъ разсужденіемъ, которое мы принуждены были вести до сихъ поръ.

877. Если вращающееся кольцо разрѣзать въ одномъ мѣстѣ и плоскости разрѣза соединить съ баллистическимъ гальванометромъ, то при быстромъ поворотѣ кольца изъ безразличнаго его положенія въ магнитномъ полѣ на 360° вокругъ собственной оси, магнитная стрѣлка гальванометра останется въ покоѣ, такъ какъ она получитъ со стороны тока, послѣдовательно протекающаго въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ, два непосредственно другъ за другомъ слѣдующихъ, противоположныхъ и равныхъ по силѣ импульса. Напротивъ, если повернуть кольцо лишь на 180° изъ безразличнаго его положенія, то чрезъ гальванометръ пройдетъ токъ лишь въ одномъ направленіи, причемъ количество протекшаго электричества будетъ, очевидно, равно

$$Q_1 = \frac{Q}{2} = \frac{2\mathfrak{H}F}{W}$$

Это количество электричества Q_1, производящее соотвѣт-

ственное отклоненіе стрѣлки баллистическаго гальванометра, носитъ названіе *интегральнаго тока*, величина же $2\mathfrak{H}F$ можетъ быть названа, какъ это видно изъ формулы, *электровозбудительною силой интегральнаго тока*. Такимъ образомъ, какъ и слѣдуетъ изъ сказаннаго выше, *«сила»* (абсолютная величина Q_1) *интегральнаго тока, развиваемаго въ кольцѣ при поворотѣ его въ магнитномъ полѣ на 180° изъ безразличнаго положенія, не зависитъ отъ скорости вращенія, а пропорціональна лишь числу линій силъ, пересѣченныхъ кольцомъ* (произведенію площади кольца на абсолютное напряженіе магнитнаго поля).

878. Величина Q_1 можетъ быть выведена еще и изъ величины $I_{0(max)}$, что, какъ мы увидимъ ниже, имѣетъ большое практическое значеніе. Такъ какъ

$$Q_1 = 2 \cdot \frac{\mathfrak{H}F}{W}$$

а

$$I_{0(max)} = \frac{2\pi}{\tau} \cdot \frac{\mathfrak{H}F}{W}$$

или

$$I_{0(max)} = 2 \cdot \frac{\mathfrak{H}F}{W} \cdot \frac{\pi}{\tau}$$

то

$$I_{0(max)} = Q_1 \cdot \frac{\pi}{\tau}$$

откуда *сила интегральнаго тока*

$$Q_1 = I_{0(max)} : \frac{\pi}{\tau}$$
$$= I_{0(max)} \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

а *электровозбудительная сила интегральнаго тока*

$$Э = E_{0(max)} \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

Но и здѣсь найденныя для Q_1 и $Э$ выраженія имѣли бы практическое значеніе лишь въ томъ случаѣ, если бы въ цѣпи не было самоиндукціи.

879. Нѣкоторыя явленія, вызываемыя индукціоннымъ токомъ, зависятъ *въ количественномъ отношеніи* лишь отъ абсолютной, rspct. средней его силы; другія явленія, напротивъ, находятся въ зависимости лишь отъ количества электричества, протекшаго въ цѣпи, независимо отъ времени, въ теченіе котораго данное количество электричества протекало, слѣдовательно независимо отъ абсолютной и средней силы тока. Такъ напр., степень намагниченія сердечника электромагнита, питаемаго индукціоннымъ токомъ, длина искры между электродами, замыкающими борны индукціонной спирали, физіологическія дѣйствія тока — зависятъ отъ абсолютной, rspct. средней силы тока, тогда какъ количество разложеннаго токомъ электролита и количество выдѣленнаго въ цѣпи тепла зависятъ лишь отъ количества протекшаго въ цѣпи электричества; точно также и уголъ отклоненія магнитной стрѣлки баллистическаго гальванометра зависитъ (при правильныхъ условіяхъ опыта, — см. § 802) лишь отъ количества электричества, протекшаго въ изслѣдуемомъ полуперіодѣ индукціи, но не отъ средней силы тока въ теченіе этого полуперіода, такъ какъ продолжительность тока на отклоненіе стрѣлки вліянія не оказываетъ. Отсюда видно, что для правильной оцѣнки дѣйствій индукціоннаго тока необходимо разностороннее его изслѣдованіе.

XLIX. Электровозбудительная сила самоиндукціи.

880. Мы уже говорили (§ 858), что при всякомъ измѣненіи силы тока должна возникать электровозбудительная сила индукціи *въ томъ самомъ проводникѣ, въ которомъ токъ этотъ проходитъ*, такъ какъ при измѣненіи силы тока измѣняется напряженіе магнитнаго поля тока, окружающаго проводникъ. Мы упомянули также, что разсматриваемый здѣсь видъ индукціи, по особенности происхожденія своего, называется *самоиндукціей въ цѣпи. Направленіе электровозбудительной силы самоиндукціи всегда таково, что дѣйствіемъ ея обусловливается замедленіе того измѣненія силы тока, которое вызываетъ самоиндукцію;*

вслѣдствіе этого невозможно ослабить или усилить токъ *мгновенно* до желаемой степени (см. ниже §§ 1015 и 1025).

Почему электровозбудительная сила самоиндукціи противодѣйствуетъ измѣненіямъ силы тока, понятно изъ разсмотрѣнія процесса самоиндукціи въ замкнутомъ круговомъ проводникѣ. Пусть въ нѣкоторомъ кольцеобразномъ проводникѣ протекаетъ въ любомъ направленіи токъ, сила коего можетъ быть измѣняема по произволу; если мы будемъ разсматривать площадь кольца въ направленіи пронизывающихъ отверстіе его линій силъ магнитнаго поля тока, то направленіе тока въ кольцѣ для насъ всегда будетъ соотвѣтствовать движенію часовой стрѣлки (рис. 208). Если мы силу тока внезапно увеличимъ, то и количество линій силъ, пронизывающихъ отверстіе кольца, также увеличится, а потому, согласно правилу, выведенному нами въ § 855, во все то время, пока число силовыхъ линій, пронизывающихъ отверстіе кольца, увеличивается (т. е. пока сила тока возрастаетъ), въ кольцѣ дѣйствуетъ электровозбудительная сила индукціи (въ этомъ случаѣ—«самоиндукціи») въ направленіи противоположномъ движенію часовой стрѣлки, слѣдовательно въ направленіи противоположномъ тому, которое имѣетъ токъ. Такимъ образомъ, *при увеличеніи силы тока, въ проводникѣ возникаетъ электровозбудительная сила самоиндукціи, дѣйствующая въ направленіи противоположномъ току и потому замедляющая усиленіе его до нормы*. Наоборотъ, если мы силу тока въ кольцѣ внезапно уменьшимъ, то и количество линій силъ, пронизывающихъ отверстіе кольца, также уменьшится, а потому, согласно правилу, выведенному нами въ § 855, во все то время, пока число силовыхъ линій, пронизывающихъ отверстіе кольца, уменьшается (т. е. пока сила тока падаетъ), въ кольцѣ дѣйствуетъ электровозбудительная сила самоиндукціи въ направленіи движенія часовой стрѣлки, т. е. въ направленіи тока. Такимъ обра-

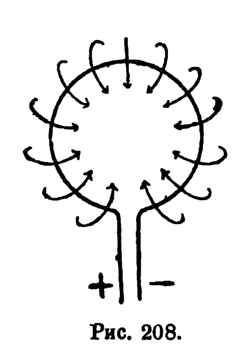


Рис. 208.

зомъ, *при уменьшеніи силы тока, въ проводникѣ возникаетъ электровозбудительная сила самоиндукціи, дѣйствующая въ направленіи тока и потому замедляющая паденіе его до нормы.* Все сказанное вполнѣ примѣнимо ко всякой замкнутой цѣпи, т. е. къ проводнику, ограничивающему площадь любой формы.

881. Если токъ I, протекающій въ кольцеобразномъ проводникѣ, окружающемъ площадь въ 1 квадратный сантиметръ, измѣняется въ теченіе безконечно малаго времени $d\tau$ на величину dI, то въ это время въ цѣпи дѣйствуетъ *электровозбудительная сила самоиндукціи*

$$E_S' = \mathfrak{L}_1 \frac{dI}{d\tau}$$

вполнѣ соотвѣтствующая разсмотрѣнной нами въ § 867 (стр. 738) электровозбудительной силѣ дифференціальнаго тока

$$E_0 = \frac{d\Phi}{d\tau}$$

Въ самомъ дѣлѣ, въ нашемъ случаѣ *коэффиціентъ самоиндукціи*

$$\mathfrak{L}_1 = 4\pi$$

т. е. числу тѣхъ силовыхъ линій магнитнаго поля тока, которыя пронизываютъ отверстіе кольца, окружающаго площадь въ 1 квадратный сантиметръ, при силѣ тока въ одну абсолютную электромагнитную единицу. Поэтому, при измѣненіи силы тока на dI абсолютныхъ электромагнитныхъ единицъ, число силовыхъ линій измѣняется на величину

$$d\Phi = \mathfrak{L}_1 dI$$

каковому измѣненію, совершающемуся въ теченіе времени $d\tau$, и соотвѣтствуетъ электровозбудительная сила самоиндукціи

$$E_S' = \frac{d\Phi}{d\tau} = \mathfrak{L}_1 \frac{dI}{d\tau}$$

Если бы проводникъ окружалъ площадь въ F квадратныхъ

сантиметровъ, то, при измѣненіи силы тока I на величину dI въ въ теченіе времени $d\tau$, въ проводникѣ возникла бы электровозбудительная сила самоиндукціи

$$E_s = \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}$$

гдѣ *коэффиціентъ самоиндукціи*

$$\mathfrak{L} = 4\pi F \text{ абсолютнымъ единицамъ.}$$

Такимъ образомъ, *коэффиціентъ самоиндукціи* $\mathfrak{L}$ *замкнутаго проводника, окружающаго нѣкоторую площадь, есть то число, на которое измѣняется количество линій силъ магнитнаго поля тока, пронизывающихъ окруженную проводникомъ площадь, при измѣненіи силы тока въ проводникѣ на одну абсолютную электромагнитную единицу. Проводникъ, окружающій нѣкоторую площадь, обладаетъ абсолютною единицею коэффиціента самоиндукціи въ томъ случаѣ, когда, при силѣ тока въ одну абсолютную электромагнитную единицу, число абсолютныхъ силовыхъ линій магнитнаго поля тока въ площади, ограниченной проводникомъ, равно единицѣ.* Это мы имѣемъ напр. въ случаѣ, когда ограничиваемая круговымъ проводникомъ площадь равна $\frac{1}{4\pi} = 0{,}0796$ квадратнаго сантиметра: въ самомъ дѣлѣ, число силовыхъ линій магнитнаго поля круговаго тока $= 4\pi$ тогда, когда токъ, равный абсолютной электромагнитной единицѣ, окружаетъ площадь въ 1 квадратный сантиметръ (§ 830); отсюда—число линій силъ равно единицѣ тогда, когда токъ, равный единицѣ, окружаетъ площадь, равную $\frac{1}{4\pi} = 0{,}0796$ квадратнаго сантиметра. При этомъ предполагается, что проводникъ изготовленъ изъ немагнитнаго матеріала, находится въ средѣ, коэффиціентъ μ магнитной индукціи коей $= 1$, и вблизи проводника магнитныхъ тѣлъ не имѣется (см. §§ 823 и 888).

882. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ можетъ быть данъ не коэффиціентъ самоиндукціи всей цѣпи, а коэффиціенты самоиндукціи

отдѣльныхъ послѣдовательныхъ звеньевъ ея. Такъ напр., въ цѣпь можетъ быть включенъ рядъ проводниковъ, свернутыхъ въ спирали, причемъ даны коэффиціенты самоиндукціи каждой спирали въ отдѣльности. Тогда *коэффиціентъ самоиндукціи всей цѣпи равенъ суммѣ таковыхъ коэффиціентовъ послѣдовательныхъ звеньевъ ея.* Отсюда и *коэффиціентъ самоиндукціи какой либо единичной спирали* (мультипликатора и т. п.) *представляетъ собою сумму коэффиціентовъ самоиндукціи отдѣльныхъ оборотовъ проволоки, образующихъ эту спираль,* а потому, если бы коэффиціенты самоиндукціи отдѣльныхъ оборотовъ были равны между собою, то коэффиціентъ самоиндукціи спирали былъ бы равенъ произведенію коэффиціента самоиндукціи одного изъ оборотовъ проволоки на общее число ихъ. Такимъ образомъ, если бы среднее напряженіе магнитнаго поля тока внутри спирали было бы одинаково по всей длинѣ ея, то вычисленіе коэффиціента самоиндукціи спирали не представляло бы трудности. Въ самомъ дѣлѣ, если мы примемъ (§ 830), что при силѣ тока, равной одной абсолютной электромагнитной единицѣ, спираль, состоящая изъ n_1 оборотовъ на единицу длины, по всей длинѣ своей пронизывается $4\pi n_1 F$ абсолютными силовыми линіями магнитнаго поля тока, то коэффиціентъ самоиндукціи каждаго оборота проволоки $=4\pi n_1 F$, коэффиціентъ же самоиндукціи спирали на единицу длины ея

$$\mathfrak{L}_1 = n_1 . 4\pi n_1 F = 4\pi n_1^2 F$$

такъ что коэффиціентъ самоиндукціи всей спирали, имѣющей длину l, равенъ

$$\mathfrak{L} = 4\pi n_1^2 l F$$

Но такъ какъ, вслѣдствіе утечки между отдѣльными оборотами, густота линій силъ въ конечныхъ частяхъ спирали менѣе чѣмъ въ средней ея части (§ 833), то при только что приведенномъ способѣ вычисленія мы получимъ коэффиціентъ самоиндукціи, значительно превышающій дѣйствительный, и тѣмъ болѣе

превышающій, чѣмъ менѣе длина разсматриваемой спирали (прим. на стр. 695).

883. Итакъ, возвращаясь къ сказанному выше, мы видимъ, что въ выраженіи

$$E_S = \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}$$

произведеніе $\mathfrak{L}.dI$ есть то число ($d\Phi$), на которое измѣняется количество линій силъ ($\Phi = \mathfrak{L}I$) магнитнаго поля тока, пронизывающихъ окруженную проводникомъ площадь, при измѣненіи силы тока (I) въ проводникѣ на dI абсолютныхъ электромагнитныхъ единицъ; отношеніе же $\mathfrak{L}.dI$ къ времени $d\tau$, въ теченіе котораго токъ I измѣняется на величину dI, опредѣляетъ электровозбудительную силу E_S самоиндукціи *въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ.*

Если бы мы пожелали величину E_S выразить въ вольтахъ, то, принявъ въ соображеніе, что 1 вольтъ $= 10^8$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ электровозбудительной силы, находимъ

$$E_S = \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}.10^{-8}$$

или, измѣряя силу тока I не въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ, а въ амперахъ (1 абсолютная электромагнитная единица силы тока $= 10$ амперамъ), находимъ

$$E_S = \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}.10^{-9} \text{ вольтъ},$$

т. е. *желая измѣрить электровозбудительную силу самоиндукціи въ вольтахъ, мы опредѣляемъ силу тока въ амперахъ и дѣлимъ на* 10^9 *абсолютную величину* $\mathfrak{L}$ *коэффиціента самоиндукціи, обозначающаго то число, на которое измѣняется количество линій силъ магнитнаго поля тока, пронизывающихъ окруженную проводникомъ площадь, при измѣненіи силы тока въ проводникѣ на одну абсолютную электромагнитную единицу.* Полученная

новая *практическая единица коэффиціента самоиндукціи* извѣстна подъ названіями *секомъ*, *генри* или *квадрантъ*

1 *генри (секомъ, квадрантъ)* $= 10^9$ *абс. единицъ коэф. самоинд.*,
1 *миллигенри* $= 10^6$ » » » »
1 *микрогенри* $= 10^3$ » » » »

Проводникъ, окружающій нѣкоторую площадь, обладаетъ практическою единицею коэффиціента самоиндукціи въ томъ случаѣ, когда, при силѣ тока въ 1 амперъ, число силовыхъ линій магнитнаго поля тока въ площади, ограниченной проводникомъ, $= 4\pi . 10^9$. Для удовлетворенія этого условія круговой проводникъ долженъ былъ бы имѣть 35450 сантиметровъ длины, такъ что окружаемая имъ площадь имѣла бы около 113 метровъ въ діаметрѣ. Этотъ же проводникъ, будучи намотанъ на небольшую катушку, пріобрѣлъ бы коэффиціентъ самоиндукціи, равный нѣсколькимъ квадрантамъ.

884. Такъ какъ разъ начавшееся измѣненіе силы тока продолжается непрерывно до даннаго предѣла, то и *электровозбудительная сила самоиндукціи непрерывно измѣняется и можетъ удержаться на той или иной высотѣ* ($= E_s$) *лишь въ теченіе безконечно малаго времени.*

Представимъ себѣ теперь, что сила нѣкотораго тока, протекающаго въ цѣпи, коэффиціентъ самоиндукціи коей $= \mathfrak{L}$, а сопротивленіе $= W$, падаетъ по какимъ либо причинамъ съ величины I до нуля. Если бы при этомъ въ цѣпи во все то время, пока измѣняется сила тока I, дѣйствовала бы одна лишь электровозбудительная сила самоиндукціи, обусловливаемая измѣненіемъ силы тока, то количество электричества, приведенное въ движеніе этою электровозбудительною силой, другими словами, *интегральный токъ, обусловливаемый самоиндукціей,* согласно выведенному нами въ § 877 опредѣленію величины интегральнаго тока, былъ бы равенъ

$$Q = \frac{\Phi}{W} \text{ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,}$$

гдѣ Φ въ данномъ случаѣ есть то число линій силъ магнитнаго поля тока, которое пронизывало окруженную проводникомъ площадь въ то время, когда сила тока равнялась I, и которое теперь уменьшилось до нуля. Такимъ образомъ

$$\Phi = \mathfrak{L}I \text{ силовымъ линіямъ}$$

и

$$Q = \frac{\mathfrak{L}I}{W} \text{ абсол. электромагн. единицамъ количества электричества,}$$

предполагая I и W измѣренными въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ.

Изъ выраженія

$$Q = \frac{\mathfrak{L}I}{W}$$

мы видимъ, что *величина* $\mathfrak{L}I$ *есть электровозбудительная сила интегральнаго тока самоиндукціи* (ср. § 878).

При измѣреніи W въ омахъ, I въ амперахъ и $\mathfrak{L}$ въ квадрантахъ, мы получаемъ Q *въ кулонахъ,* а $\mathfrak{L}I$ *въ вольтахъ.*

885. Изъ всего сказаннаго до сихъ поръ мы видимъ, что

1) коэффиціентъ $\mathfrak{L}$ самоиндукціи проводника измѣняется въ зависимости отъ величины окруженной проводникомъ площади; а такъ какъ проводникъ данной длины окружаетъ наибольшую площадь тогда, когда онъ свернутъ въ кольцо[1]), то очевидно, что при равной длинѣ наибольшими коэффиціентами обладаютъ кольцеобразный и спирально свернутый проводники.

---

[1]) Длина кольцеобразно свернутаго проводника при радіусѣ кольца $= 1$ сантиметру равна 2π сантиметрамъ, а окружаемая проводникомъ площадь $= \pi = 3{,}1416$ квадр. сантиметрамъ. Сложивъ тотъ же проводникъ въ равносторонній прямоугольникъ, мы получимъ квадратъ, стороны коего $= \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ сантиметр., ограниченная же проводникомъ площадь будетъ $= \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{\pi^2}{4} =$ $= 2{,}4674$ квадратнымъ сантиметрамъ. При всякой другой фигурѣ, придаваемой проводнику, за исключеніемъ приближающагося къ кругу многоугольника, ограничиваемая проводникомъ площадь еще болѣе уменьшается.

886. 2) Отсюда же слѣдуетъ, что если часть проводника, поверхность коего покрыта какимъ либо изоляторомъ, сложить пополамъ такъ, чтобы обѣ стороны петли соприкасались между собою, какъ это приблизительно показываетъ рис. 209, то коэффиціентъ самоиндукціи сложенной части проводника будетъ тѣмъ болѣе приближаться къ нулю, чѣмъ тоньше изолирующій слой на проволокѣ, такъ какъ тѣмъ менѣе будетъ площадь, ограниченная

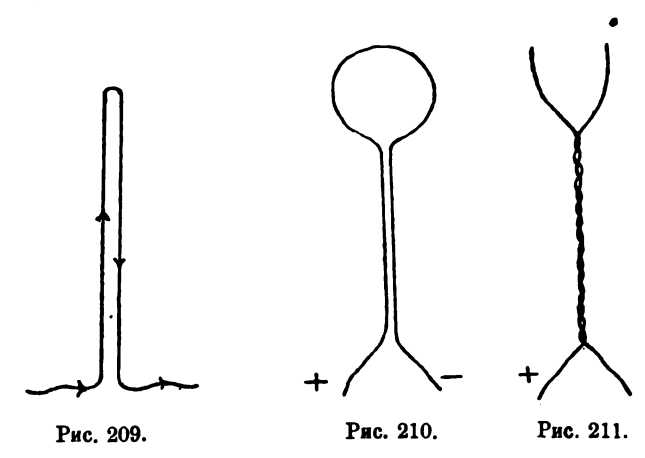


Рис. 209. Рис. 210. Рис. 211.

сложенными половинами петли. Вмѣстѣ съ тѣмъ, токъ, проходя въ сложенной части проводника, развиваетъ лишь очень слабое магнитное поле (§ 767), а потому не способенъ вызвать явленій электромагнитной индукціи и въ близь лежащихъ проводникахъ. Очевидно, что вообще во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда двѣ части одного и того же проводника сближены между собою (сложены вмѣстѣ или скручены другъ около друга—рис. 210 и 211), коэффиціенты самоиндукціи этихъ частей, а также электромагнитное дѣйствіе послѣднихъ приближаются къ нулю. Поэтому такія части проводниковъ называютъ *лишенными самоиндукціи* или *свободными отъ индукціи*. На рис. 212 изображена служащая эталономъ сопротивленія катушка, обмотанная перегнутою по срединѣ и сложенною вдвое прово-

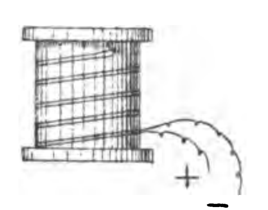


Рис. 212.

локою, вслѣдствіе чего самоиндукція эталона уменьшена до минимума.

887. 3) Изъ опредѣленія понятія коэффиціента самоиндукціи само собою слѣдуетъ, что на величину этого коэффиціента не оказываютъ вліянія такіе факторы какъ удѣльное или абсолютное сопротивленіе проводника, температура его и т. п.

888. 4) Напротивъ, на величину коэффиціента самоиндукціи оказываетъ вліяніе площадь поперечнаго сѣченія проводника, ибо площадь F, окружаемая проводникомъ, опредѣляется по отношенію къ продольной оси послѣдняго (см. §§ 753—755). Далѣе на величину коэффиціента самоиндукціи проводника оказываетъ вліяніе вещество, изъ котораго проводникъ приготовленъ, если вещество это въ значительной мѣрѣ магнитно (желѣзо, сталь), а также близь лежащія магнитныя тѣла, rspct. магниты.

Въ самомъ дѣлѣ, если вблизи проводника находится магнитное тѣло, то, начиная съ момента прохожденія въ проводникѣ тока, тѣло это намагничивается и такимъ образомъ ограниченная токомъ площадь пронизывается не только силовыми линіями магнитнаго поля тока, но и силовыми линіями, исходящими изъ намагниченнаго тѣла. Поэтому измѣненія силы тока, въ особенности столь рѣзкія, какъ происходящія при размыканіи и замыканіи цѣпи, вызываютъ въ ограничиваемой проводникомъ площади не только измѣненія числа линій силъ магнитнаго поля тока, но и измѣненія числа линій силъ, исходящихъ изъ намагниченнаго тѣла, вслѣдствіе чего самоиндукція въ проводникѣ значительно усиливается. Такимъ образомъ, если вдвинуть въ спираль, въ коей протекаетъ токъ, желѣзный сердечникъ или лишь приблизить къ спирали желѣзо, то электровозбудительная сила самоиндукціи, развивающаяся въ послѣдней при нѣкоторомъ опредѣленномъ колебаніи силы тока, значительно превосходитъ ту электровозбудительную силу, которая наблюдалась до приближенія къ спирали желѣза.

Исключеніе представитъ, конечно, тотъ случай, когда токъ въ спирали настолько силенъ, что намагниченіе желѣзнаго сер-

дечника доведено имъ до предѣльнаго насыщенія и вмѣстѣ съ тѣмъ колебанія силы тока происходятъ въ такихъ границахъ, при которыхъ степень намагниченія желѣза не измѣняется. Такимъ образомъ, не принимая въ соображеніе послѣдняго частнаго случая, мы находимъ, что *присутствіе желѣза или инаго сильно магнитнаго тѣла увеличиваетъ въ значительной мѣрѣ коэффиціентъ самоиндукціи проводника;* вмѣстѣ съ тѣмъ мы находимъ, что дотолѣ *постоянный коэффиціентъ самоиндукціи въ присутствіи желѣза становится непостояннымъ, т. е. измѣняющимся въ зависимости отъ силы тока и отъ положенія желѣзной массы* (или вообще магнитнаго тѣла) *по отношенію къ проводнику.* Въ самомъ дѣлѣ, если вблизи круговаго проводника тока магнитныхъ тѣлъ не имѣется, то, протекаетъ ли въ проводникѣ токъ въ x или въ y абсолютныхъ единицъ, измѣненію силы его на одну абсолютную электромагнитную единицу всегда соотвѣтствуетъ измѣненіе на $4\pi F$ единицъ количества линій силъ магнитнаго поля тока, пронизывающихъ отверстіе кольца. Напротивъ, если вблизи проводника тока находится магнитное тѣло, то. вслѣдствіе того, что степень намагниченія его возрастаетъ непропорціонально силѣ магнитящаго тока, измѣненіе послѣдняго на одну абсолютную единицу вызываетъ при различной абсолютной силѣ тока различныя измѣненія въ числѣ силовыхъ линій магнитнаго поля, распространяемаго намагниченнымъ тѣломъ. Такъ какъ, далѣе, число силовыхъ линій магнитнаго поля намагниченнаго тѣла, пронизывающихъ отверстіе разсматриваемаго нами круговаго проводника, различно при различной формѣ и различномъ положеніи упомянутаго тѣла относительно проводника тока, то одинаковыя измѣненія въ степени намагниченія магнитнаго тѣла должны различно отразиться на самоиндукціи въ проводникѣ въ зависимости отъ формы и положенія магнитнаго тѣла по отношенію къ проводнику.

889. То, что сказано относительно вліянія магнитныхъ тѣлъ на самоиндукцію въ проводникѣ, относится и къ магнитамъ, ибо магнитное состояніе послѣднихъ также измѣняется въ зависимо-

сти отъ дѣйствія на нихъ магнитнаго поля тока. Но здѣсь должно замѣтить, что магнитное состояніе насыщенныхъ магнитовъ, изготовленныхъ изъ твердой закаленной стали, мало измѣняется при незначительныхъ измѣненіяхъ въ напряженіи того магнитнаго поля тока, въ коемъ магниты помѣщены; напротивъ, магнитное состояніе мягкаго желѣза, коль скоро еще далеко до магнитнаго насыщенія, рѣзко измѣняется при незначительныхъ колебаніяхъ въ напряженіи магнитнаго поля. Поэтому присутствіе стальныхъ магнитовъ вообще вліяетъ на коэффиціентъ самоиндукціи проводника менѣе, чѣмъ присутствіе желѣзныхъ массъ.

890. Легко замѣтить, что если вблизи проводника находятся магнитныя тѣла или магниты, то измѣненія силы тока обусловливаютъ въ проводникѣ, строго говоря, не одну лишь *самоиндукцію*, а *самоиндукцію* + *электромагнитную индукцію*. Но такъ какъ намагниченіе тѣла и варіаціи этого намагниченія обусловлены измѣненіями силы тока въ томъ самомъ проводникѣ, въ коемъ наблюдаются явленія индукціи, то описываемое сложное явленіе принято подводить подъ рубрику самоиндукціи въ проводникѣ. Съ еще меньшимъ правомъ можетъ быть отнесена къ «самоиндукціи» та индукція въ проводникѣ, которая вызывается въ немъ движеніями магнитной стрѣлки, отклоняемой изъ положенія ея покоя въ магнитномъ меридіанѣ токомъ, проходящимъ въ данномъ проводникѣ.

891. Въ случаѣ присутствія вблизи проводника магнитныхъ тѣлъ или магнитовъ, даже въ наиболѣе простыхъ случаяхъ нѣтъ возможности сколько нибудь точно вычислить коэффиціентъ самоиндукціи проводника, такъ какъ коэффиціентъ этотъ въ значительной степени будетъ измѣняться въ зависимости отъ химическаго состава и физическаго состоянія даннаго магнитнаго тѣла. Но и въ случаѣ отсутствія магнитныхъ тѣлъ коэффиціентъ самоиндукціи проводника можетъ быть достаточно точно вычисленъ лишь въ простѣйшихъ случаяхъ, вообще же онъ опредѣляется экспериментально.

Подробно объ экспериментальномъ опредѣленіи коэффиціен-

товъ самоиндукціи можетъ быть говорено лишь въ спеціальной части, простѣйшій же примѣръ такого опредѣленія читатель найдетъ въ главѣ L (примѣръ 7-й).

892. Въ заключеніе приводимъ способы вычисленія коэффиціентовъ самоиндукціи для нѣкоторыхъ практически важныхъ случаевъ.

1) Если мы имѣемъ проволоку сложенную вдвое такимъ образомъ, что стороны петли параллельны другъ другу (см. рис. 209), то коэффиціентъ самоиндукціи такого проводника равенъ

$$\mathfrak{L} = 4l \left(\log.\text{ nat. } \frac{2b}{d} + \tfrac{1}{4}\right) \text{ абсолютнымъ единицамъ,} \ldots 1)$$

гдѣ l — длина петли (rspct. половина длины развернутой проволоки), d — діаметръ проволоки, b — разстояніе между центрами поперечныхъ сѣченій ея (причемъ l, d и b выражаются въ сантиметрахъ).

Если бы стороны петли были сближены между собою на безконечно малое разстояніе, то $\mathfrak{L}$ достигъ бы минимума. Такъ какъ при этомъ условіи $b = d$, то *теоретически возможный минимумъ коэффиціента самоиндукціи*

$$\mathfrak{L} = 4\,l \left(\log.\text{ nat. } \frac{2d}{d} + \tfrac{1}{4}\right)$$

$$= l\,(4 \log.\text{ nat. } 2 + 1)$$

$$= l\,(2{,}7726 + 1) = 3{,}7726\,l \text{ абсолютнымъ единицамъ} \ldots 2)$$

$$\mathfrak{L} = 3{,}7726\,l \,.\, 10^{-9} \text{ квадрантамъ} \ldots\ldots\ldots\ldots 3)$$

На самомъ дѣлѣ стороны петли на безконечно малое разстояніе между собою сближены быть не могутъ, и въ случаѣ, если проволока изолирована и стороны петли сближены до соприкосновенія, то $b = d + z$, гдѣ z есть удвоенная толщина изолирующаго слоя. Такимъ образомъ *на практикѣ коэффиціентъ самоиндукціи плотно вдвое сложенной части проводника*

$$\mathfrak{L} = 4\,l \left(\log.\text{ nat. } \frac{2(d+z)}{d} + \tfrac{1}{4}\right) \ldots\ldots\ldots 4)$$

$$= l \left(4 \log.\text{ nat. } 2 \,.\, \frac{d+z}{d} + 1\right)$$

или, такъ какъ

$$\frac{d+z}{d}=1+\frac{z}{d}$$

то

$$\mathfrak{L}=l\left[4\log.\,\mathrm{nat}.\,2\left(1+\frac{z}{d}\right)+1\right]$$
$$=l\left(4\log.\,\mathrm{nat}.\,2+4\log.\,\mathrm{nat}.\,2\frac{z}{d}+1\right)$$
$$=l\left(4\log.\,\mathrm{nat}.\,2+1+4\log.\,\mathrm{nat}.\,2\frac{z}{d}\right)$$
$$\mathfrak{L}=l\left(3{,}7726+2{,}7726\frac{z}{d}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 5)$$

Слѣдовательно практическій минимумъ для $\mathfrak{L}$ превосходитъ теоретически возможный на величину

$$=2{,}7726\frac{z}{d}.l$$

Выраженію

$$\mathfrak{L}=l\left(4\log.\,\mathrm{nat}.\,2.\frac{d+z}{d}+1\right)$$

удобно придать видъ

$$\mathfrak{L}=4\log.\,\mathrm{nat}.\,2.l\left[1+\frac{z}{d}\right]$$

и тогда

$$\mathfrak{L}=2{,}7726\,l\left(1+\frac{z}{d}\right)\text{ абсолютнымъ единицамъ}$$

$$\mathfrak{L}=2{,}7726\,l\left(1+\frac{z}{d}\right).10^{-9}\text{ квадрантамъ}\ldots\ldots\ldots 6)$$

Этимъ выраженіемъ можно воспользоваться для приближеннаго опредѣленія коэффиціента самоиндукціи такъ называемыхъ «свободныхъ отъ индукціи» эталоновъ сопротивленій (§ 886)[1]).

[1]) Мы всюду предполагали, что имѣемъ дѣло съ проводниками, изготовленными изъ немагнитныхъ веществъ (коэффиціентъ μ магнитной индукціи коихъ близокъ къ единицѣ). На практикѣ *мы* и имѣемъ дѣло дѣйствительно главнымъ образомъ съ мѣдными проволоками: но если бы вещество проводника было сильно магнитно, то вмѣсто формулы (1) мы имѣли бы

$$\mathfrak{L}=4\,l\left(\log.\,\mathrm{nat}.\frac{2\,b}{d}+\frac{\mu}{4}\right)$$

а вмѣсто формулы (2)

$$\mathfrak{L}=l\,(2{,}7726+\mu)$$

гдѣ перемѣнная величина

$$\mu = \frac{B}{\mathfrak{H}}$$

(см. § 659) можетъ быть въ данномъ случаѣ вычислена лишь съ небольшою точностью.

Останавливаться далѣе на этомъ предметѣ мы считаемъ безполезнымъ.

893. 2) Средняя часть чрезвычайно длинной спирали (катушки, обмотанной въ одинъ или нѣсколько слоевъ изолированною проволокою) пронизывается, какъ намъ извѣстно (§ 833), всѣми линіями силъ того магнитнаго поля, которое развиваетъ токъ, протекающій въ спирали. Если, поэтому, сила тока равна одной абсолютной электромагнитной единицѣ, число оборотовъ на единицу длины спирали $=n_1$, число оборотовъ во всей спирали $=n$, а площадь спирали $=F$, то коэффиціентъ самоиндукціи *каждаго оборота* въ срединѣ спирали[1])

$$\mathfrak{L}_1 = 4\pi n F$$

ибо этой величинѣ равно общее число линій силъ магнитнаго поля, развиваемыхъ въ n оборотахъ спирали токомъ, равнымъ одной абсолютной электромагнитной единицѣ, и это число линій силъ пронизываетъ каждый изъ оборотовъ расположенныхъ въ средней части спирали. Отсюда ясно, что чрезвычайно длинная спираль въ средней своей части обладаетъ на единицу длины коэффиціентомъ самоиндукціи

$$\mathfrak{L}_2 = 4\pi n n_1 F$$

Такъ какъ, по мѣрѣ приближенія къ оконечностямъ, каналъ спирали пронизывается все меньшимъ и меньшимъ числомъ силовыхъ линій, вслѣдствіе утечки ихъ, то очевидно, что при длинѣ спирали $=l$ сантиметрамъ, общій коэффиціентъ самоиндукціи далеко не будетъ равенъ

$$\mathfrak{L} = 4\pi n l n_1 F$$

---

[1]) Приводимая формула выражаетъ *точно* величину $\mathfrak{L}_1$ въ случаѣ однослойной спирали, для многослойной же даетъ лишь приближенное значеніе.

или, такъ какъ

$$l n_1 = n$$

то

$$\mathcal{L} = 4 \pi n^2 F$$

а будетъ меньше этой величины.

894. Истинная величина коэффиціента самоиндукціи можетъ быть вычислена со значительною степенью приближенія, но лишь въ предположеніи, что проволока образуетъ вполнѣ правильную систему оборотовъ. Точныя формулы для $\mathcal{L}$ даны лордомъ Рэлей и Стефаномъ, а приближенная формула выведена Перри. Мы приводимъ здѣсь формулу Стефана, примѣнимую при такихъ катушкахъ, коихъ длина (размѣръ l на рис. 170, стр. 646) мала относительно средняго діаметра,—и далѣе формулу Перри, приложимую при обратномъ условіи, и притомъ ближе всего въ случаѣ, когда высота обмотки (размѣръ h на рис. 170) превышаетъ средній радіусъ обмотки, т. е. когда многослойная катушка навита на не слишкомъ толстый сердечникъ. Послѣднее условіе, однако, не слишкомъ важно; напротивъ, необходимо для примѣненія формулы Перри, чтобы длина l значительно превышала средній радіусъ r_1 (вычисленіе коего указано въ § 812) обмотки.

Обозначимъ всюду

средній (приведенный) радіусъ обмотки	черезъ	r_1
число оборотовъ проволоки въ катушкѣ	»	n
длину катушки, rspct. ширину обмотки	»	l
высоту обмотки на катушкѣ	»	h

тогда формула Стефана будетъ

$$\mathcal{L} = 4 \pi r_1 n^2 . 10^{-9} \left\{ \left(1 + \frac{3l^2 + h^2}{96 r_1^2}\right) \left[\log \frac{8 . r_1}{\sqrt{l^2 + h^2}}\right] 0,43429 - y_1 + \frac{l^2}{16 r_1^2} y_2 \right\}$$

причемъ коэффиціентъ $\mathcal{L}$ получаемъ въ квадрантахъ, если r_1, l и h измѣрены въ сантиметрахъ.

Въ приведенной формулѣ встрѣчаются величины y_1 и y_2, имѣющія слѣдующее значеніе: если отношеніе

$$\frac{h}{l} = x$$

то y_1 и y_2 находимъ изъ слѣдующихъ табличекъ:

x	y_1	x	y_2
0	0,50000	0	0,1250
0,05	0,54899	0,05	0,1269
0,10	0,59243	0,10	0,1325
0,15	0,63102	0,15	0,1418
0,20	0,66520	0,20	0,1548
0,25	0,69532	0,25	0,1714
0,30	0,72172	0,30	0,1916
0,35	0,74469	0,35	0,2152
0,40	0,76454	0,40	0,2423
0,45	0,78155	0,45	0,2728
0,50	0,79600	0,50	0,3066
0,55	0,80815	0,55	0,3437
0,60	0,81823	0,60	0,3839
0,65	0,82648	0,65	0,4274
0,70	0,83311	0,70	0,4739
0,75	0,83831	0,75	0,5234
0,80	0,84225	0,80	0,5760
0,85	0,84509	0,85	0,6317
0,90	0,84697	0,90	0,6902
0,95	0,84801	0,95	0,7518
1,00	0,84834	1,00	0,8162

Для поправки на вліяніе толщины слоя, изолирующаго поверхность проволоки, нужно изъ найденной для $\mathfrak{L}$ величины вычесть величину

$$4\pi r_1 n \left(\log \frac{d'}{d} . 0,43429 + 0,15494\right).$$

гдѣ d' поперечникъ изолированной, а d — неизолированной проволоки въ сантиметрахъ. Поправка эта при тонкомъ изолирующемъ слоѣ и не слишкомъ тонкой проволокѣ — ничтожна.

895. Формула Перри (приближенная) слѣдующая:

$$\mathfrak{L} = \frac{n^2 . r_1^2}{1,844\, r_1 + 3,1\, h + 3,5\, l} . 10^{-7} \text{ квадрантамъ.}$$

Приводимъ числовые примѣры:

Примѣръ 1.

Имѣемъ эталонъ сопротивленія въ 5000 омъ, состоящій изъ бифилярно намотанной нейзильберной проволоки въ 0,2 миллиметра діаметра, въ 450,4 метра длиною. Изолирующій слой на проволокѣ $= 0,08$ миллиметра. Каковъ коэффиціентъ самоиндукціи такого эталона?

$$\begin{aligned} d &= 0,2 \text{ миллиметра} = 0,02 \text{ сантиметра} \\ \varepsilon &= 0,08 \quad \text{»} \quad = 0,008 \quad \text{»} \\ l &= \frac{450,4}{2} \text{ метра} = 22520 \quad \text{»} \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \mathfrak{L} &= 2,7726 . 22520 \left(1 + \frac{0,008}{0,02}\right) . 10^{-9} \\ &= 0,000087 \text{ квадранта,} \end{aligned}$$

т. е. величинѣ столь малой, что эталонъ дѣйствительно можно принять за «свободный отъ индукціи». Напротивъ, такой же реостатъ въ 1 мэгомъ будетъ уже представлять коэффиціентъ самоиндукціи, приближающійся къ 0,02 квадранта.

Примѣръ 2.

Имѣемъ катушку, ширина обмотки коей $l = 12,1$ сантиметра, высота обмотки $h = 1,725$ сантиметра, средній радіусъ $r_1 = 2,4875$ сантиметра и число оборотовъ проволоки, составляющей катушку, $= 18056$. Изъ этихъ данныхъ по формулѣ Перри находимъ:

$$\mathfrak{L} = \frac{18056^2 . 2,4875^2}{1,844 . 2,4875 + 3,1 . 1,725 + 3,5 . 12,1} . 10^{-7} = 3,9 \text{ квадранта.}$$

Экспериментально опредѣленный коэффиціентъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$ оказался близко равнымъ 4,0 квадранта.

L. Дѣйствіе синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія въ цѣпи съ самоиндукціей.

896. Разсмотримъ теперь совмѣстное дѣйствіе въ цѣпи электровозбудительной силы дифференціальнаго тока E_0 и электро-

возбудительной силы самоиндукціи E_S въ случаѣ, когда обѣ непрерывно измѣняются въ видѣ синусовидныхъ кривыхъ. Съ такимъ случаемъ мы встрѣчаемся въ разсмотрѣнномъ нами выше примѣрѣ вращенія замкнутаго кольцеобразнаго проводника въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ вокругъ оси, перпендикулярной къ линіямъ силъ поля. Мы видѣли, что электровозбудительная сила дифференціальнаго тока въ этомъ случаѣ измѣняется въ видѣ синусовидной кривой, а потому очевидно, что этой же формѣ слѣдуютъ и измѣненія электровозбудительной силы самоиндукціи, возникающей, при установившейся скорости вращенія кольца, на счетъ синусообразныхъ колебаній силы того *результирующаго* (т. е. дѣйствительно въ цѣпи циркулирующаго) тока I_N, который самъ есть результатъ совмѣстнаго дѣйствія электровозбудительныхъ силъ E_0 и E_S.

Начнемъ съ опредѣленія электровозбудительной силы самоиндукціи въ разсматриваемомъ случаѣ.

Въ § 881 мы видѣли, что, въ случаѣ колебанія тока I на величину dI въ теченіе времени $d\tau$, въ кольцеобразномъ проводникѣ тока, окружающемъ площадь въ 1 квадратный сантиметръ, возникаетъ электровозбудительная сила самоиндукціи

$$E_S' = \mathfrak{L}_1 \frac{dI}{d\tau} = \frac{d\Phi}{d\tau}$$

въ каковомъ выраженіи

$$\mathfrak{L}_1 dI = d\Phi$$

гдѣ коэффиціентъ самоиндукціи

$$\mathfrak{L}_1 = 4\pi$$

Если площадь кольца равна не одному, а F квадратнымъ сантиметрамъ, то (§ 881) коэффиціентъ самоиндукціи кольца

$$\mathfrak{L} = 4\pi F$$

и тогда

$$E_S = \mathfrak{L} \frac{dI}{d\tau} = F \frac{d\Phi}{d\tau}$$

а

$$\mathfrak{L} d I = F d \Phi$$

Но мы знаемъ (§ 866), что при измѣненіяхъ силы тока, происходящихъ въ формѣ синусовидной кривой,

$$d\Phi = F\mathfrak{H} \sin \varphi . d\varphi$$

причемъ очевидно, что въ разсматриваемомъ случаѣ

$$F\mathfrak{H} = 4 \pi I_{N(\max)}$$

гдѣ $I_{N(\max)}$ есть та наибольшая сила, которой достигаетъ результирующій токъ въ теченіе полнаго періода индукціи.

Умноживъ и раздѣливъ вторую часть послѣдняго уравненія на F, получимъ

$$F\mathfrak{H} = \frac{4 \pi F I_{N(\max)}}{F}$$

а такъ какъ

$$4 \pi F = \mathfrak{L}$$

то

$$F\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{L} I_{N(\max)}}{F}$$

и

$$d\Phi = \frac{\mathfrak{L} I_{N(\max)}}{F} \sin \varphi . d\varphi$$

откуда

$$E_s = \mathfrak{L} \frac{dI}{d\tau} = F \frac{d\Phi}{d\tau} = F \frac{\mathfrak{L} I_{N(\max)}}{F} \sin \varphi . \frac{d\varphi}{d\tau}$$

$$E_s = \mathfrak{L} I_{N(\max)} \sin \varphi . \frac{d\varphi}{d\tau}$$

Но (§ 866)

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \omega$$

т. е. угловой скорости вращенія кольца; а потому

$$E_s = \mathfrak{L} I_{N(\max)} \omega . \sin \varphi$$

или (§ 867), такъ какъ при n оборотахъ кольца въ секунду угловая скорость

$$\omega = 2\pi n \text{ абсолютнымъ единицамъ,}$$

то

$$E_S = 2\pi n \mathfrak{L} I_{N(\max)} \sin\varphi$$

максимальная же величина электровозбудительной силы самоиндукціи

$$E_{S(\max)} = \mathfrak{L} I_{N(\max)} \omega$$

или

$$E_{S(\max)} = 2\pi n \mathfrak{L} I_{N(\max)}.$$

897. Изслѣдованіе совмѣстнаго дѣйствія въ цѣпи электровозбудительныхъ силъ дифференціальнаго тока E_0 и самоиндукціи E_S для насъ удобнѣе всего произвести при помощи графическаго метода, причемъ максимальныя значенія этихъ величинъ мы наносимъ въ систему координатъ.

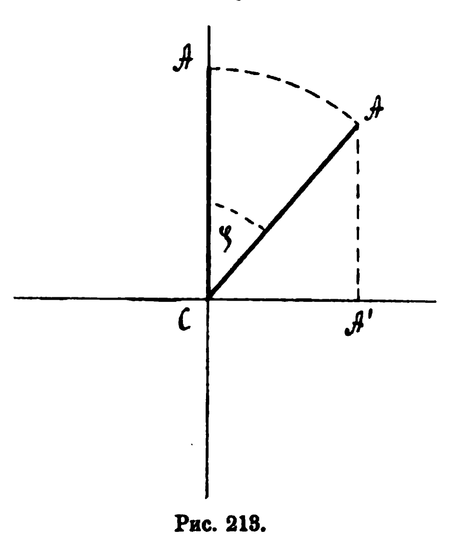


Рис. 213.

Пусть длина линіи AC, отложенной на вертикали (рис. 213), представляетъ величину $E_{0(\max)}$; тогда, вращая эту линію около точки C на углы φ, φ'..., соотвѣтствующія таковымъ же угламъ вращенія кольца въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ, мы опредѣляемъ, изъ проекціи линіи AC на горизонтальную координату, величину E_0, соотвѣтствующую данному углу вращенія.

Въ самомъ дѣлѣ, какъ видно изъ чертежа, проекція

$$\overline{CA'} = \overline{CA} \sin\varphi$$

т. е.

$$E_0 = E_{0(\max)} \sin\varphi$$

гдѣ φ уголъ вращенія кольца изъ безразличнаго его положенія. Такимъ образомъ,

$$\text{при } \varphi = 0^\circ \quad \text{и } E_0 = 0$$
$$\text{»} \quad \varphi = 90^\circ \text{ » } E_0 = E_{0(max)}$$

что мы уже видѣли въ главѣ XLVIII.

Если въ системѣ координатъ мы отложимъ въ видѣ нѣкоторой прямой, исходящей изъ точки C, величину $E_{S(max)}$, то, вращая эту прямую около точки C, мы изъ проекцій ея на горизонтальную координату опредѣлимъ величины E_S, подобно тому, какъ опредѣлили величины E_0, вращая лию AC, равную $E_{0(max)}$. Такъ какъ въ каждый моментъ электровозбудительная сила самоиндукціи E_S дѣйствуетъ въ кольцѣ противъ электровозбудительной силы дифференціальнаго тока E_0, то очевидно, что въ каждый моментъ активною въ цѣпи остается разность обѣихъ электровозбудительныхъ силъ

$$E_0 - E_S = E_N$$

другими словами,

$$E_N = \textit{проекціи } E_{0(max)} - \textit{проекція } E_{S(max)}$$

гдѣ величина E_N есть *электровозбудительная сила результирующаго индукціоннаго тока или, короче, результирующая электровозбудительная сила индукціи* (называемая также *полезною* электровозбудительною силой индукціи).

Изъ послѣдняго уравненія мы видимъ, что результирующая E_N могла бы достигнуть своего maximum'а тогда, когда, при $E_S = 0$, проекція $E_{0(max)}$ достигла бы наибольшей величины $(= E_{0(max)})$. Но такъ какъ результирующая электровозбудительная сила E_N всегда менѣе[1]) основной электровозбудительной силы E_0 и не можетъ достигнуть своего maximum'а ранѣе, чѣмъ не достигнетъ таковаго электровозбудительная сила E_0 (т. е. ранѣе,

---

[1]) Электровозбудительная сила самоиндукціи ослабляетъ силу тока въ цѣпи (§ 880).

чѣмъ кольцо не повернется изъ безразличнаго положенія на уголъ въ 90°), то моменту, когда E_N=maximum, можетъ соотвѣтствовать лишь такое построеніе, въ которомъ, при $E_S = 0$, *проекція* $E_{0(max)}$ менѣе $E_{0(max)}$, а уголъ вращенія кольца изъ безразличнаго

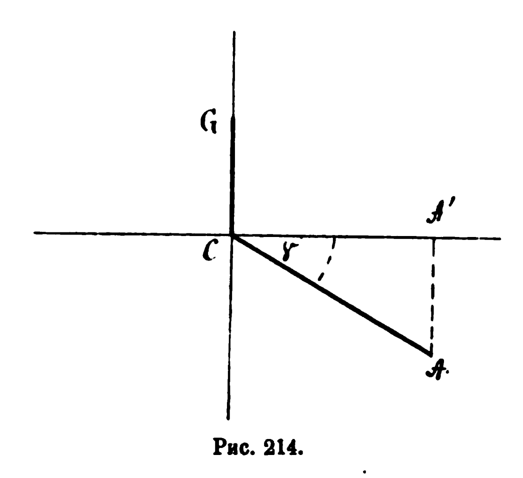


Рис. 214.

положенія $=(90+\gamma)^\circ$. Указанному моменту соотвѣтствуетъ построеніе на чертежѣ 214, гдѣ $\overline{CG} = E_{S(max)}$, причемъ *проекція* $\overline{CG}$ на горизонтальную координату $= 0$, тогда какъ проекція на ту же координату линіи $\overline{CA}$, равной $E_{0(max)}$,

$$= \overline{CA'} = \overline{CA} \cdot \cos\gamma$$

$$= E_{0(max)} \cdot \cos\gamma$$

Такимъ образомъ, опредѣляемая разностью обѣихъ проекцій, величина результирующей электровозбудительной силы индукціи въ данный моментъ равна

$$E_N = E_{0(max)} \cos\gamma - 0 = E_{0(max)} \cos\gamma$$

т. е. во вращающемся кольцѣ величина E_N достигаетъ максимума позже, чѣмъ величина E_0; $E_{N(max)}$ *запаздываетъ противъ* $E_{0(max)}$ *на фазу, равную* γ°.

Очевидно, что на ту же фазу, равную γ°, запаздываетъ E_N

противъ E_0 и въ достиженіи своего minimum'а, равнаго нулю, т. е. перемѣна въ направленіи результирующей электровозбудительной силы E_N наступаетъ позже измѣненія направленія дѣйствія электровозбудительной силы дифференціальнаго тока E_0. Точно также вообще всѣ фазисы развитія электровозбудительной силы E_N запаздываютъ на γ° противъ таковыхъ же фазисовъ развитія электровозбудительной силы E_0. Очевидно, что сказанное можетъ имѣть мѣсто лишь въ случаѣ, если при вращеніи линіи CA на нѣкоторый уголъ въ направленіи часовой стрѣлки, на тотъ же уголъ и въ ту же сторону будетъ вращаться и линія CG, другими словами — въ томъ случаѣ, если линія CG по отношенію къ линіи CA при всѣхъ обстоятельствахъ будетъ сохранять въ системѣ координатъ положеніе подъ угломъ $= (90 + \gamma)^\circ$.

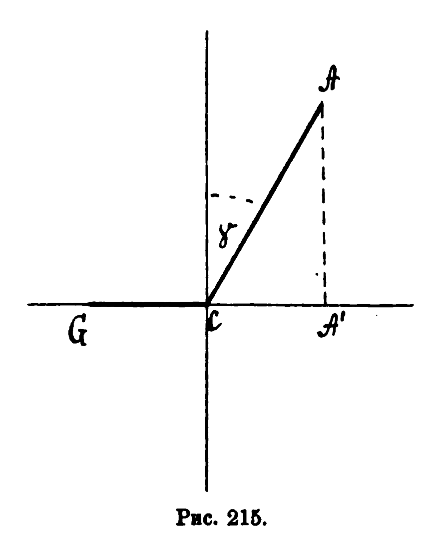


Рис. 215.

Такъ какъ $E_0 = 0$ тогда, когда кольцо проходитъ чрезъ безразличное свое положеніе, то E_N будетъ $= 0$ тогда, когда кольцо изъ безразличнаго положенія повернется на уголъ $= \gamma^\circ$. На основаніи только что сказаннаго, этому моменту соотвѣтствуетъ построеніе рис. 215, гдѣ

$$\text{проекція } \overline{GC} = \overline{GC} = E_{S(\max)}$$

$$\text{»} \qquad \overline{CA} = \overline{CA'} = E_{0(\max)} \sin\gamma$$

и такимъ образомъ

$$E_{0(\max)} \sin\gamma - E_{S(\max)} = E_N = 0$$

откуда

$$E_{S(\max)} = E_{0(\max)} \sin\gamma$$

сама же *фаза запаздыванія* γ *можетъ быть опредѣлена изъ уравненія*

$$\sin \gamma^\circ = \frac{E_{S(max)}}{E_{0(max)}}$$

Теперь примемъ въ соображеніе, что если на полный оборотъ (на 360°) кольцо вращается въ теченіе τ секундъ, то на 1° оно повернется въ $\frac{\tau}{360}$ секунды, а на γ° въ теченіе $\frac{\tau}{360}\cdot\gamma^\circ$ секунды, или, измѣряя всѣ углы въ абсолютной мѣрѣ, находимъ (§ 868), что на γ единицъ угла кольцо повернется въ $\frac{\tau}{2\pi}\gamma$ секунды. Такимъ образомъ, *фаза, на которую запаздываетъ величина* E_N *противъ* E_0, *будучи выражена въ единицахъ времени,* $=\frac{\tau}{2\pi}\gamma$ *секундамъ:*

$$\sin \frac{\tau}{2\pi}\gamma = \frac{E_{S(max)}}{E_{0(max)}}$$

898. Прослѣдимъ теперь весь ходъ измѣненій величины E_N, rspct. E_0 и E_S, по мѣрѣ вращенія кольца въ магнитномъ полѣ.

Предполагая, что мы имѣемъ дѣло съ установившеюся скоростью вращенія кольца, мы видимъ, что

1) въ моментъ прохожденія кольца чрезъ безразличное положеніе (рис. 216), т. е. когда уголъ вращенія $\varphi = 0$

$E_0 = 0 =$ *minimum*

$E_S = E_{S(max)}\cos\gamma = E_{S(max)}\sin(90-\gamma)$

$E_N = -E_{S(max)}\cos\gamma$

$\quad = -E_{S(max)}\sin(90-\gamma)^\circ$

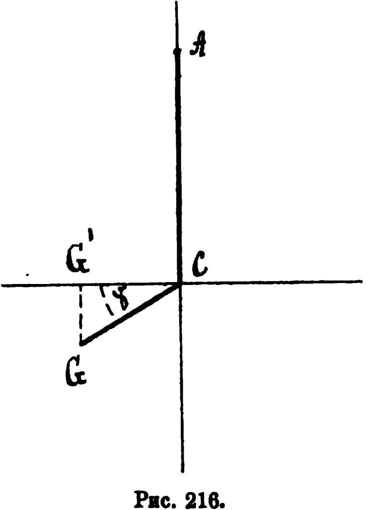


Рис. 216.

2) въ моментъ вращенія кольца на уголъ $\varphi = \gamma$ (рис. 215)

$E_0 = E_{0(max)}\sin\gamma$

$E_S = E_{0(max)}\sin\gamma =$ *maximum*

$E_N = 0 =$ *minimum*

3) въ моментъ вращенія кольца на уголъ $\varphi = 90^\circ$ (рис. 217)

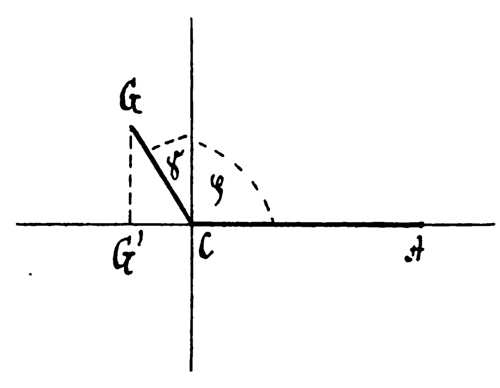


Рис. 217.

$$E_0 = E_{0(\max)} = maximum$$
$$E_S = E_{S(\max)} \sin\gamma$$
$$E_N = E_{0(\max)} - E_{S(\max)} \sin\gamma$$

4) въ моментъ вращенія кольца на уголъ $\varphi = (90 + \gamma)^\circ$ (рис. 214)

$$E_0 = E_{0(\max)} \cos\gamma = E_{0(\max)} \sin(90 - \gamma)^\circ$$
$$E_S = 0 = minimum$$
$$E_N = E_{0(\max)} \cos\gamma = E_{0(\max)} \sin(90 - \gamma)^\circ = maximum$$

5) При дальнѣйшемъ вращеніи кольца величина E_N уменьшается до угла $\varphi = (180 + \gamma)^\circ$, когда E_N становится $= 0$. Начиная съ этого момента, E_N опять увеличивается, дѣйствуя въ направленіи противоположномъ тому, которое эта электровозбудительная сила имѣла между углами вращенія $\varphi = \gamma^\circ$ и $\varphi = (180 + \gamma)^\circ$; при углѣ $\varphi = (270 + \gamma)^\circ$ величина E_N достигаетъ максимума и убываетъ затѣмъ до $\varphi = 360^\circ + \gamma^\circ$ (другими словами, до $\varphi = \gamma^\circ$), когда E_N падаетъ до нуля, и т. д.

Итакъ

$E_N = 0$ при углахъ вращенія $\varphi = \gamma$ и $\varphi = (180 + \gamma)^\circ$
$E_N =$ maximum при угл. вращ. $\varphi = (90 + \gamma)^\circ$ и $\varphi = (270 + \gamma)^\circ$,

тогда какъ при отсутствіи самоиндукціи мы имѣли (§ 864)

$E_N = E_0 = 0$ при углахъ вращенія $\varphi = 0$ и $\varphi = 180°$
$E_N = E_0 =$ maximum при углахъ вращенія $\varphi = 90$ и $\varphi = 270°$

Такимъ образомъ E_N *запаздываетъ* сравнительно съ E_0 на фазу, равную $\gamma° = \frac{\tau}{2\pi}\gamma$ секундамъ.

Въ предѣлахъ между моментами, когда $E_N = 0$ и когда $E_N =$ maximum, величина E_N измѣняется пропорціонально синусу угла вращенія φ кольца. То же относится, какъ мы видѣли, и къ величинѣ E_S, причемъ

$E_S = 0$ при углахъ вращенія $\varphi = (90 + \gamma)°$ и $\varphi = (270 + \gamma)°$
$E_S =$ maximum при углахъ вращенія $\varphi = \gamma°$ и $\varphi = (180 + \gamma)°$

899. Полученные нами результаты могутъ быть съ полною наглядностью выражены слѣдующимъ чертежомъ (рис. 218), въ коемъ на абсциссѣ означены углы вращенія кольца въ магнит-

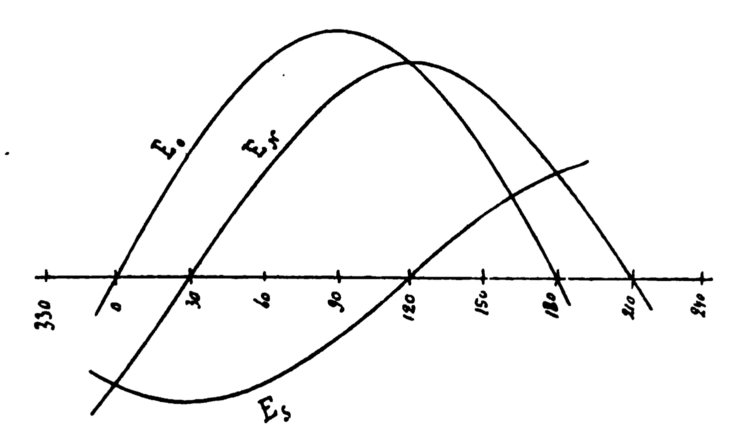


Рис. 218.
E_N запаздываетъ на уголъ $\gamma = 30°$.

номъ полѣ, синусовидныя же кривыя E_0, E_S и E_N изображаютъ весь ходъ измѣненій этихъ величинъ, наглядно показывая отношенія ихъ другъ къ другу въ наиболѣе важные моменты. Такъ какъ E_0 измѣняетъ направленіе при вращеніи кольца на каждые

180°, то такія же измѣненія претерпѣваютъ и электровозбудительныя силы E_S и E_N; соотвѣтственно этимъ періодическимъ измѣненіямъ направленія, мы откладываемъ кривыя E_0, E_S и E_N попеременно вверхъ и внизъ отъ абсциссы, такъ что точкамъ пересѣченій кривыхъ съ абсциссою соотвѣтствуютъ моменты измѣненій въ направленіи электровозбудительныхъ силъ. Высотою кривыхъ выражаются въ каждый моментъ абсолютныя величины E_0, E_S и E_N, причемъ наибольшая высота ординатъ въ кривыхъ E_0 и E_S соотвѣтствуетъ длинѣ линій $\overline{CA}$ и $\overline{CG}$ въ предшествующихъ чертежахъ, точкамъ же пересѣченій кривыхъ съ абсциссою соотвѣтствуютъ моменты, когда соотвѣтственныя электровозбудительныя силы падаютъ до нуля. Очевидно, что высота кривой E_N въ каждый моментъ опредѣляется разностью соотвѣтствующихъ ординатъ въ кривыхъ E_0 и E_S, т. е. разностью проекцій $E_{0(max)}$ и $E_{S(max)}$ (см. предшествующіе чертежи). Чертежъ 218 составленъ для того случая, который мы разсматривали выше, т. е. для случая, когда E_N запаздываетъ на уголъ $\gamma = 30°$. Мы рекомендуемъ теперь же чертежъ 218 сравнить съ чертежемъ 222, составленнымъ для случая, когда E_N запаздываетъ на фазу $= 45°$ [1]).

900. Перейдемъ теперь къ вычисленію угла γ и къ вычисленію электровозбудительныхъ силъ E_S и E_N.

Разсматривая чертежъ 219 (повтореніе чертежа 214-го), мы видимъ, что въ треугольникѣ $A'CA$ сторона $\overline{CA} = E_{0(max)}$, а $\overline{CA'} = E_{N(max)}$; вмѣстѣ съ тѣмъ очевидно, что сторона $\overline{AA'}$ равна $\overline{CG}$, т. е. $\overline{AA'} = E_{S(max)}$ [2]), причемъ

$$E_{S(max)} = E_{0(max)} \sin \gamma$$

[1]) Обращаемъ вниманіе на то, что аналогичныя кривыя, приводимыя въ различныхъ руководствахъ, составлены безъ строгаго построенія, такъ что при повѣркѣ оказываются болѣе или менѣе не удовлетворяющими приведеннымъ выше законамъ. Даже въ такомъ сочиненіи какъ Kittler's Handbuch der Elektrotechnik, въ которомъ приведены многочисленные чертежи для различнѣйшихъ, тщательно анализированныхъ условій индукціи, чертежи эти оказываются при ближайшемъ разсмотрѣніи невѣрно построенными.

[2]) Соединивъ точку A' съ G мы получимъ линію $= E_{0(max)}$, уголъ же $GA'C$ будетъ $= \gamma$.

Если бы въ каждомъ случаѣ, представляющемся на практикѣ, намъ была извѣстна не только абсолютная величина $E_{0(\max)}$, но и величина $E_{S(\max)}$, то опредѣленіе угла γ и величины $E_{N(\max)}$ не представило бы трудности. Въ самомъ дѣлѣ, какъ мы уже видѣли (§ 897),

$$\frac{E_{S(\max)}}{E_{0(\max)}} = \sin\gamma^{\circ}$$

Съ другой стороны, въ прямоугольномъ треугольникѣ $CA'A$

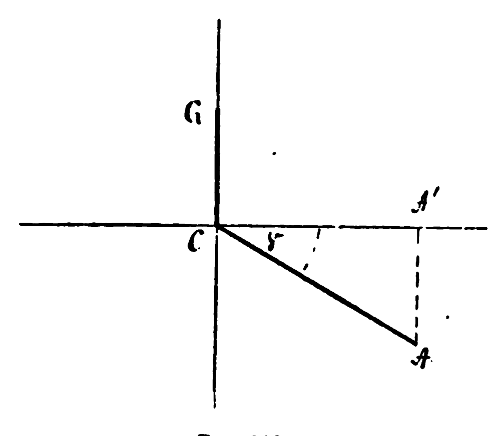


Рис. 219.

(рис. 219) сумма квадратовъ обоихъ катетовъ равна квадрату гипотенузы:

$$(\overline{CA'})^2 + (\overline{A'A})^2 = (\overline{CA})^2$$

$$E_{N(\max)}{}^2 + E_{S(\max)}{}^2 = E_{0(\max)}{}^2$$

откуда

$$E_{N(\max)}{}^2 = E_{0(\max)}{}^2 - E_{S(\max)}{}^2$$

и

$$E_{N(\max)} = \sqrt{E_{0(\max)}{}^2 - E_{S(\max)}{}^2}$$

Точно также было бы достаточно для опредѣленія величины $E_{N(\max)}$ знать помимо $E_{0(\max)}$ еще фазу, на которую запаздываетъ результирующая электровозбудительная сила E_N, т. е. достаточно было бы знать уголъ γ. Но въ дѣйствительности ни уголъ γ, ни

величина $E_{S(\max)}$ намъ не бываютъ извѣстны, а даны всегда лишь коэффиціентъ $\mathfrak{L}$ самоиндукціи цѣпи и величины, на основаніи которыхъ мы можемъ опредѣлить максимальное значеніе электровозбудительной силы дифференціальнаго тока ($E_{0(\max)}$). Послѣднія величины суть: угловая скорость вращенія кольца $\omega = 2\pi n$ (гдѣ n — число оборотовъ, совершаемыхъ кольцомъ въ секунду), площадь кольца F и напряженіе $\mathfrak{H}$ того равномѣрнаго магнитнаго поля, въ коемъ кольцо вращается.

При этихъ данныхъ прямое опредѣленіе величинъ E_S и γ невозможно, ибо (§ 896)

$$E_{S(\max)} = 2\pi n \mathfrak{L} I_{N(\max)}$$

а

$$\sin\gamma = \frac{2\pi n \mathfrak{L} I_{N(\max)}}{2\pi n F \mathfrak{H}} = \frac{\mathfrak{L} I_{N(\max)}}{F\mathfrak{H}}$$

въ каковыхъ выраженіяхъ результирующая сила тока $I_{N(\max)}$ остается для насъ величиною неизвѣстною.

Но разсматривая чертежъ, мы видимъ, что

$$\frac{\overline{AA'}}{\overline{CA'}} = \frac{E_{S(\max)}}{E_{N(\max)}} = \operatorname{tg}\gamma$$

а такъ какъ

$$E_{N(\max)} = I_{N(\max)} W$$

гдѣ W — общее сопротивленіе цѣпи, то

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\pi n \mathfrak{L} I_{N(\max)}}{I_{N(\max)} \, . \, W}$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}$$

гдѣ всѣ величины намъ извѣстны, rspct. могутъ быть всегда легко опредѣлены.

Зная $\operatorname{tg}\gamma$, мы можемъ при помощи тригонометрическихъ таблицъ опредѣлить уголъ γ; далѣе мы можемъ вычислить и $\sin\gamma$, ибо

$$\sin\gamma = \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\gamma}}$$

слѣдовательно

$$\sin\gamma = \frac{\frac{2\pi n\mathfrak{L}}{W}}{\sqrt{1+\left(\frac{2\pi n\mathfrak{L}}{W}\right)^2}}$$

Возведя обѣ части уравненія въ квадратъ, находимъ

$$\sin^2\gamma = \frac{(2\pi n\mathfrak{L})^2}{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}$$

откуда

$$\sin\gamma = \frac{2\pi n\mathfrak{L}}{\sqrt{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

901. Что касается величины $E_{N(\max)}$, то опредѣлить ее возможно различными способами. Прежде всего, опредѣленіе это возможно лишь при знаніи величинъ $E_{0(\max)}$, W и $\mathfrak{L}$, что имѣетъ особенное практическое значеніе.

Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ (§ 900)

$$E_{0(\max)}{}^2 = E_{N(\max)}{}^2 + E_{S(\max)}{}^2$$
$$E_{0(\max)}{}^2 = [I_{N(\max)}\,.\,W]^2 + [2\pi n\mathfrak{L}I_{N(\max)}]^2$$

то

$$E_{0(\max)} = \sqrt{[I_{N(\max)}\,.\,W]^2 + [2\pi n\mathfrak{L}I_{N(\max)}]^2}$$
$$= I_{N(\max)}\sqrt{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}$$

откуда

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

и

$$E_{N(\max)} = I_{N(\max)}W = \frac{E_{0(\max)}\,.\,W}{\sqrt{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

или, лучше,

$$E_{N(\max)} = E_{0(\max)}\cdot\frac{W}{\sqrt{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

Послѣднему выраженію можно придать еще другой видъ; для этого возведемъ обѣ части уравненія въ квадратъ

$$E_{N(\max)}{}^2 = E_{0(\max)}{}^2\cdot\frac{W^2}{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}$$

числителя и знаменателя дроби дѣлимъ на W^2

$$E_{N(\max)}^2 = E_{0(\max)}^2 \cdot \frac{1}{\frac{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}{W^2}}$$

$$= E_{0(\max)}^2 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi n \mathcal{L}}{W}\right)^2}$$

откуда

$$E_{N(\max)} = \sqrt{E_{0(\max)}^2 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi n \mathcal{L}}{W}\right)^2}}$$

$$= E_{0(\max)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi n \mathcal{L}}{W}\right)^2}}$$

902. Другое опредѣленіе величины $E_{N(\max)}$ также основано на уравненіи, выводимомъ изъ чертежа 219:

$$E_{N(\max)}^2 = E_{0(\max)}^2 - E_{S(\max)}^2$$

гдѣ

$$E_{S(\max)} = E_{0(\max)} \sin\gamma$$

Такимъ образомъ

$$E_{N(\max)}^2 = E_{0(\max)}^2 - [E_{0(\max)} \sin\gamma]^2$$

$$= E_{0(\max)}^2 [1 - \sin^2\gamma]$$

а такъ какъ (стр. 785)

$$\sin^2\gamma = \frac{(2\pi n \mathcal{L})^2}{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}$$

то

$$E_{N(\max)}^2 = E_{0(\max)}^2 \left[1 - \frac{(2\pi n \mathcal{L})^2}{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}\right]$$

$$E_{N(\max)}^2 = E_{0(\max)}^2 \cdot \frac{W^2}{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}$$

откуда

$$E_{N(\max)} = E_{0(\max)} \cdot \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}}$$

или (стр. 786)

$$E_{N(\max)} = E_{0(\max)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi n \mathcal{L}}{W}\right)^2}}$$

903. Изъ послѣдняго выраженія силу результирующаго индукціоннаго тока находимъ

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{N(\max)}}{W} = \frac{1}{W} \cdot E_{0(\max)} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi n \mathcal{L}}{W}\right)^2}}$$

тогда какъ сила дифференціальнаго тока (§ 865)

$$I_{0(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{W}$$

слѣдовательно

$$I_{N(\max)} < I_{0(\max)}$$

и притомъ

$$I_{0(\max)} : I_{N(\max)} = \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2} : W$$

904. Такимъ образомъ, уменьшеніе силы тока вслѣдствіе самоиндукціи можетъ быть объяснено двоякимъ путемъ. Первое, раціональное, объясненіе заключается въ томъ, что самоиндукція уменьшаетъ дѣйствующую въ цѣпи активно электровозбудительную силу индукціи, низводя ее съ величины $E_{0(\max)}$ на величину

$$E_{0(\max)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi n \mathcal{L}}{W}\right)^2}}$$

каковая величина, дѣйствуя въ цѣпи съ сопротивленіемъ W, развиваетъ токъ, максимумъ силы коего $= I_{N(\max)}$.

Второе, наиболѣе распространенное, но, собственно говоря, нераціональное объясненіе заключается въ томъ, что электровозбудительная сила самоиндукціи дѣйствіемъ своимъ въ цѣпи какъ бы увеличиваетъ сопротивленіе послѣдней. Въ самомъ дѣлѣ, въ выраженіи

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}}$$

знаменатель, большій противъ нормальнаго сопротивленія W, можно разсматривать какъ *кажущееся сопротивленіе цѣпи,* обусловливаемое самоиндукціей и возрастающее вмѣстѣ съ увеличеніемъ послѣдней. Зная величину $E_{0(\max)}$ и измѣривъ $I_{N(\max)}$, мы и на практикѣ приходимъ къ заключенію, что сопротивленіе цѣпи благодаря самоиндукціи какъ бы увеличилось и находимъ его, согласно формулѣ Ома, равнымъ

$$\frac{E_{0(\max)}}{I_{N(\max)}} = \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

каковая величина измѣняется съ измѣненіемъ коэффиціента самоиндукціи и съ измѣненіемъ скорости вращенія кольца, а именно *увеличивается съ увеличеніемъ числа оборотовъ, совершаемыхъ вращающимся кольцомъ въ теченіе секунды и съ увеличеніемъ коэффиціента самоиндукціи.* Итакъ, кажущееся сопротивленіе цѣпи представляетъ ту особенность, что величина его не постоянна.

905. Само собою разумѣется, что изъ того обстоятельства, что кажущееся сопротивленіе цѣпи растетъ съ увеличеніемъ числа n періодовъ индукціи, отнюдь не слѣдуетъ, что падаетъ сила результирующаго тока ($I_{N(\max)}$), ибо съ увеличеніемъ числа n въ x разъ и электровозбудительная сила дифференціальнаго тока $E_{0(\max)}$ увеличивается во столько же разъ, такъ какъ

$$E_{0(\max)} = 2\pi n F \mathfrak{H}$$

Такимъ образомъ, *при увеличеніи числа періодовъ индукціи сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ возрастаетъ, но* **не пропорціонально** *увеличенію числа періодовъ.*

906. Если въ одномъ случаѣ число періодовъ $= n$, а въ другомъ xn, причемъ $xn > n$, то, при однихъ и тѣхъ же сопротивленіи и коэффиціентѣ самоиндукціи, имѣемъ въ первомъ случаѣ

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

а во второмъ случаѣ

$$I'_{N(\max)} = \frac{x E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}}$$

причемъ

$$I'_{N(\max)} : I_{N(\max)} = \frac{x E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}} : \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

откуда

$$I'_{N(\max)} = I_{N(\max)} \cdot x \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}{\sqrt{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}}$$

Такимъ образомъ, *при увеличеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ, максимальная сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ увеличивается всего только въ*

$$x \cdot \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}{\sqrt{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ,}$$

гдѣ дробный множитель, какъ мы видимъ, менѣе единицы.

907. Аналогично находимъ, что *при уменьшеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ максимальная сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ уменьшается въ*

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}{\sqrt{W^2 + \left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{x}\right)^2}} \text{ раза,}$$

каковому выраженію можно придать болѣе удобный видъ:

$$\sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{x^2 W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ раза.}$$

Само собою разумѣется, что электровозбудительная сила результирующаго тока, равная, какъ извѣстно,

$$I_{N(\max)} \cdot W = E_{N(\max)}$$

измѣняется при измѣненіи числа періодовъ индукціи во столько же разъ, во сколько измѣняется величина $I_{N(\max)}$.

908. Если, увеличивая въ x разъ число періодовъ, равное n, мы желаемъ, чтобы результирующая сила тока осталась неизмѣнною, то необходимо увеличить существующее сопротивленіе W цѣпи до величины W_1 такъ, чтобы

$$\frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}} = \frac{x E_{0(max)}}{\sqrt{W_1^2 + (2\pi x n \mathcal{L})^2}}$$

Найдемъ отсюда величину W_1:

Возведя обѣ части уравненія въ квадратъ, имѣемъ

$$\frac{E_{0(max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2} = \frac{x^2 . E_{0(max)}^2}{W_1^2 + (2\pi x n \mathcal{L})^2}$$

откуда

$$W_1^2 + (2\pi x n \mathcal{L})^2 = \frac{[W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2] . x^2 . E_{0(max)}^2}{E_{0(max)}^2}$$
$$= [W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2]\ x^2$$

и

$$W_1^2 = x^2 W^2 + (2\pi n x \mathcal{L})^2 - (2\pi n x \mathcal{L})^2 = x^2 W^2$$

наконецъ

$$W_1 = x W$$

Подставивъ найденное для W_1 выраженіе въ исходную формулу, находимъ

$$\frac{x E_{0(max)}}{\sqrt{(x W)^2 + (2\pi n x \mathcal{L})^2}} = \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}} = I_{N(max)}$$

т. е. первоначальной силѣ тока.

Такимъ образомъ, *для того, чтобы* $I_{N(max)}$ *не увеличилась при увеличеніи числа n періодовъ индукціи въ x разъ, мы должны общее сопротивленіе цѣпи увеличить въ x разъ, иначе — ввести въ цѣпь добавочное сопротивленіе*

$$W_2 = x W - W$$
$$= W(x - 1)$$

Само собою разумѣется, что это *добавочное сопротивленіе должно быть свободно отъ индукціи*, такъ какъ коэффиціентъ $\mathfrak{L}$ мы оставили при вычисленіи безъ измѣненія. Итакъ, *введеніемъ въ цѣпь опредѣленныхъ добавочныхъ свободныхъ отъ индукціи сопротивленій, мы можемъ достигнуть того, что амплитуды результирующаго тока останутся неизмѣнными при любомъ числѣ полныхъ періодовъ индукціи въ единицу времени.*

909. Аналогично вышесказанному находимъ, что *въ случаѣ, если, уменьшая въ x разъ число періодовъ индукціи*, мы желаемъ, чтобы сила результирующаго тока осталась неизмѣнною, то общее сопротивленіе W цѣпи должно уменьшить до величины

$$W_2 = \frac{W}{x}$$

т. е. должно выключить изъ цѣпи свободную отъ индукціи часть сопротивленія

$$W - \frac{W}{x}$$
$$= \frac{W(x-1)}{x}$$

910. Изъ выраженія

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

мы видимъ, что, при увеличеніи одной лишь электровозбудительной силы дифференціальнаго тока въ x разъ, и сила результирующаго тока увеличится въ x разъ. Какъ видно изъ формулы

$$E_{0(\max)} = 2\pi n F \mathfrak{H}$$

увеличенія разсматриваемой электровозбудительной силы въ x разъ мы можемъ достигнуть троякимъ путемъ: a) увеличивъ въ x разъ число (n) оборотовъ, совершаемыхъ вращающеюся катушкою въ единицу времени, b) увеличивъ въ x разъ площадь (F) катушки и c) увеличивъ въ x разъ напряженіе ($\mathfrak{H}$) того равномѣр-

наго магнитнаго поля, въ коемъ катушка вращается. Относительно вліянія скорости вращенія на силу результирующаго тока уже было говорено, что при увеличеніи числа оборотовъ катушки въ x разъ, сила результирующаго тока хотя и увеличивается, но менѣе чѣмъ въ x разъ. При увеличеніи въ x разъ площади катушки сила результирующаго тока необходимо должна возрасти также менѣе чѣмъ въ x разъ, ибо невозможно увеличить площадь катушки, не увеличивъ сопротивленія и коэффиціента $\mathfrak{L}$ самоиндукціи ея (§ 881). Такимъ образомъ, *желая увеличить въ x разъ силу результирующаго тока путемъ увеличенія во столько же разъ электровозбудительной силы дифференціальнаго тока, — намъ не остается ничего инаго, какъ увеличить въ x разъ напряженіе того равномѣрнаго магнитнаго поля, въ которомъ съ данною скоростью вращается данная катушка.*

Очевидно, что *уменьшивъ* въ x разъ напряженіе магнитнаго поля, мы во столько же разъ уменьшимъ силу тока $I_{N(\max)}$.

О томъ, какимъ образомъ мы можемъ получить въ данномъ пространствѣ равномѣрное магнитное поле желаемаго напряженія — будетъ говорено въ спеціальной части.

911. Разсматривая далѣе выраженіе

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

мы видимъ, что въ случаѣ, когда сопротивленіе проволоки, образующей вращающуюся катушку, составляетъ лишь небольшую часть общаго сопротивленія цѣпи, можно, измѣняя послѣднее (т. е. уменьшая или увеличивая внѣшнее сопротивленіе, *предполагаемое свободнымъ отъ индукціи*), достигнуть болѣе или менѣе значительнаго увеличенія силы результирующаго тока. Особенный практическій интересъ представляетъ здѣсь возможность измѣненія величины $I_{N(\max)}$ въ желаемое число (x) разъ. Разсматривая послѣдняго рода задачу, мы видимъ, что для того, чтобы путемъ уменьшенія общаго сопротивленія W цѣпи увеличить силу

тока $I_{N(\max)}$ въ x разъ, мы очевидно должны уменьшить сопротивленіе W во столько (y) разъ, чтобы получить равенство

$$x\,I_{N(\max)} = \frac{x\,E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{\frac{W^2}{y^2} + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

Отсюда мы можемъ опредѣлить величину y:

$$\sqrt{\frac{W^2}{y^2} + (2\pi n\mathfrak{L})^2} = \frac{E_{0(\max)}\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}{x\,.\,E_{0(\max)}} = \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}{x}$$

или, возведя обѣ части уравненія въ квадратъ:

$$\frac{W^2}{y^2} + (2\pi n\mathfrak{L})^2 = \frac{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}{x^2}$$

и

$$\frac{W^2}{y^2} = \frac{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}{x^2} - (2\pi n\mathfrak{L})^2 = \frac{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2 - x^2(2\pi n\mathfrak{L})^2}{x^2}$$

$$= \frac{W^2 - (2\pi n\mathfrak{L})^2(x^2-1)}{x^2}$$

откуда

$$y^2 = \frac{W^2 x^2}{W^2 - (2\pi n\mathfrak{L})^2(x^2-1)}$$

и

$$y = \frac{Wx}{\sqrt{W^2 - (2\pi n\mathfrak{L})^2(x^2-1)}}$$

т. е. *для увеличенія въ x разъ силы результирующаго тока путемъ уменьшенія сопротивленія цѣпи, мы должны общее сопротивленіе W цѣпи уменьшить въ*

$$y = \frac{Wx}{\sqrt{W^2 - (2\pi n\mathfrak{L})^2(x^2-1)}} \text{ разъ,}$$

предполагая, что та часть цѣпи, сопротивленіе коей мы уменьшаемъ, свободна отъ индукціи и потому коэффиціентъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$ цѣпи при уменьшеніи общаго сопротивленія W не измѣняется. На практикѣ это имѣетъ мѣсто въ томъ случаѣ, если внѣшнее сопротивленіе цѣпи образуется реостатами, состоящими

изъ бифилярно свернутыхъ спиралей (§ 886), или образуется какими бы то ни было проводниками, коэффиціентъ самоиндукціи коихъ совершенно ничтоженъ сравнительно съ таковымъ самой вращающейся катушки.

Уменьшивъ существующее сопротивленіе W цѣпи въ y разъ, т. е. раздѣливъ величину W на найденное для y выраженіе, мы находимъ, что общее сопротивленіе цѣпи должно быть равно

$$W_1 = \frac{\sqrt{W^2 - (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)}}{x}$$

слѣдовательно мы должны уменьшить существующее сопротивленіе W цѣпи на величину

$$W - \frac{\sqrt{W^2 - (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)}}{x}$$

912. Предѣлъ, до котораго возможно увеличеніе силы тока путемъ уменьшенія сопротивленія цѣпи, опредѣляется двумя факторами:

1) въ выраженіи

$$W_1 = \frac{\sqrt{W^2 - (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)}}{x}$$

при увеличеніи x до извѣстнаго предѣла, въ числителѣ дроби получается мнимая величина, такъ какъ произведеніе $(2\pi n \mathfrak{L})^2$ $(x^2 - 1)$ становится большимъ W^2;

2) но и въ случаѣ, если числитель дроби, опредѣляющей W_1, есть величина реальная, все же можетъ оказаться, что общее сопротивленіе W_1 всей цѣпи станетъ меньшимъ той неизмѣнной части цѣпи, которая образуется обмоткою вращающейся катушки, — т. е. можетъ оказаться, что для увеличенія силы тока въ x разъ пришлось бы не только *внѣшнее* сопротивленіе цѣпи уменьшить до нуля, но еще уменьшить и сопротивленіе самой катушки, что невозможно.

913. Подобно только что сказанному, вычисляемъ и то измѣненіе въ сопротивленіи цѣпи, которое мы должны произвести для того, чтобы *уменьшить* силу результирующаго тока. Такъ какъ сила тока I_N уменьшится въ x разъ, если въ это же число разъ мы увеличимъ кажущееся сопротивленіе цѣпи, т. е.

$$\frac{I_{N(max)}}{x} = \frac{E_{0(max)}}{x\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

то дѣйствительное сопротивленіе цѣпи W мы должны увеличить во столько (y) разъ, чтобы

$$\frac{E_{0(max)}}{\sqrt{(Wy)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = \frac{E_{0(max)}}{x\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

откуда

$$\sqrt{(Wy)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2} = x\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

$$(Wy)^2 = x^2 W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)$$

$$y^2 = \frac{x^2 W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)}{W^2}$$

и наконецъ

$$y = \frac{\sqrt{x^2 W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)}}{W} \text{ разъ}$$

Увеличивъ существующее сопротивленіе W цѣпи въ y разъ, т. е. умноживъ величину W на найденное для y выраженіе, мы находимъ, что общее сопротивленіе цѣпи должно быть равно

$$\sqrt{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)}$$

слѣдовательно мы должны увеличить существующее сопротивленіе W на величину

$$\sqrt{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2 (x^2 - 1)} - W$$

914. Такъ какъ величина E_N запаздываетъ въ своемъ развитіи противъ величины E_0 на уголъ $= \gamma^\circ$, то, какъ видно изъ чертежа 220, E_N измѣняется при вращеніи кольца пропорціо-

нально синусу угла $(\varphi-\gamma)^\circ$, гдѣ φ—уголъ вращенія кольца изъ

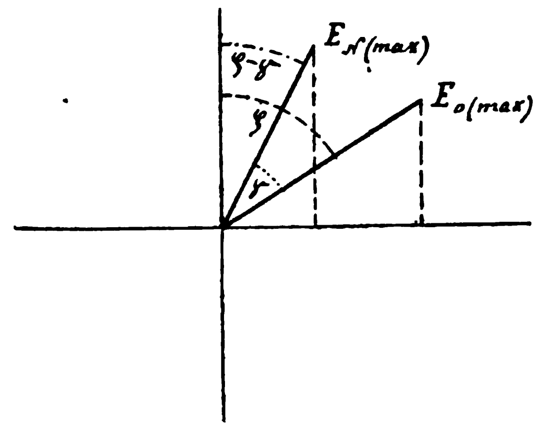


Рис. 220.

безразличнаго положенія его. Такимъ образомъ, *въ каждый данный моментъ:*

$$E_N = E_{0(\max)} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}} \cdot \sin(\varphi-\gamma)^\circ$$

точно также

$$I_N = \frac{1}{W} E_{0(\max)} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}} \cdot \sin(\varphi-\gamma)^\circ$$

или

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(2\pi n \mathfrak{L})^2}} \cdot \sin(\varphi-\gamma)^\circ$$

Наконецъ, замѣняя, согласно сказанному въ § 869, углы φ° и γ° величинами $2\pi\frac{\tau'}{\tau}$ и $2\pi\gamma$, находимъ

$$E_N = E_{0(\max)} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}} \sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau}-\gamma\right)$$

$$I_N = \frac{1}{W} E_{0(\max)} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}} \sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau}-\gamma\right)$$

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(2\pi n \mathfrak{L})^2}} \sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau}-\gamma\right)$$

915. Очевидно, что уголъ γ, т. е. фаза, на которую запаздываетъ величина $E_{N(\max)}$ противъ величины $E_{0(\max)}$, rspct. на которую запаздываютъ всѣ измѣненія E_N, можетъ возрастать лишь до извѣстнаго предѣла. Въ самомъ дѣлѣ

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{E_{S(\max)}}{E_{N(\max)}}$$

причемъ $\operatorname{tg}\gamma = \infty$ только въ томъ случаѣ, когда $E_{N(\max)} = 0$, а это возможно лишь при условіи, что $E_{S(\max)}$ увеличилось до равенства съ $E_{0(\max)}$—чего, какъ мы знаемъ, быть не можетъ (ср., между прочимъ, § 917). Поэтому уголъ γ во всякомъ случаѣ будетъ менѣе 90° ($\operatorname{tg} 90° = \infty$), т. е. запаздываніе величины E_N никогда не достигнетъ всей $1/4$ полнаго періода индукціи. Также и изъ уравненія

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\pi n\mathfrak{L}}{W}$$

видно, что фаза запаздыванія достигла бы $1/4$ полнаго періода индукціи лишь въ томъ случаѣ, если бы скорость вращенія кольца увеличилась до безконечности, или сопротивленіе цѣпи было $= 0$.

Вмѣстѣ съ тѣмъ изъ выраженія

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\pi n\mathfrak{L}}{W}$$

видно, что $\operatorname{tg}\gamma$ увеличивается пропорціонально скорости вращенія кольца (числу оборотовъ n, совершаемыхъ кольцомъ въ секунду), пропорціонально увеличенію коэффиціента $\mathfrak{L}$ самоиндукціи кольца и обратно пропорціонально сопротивленію послѣдняго. Но мы знаемъ, что коэффиціентъ самоиндукціи кольца или катушки возрастаетъ пропорціонально ограничиваемой ими площади, rspct. съ увеличеніемъ числа оборотовъ проволоки, образующей катушку, а потому увеличеніе $\mathfrak{L}$ безъ увеличенія сопротивленія W не мыслимо. Это обстоятельство препятствуетъ чрезмѣрному возрастанію фазы запаздыванія результирующаго тока.

Если, однако, нѣтъ возможности увеличить коэффиціентъ самоиндукціи вращающейся катушки, не увеличивъ сопротивленія ея, то все же можно увеличить коэффиціентъ самоиндукціи всей цѣпи, не увеличивая общаго сопротивленія[1]). Если напр., въ цѣпь помимо вращающейся катушки включена спираль, коэффиціентъ самоиндукціи коей $= \mathfrak{L}'$, то, вдвигая внутрь спирали желѣзный сердечникъ, мы въ значительной мѣрѣ увеличимъ ея коэффиціентъ самоиндукціи, вслѣдствіе чего увеличится *общій коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи, равный суммѣ коэффиціентовъ самоиндукціи послѣдовательныхъ звеньевъ ея,* и такимъ образомъ чрезвычайно увеличится кажущееся сопротивленіе цѣпи и запаздываніе величины E_N.

916. Итакъ, увеличеніе угла γ, т. е. увеличеніе запаздыванія въ развитіи величины E_N, есть слѣдствіе увеличенія электровозбудительной силы самоиндукціи въ цѣпи, абсолютная величина коей

$$E_{S(\max)} = 2\,\pi n \mathfrak{L}\, I_{N(\max)}$$

какъ мы видѣли, возрастаетъ пропорціонально увеличенію тѣхъ факторовъ, которые увеличиваютъ $\operatorname{tg}\gamma$. Далѣе, мы знаемъ, что съ увеличеніемъ электровозбудительной силы самоиндукціи происходитъ не только увеличеніе запаздыванія въ развитіи E_N, но и уменьшеніе абсолютной величины этой электровозбудительной силы, resp. уменьшеніе силы результирующаго тока I_N. Сказанное видно изъ сравненія рис. 221 съ рис. 222: въ первомъ разность фазъ E_0 и E_N составляетъ 30°, во второмъ же — 45°, соотвѣтственно чему во второмъ случаѣ оказывается значительно уменьшенной результирующая электровозбудительная сила E_N[2]).

Изъ сказаннаго до сихъ поръ ясно, что при постоянныхъ величинахъ $\mathfrak{L}$ и n увеличеніе сопротивленія W цѣпи обусловли-

---

[1]) Увеличивъ лишь «кажущееся сопротивленіе».

[2]) Мы привели здѣсь чертежи измѣненій электровозбудительныхъ силъ E_S и E_N (при постоянной E_0), но разумѣется само собою, что кривыя силъ токовъ I_0, I_S и I_N (изъ коихъ первые два суть величины теоретическія) вполнѣ аналогичны кривымъ соотвѣтственныхъ электровозбудительныхъ силъ.

ваетъ уменьшеніе запаздыванія величины E_N и уменьшеніе электровозбудительной силы самоиндукціи, такъ что при $W=\infty$,

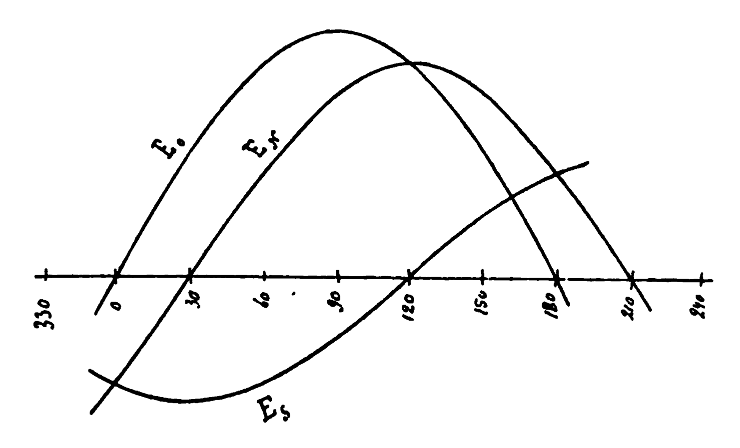


Рис. 221.

E_N запаздываетъ на 30°.

т. е. при разомкнутой цѣпи, электровозбудительная сила самоиндукціи $E_S=0$, а $E_N=E_0$. Напротивъ, мы имѣли бы $E_S=E_0$

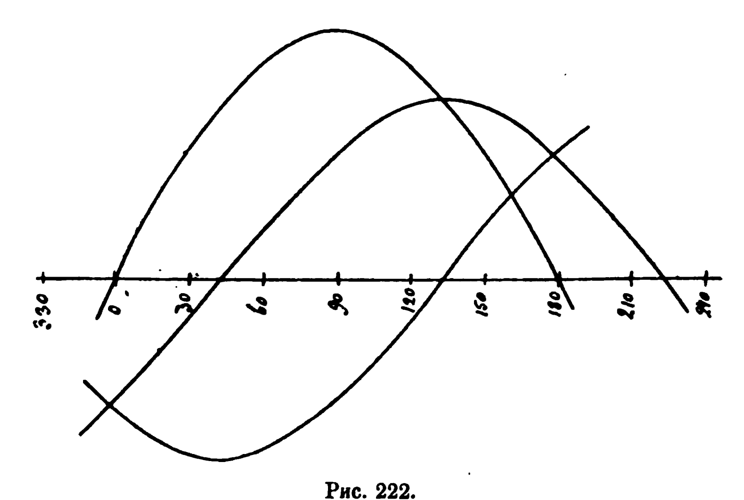


Рис. 222.

E_N запаздываетъ на 45°.

и $E_N=0$ если бы W могло быть равно нулю. При постоянныхъ величинахъ W и n увеличеніе общаго коэффиціента самоиндукціи

цѣпи обусловливаетъ увеличеніе электровозбудительной силы самоиндукціи E_S, увеличеніе запаздыванія и уменьшеніе обсолютной величины результирующей электровозбудительной силы E_N, вслѣдствіе чего сила результирующаго индукціоннаго тока I_N рѣзко понижается. Поэтому нѣтъ, напр., возможности поддержать сильный перемѣнный токъ съ большимъ числомъ періодовъ въ обмоткѣ электромагнита, представляющей значительный коэффиціентъ самоиндукціи (§ 888).

917. Въ заключеніе не лишнимъ считаемъ привести еще одинъ способъ вычисленія электровозбудительной силы самоиндукціи. Способъ этотъ примѣнимъ въ случаѣ, когда неизвѣстна сила $I_{N(\max)}$ результирующаго индукціоннаго тока и потому невозможно вычисленіе по формулѣ

$$E_{S(\max)} = 2\,\pi n \mathfrak{L}\, I_{N(\max)}$$

Особенный интересъ представляетъ конечный результатъ вычисленія по этому способу.

Изъ прямоугольнаго треугольника $A'CA$ (рис. 219) мы видимъ, что

$$E_{S(\max)}{}^2 = E_{0(\max)}{}^2 - E_{N(\max)}{}^2$$

гдѣ (§ 901)

$$E_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\,\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}}$$

Такимъ образомъ,

$$E_{S(\max)}{}^2 = E_{0(\max)}{}^2 - \left[\frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\,\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}}\right]^2$$

или

$$E_{S(\max)}{}^2 = E_{0(\max)}{}^2 \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2\,\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}\right]$$

откуда

$$E_{S(\max)} = E_{0(\max)} \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2\,\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}}\,.$$

или, по приведеніи разности подъ корнемъ къ одному знаменателю,

$$E_{S(max)} = E_{0(max)} \frac{2\pi n \mathfrak{L}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

Этому выраженію можно еще придать другой видъ. Для этого возводимъ обѣ части уравненія въ квадратъ:

$$E_{S(max)}^2 = E_{0(max)}^2 \frac{(2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

числителя и знаменателя дроби дѣлимъ на $(2\pi n \mathfrak{L})^2$:

$$E_{S(max)}^2 = E_{0(max)}^2 \frac{1}{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

$$= E_{0(max)}^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{W}{2\pi n \mathfrak{L}}\right)^2}$$

откуда

$$E_{S(max)} = E_{0(max)} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{2\pi n \mathfrak{L}}\right)^2}}$$

Этотъ результатъ интересенъ тѣмъ, что показываетъ еще разъ, что электровозбудительная сила самоиндукціи при всѣхъ условіяхъ должна быть менѣе электровозбудительной силы дифференціальнаго тока, а именно въ отношеніи

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{2\pi n \mathfrak{L}}\right)^2}} : 1$$

и далѣе что, какъ уже сказано въ § 915, $E_{S(max)}$ можетъ быть равно $E_{0(max)}$ лишь въ томъ случаѣ, если $n = \infty$ или сопротивленіе W цѣпи $= 0$; дѣйствительно, мы видимъ, что при послѣднемъ условіи $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}} = 1$, ибо при $W = 0$ величина $\frac{W}{2\pi n \mathfrak{L}} =$ $= \frac{0}{2\pi n \mathfrak{L}} = 0$.

918. Теперь намъ остается опредѣлить силу интегральнаго тока (§§ 877—878) Q'_N въ случаѣ самоиндукціи въ цѣпи и среднюю силу результирующаго индукціоннаго тока (сравн. §§ 873—874).

Само собою понятно, что на силу отдѣльнаго *индукціоннаго толчка,* т. е. на то количество Q_1 электричества, которое протекаетъ въ цѣпи при поворотѣ находившагося въ покоѣ кольца на 180° изъ безразличнаго положенія его, самоиндукція цѣпи вліянія не оказываетъ, такъ что

$$Q'_N = Q_1 = \frac{2F\mathfrak{H}}{W}$$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ

(сравн. § 877), т. е. количество электричества, протекающаго въ индукціонномъ токѣ при поворотѣ кольца изъ безразличнаго положенія его на 180° вокругъ оси, расположенной въ плоскости, нормальной къ силовымъ линіямъ магнитнаго поля, *при всѣхъ условіяхъ* равно числу линій силъ, пронизывающихъ отверстіе кольца, дѣленному на сопротивленіе цѣпи. Скорость, съ которою вращается кольцо на полъ-оборота, не оказываетъ вліянія на величину Q'_N и—при выясненныхъ въ § 802 условіяхъ—на величину угла отклоненія магнитной стрѣлки баллистическаго гальванометра, служащаго для измѣренія величины Q'_N.

919. Совершенно иное мы имѣемъ въ случаѣ опредѣленія силы того интегральнаго тока, который протекаетъ въ цѣпи за каждые $\frac{1}{2}$ періода индукціи *въ случаѣ непрерывнаго вращенія кольца* съ извѣстною скоростью вокругъ оси, расположенной подъ какимъ либо угломъ къ силовымъ линіямъ магнитнаго поля. Принимая въ соображеніе самоиндукцію цѣпи, мы можемъ опредѣлить силу результирующаго интегральнаго тока Q'_N по тѣмъ же правиламъ, по которымъ опредѣляли (§ 878) силу интегральнаго тока Q_1, предполагая отсутствіе самоиндукціи въ цѣпи, т. е. можемъ опредѣлить Q'_N изъ силы результирующаго тока I_N подобно тому какъ Q_1 опредѣляли изъ силы дифференціальнаго тока I_0.

Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ измѣненія силы результирую-

щаго тока I_N слѣдуютъ тому же закону, что и измѣненія силы дифференціальнаго тока I_0, то очевидно, что и *сила результирующаго интегральнаго тока Q'_N въ случаѣ самоиндукціи въ цѣпи* можетъ быть опредѣлена точно также, какъ и въ случаѣ отсутствія самоиндукціи. Такимъ образомъ

$$Q'_N = I_{N(\max)} \cdot \frac{\tau}{\pi} = 0,3183\,\tau\,I_{N(\max)}$$

подобно тому, какъ въ случаѣ отсутствія самоиндукціи мы имѣли (§ 878)

$$Q_1 = I_{0(\max)} \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

Отсюда видно, что

$$Q'_N : Q_1 = I_{N(\max)} : I_{0(\max)}$$

или, подставляя значенія, найденныя для $I_{N(\max)}$ и $I_{0(\max)}$,

$$\frac{Q'_N}{Q_1} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} : \frac{E_{0(\max)}}{W}$$

$$\frac{Q'_N}{Q_1} = \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

откуда сила интегральнаго тока въ случаѣ самоиндукціи въ цѣпи

$$Q'_N = Q_1 \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

и, наоборотъ, при отсутствіи самоиндукціи, мы имѣли бы интегральный токъ

$$Q_1 = Q'_N \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}{W}$$

920. Изъ того обстоятельства, что

$$Q'_N = I_{N(\max)} \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

а

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

мы видимъ, что *при увеличеніи числа періодовъ индукціи n въ x разъ, величина Q'_N уменьшается, но не пропорціонально увеличенію числа періодовъ индукціи.*

Въ самомъ дѣлѣ, при n періодахъ въ секунду

$$Q'_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

или, такъ какъ

$$\tau = \frac{1}{n}$$

$$\frac{\tau}{\pi} = \frac{1}{\pi n}$$

то

$$Q'_N = \frac{E_{0(\max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

тогда какъ при xn періодахъ въ секунду

$$Q_N'' = \frac{x . E_{0(\max)}}{\pi n x \sqrt{W^2 + (2\pi n x \mathfrak{L})^2}} = \frac{E_{0(\max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n x \mathfrak{L})^2}}$$

Отсюда

$$Q_N'' : Q'_N = \frac{E_{0(\max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n x \mathfrak{L})^2}} : \frac{E_{0(\max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

и

$$Q_N'' = Q'_N \cdot \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n x \mathfrak{L})^2}}$$

гдѣ дробный множитель, какъ мы видимъ, менѣе единицы.

Такимъ образомъ, *при увеличеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ, сила результирующаго интегральнаго тока уменьшается въ*

$$\sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi n x \mathfrak{L})^2}} \text{ раза.}$$

921. Аналогично находимъ, что *при уменьшеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ, сила результирующаго интегральнаго тока увеличивается въ*

$$x \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ.}$$

922. Если, увеличивъ число періодовъ до xn, мы введемъ въ цѣпь такое добавочное, свободное отъ индукціи сопротивленіе $W_2 = W\ (x-1)$, при которомъ сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ останется тою же, что и до увеличенія скорости вращенія кольца (§ 908), то есть достигнемъ того, что

$$I'_{N(\max)} = I_{N(\max)}$$

то для силы интегральнаго тока Q_N''' мы будемъ имѣть величину

$$Q_N''' = \frac{x \cdot E_{0\,(\max)}}{\pi n x \sqrt{(xW)^2 + (2\,\pi n x \mathfrak{L})^2}}$$

$$= \frac{E_{0\,(\max)}}{\pi n x \sqrt{W^2 + (2\,\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

или, иначе, величину

$$Q_N''' = \frac{1}{x} \cdot Q'_N$$

т. е. величину еще значительно меньшую чѣмъ при простомъ увеличеніи скорости вращенія кольца: величину въ x разъ меньшую основной Q'_N.

923. Аналогично находимъ, что если мы уменьшимъ число періодовъ индукціи въ x разъ и уменьшимъ сопротивленіе цѣпи настолько, чтобы сила результирующаго дифференціальнаго тока осталась безъ измѣненія (§ 909), то сила результирующаго интегральнаго тока достигнетъ величины

$$Q_N'''' = \frac{E_{0\,(\max)}}{x \cdot \frac{\pi n}{x} \sqrt{\left(\frac{W}{x}\right)^2 + \left(\frac{2\,\pi n \mathfrak{L}}{x}\right)^2}}$$

$$= \frac{E_{0\,(\max)}}{\frac{\pi n}{x} \sqrt{W^2 + (2\,\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

иначе, достигнетъ величины

$$Q_N'''' = x\,Q'_N$$

т. е. величины, превосходящей первоначальную Q'_N въ x разъ.

924. Такъ какъ

$$Q'_N = \frac{E_{0(max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

а *при увеличеніи числа періодовъ* индукціи въ x разъ мы имѣемъ для интегральнаго тока меньшую величину

$$Q_N'' = \frac{E_{0(max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n x \mathfrak{L})^2}}$$

то, *для того чтобы, не смотря на увеличеніе числа періодовъ индукціи, сила интегральнаго тока осталась неизмѣнною, нужно величину* $E_{0(max)}$ *увеличить во столько* (y) *разъ, чтобы*

$$\frac{E_{0(max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = \frac{y \cdot E_{0(max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}}$$

Отсюда находимъ

$$y\, E_{0(max)} = E_{0(max)}\, \pi n \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

и

$$y = \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

— слѣдовательно, *увеличивъ въ означенное* (y) *число разъ напряженіе магнитнаго поля, въ коемъ вращается катушка, мы получимъ при* xn *періодахъ индукціи ту же силу интегральнаго тока, которую раньше имѣли при* n *періодахъ.*

925. Такъ какъ, съ другой стороны, *при уменьшеніи числа періодовъ индукціи* въ x разъ первоначальная сила Q'_N интегральнаго тока увеличивается въ

$$x\sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ}$$

т. е. становится равна

$$\frac{E_{0(max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \cdot x \cdot \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = \frac{x \cdot E_{0(max)}}{\pi n \sqrt{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

то, *для того чтобы, не смотря на уменьшеніе числа періодовъ, сила интегральнаго тока не увеличилась*, нужно уменьшить величину $E_{0(\max)}$ во столько же разъ, во сколько увеличивается величина Q'_N, т. е. *нужно уменьшить напряженіе магнитнаго поля, въ коемъ вращается катушка въ*

$$x \cdot \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ}^{1)}.$$

926. *Среднюю силу J_N результирующаго индукціоннаго тока* мы опредѣляемъ въ случаѣ самоиндукціи въ цѣпи по тѣмъ же правиламъ, какъ опредѣляли (§ 874) среднюю силу дифференціальнаго тока при отсутствіи самоиндукціи:

$$J_N = I_{N(\max)} \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$J_N = 0{,}63662\ I_{N(\max)}$$

и наоборотъ, максимумъ силы результирующаго тока

$$I_{N(\max)} = J_N : \frac{2}{\pi}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot J_N$$

$$I_{N(\max)} = 1{,}5708\ J_N$$

Такъ какъ

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

то, подставляя эту величину въ формулу

$$J_N = 0{,}63662\ I_{N(\max)}$$

находимъ

$$J_N = 0{,}63662\ \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

---

1) Это ясно изъ выраженія:

$$Q'_N = \frac{E_{0(\max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

927. Такимъ образомъ, зная величину $E_{0(\max)}$, находимъ среднюю силу результирующаго тока и, наоборотъ, зная среднюю силу результирующаго тока, находимъ дѣйствующую въ цѣпи электровозбудительную силу индукціи:

$$E_{0(\max)} = J_N . \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}{0,63662}$$

$$E_{0(\max)} = 1,5708\, J_N . \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

Такъ какъ

$$J_N = \frac{2}{\pi} \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

а

$$J = \frac{2}{\pi} I_{0(\max)} = \frac{2}{\pi} \frac{E_{0(\max)}}{W}$$

то

$$J_N : J = \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

т. е. самоиндукція низводитъ среднюю силу дифференціальнаго тока J до величины

$$J_N = J . \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

928. Изъ выраженія

$$J_N = 0,63662\, I_{N(\max)}$$

мы видимъ, что *съ увеличеніемъ въ у разъ максимальной силы результирующаго тока* ($I_{N(\max)}$), *во столько же разъ увеличивается и средняя сила его.*

929. Если, далѣе, при n періодахъ индукціи мы имѣемъ въ цѣпи нѣкоторую величину $I_{N(\max)}$, то, увеличивъ число періодовъ въ x разъ, мы, какъ сказано въ § 906, увеличимъ максимальную силу результирующаго тока до величины

$$= I_{N(\max)} . x \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi n x \mathfrak{L})^2}}$$

вслѣдствіе чего и *средняя сила тока при увеличеніи числа періодовъ въ x разъ возрастаетъ въ*

$$x \cdot \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi n x\mathfrak{L})^2}} \text{ разъ},$$

гдѣ дробный множитель есть величина меньшая единицы.

930. Точно также, уменьшивъ число періодовъ индукціи въ x разъ, мы уменьшимъ среднюю силу результирующаго тока въ

$$\sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}} \text{ раза.}$$

931. Если, увеличивъ число періодовъ до xn, мы введемъ въ цѣпь такое свободное отъ индукціи сопротивленіе $W_2 = W(x-1)$, при которомъ максимальная сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ остается тою же, что и до увеличенія числа періодовъ (§ 908), то средняя сила результирующаго тока упадетъ до той величины, которую она представляла до увеличенія числа періодовъ. Въ самомъ дѣлѣ, при n періодахъ

$$J_N = I_{N(\max)} \cdot \frac{2}{\pi}$$

при xn періодахъ мы имѣемъ

$$J_N'' = I_{N(\max)} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot x \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n x\mathfrak{L})^2}}$$

при добавочномъ же сопротивленіи, когда сопротивленіе W цѣпи возрастаетъ до xW, мы имѣемъ

$$J_N = I_{N(\max)} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot x \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}{\sqrt{(xW)^2 + (2\pi n x\mathfrak{L})^2}}$$
$$= I_{N(\max)} \cdot \frac{2}{\pi}$$

Сказанное понятно еще и изъ слѣдующаго простаго разсужденія: если, вслѣдствіе введенія въ цѣпь добавочнаго сопротивленія,

величина $I_{N(\max)}$ до и послѣ увеличенія числа періодовъ остается одною и тою же, то количество электричества, протекающее *въ каждомъ полупеміодѣ*,

при n періодахъ

$$=Q'_N$$

а при xn періодахъ

$$=\frac{1}{x}\cdot Q'_N$$

Поэтому общее количество электричества, протекающее въ цѣпи въ единицу времени,

при n періодахъ

$$=2\,nQ'_N=nQ_N$$

а при xn періодахъ

$$=2\,xn\cdot\frac{1}{x}\,Q'_N=xn\cdot\frac{1}{x}Q_N$$
$$=2\,nQ'_N=nQ_N$$

т. е. остается безъ измѣненія. Отсюда ясно, что и средняя сила тока (J_N) въ обоихъ случаяхъ будетъ одна и та же. Она не измѣнится и при уменьшеніи числа періодовъ индукціи, если при этомъ свободная отъ индукціи часть сопротивленія цѣпи будетъ уменьшена на столько, что сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ останется безъ измѣненія.

932. *Средняя электровозбудительная сила результирующаго индукціоннаго тока*, подобно средней электровозбудительной силѣ дифференціальнаго тока (§ 875), опредѣляется выраженіемъ

$$E_{(M)N}=E_{N(\max)}\cdot\frac{2}{\pi}$$

гдѣ (§ 901)

$$E_{N(\max)}=I_{N(\max)}\cdot W$$
$$=\frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(2\,\pi n\mathfrak{L})^2}}\cdot W$$

вслѣдствіе чего

$$E_{(M)N} = 0,63662\ I_{N(\max)} \cdot W$$
$$= 0,63662\ E_{0(\max)} \cdot \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

или, такъ какъ (§ 901)

$$E_{0(\max)} \cdot \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = E_{0(\max)} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}}$$

то средняя электровозбудительная сила результирующаго тока

$$E_{(M)N} = 0,63662\ E_{0(\max)} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi n \mathfrak{L}}{W}\right)^2}}$$

933. Примѣчаніе. При всѣхъ вычисленіяхъ въ этой и въ предшествующихъ главахъ въ выраженіи $2\pi n \mathfrak{L}$

$$2n = z$$

т. е. *числу перемѣнъ направленія тока* (resp. направленія дѣйствія электровозбудительной силы) *въ секунду.*

934. *Еще разъ обращаемъ вниманіе на то, что приведенныя нами вычисленія, оправдывающіяся при электродинамометрическихъ измѣреніяхъ, приложимы лишь къ случаю токовъ, сила коихъ измѣняется въ формѣ синусовидныхъ кривыхъ; для другихъ случаевъ не приложимы сдѣланные здѣсь выводы и вообще все изложенное въ этой главѣ.* Наконецъ, обращаемъ вниманіе еще на то, что всѣ вычисленія мы провели, полагая, что коэффиціентъ $\mathfrak{L}$ самоиндукціи цѣпи есть величина постоянная, т. е. не измѣняющаяся въ зависимости отъ силы индукціоннаго тока. Какъ уже было говорено въ §§ 888—889, постояннымъ коэффиціентомъ самоиндукціи обладаютъ проводники, не изготовленные изъ магнитныхъ веществъ, не окружающіе магнитныхъ тѣлъ или магнитовъ и вообще не находящіеся въ ближайшемъ къ нимъ сосѣд-

ствѣ. *Въ случаѣ непостоянства коэффиціента самоиндукціи приведенныя вычисленія не могутъ быть примѣнены; въ этомъ случаѣ приходится ограничиться эмпирическими опредѣленіями,* такъ какъ сколько нибудь точные теоретическіе выводы вообще не мыслимы вслѣдствіе того, что нѣтъ возможности теоретически опредѣлить различный для каждаго случая ходъ измѣненій коэффиціента $\mathfrak{L}$. Наконецъ, не должно упускать изъ вида, что вычисленія немыслимы уже потому, что, отчасти благодаря явленіямъ гистерезиса (§ 845) въ магнитныхъ тѣлахъ, окруженныхъ проводникомъ тока, отчасти вслѣдствіе другихъ причинъ, одновременно съ нарушеніемъ постоянства коэффиціента $\mathfrak{L}$ происходитъ и измѣненіе типа индукціи: электровозбудительная сила самоиндукціи E_S, а слѣдовательно и E_N, перестаетъ слѣдовать синусообразнымъ колебаніямъ.

---

935. Въ виду сложности вопросовъ, разсмотрѣнныхъ въ послѣднихъ главахъ, мы вкратцѣ резюмируемъ здѣсь тѣ выводы, которые имѣютъ наибольшее практическое значеніе.

Максимальная величина электровозбудительной силы дифференціальнаго тока $E_{0(max)}$, индуктированной въ катушкѣ, вращающейся въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ, равна произведенію угловой скорости вращенія катушки на абсолютную величину напряженія поля и на площадь оборотовъ проволоки, образующихъ катушку.

Если

$\mathfrak{H}$ есть выраженное въ абсолютныхъ единицахъ напряженіе магнитнаго поля, въ коемъ вращается катушка,

F — площадь катушки въ квадратныхъ сантиметрахъ,

n — число оборотовъ, совершаемыхъ вращающеюся катушкой въ единицу времени (въ секунду), другими словами, число полныхъ періодовъ индукціи,

то

$2\pi n$ есть угловая скорость вращенія катушки, и слѣдовательно максимальная величина электровозбудительной силы дифференціальнаго тока

$E_{0(max)} = 2\pi n F\mathfrak{H}$ абс. электромагн. единицамъ электровозб. силы,

или

$E_{0(max)} = 2\pi n F\mathfrak{H} . 10^{-8}$ вольтамъ.

Электровозбудительная сила $E_{0(max)}$ *измѣняется въ теченіе полнаго оборота катушки пропорціонально синусу угла вращенія послѣдней:* слѣдовательно, во второй половинѣ полнаго оборота катушки индуктированная электровозбудительная сила имѣетъ знакъ (направленіе) обратный первоначальному.—Уголъ вращенія $\varphi = 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$, гдѣ τ — продолжительность (въ секундахъ) полнаго періода индукціи, а τ' — время, протекшее отъ начала періода, т. е. отъ момента, когда $E_0 = 0$. Такимъ образомъ величина $2\pi \frac{\tau'}{\tau}$ есть уголъ φ, выраженный въ абсолютной мѣрѣ.

936. Такъ какъ, даже въ томъ случаѣ, когда самоиндукція внѣшней цѣпи совершенно ничтожна, все же мы имѣемъ дѣло съ относительно значительной самоиндукціей во вращающейся катушкѣ, то на практикѣ *силу тока, господствующую въ данный моментъ въ цѣпи, никогда нельзя выразить уравненіемъ* [1])

$$I = \frac{E_0}{W}$$

Въ самомъ дѣлѣ, *дѣйствительная или результирующая сила тока при данной электровозбудительной силѣ* E_0 *зависитъ не только отъ сопротивленія цѣпи, но и отъ коэффиціента само-*

---

[1]) Величина $\frac{E_0}{W}$ опредѣляетъ силу *дифференціальнаго тока*, т. е. того, который имѣлъ бы мѣсто при полномъ отсутствіи самоиндукціи.

индукціи послѣдней и отъ числа періодовъ индукціи въ единицу времени, и если

W есть сопротивленіе цѣпи, а
$\mathfrak{L}$ — коэффиціентъ самоиндукціи ея,

то *наибольшая сила, которой достигаетъ результирующій токъ въ теченіе полнаго періода индукціи*, равна

$$I_{N(max)} = \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

т. е. равна наибольшей величинѣ электровозбудительной силы дифференціальнаго тока, дѣйствующей въ цѣпи, дѣленной на такъ называемое кажущееся сопротивленіе цѣпи; послѣдняя величина непостоянна: она равна, какъ видно изъ формулы, корню квадратному изъ суммы квадрата дѣйствительнаго сопротивленія цѣпи плюсъ квадрата произведенія угловой скорости вращенія катушки ($2\pi n$) на коэффиціентъ самоиндукціи ея.

Силу результирующаго тока мы получаемъ въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ, если электровозбудительная сила $E_{0(max)}$, коэффиціентъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$ и сопротивленіе W цѣпи выражены въ той же мѣрѣ. Въ амперахъ мы получаемъ величину $I_{N(max)}$, измѣряя $E_{0(max)}$ въ вольтахъ, $\mathfrak{L}$ — въ квадрантахъ и W — въ омахъ. Послѣднее относится и къ приводимымъ ниже формуламъ.

937. *Произведеніе наибольшей силы результирующаго тока на дѣйствительное сопротивленіе цѣпи носитъ названіе электровозбудительной силы результирующаго тока:*

$$I_{N(max)} \cdot W = E_{N(max)}$$

Такимъ образомъ мы можемъ допустить, что та или иная дѣйствительная сила тока обусловливается не дѣйствіемъ электровозбудительной силы E_0 въ цѣпи съ самоиндукціей, а дѣйствіемъ

электровозбудительной силы E_N въ цѣпи, лишенной самоиндукціи.

938. *Величина $I_{N(\max)}$ измѣняется по мѣрѣ вращенія катушки пропорціонально синусу разности угловъ φ и γ, гдѣ γ есть уголъ, на который, подъ вліяніемъ самоиндукціи, запаздываетъ возникновеніе максимума электровозбудительной силы результирующаго тока противъ максимума электровозбудительной силы дифференціальнаго тока.* Такимъ образомъ, въ данный моментъ, т. е. соотвѣтственно данной величинѣ φ

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \sin(\varphi - \gamma)^\circ$$

Вычисливъ величины I_N для разныхъ значеній $(\varphi - \gamma)^\circ$ и возстановивъ эти величины въ видѣ ординатъ соотвѣтствующей длины къ абсциссѣ, представляющей время, мы получаемъ, соединяя между собою вершины ординатъ, нѣкоторую *синусовидную кривую*, изображающую весь ходъ измѣненій силы тока I_N. — При начертаніи такой кривой нѣтъ собственно надобности опредѣлять величину γ: раздѣливъ произвольную абсциссу на a равныхъ частей, соотвѣтствующихъ каждая $\frac{360}{a}$ градусамъ или $\frac{2\pi}{a}$ абсолютнымъ единицамъ угла, мы получаемъ интересующую насъ кривую, возстановивъ изъ послѣдовательныхъ точекъ дѣленія ординаты, равныя произведенію величины $I_{N(\max)}$ на синусы тѣхъ угловъ, коимъ соотвѣтствуютъ послѣдовательныя точки дѣленій[1]).

Примѣръ: Въ магнитномъ полѣ, напряженіе коего = 0,498 абсолютной единицы, вращается катушка, совершая въ секунду 75 оборотовъ. Площадь катушки = 25000 квадратнымъ сантиметрамъ, сопротивленіе ея и внѣшней цѣпи = 150 омамъ, а коэффиціентъ самоиндукціи = 0,12 квадранта; предполагается, что ось вращенія катушки пересѣкаетъ линіи силъ подъ прямымъ угломъ. Вычислить и начертить кривую результирующаго тока.

---

[1]) Послѣдовательныя точки дѣленій (0, 1, 2, ... a) соотвѣтствуютъ угламъ $\frac{360}{a}.0$, $\frac{360}{a}.1$, $\frac{360}{a}.2$..... 360, или $\frac{2\pi}{\tau}.0$, $\frac{2\pi}{\tau}\tau'$, $\frac{2\pi}{\tau}\tau''$..... 2π, гдѣ, какъ уже было выше говорено, τ есть продолжительность полнаго періода индукціи, а τ′, τ″.... суть продолжительности времени, протекшаго отъ начала періода.

Изъ условій задачи находимъ, что

$$E_{0(\max)} = 2\pi n F \mathfrak{H}\ 10^{-8}$$
$$= 2.3{,}1416.75.25000.0{,}498.10^{-8}$$
$$= 0{,}05867 \text{ вольта}$$
$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$
$$= \frac{0{,}05867}{\sqrt{150^2 + (2.3{,}1416.75.0{,}12)^2}} = \frac{0{,}05867}{160{,}3}$$
$$= 0{,}000366 \text{ ампера (приближенно} = 0{,}00037 \text{ ампера).}$$

Кажущееся сопротивленіе цѣпи, выражаемое знаменателемъ дроби въ послѣднемъ уравненіи, мы находимъ равнымъ 160,3 ома.

Возьмемъ длину максимальной ординаты искомой кривой, соотвѣтственно 0,000366 ампера, равной $\frac{36{,}6}{2} = 18{,}3$ миллиметра, вслѣдствіе чего 0,5 mm. повышенія кривой будутъ равны усиленію тока на 0,00001 ампера. Абсциссу въ 96 миллиметровъ длины раздѣлимъ на 24 части, такъ что каждая часть будетъ $= 4$ mm. и будетъ соотвѣтствовать $\frac{360}{24} = 15^\circ$ или $\frac{1}{75.24} = 0{,}000555$ секунды. Отсюда вычислимъ высоту тѣхъ ординатъ, которыя мы должны возстановить изъ послѣдовательныхъ точекъ дѣленій абсциссы, соотвѣтствующихъ 0, 15 30, 45 . . . . градусамъ.

Такъ какъ

$\sin 0^\circ = 0$,	то	$0{,}00037.\sin 0^\circ = 0$	ампера
$\sin 15^\circ = 0{,}25882$,	»	$0{,}00037.\sin 15^\circ = 0{,}000095$	»
$\sin 30^\circ = 0{,}5$,	»	$0{,}00037.\sin 30^\circ = 0{,}000185$	»
$\sin 45^\circ = 0{,}70711$,	»	$0{,}00037.\sin 45^\circ = 0{,}000262$	»
$\sin 60^\circ = 0{,}86603$,	»	$0{,}00037.\sin 60^\circ = 0{,}000320$	»
$\sin 75^\circ = 0{,}96593$,	»	$0{,}00037.\sin 75^\circ = 0{,}000357$	»
$\sin 90^\circ = 1$,	»	$0{,}00037.\sin 90^\circ = 0{,}000370$	»

а потому, принимая, какъ сказано, 0,00001 ампера = 0,5 mm., находимъ, что высота ординаты

въ	точкѣ	абсциссы,	соотвѣтствующей	$0^\circ = 0.0{,}5 = 0$	mm.
»	»	»	»	$15^\circ = 9{,}5.0{,}5 = 4{,}75$	»
»	»	»	»	$30^\circ = 18{,}5.0{,}5 = 9{,}25$	»
»	»	»	»	$45^\circ = 26{,}2.0{,}5 = 13{,}1$	»
»	»	»	»	$60^\circ = 32{,}0.0{,}5 = 16{,}0$	»
»	»	»	»	$75^\circ = 35{,}7.0{,}5 = 17{,}85$	»
»	»	»	»	$90^\circ = 36{,}6.0{,}5 = 18{,}3$	»

Начиная съ 90° кривая будетъ нисходить въ томъ же порядкѣ [1]) и достигнетъ нуля въ точкѣ абсциссы, соотвѣтствующей 180°; съ этого момента кривая

[1]) Ибо $\sin 105^\circ = \sin 75^\circ$, $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$ и т. д.

будетъ вновь возрастать, но такъ какъ синусы угловъ, заключающихся между 180 и 360°, суть величины отрицательныя, то кривую мы продолжаемъ по ту

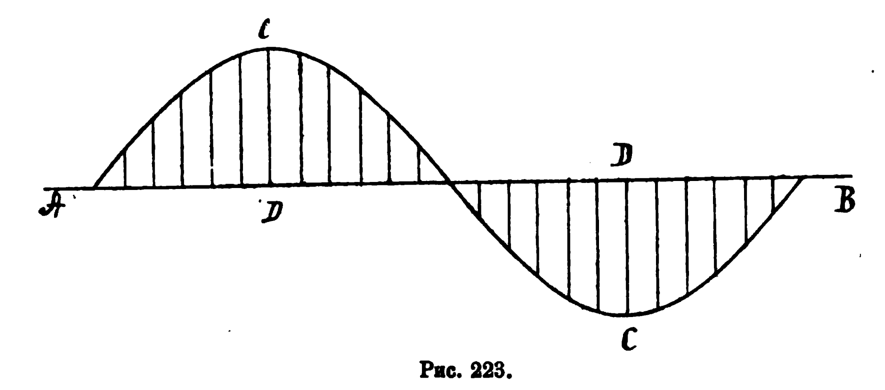


Рис. 223.

сторону абсциссы. Такимъ образомъ мы получаемъ въ результатѣ чертежъ 223, гдѣ наибольшая ордината есть величина $= I_{N(\max)}$.

Кривыя, лежащія выше и ниже абсциссы, изображаютъ такъ называемыя *волны перемѣннаго тока*, причемъ наибольшею ординатою опредѣляется *высота волны*, а абсциссою, на которой волна построена, — *длина* послѣдней.

939. *Увеличивъ число періодовъ въ x разъ, мы уменьшимъ въ x разъ продолжительность періода индукціи (длину волны), первоначальную же величину $I_{N(\max)}$ (высоту волны) увеличимъ въ*

$$x\sqrt{\frac{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}{W^2+(2\pi xn\mathfrak{L})^2}}\ \textit{разъ}$$

т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ, такъ какъ множитель при x менѣе единицы.

Такъ напр., если въ предшествующемъ случаѣ число оборотовъ вращающейся катушки увеличить въ 4 раза, то первоначальная величина $I_{N(\max)}$, равная 0,000366, увеличится въ

$$4.\frac{160{,}3}{\sqrt{150^2+(2.3{,}1416.4.75.0{,}12)^2}}=4.\frac{160{,}3}{271{,}4}$$
$$=4.0{,}5906=2{,}36 \text{ раза}.$$

При этомъ, какъ мы видимъ, первоначальное кажущееся сопротивленіе, равное 160,3 ома, теперь возросло до 271,4 ома.

Такимъ образомъ для силы тока мы имѣемъ

$$I'_{N(\max)} = 2{,}3624 . I_{N(\max)}$$
$$= 2{,}3624 . 0{,}000366 = 0{,}000865 \text{ ампера.}$$

Начертивъ по прежнимъ правиламъ кривую тока, получаемъ кривую рис. 224, въ коей длина абсциссы $= \frac{96}{4} = 24$ mm, длина же максимальной ординаты $= 18 . 2{,}36 = 42$ миллиметрамъ.

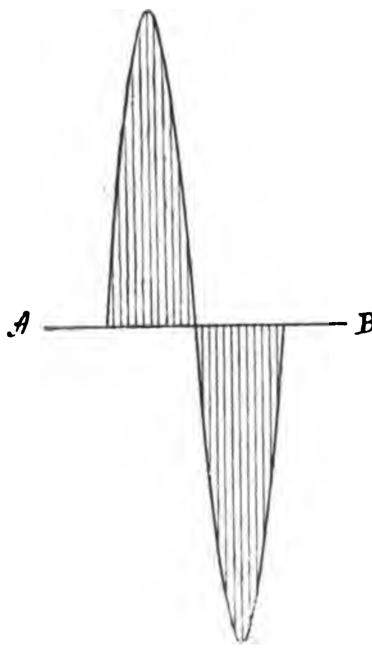


Рис. 224.

940. Такъ какъ электровозбудительная сила результирующаго тока

$$E_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} . W = I_{N(\max)} W$$

то, *при увеличеніи числа періодовъ индукціи, величина $E_{N(\max)}$ увеличивается во столько же разъ, во сколько увеличивается $I_{N(\max)}$, т. е. въ*

$$x . \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ}$$

и становится равна

$$x E_{0(\max)} . \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}}$$

т. е. въ нашемъ случаѣ

$$= 4 \; 0{,}05867 . \frac{150}{\sqrt{150^2 + (2 . 3{,}1416 . 4 . 75 . 0{,}12)^2}}$$
$$= 0{,}1297 \text{ вольта,}$$

тогда какъ первоначально мы имѣли

$$E_{N(\max)} = I_{N(\max)} W$$
$$= 0{,}000366 . 150 = 0{,}0549 \text{ вольта [1])}$$

---

[1]) Выше мы нашли, что

$$x \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}} = 2{,}3624$$

а потому

$$E_{N(\max)} . x \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}} = 0{,}0549 . 2{,}3624$$
$$= 0{,}1297 \text{ вольта,}$$

т. е. только что найденной величинѣ.

941. *При уменьшеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ, максимальная сила результирующаго тока (resp. электровозбудительная сила его) уменьшается въ*

$$\sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ раза.}$$

942. *Если, увеличивая въ x разъ число періодовъ индукціи, равное n, мы желаемъ, чтобы сила результирующаго тока осталась неизмѣнною, то необходимо увеличить существующее сопротивленіе W до величины xW, введя въ цѣпь свободное отъ индукціи сопротивленіе*

$$W_2 = W(x - 1)$$

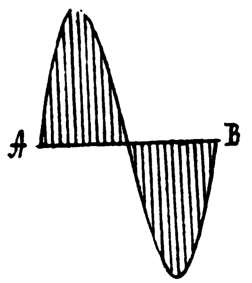


Рис. 225.

При этомъ въ нашемъ случаѣ мы получимъ кривую (рис. 225), въ которой высота ординатъ равна высотѣ таковыхъ первоначальнаго рисунка (223), но длина абсциссы въ x разъ менѣе первоначальной.—Въ самомъ дѣлѣ, въ нашемъ случаѣ

$$W_2 = 150(4 - 1) = 450$$

и потому

$$I_{N(\max)} = \frac{x \, . \, E_{0(\max)}}{\sqrt{(W + W_2)^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}}$$

$$= \frac{4 \, . \, 0{,}05867}{\sqrt{(150 + 450)^2 + (2 \, . \, 3{,}1416 \, . \, 4 \, . \, 75 \, . \, 0{,}12)^2}}$$

$= 0{,}000366$ ампера $= 18{,}3$ миллиметрамъ ординаты,

длина же абсциссы

$$= \frac{96}{4} = 24 \text{ миллиметрамъ.}$$

943. *Если, уменьшая въ x разъ число періодовъ индукціи, равное n, мы желаемъ, чтобы сила результирующаго тока осталась неизмѣнною, то необходимо уменьшить существующее сопротивленіе цѣпи до величины $\frac{W}{x}$, выключивъ свободную отъ индукціи часть сопротивленія, равную*

$$\frac{W(x-1)}{x} \text{ омамъ,}$$

гдѣ W — первоначальное сопротивленіе всей цѣпи.

944. Итакъ, относительно вліянія числа періодовъ индукціи на силу результирующаго тока мы приходимъ къ слѣдующимъ выводамъ:

a) *Измѣняя число періодовъ индукціи, мы измѣняемъ не только продолжительность періода* (*длину двойной волны тока*), *но и силу результирующаго тока* (*высоту волны*). *Продолжительность періода* (длина двойной волны) *измѣняется прямо пропорціонально измѣненію числа періодовъ, сила же результирующаго тока* (высота волны) *измѣняется не пропорціонально числу періодовъ.*

b) *Желая, при измѣненіи числа періодовъ индукціи, сохранить въ цѣпи прежнюю силу результирующаго тока* (*прежнюю высоту волны*), *мы должны измѣнить первоначальное сопротивленіе цѣпи введеніемъ или выключеніемъ соотвѣтствующихъ обстоятельствамъ свободныхъ отъ индукціи сопротивленій.*

945. *Измѣненія силы результирующаго тока мы можемъ достигнуть и не измѣняя числа періодовъ индукціи.* Въ самомъ дѣлѣ, изъ формулы

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2}}$$

мы видимъ, что $I_{N(\max)}$ *измѣняется* 1) *прямо пропорціонально электровозбудительной силѣ дифференціальнаго тока, слѣдовательно прямо пропорціонально напряженію того магнитнаго поля, въ которомъ съ данною угловою скоростью вращается катушка;* 2) $I_{N(\max)}$ *измѣняется въ зависимости отъ измѣненія общаго сопротивленія цѣпи.* При этомъ, *для того, чтобы* **уменьшить силу тока въ x разъ,** *мы должны общее сопротивленіе W цѣпи повысить до величины*

$$= \sqrt{(xW)^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2 (x^2 - 1)}$$

путемъ введенія въ цѣпь добавочнаго сопротивленія, равнаго

$$\sqrt{(xW)^2 + (2\pi n \mathcal{L})^2 (x^2 - 1)} - W \text{ омамъ.}$$

Для того, чтобы **увеличить силу тока** $I_{N(\max)}$ **въ х разъ,** *мы должны общее сопротивленіе W цѣпи уменьшить до величины*

$$=\frac{\sqrt{W^2-(2\,\pi n\mathfrak{L})^2\,(x^2-1)}}{x}$$

слѣдовательно мы должны *выключить изъ цѣпи свободную отъ индукціи часть общаго сопротивленія W, равную*

$$W-\frac{\sqrt{W^2-(2\,\pi n\mathfrak{L})^2\,(x^2-1)}}{x}\ \textit{омамъ.}$$

Очевидно, что подлежащая выключенію часть должна быть во всякомъ случаѣ менѣе сопротивленія цѣпи, замыкающей борны катушки. Предѣлъ, до котораго можетъ быть доведено увеличеніе силы тока путемъ выключенія сопротивленія внѣшней цѣпи, опредѣляется, помимо того, тѣмъ, что при возрастаніи x сверхъ извѣстнаго максимума, величина

$$\sqrt{W^2-(2\,\pi n\mathfrak{L})^2\,(x^2-1)}$$

становится мнимою, что указываетъ на невозможность рѣшенія.

Примѣръ: Увеличить въ 4 раза первоначальную силу тока $I_{N(\max)}$, равную въ нашемъ примѣрѣ 0,000366 ампера, путемъ выключенія части внѣшней цѣпи.

При 75 періодахъ въ секунду и 0,12 квадранта

$$(2\,\pi n\mathfrak{L})^2=3197{,}8$$

а потому, при 150 омахъ сопротивленія

$$\sqrt{W^2-(2\,\pi n\mathfrak{L})^2\,(x^2-1)}=\sqrt{150^2-3197{,}8\,.\,(4^2-1)}$$
$$=\sqrt{22500-47967}=\sqrt{-25467}$$

что указываетъ на невозможность достиженія желаемой цѣли.

Напротивъ, если напр. сопротивленіе самой катушки не болѣе 50 омъ, то мы можемъ *удвоить* первоначальную силу тока, ибо

$$\sqrt{22500-3197{,}8\,(2^2-1)}=\sqrt{12906{,}6}$$

такъ что

$$\frac{\sqrt{W^2-(2\,\pi n\mathfrak{L})^2\,(x^2-1)}}{x}$$

равенъ въ данномъ случаѣ

$$\frac{\sqrt{12906,6}}{2} = 56,8$$

т. е. таково требуемое *общее* сопротивленіе цѣпи, для достиженія котораго изъ внѣшней цѣпи мы должны выключить сопротивленіе въ

$$150 - 56,8 = 93,2 \text{ ома.}$$

Дѣйствительно, въ этомъ случаѣ мы получимъ

$$I'_{N(\max)} = \frac{0,05867}{\sqrt{56,8^2 + (2.3,1416.75.0,12)^2}}$$
$$= \frac{0,05867}{\sqrt{6424}} = \frac{0,05867}{80,1}$$
$$= 0,000732 \text{ ампера}$$

что и соотвѣтствуетъ

$$I_{N(\max)}.2 = 0,000366.2 = 0,000732 \text{ ампера.}$$

946. Заштрихованныя площади во всѣхъ приведенныхъ кривыхъ выражаютъ собою силы **результирующихъ интегральныхъ токовъ**, ибо, какъ извѣстно, *силою результирующаго интегральнаго тока называется количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ теченіе полупеpіода индукціи.*

Для опредѣленія силы результирующаго интегральнаго тока Q'_N мы имѣемъ выраженія:

$$Q'_N = I_{N(\max)} \cdot \frac{\tau}{\pi} = 0,3183\,\tau\, I_{N(\max)}$$

$$Q'_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

$$Q'_N = \frac{E_{0(\max)}}{\pi n \sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

При измѣреніи $I_{N(\max)}$ въ амперахъ, $E_{0(\max)}$ — въ вольтахъ, W — въ омахъ, $\mathfrak{L}$ — въ квадрантахъ и τ — въ секундахъ, мы опредѣляемъ величину Q'_N въ кулонахъ.

947. *При увеличеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ, сила результирующаго интегральнаго тока* **уменьшается** *въ*

$$\sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}} \text{ раза.}$$

Въ нашемъ примѣрѣ $x=4$, $\sqrt{W^2+(2\pi n \mathfrak{L})^2}=160,3$, а $\sqrt{W^2+(2\pi x n \mathfrak{L})^2}=271,4$; такимъ образомъ, увеличивъ число періодовъ вчетверо, мы уменьшили силу результирующаго интегральнаго тока въ

$$\frac{160,3}{271,4} = 0,5906 \text{ раза}$$

т. е. мы находимъ, что заштрихованныя площади чертежа 224 въ 0,5906 раза менѣе площади чертежа 223, а именно находимъ, что при учетвереніи числа періодовъ въ каждой полу-волнѣ тока вмѣсто

$$Q'_N = I_{N(\max)} \frac{\tau}{\pi}$$

$$= 0,000366 . \frac{0,0133}{3,1416} = 0,000366 . 0,0042335$$

$$= 0,00\,000\,155 \text{ кулона} = 1,55 \text{ микрокулона,}$$

протекаетъ лишь

$$Q_N'' = 1,55 . 0,5906 = 0,91 \text{ микрокулона.}$$

948. *При уменьшеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ, сила результирующаго интегральнаго тока* **увеличивается** *въ*

$$x \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ,}$$

т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ.

949. *Если, увеличивъ число періодовъ до xn, мы введемъ въ цѣпь такое добавочное, свободное отъ индукціи сопротивленіе $W_2 = W(x-1)$, при которомъ сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ остается тою-же, что и до увеличенія скорости вращенія кольца, то для силы интегральнаго тока мы будемъ имѣть величину*

$$Q_N''' = \frac{1}{x} . Q'_N$$

т. е. величину еще значительно меньшую, чѣмъ при простомъ увеличеніи скорости вращенія кольца.

Въ нашемъ примѣрѣ, учетверивъ скорость вращенія кольца и введя добавочное сопротивленіе W_2, мы низводимъ величину

$$Q'_N = 1,55 \text{ микрокулона}$$

до величины

$$Q_N''' = \frac{1}{4} . 1{,}55 = 0{,}387 \text{ микрокулона},$$

каковой величинѣ соотвѣтствуютъ заштрихованныя плоскости чертежа 225.

950. *Если, уменьшивъ число періодовъ до* $\frac{n}{x}$*, мы выключимъ изъ цѣпи такую свободную отъ индукціи часть общаго сопротивленія, равную* $\frac{W(x-1)}{x}$*, чтобы сила результирующаго тока* $I_{N(\max)}$ *осталась тою-же, что и до уменьшенія скорости вращенія катушки, то сила интегральнаго тока* Q'_N *возрастаетъ до величины*

$$= xQ'_N$$

Такимъ образомъ, увеличивая число періодовъ индукціи, мы уменьшаемъ количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ теченіе каждаго періода или полуперіода индукціи (уменьшаемъ силу интегральнаго тока), не смотря на то, что максимальная сила результирующаго тока увеличивается. Введя въ цѣпь такое добавочное сопротивленіе, при которомъ сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ остается равною той силѣ, которую токъ этотъ представлялъ до увеличенія числа періодовъ,—мы еще болѣе уменьшаемъ силу интегральнаго тока. Напротивъ, уменьшая число періодовъ индукціи, мы увеличиваемъ силу интегральнаго тока, хотя сила результирующаго тока уменьшается. Выключивъ изъ цѣпи такую часть сопротивленія, чтобы сила результирующаго тока осталась равною той, которую токъ имѣлъ до уменьшенія числа періодовъ, — мы еще болѣе увеличиваемъ силу интегральнаго тока.

951. *Если, уменьшая въ x разъ число періодовъ индукціи, мы пожелаемъ силу интегральнаго тока сохранить неизмѣнной, то мы должны уменьшить въ*

$$x \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ}$$

напряженіе того равномѣрнаго магнитнаго поля, въ коемъ вращается катушка.

Такимъ образомъ, если въ нашемъ примѣрѣ мы пожелаемъ уменьшить число періодовъ въ 4 раза, то

$$x\sqrt{\frac{W^2+(2\,\pi n\mathfrak{L})^2}{(xW)^2+(2\,\pi n\mathfrak{L})^2}}=1{,}064$$

Уменьшивъ въ 1,064 раза напряженіе того магнитнаго поля, въ коемъ вращается катушка, и въ то же время уменьшивъ въ 4 раза число оборотовъ, совершаемыхъ послѣднею въ единицу времени, мы для электровозбудительной силы дифференціальнаго тока вмѣсто 0,05867 вольта будемъ имѣть

$$E'_{0\,(\max)}=\frac{0{,}05867}{4\,.\,1{,}064}=0{,}013785 \text{ вольта.}$$

Отсюда, при $n'=\frac{75}{4}=18{,}75$ періодахъ въ секунду

$$Q'_N=\frac{E'_{0\,(\max)}}{\pi n\sqrt{W^2+(2\,\pi n'\,\mathfrak{L})}}=\frac{0{,}013785}{58{,}905\,.\,150{,}67}$$

$$=1{,}55 \text{ микрокулона,}$$

т. е. находимъ дѣйствительно ту же величину, которую мы опредѣлили ранѣе при 75 періодахъ (см. стр. 823).

952. *Если, увеличивая въ x разъ число періодовъ индукціи, мы пожелаемъ силу интегральнаго тока сохранить неизмѣнною, то мы должны увеличить въ*

$$\sqrt{\frac{W^2+(2\,\pi xn\mathfrak{L})^2}{W^2+(2\,\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

разъ напряженіе того магнитнаго поля, въ коемъ вращается катушка.

953. Если на абсциссѣ, соотвѣтствующей полуперіоду индукціи, мы построимъ прямоугольникъ, длина коего равна длинѣ волны тока, а высота такова, что площадь прямоугольника равна площади волны, то высота этого прямоугольника выразитъ **среднюю силу результирующаго тока**, такъ какъ теперь все количество электричества Q'_N, протекающее въ волнѣ тока, распредѣлено равномѣрно относительно продолжительности волны. Рис. 226 иллюстрируетъ сказанное.

Для опредѣленія средней силы J_N результирующаго тока мы имѣемъ выраженія:

$$J_N = I_{N(\max)} \frac{2}{\pi}$$

$$J_N = 0{,}63662\ I_{N(\max)}$$

$$J_N = 0{,}63662 \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

Если $E_{0(\max)}$ измѣрена въ вольтахъ, W — въ омахъ, а $\mathfrak{L}$ — въ

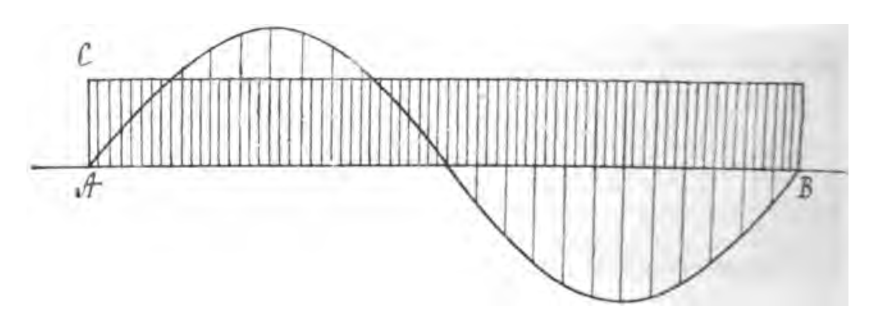


Рис. 226.

квадрантахъ, то средняя сила результирующаго тока опредѣляется въ амперахъ.

954. *При увеличеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ, средняя сила результирующаго тока увеличивается въ*

$$x \sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{W^2 + (2\pi x n \mathfrak{L})^2}} \text{ разъ,}$$

гдѣ дробный множитель есть величина меньшая единицы.

Въ нашемъ случаѣ, когда $x = 4$, а дробный множитель при x, какъ мы видѣли выше, равенъ 0,5906, мы имѣемъ при 75 періодахъ

$$J_N = 0{,}63662 . I_{N(\max)}$$
$$= 0{,}63662 . 0{,}000366$$
$$= 0{,}00023 \text{ ампера}$$

а при 4.75 = 300 періодахъ

$$J'_N = 4 . 0{,}5906 . 0{,}00023$$
$$= 0{,}00054 \text{ ампера.}$$

955. *При уменьшеніи числа періодовъ индукціи въ x разъ мы уменьшаемъ среднюю силу результирующаго тока въ*

$$\sqrt{\frac{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}{(xW)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \text{ раза.}$$

956. *Если, измѣнивъ число періодовъ индукціи въ x разъ, мы введемъ или выключимъ въ цѣпи такое свободное отъ индукціи сопротивленіе, чтобы максимальная сила результирующаго тока $I_{N(\max)}$ осталась тою же, что и до измѣненія числа періодовъ, то и средняя сила результирующаго тока останется тою же, какою она была первоначально.*

957. На основаніи всего сказаннаго видно, что **при оцѣнкѣ индукціоннаго тока мы должны разсматривать отдѣльно**

1) *число періодовъ (или полуперіодовъ) индукціи въ единицу времени (длину волны),*

2) *силу результирующаго тока (наибольшую высоту волны тока),*

3) *силу интегральнаго тока, т. е. количество электричества, протекающаго въ теченіе полуперіода индукціи (площадь волны),*

4) *среднюю силу тока (среднюю высоту волны).*

958. Сопоставляя все сказанное выше относительно вліянія числа періодовъ индукціи на каждый изъ послѣднихъ трехъ факторовъ, мы находимъ слѣдующее:

	Сила результирующаго тока	Сила интегральнаго тока	Средняя сила результирующаго тока
число періодовъ увеличиваемъ въ x разъ	увеличивается въ $x\sqrt{\frac{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}{W^2+(2\pi x n\mathfrak{L})^2}}$ разъ т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ.	уменьшается въ $\sqrt{\frac{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}{W^2+(2\pi x n\mathfrak{L})^2}}$ раза т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ.	увеличивается въ $x\sqrt{\frac{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}{W^2+(2\pi x n\mathfrak{L})^2}}$ разъ т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ.
число періодовъ уменьшаемъ въ x разъ	уменьшается въ $\sqrt{\frac{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}{(xW)^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}$ раза т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ.	увеличивается въ $x\sqrt{\frac{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}{(xW)^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}$ разъ т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ.	уменьшается въ $\sqrt{\frac{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}{(xW)^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}$ раза т. е. менѣе чѣмъ въ x разъ.

Если, измѣнивъ число періодовъ индукціи въ x разъ, мы ввели или выключили въ цѣпи такое свободное отъ индукціи сопротивленіе, что сила результирующаго тока осталась равною той, которая наблюдалась до измѣненія числа періодовъ, то

	Сила интегральнаго тока	Средняя сила результирующаго тока
при увеличеніи числа періодовъ въ x разъ	уменьшается до $1/x$-ой первоначальной величины	остается безъ измѣненія
при уменьшеніи числа періодовъ въ x разъ	увеличивается въ x разъ	остается безъ измѣненія

959. Такимъ образомъ, при будущихъ физіологическихъ изслѣдованіяхъ должны быть рѣшены прежде всего вопросы относительно вліянія на функцію нерва, resp. инервируемыхъ имъ органовъ,

	Слѣдовательно должно произвести	при этомъ въ волнѣ			
		длина	абсолютная высота	средняя высота	площадь
1) *результирующаго тока данной силы* при измѣняющемся числѣ періодовъ въ единицу времени	рядъ опытовъ при нѣкоторой постоянной средней силѣ результирующаго тока и измѣняющейся средней силѣ интегральнаго тока	измѣняется	постоянна	постоянна	измѣняется
2) результирующаго тока различной силы при *данномъ числѣ періодовъ*	рядъ опытовъ при измѣняющейся средней силѣ результирующаго тока и измѣняющейся силѣ интегральнаго тока	постоянна	измѣняется	измѣняется	измѣняется
3) *интегральнаго тока данной силы* при различномъ числѣ періодовъ	рядъ опытовъ при измѣняющейся средней и абсолютной силѣ результирующаго тока	измѣняется	измѣняется	измѣняется	постоянна

Какъ видно изъ таблицы нѣтъ возможности въ одномъ рядѣ опытовъ имѣть дѣло съ тремя постоянными и лишь однимъ измѣняющимся факторомъ, каковое обстоятельство должно затруднить экспериментальные выводы.

Далѣе, должно быть изучено вліяніе на функцію нерва отдѣльныхъ синусовидныхъ волнъ тока, причемъ вниманіе должно быть обращено на

1) вліяніе высоты волны при данной длинѣ ея,
2) вліяніе длины волны при данной высотѣ ея,
3) вліяніе данной площади волны при перемѣнной высотѣ и длинѣ послѣдней.

Въ заключеніе приводимъ еще нѣсколько примѣровъ.

Примѣръ 1. Катушка, площадь оборотовъ коей $F = 25000$ квадратнымъ сантиметрамъ, можетъ быть вращаема вокругъ оси, расположенной въ средней плоскости оборотовъ обмотки. Устанавливаемъ ось въ направленіи магнитнаго наклоненія и поворачиваемъ катушку такъ, чтобы плоскость ея была нормальна къ направленію магнитнаго меридіана. Полное напряженіе магнитнаго поля земли ($\mathfrak{H}$) въ мѣстѣ наблюденія $= 0{,}498$ абсолютной ериницы. Коэффиціентъ самоиндукціи катушки + коэффиціентъ самоиндукціи внѣшней цѣпи ($\mathfrak{L}$), замыкающей концы навитой на катушку проволоки, равны 0,12 квадранта, а общее сопротивленіе цѣпи $= 150$ омамъ. Опредѣлить въ кулонахъ силу интегральнаго тока, протекающаго въ цѣпи при поворотѣ катушки вокругъ оси на $180°$ изъ безразличнаго положенія ея.

Такъ какъ при вращеніи катушки въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ индуктированная въ ней электровозбудительная сила измѣняется въ видѣ синусовидной кривой, то силу интегральнаго тока по формулѣ, выведенной въ § 872, находимъ равной

$$Q_1 = \frac{2\,F\mathfrak{H}}{W} \text{ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,}$$

гдѣ W — сопротивленіе цѣпи въ той же мѣрѣ.—Такимъ образомъ, при условіи задачи,

$$Q_1 = \frac{2.25000\ 0{,}498}{150} . 10^{-1} = 1{,}66 \text{ микрокулона.}$$

(Относительно множителя 10^{-1} см. слѣдующій примѣръ). Самоиндукція цѣпи на величину Q_1 при единичномъ оборотѣ катушки вліянія не оказываетъ (см. § 918).

Примѣръ 2. Какова электровозбудительная сила интегральнаго тока въ предшествующемъ примѣрѣ?

$$Э_N = 2\,F\mathfrak{H} = 2.25000.0{,}498$$
$$= 24900 \text{ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ}$$
$$= 24900.10^{-8} = 0{,}000249 \text{ вольта.}$$

Примѣръ 3. Ось вращенія катушки, расположенную до сихъ поръ въ плоскости магнитнаго наклоненія, устанавливаемъ теперь вертикально. — Опредѣлить силу интегральнаго тока при прежнихъ условіяхъ (примѣръ 1), если уголъ магнитнаго наклоненія въ мѣстѣ наблюденія $= 71^\circ\ 40'$.

Такъ какъ теперь нормальная къ магнитному меридіану плоскость катушки съ силовыми линіями магнитнаго поля образуетъ уголъ $\alpha = 70^\circ\ 40'$, то площадь катушки пронизываютъ

$$F\mathfrak{H}\cos\alpha \text{ силовыхъ линій,}$$

откуда сила интегральнаго тока

$$= \frac{2\,F\mathfrak{H}\cos\alpha}{W}$$
$$= \frac{2.25000.0{,}498.\cos 70^\circ\ 40'.10^{-8}}{150}$$
$$= \frac{0{,}498.0{,}331}{3.10^5} = 0{,}55 \text{ микрокулона.}$$

Такъ какъ $\mathfrak{H}\cos\alpha = H$, т. е. напряженію горизонтальной составляющей въ мѣстѣ наблюденія (см. § 689), то сила интегральнаго тока

$$Q_1 = \frac{2\,F\mathfrak{H}\cos\alpha}{W} = \frac{2\,FH}{W}$$

Примѣръ 4. Опредѣлить напряженіе горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли, если извѣстно, что при поворотѣ катушки на 180° вокругъ вертикальной оси изъ положенія нормальнаго къ плоскости магнитнаго меридіана, въ ней индуктируется интегральный токъ, равный 0,63 микрокулона. Площадь катушки $F = 25000$ кв. сантиметрамъ, сопротивленіе цѣпи $W = 150$ омамъ.

$$\frac{2\,FH}{W} = Q_1 = 0{,}63 \text{ микрокулона}$$

или

$$Q_1 = 0{,}63.10^{-6} \text{ кулона,}$$
$$= 0{,}63.10^{-7} \text{ абсолютной электромагнитной единицы количества электричества}$$

а такъ какъ

$$W = 150 \text{ омамъ} = 150.10^9 \text{ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,}$$

то напряженіе горизонтальной составляющей

$$H = \frac{WQ_1}{2\,F} = \frac{150.10^9.0{,}63.10^{-7}}{2\ 25000}$$
$$= 0{,}189 \text{ абсолютной единицы.}$$

Примѣръ 5. Та же катушка вращается со скоростью 75 оборотовъ въ секунду вокругъ оси, расположенной какъ указано въ примѣрѣ 4-мъ. Опредѣлить фазу, на которую запаздываетъ результирующій токъ противъ электровозбудительной силы дифференціальнаго тока.

Если цѣпь разомкнута, то очевидно, что (§ 915) фаза запаздыванія

$$\gamma = 0$$

Если же цѣпь замкнута, то фазу запаздыванія опредѣляемъ изъ формулы

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \pi n \mathfrak{L}}{W}$$

Такъ какъ въ нашемъ примѣрѣ $W = 150$ омамъ, а $\mathfrak{L} = 0{,}12$ квадранта, то

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2.3{,}1416.75.0{,}12}{150} = 0{,}377$$

Въ тригонометрическихъ таблицахъ находимъ, что послѣдней величинѣ соотвѣтствуетъ уголъ

$$\gamma = 20^\circ\, 40'$$

Итакъ, наибольшей своей силы результирующій токъ въ цѣпи достигаетъ не въ тотъ моментъ, когда кольцо пересѣкаетъ линіи силъ магнитнаго поля подъ прямымъ угломъ (когда $E_0 = \text{maximum}$), а въ моментъ, когда кольцо повернется на дальнѣйшіе 20° 40′.

Будучи выражена въ единицахъ времени, фаза запаздыванія

$$= \frac{\tau}{2\pi} \gamma \text{ секундамъ},$$

гдѣ γ — уголъ *въ абсолютной мѣрѣ,* а τ — продолжительность полнаго оборота кольца.

Въ абсолютной мѣрѣ уголъ въ 20° 40′ равенъ (примѣчаніе къ стр. 743)

$$\gamma = 20{,}667^c . 0{,}0174533 = 0{,}361 \text{ абсолютной единицы угла.}$$

Продолжительность одного оборота кольца, вращающагося со скоростью 75 оборотовъ въ секунду, равна

$$\tau = \frac{1}{75} = 0{,}01333 \text{ секунды.}$$

Отсюда фаза запаздыванія

$$= \frac{0{,}01333}{2.3{,}1416} . 0{,}361 = 0{,}00076 \text{ секунды.}$$

т. е. наибольшая сила результирующаго въ цѣпи тока достигается на 0,00076 секунды позже, чѣмъ максимумъ электровозбудительной силы дифференціальнаго тока.

Примѣръ 6. Увеличиваемъ сопротивленіе внѣшней цѣпи, введя въ нее бифилярно обмотанную катушку въ 1000 омъ сопротивленія. Какова теперь фаза запаздыванія?

Такъ какъ коэффиціентъ самоиндукціи бифилярной катушки приближается къ нулю, то мы можемъ по прежнему принять $\mathfrak{L} = 0{,}12$ квадранта. Тогда для фазы запаздыванія имѣемъ:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2.3{,}1416.75.0{,}12}{150 + 1000}$$
$$= 0{,}0492$$

откуда

$$\gamma = 2^\circ\,49'$$

Примѣръ 7. Опредѣлить коэффиціетъ самоиндукціи цѣпи, зная силы токовъ, развиваемыхъ въ цѣпи одною и тою же синусовидною электровозбудительною силою, при двухъ различныхъ сопротивленіяхъ цѣпи.

Если при сопротивленіи цѣпи, равномъ W

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

а при сопротивленіи W_1, при прежнемъ коэффиціентѣ самоиндукціи $\mathfrak{L}$ и прежней электровозбудительной силѣ $E_{0\,(\max)}$, мы имѣемъ силу тока

$$I'_{N(\max)} = \frac{E_{0\,(\max)}}{\sqrt{W_1^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

то изъ перваго уравненія находимъ

$$E_{0(\max)}^2 = I_{N(\max)}^2 . [W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2]$$

а изъ втораго уравненія

$$E_{0(\max)}^2 = I'_{N(\max)}{}^2 . [W_1^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2]$$

откуда

$$I_{N(\max)}^2 . [W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2] = I'_{N(\max)}{}^2 . [W_1^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2]$$

Такъ какъ въ этомъ уравненіи намъ неизвѣстенъ лишь множитель $\mathfrak{L}$, то, открывъ скобки и перенеся члены съ неизвѣстнымъ множителемъ въ одну сторону, а съ извѣстнымъ въ другую, находимъ

$$(2\pi n\mathfrak{L})^2\,[I'_{N(\max)}{}^2 - I_{N(\max)}^2] = I_{N(\max)}^2\,W^2 - I'_{N(\max)}{}^2\,W_1^2$$

а отсюда

$$(2\pi n\mathfrak{L})^2 = \frac{I_{N(\max)}^2\,W^2 - I'_{N(\max)}{}^2\,W_1^2}{I'_{N(\max)}{}^2 - I_{N(\max)}^2}$$

и

$$\mathfrak{L}^2 = \frac{1}{(2\pi n)^2} . \frac{I_{N(\max)}^2\,W^2 - I'_{N(\max)}{}^2\,W_1^2}{I'_{N(\max)}{}^2 - I_{N(\max)}^2}$$

откуда наконецъ коэффиціентъ $\mathfrak{L}$ = корню квадратному изъ второй части послѣдняго уравненія.

Если силы токовъ при двухъ равныхъ сопротивленіяхъ измѣряются электродинамометромъ, коэффиціентъ самоиндукціи коего извѣстенъ, то коэф-

фиціентъ самоиндукціи остальной части цѣпи равенъ найденному помощію приведеннаго вычисленія, минусъ коэффиціентъ самоиндукціи электродинамометра.

Пусть при вращеніи въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ нѣкоторой катушки, концы обмотки коей замкнуты введеннымъ въ цѣпь электродинамометромъ, мы получаемъ въ цѣпи силу тока $I_{N(\max)} = 0{,}000366$ ампера, при общемъ сопротивленіи цѣпи W въ 150 омъ и при 75 оборотахъ катушки въ секунду. Введя въ цѣпь еще свободное отъ индукціи сопротивленіе равное 100 омамъ (увеличивъ общее сопротивленіе до величины $W_1 = 250$ омамъ) и получивъ при прочихъ прежнихъ условіяхъ токъ $I'_{N(\max)} = 0{,}000229$ ампера, мы можемъ отсюда опредѣлить коэффиціентъ самоиндукціи всей цѣпи.

$$\mathfrak{L}^2 = \frac{1}{(2.3{,}1416.75)^2} \cdot \frac{0{,}000366^2.150^2 - 0{,}000229^2.250^2}{0{,}000229^2 - 0{,}000366^2}$$

$$= 0{,}0000045.\frac{-0{,}000263}{-0{,}000000081515} = 0{,}0000045.3233$$

$$\mathfrak{L}^2 = 0{,}01455$$

и

$$\mathfrak{L} = 0{,}12 \text{ квадранта.}$$

Достаточно точные результаты этотъ способъ даетъ лишь въ томъ случаѣ, если въ цѣпи дѣйствительно дѣйствуетъ *синусовидная* электровозбудительная сила E_0 и если электродинамометръ обладаетъ большою чувствительностью.

---

960. Работа, производимая перемѣннымъ токомъ въ замкнутой цѣпи, состоящей изъ проводниковъ перваго класса, опредѣляется совершенно аналогично работѣ, производимой непрерывнымъ токомъ одного направленія (сравн. § 580 и слѣд.): *Производимая синусовиднымъ перемѣннымъ токомъ въ единицу времени работа f пропорціональна произведенію ариѳметической средней квадрата результирующей силы тока на сопротивленіе цѣпи*

$$f = \frac{I_{N(\max)}^2}{2}\, W = \frac{I_{N(\max)} \cdot E_{0(\max)}}{2}$$

Такъ какъ

$$\frac{I_{N(\max)}^2}{2} = \frac{1}{2}\,\frac{E_{0(\max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

то для f имѣемъ также выраженіе

$$f = \frac{1}{2}\,\frac{E_{0(\max)}^2\, W}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

Не должно смѣшивать при этомъ ариѳметическую среднюю квадрата силы результирующаго тока съ квадратомъ средней силы тока (сравн. стр. 837), т. е. съ величиною

$$J_N^2 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{E_{0(\max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

такъ что работа перемѣннаго тока отнюдь не равна произведенію

$$J_N^2 W = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \frac{E_{0(\max)}^2 \cdot W}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

или произведенію

$$E_{M(N)} J_N = \frac{2}{\pi} \frac{W E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

LI. Измѣреніе силы синусообразнаго перемѣннаго тока включеннымъ въ цѣпь электродинамометромъ. Измѣреніе разности потенціаловъ у зажимовъ инструмента и электровозбудительной силы результирующаго въ цѣпи тока.

961. Въ §§ 818—819 мы уже говорили, что сила перемѣннаго тока можетъ быть измѣрена электродинамометромъ. Разсматривая теорію этого измѣрительнаго прибора, мы нашли, что въ случаѣ, если въ обмоткѣ его протекаетъ непрерывный постоянный токъ I, то уголъ крученія подвижной катушки крутильнаго электродинамометра[1]) пропорціоналенъ квадрату силы тока, т. е. величинѣ I^2. Отсюда ясно, что если чрезъ обмотку крутильнаго электродинамометра течетъ синусообразный перемѣнный токъ, сила коего непрерывно и правильно колеблется между нулемъ и нѣко-

[1]) Мы беремъ здѣсь крутильный, а не простой электродинамометръ съ указательною стрѣлкой, для того, чтобы не разсматривать вліянія *взаимной индукціи* (см. соотв. главу) между подвижною и неподвижною катушками прибора: въ крутильномъ электродинамометрѣ упомянутая взаимная индукція равна нулю, ибо оси катушекъ въ этомъ приборѣ не выходятъ изъ положенія перпендикулярнаго другъ къ другу. Вмѣсто крутильнаго электродинамометра мы могли бы разсматривать зеркальный электродинамометръ, въ которомъ подвижная катушка отклоняется токомъ лишь на ничтожные углы, такъ что взаимной индукціей катушекъ можно пренебречь.

торою величиной $I_{N(\max)}$, то уголъ крученія подвижной катушки электродинамометра будетъ пропорціоналенъ не величинѣ $I_{N(\max)}^2$, а ариѳметической средней изъ 0 и $I_{N(\max)}^2$, т. е. величинѣ $\frac{I_{N(\max)}^2}{2}$.

Итакъ, *при измѣреніяхъ перемѣннаго синусообразнаго индукціоннаго тока крутильнымъ электродинамометромъ, мы опредѣляемъ не квадратъ средней силы результирующаго индукціоннаго тока, т. е. не*

$$J_N^2 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{E_{0(\max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

rspct. не квадратъ электровозбудительной силы этого тока, т. е. не

$$E^2_{(M)N} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{W^2 E_{0(\max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

а ариѳметическую среднюю квадрата силы результирующаго тока $I_{N(\max)}$ и ариѳметическую среднюю квадрата электровозбудительной силы $E_{N(\max)}$ результирующаго тока, т. е. величины

$$\frac{I_{N(\max)}^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{0(\max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

и

$$\frac{E_{N(\max)}^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{W^2 E_{0(\max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

962. Если корни квадратные изъ этихъ величинъ назвать *измѣренною среднею силою J' тока* и *измѣренною среднею электровозбудительною силою $E'_{(M)}$*, то, означивъ

$$\frac{E_{0(\max)}^2}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2} = A^2$$

получаемъ

$$J' = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

и

$$E'_{(M)} = \sqrt{\frac{W^2 A^2}{2}} = W \cdot \frac{A}{\sqrt{2}}$$

А такъ какъ (истинную) среднюю силу результирующаго тока и (истинную) среднюю результирующую электровозбудительную силу мы нашли

$$= J_N = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = \frac{2}{\pi} A$$

rspct.

$$= E_{(M)N} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{E_{0(max)} . W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = \frac{2}{\pi} WA$$

то очевидно, что *измѣренная средняя сила и истинная средняя сила результирующаго тока находятся другъ къ другу въ отношеніи:*

$$J' : J_N = \frac{A}{\sqrt{2}} : \frac{2}{\pi} A$$

откуда истинная средняя сила результирующаго тока

$$J_N = \frac{2.\sqrt{2}}{\pi} . J' = 0{,}90031\ J'$$

и, точно также, средняя электровозбудительная сила результирующаго тока

$$E_{(M)N} = \frac{2.\sqrt{2}}{\pi}\ E'_{(M)} = 0{,}90031\ E'_{(M)}$$

т. е. *для того, чтобы изъ показаній крутильнаго электродинамометра опредѣлить среднюю силу проходящаго въ обмоткѣ его (результирующаго) тока, должно величину, опредѣленную посредствомъ измѣренія названнымъ инструментомъ, умножить на 0,90031.* Точно такъ же, *для того, чтобы опредѣлить изъ показаній крутильнаго электродинамометра среднюю разность потенціаловъ у зажимовъ инструмента или среднюю электровозбудительную силу результирующаго индукціоннаго тока, должно величину, полученную на основаніи наблюденія электродинамометра, умножить на 0,90031*[1]).

---

[1]) Тоже относится и къ электрометру; напротивъ, при употребленіи обыкновеннаго электродинамометра вычисленіе усложняется вліяніемъ взаимной индукціи между подвижною и неподвижною катушками прибора.

Наоборотъ,

$$J' = \frac{1}{0{,}90031} J_N$$
$$J' = 1{,}1107\ J_N$$

и

$$E'_{(M)} = 1{,}1107\ E_{(M)N}$$

963. Итакъ, опредѣливъ на основаніи показаній электродинамометра силу тока J', мы находимъ истинную среднюю силу результирующаго тока

$$J_N = 0{,}90031\ J'$$

Отсюда мы можемъ опредѣлить максимальную силу, которой въ періодахъ своихъ достигаетъ измѣряемый результирующій дифференціальный токъ, т. е. можемъ опредѣлить величину $I_{N(\max)}$:

$$J' = 1{,}1107\ J_N$$
$$J_N = 0{,}63662\ I_{N(\max)} \ldots\ldots \text{(см. § 926)},$$

отсюда

$$J' = 1{,}1107 . 0{,}63662\ I_{N(\max)}$$
$$J' = 0{,}70709\ I_{N(\max)}$$

и

$$I_{N(\max)} = \frac{1}{0{,}70709} J'$$
$$I_{N(\max)} = 1{,}4142\ J'$$

или

$$I_{N(\max)} = 1{,}5708\ J_N \ldots\ldots \text{(сравн. § 926)}.$$

964. Точно также изъ силы тока J', *измѣренной* электродинамометромъ, мы можемъ вычислить величину электровозбудительной силы $E_{0(\max)}$ дѣйствующей въ цѣпи. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ

$$I_{N(\max)} = 1{,}4142\ J'$$

то

$$E_{N(\max)} = I_{N(\max)} . W = 1{,}4142\ J' W$$

а съ другой стороны (§ 902)

$$E_{N(\max)} = E_{0(\max)} \cdot \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

слѣдовательно

$$E_{0(\max)} \cdot \frac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = 1{,}4142\ J'\,W$$

откуда

$$E_{0(\max)} = 1{,}4142\ J'\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

предполагается, что сопротивленіе и коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи, а также число оборотовъ, совершаемыхъ въ секунду вращающимся кольцомъ, извѣстны.

965. Если при постоянномъ непрерывномъ токѣ мы нашли, что уголъ крученія подвижной катушки крутильнаго электродинамометра

$$\alpha = \frac{I^2}{c}$$

и постоянная инструмента

$$c = \frac{I^2}{\alpha}$$

то при перемѣнномъ синусообразномъ токѣ, согласно сказанному въ § 961,

$$\alpha = \frac{I_{N(\max)}^2}{2c}$$

и

$$c = \frac{I_{N(\max)}^2}{2\alpha}$$

Отсюда

$$\frac{I^2}{c} = \frac{I_{N(\max)}^2}{2c}$$

и

$$I_{N(\max)}^2 = \frac{I^2 . 2c}{c} = 2I^2$$

такъ что

$$I_{N(\max)} = \sqrt{2I^2} = 1{,}4142\ I$$

А такъ какъ

$$I^2 = c\alpha$$

и

$$I = \sqrt{ca}$$

то

1) *наибольшая сила результирующаго тока*

$$I_{N(\max)} = 1{,}4142\ \sqrt{ca}$$

и

2) *наибольшая электровозбудительная сила результирующаго тока*

$$E_{N(\max)} = 1{,}4142\ W.\sqrt{ca}$$

966. Такъ какъ, далѣе, средняя сила результирующаго тока

$$J_N = \frac{2}{\pi}\ I_{N(\max)}$$
$$= 0{,}6366\ I_{N(\max)}$$

то

3) *средняя сила результирующаго тока*

$$J_N = 0{,}6366 . 1{,}4142\ \sqrt{ca}$$
$$= 0{,}9003\ \sqrt{ca}$$

Аналогично находимъ, что

4) *средняя результирующая электровозбудительная сила*

$$E_{(M)N} = 0{,}9003\ W.\sqrt{ca}$$

5) дѣйствующая въ цѣпи *электровозбудительная сила дифференціальнаго тока*

$$E_{0(\max)} = 1{,}4142\ W.\sqrt{ca}$$

6) *въ теченіе каждаго полуперіода индукціи въ цѣпи* (въ волнѣ тока) *проходитъ количество электричества*

$$Q_N = \frac{1}{\pi n} . 1{,}4142\ \sqrt{ca}$$
$$= \frac{1}{n} . 0{,}45015\ \sqrt{ca}$$

наконецъ

7) *у зажимовъ инструмента разность потенціаловъ достигаетъ наибольшей величины*

$$(V - V')_{(max)} = 1{,}4142\ W'.\sqrt{ca}$$

8) *средняя разность потенціаловъ у зажимовъ инструмента*

$$(V - V')_{м} = 0{,}9003\ W'.\sqrt{ca}$$

причемъ въ обоихъ послѣднихъ случаяхъ W' есть сопротивленіе обмотки инструмента.

Такимъ образомъ, зная «постоянную инструмента», мы можемъ для каждаго наблюдаемаго угла крученія α вычислить всѣ величины, характеризующія данный перемѣнный токъ.

Приводимъ числовые примѣры.

Примѣръ 1.

Имѣемъ крутильный электродинамометръ, при градуированіи котораго постояннымъ токомъ одного направленія мы

при токѣ въ 0,0025 ампера наблюдали уголъ крученія $\alpha = 60°$
» » » 0,0032 » » » » $\alpha = 100°$
» » » 0,0037 » » » » $\alpha = 130°$

Опредѣлить «постоянную» инструмента.

Такъ какъ

$$I^2 = 0{,}0025^2 = 0{,}00000625$$
$$= 0{,}0032^2 = 0{,}00001024$$
$$= 0{,}0037^2 = 0{,}00001369$$

а постоянная

$$c = \frac{I^2}{\alpha}$$

то изъ приведеннаго ряда наблюденій находимъ

$$c = \frac{0{,}00000625}{60} = 0{,}00000010416$$

$$c = \frac{0{,}00001024}{100} = 0{,}0000001024$$

$$c = \frac{0{,}00001369}{130} = 0{,}00000010531$$

и въ среднемъ выводѣ $c = 104 . 10^{-9}$

Примѣръ 2.

Измѣряя этимъ электродинамометромъ синусовидный токъ перемѣннаго направленія, мы наблюдаемъ уголъ крученія равный 60°. Опредѣлить среднюю и наибольшую силу даннаго тока.

Средняя сила протекающаго чрезъ электродинамометръ тока

$$J_N = 0{,}9003\sqrt{c\alpha} = 0{,}9003 . \sqrt{104 . 10^{-9} . 60}$$
$$= 0{,}9003 \; 0{,}0025$$
$$= 0{,}00225 \text{ ампера.}$$

т. е. равна 0,9003 той силы постояннаго тока одного направленія (= 0,0025 ампера), при которой наблюдается тотъ же уголъ крученія.

Наибольшая сила результирующаго тока

$$J_{N(\max)} = 1{,}4142\sqrt{c\alpha} = 1{,}4142 . 0{,}0025$$
$$= 0{,}00353 \text{ ампера.}$$

Примѣръ 3.

Опредѣлить количество электричества, проходящаго въ каждой волнѣ тока при условіи предшествовавшихъ примѣровъ, если извѣстно, что число періодовъ тока $n = 100$ въ секунду.

Искомое количество электричества

$$Q_N = \frac{1}{n} . 0{,}45015\sqrt{c\alpha} = \frac{1}{100} . 0{,}45015 . 0{,}0025$$
$$= 0{,}0000112 \text{ кулона}$$
$$= 11{,}2 \text{ микрокулона.}$$

Примѣръ 4.

Опредѣлить дѣйствующую въ цѣпи электровозбудительную силу диффеpенціальнаго тока, если общее сопротивленіе цѣпи = 10000 омамъ, а уголъ крученія инструмента по прежнему = 75°.

$$E_{0(\max)} = 1{,}4142 . W . \sqrt{c\alpha} = 1{,}4142 . 10000 . 0{,}0025$$
$$= 35{,}3 \text{ вольта.}$$

LII. Дѣйствіе въ одномъ направленіи синусовидной электровозбудительной силы индукціи въ цѣпи съ самоиндукціей.

967. До сихъ поръ мы не разсматривали механизма, которымъ достигается на практикѣ передача тока, индуктированнаго въ кольцѣ, вращающемся въ магнитномъ полѣ, во внѣшнюю цѣпь. Представимъ себѣ кольцо (напр. кольцеобразно свернутую мѣдную проволоку), вращающееся вмѣстѣ съ латунною осью AB, рис. 227, но всюду отдѣленное отъ послѣдней изоляторомъ. Пусть на оси этой насаженъ изолированный металлическій цилиндръ G,

съ которымъ сообщается одинъ конецъ (a) упомянутаго выше кольца, тогда какъ другой (b) прикрѣпленъ къ самой оси. Если оконечности (c и d) внѣшней цѣпи (c e d) соединены съ двумя металлическими пружинами (*«щетками»* — m и n), прижатыми одна къ цилиндру G, другая къ какой либо части половины A

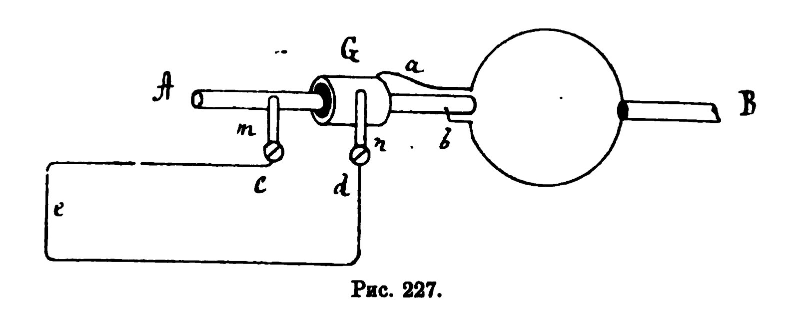


Рис. 227.

оси AB, то очевидно, что тѣмъ самымъ достигается постоянное замкнутіе вращающагося кольца внѣшнею цѣпью, такъ что электровозбудительная сила, возникающая въ кольцѣ, поддерживаетъ во всей цѣпи правильно-синусовидный токъ перемѣннаго направленія. Приборъ, «отводящій» токъ во внѣшнюю цѣпь, носитъ названіе *коллектора*.

968. Такъ какъ въ синусовидной кривой индукціоннаго тока послѣдовательныя волны чередуются въ своемъ направленіи, то очевидно, что извращая соединеніе концовъ внѣшней цѣпи съ отводящими токъ щетками въ тѣ моменты, когда сила тока I_N = minimum, мы *во внѣшней цѣпи* получимъ токъ одного направленія. Для достиженія этой цѣли на ось AB насаживаютъ распиленный въ длину цилиндръ, изолированныя половины коего соединены одна съ одною (a), другая съ другою (b) оконечностями вращающагося въ магнитномъ полѣ кольцеобразно изогнутаго проводника (рис. 228). Къ полуцилиндрамъ коллектора прижаты щетки m и n и къ нимъ прикрѣплены оконечности c и d внѣшней цѣпи ced. Очевидно, что въ теченіе перваго полуоборота кольца, rspct. оси AB, оконечность c внѣшней цѣпи остается соединенной съ оконечностью a кольца, а оконечность b цѣпи съ оконечностью

d кольца. Въ теченіе втораго полуоборота *a* соединено съ *d*, а *b* съ *c*. А такъ какъ въ теченіе втораго полуоборота токъ въ кольцѣ имѣетъ направленіе противоположное тому, какое онъ имѣлъ въ теченіе перваго полуоборота, то во внѣшней цѣпи въ обоихъ полупериодахъ токъ будетъ имѣть одно и то же направленіе. Для того, чтобы токъ во внѣшней цѣпи ни на одинъ моментъ не измѣнялъ своего направленія, необходимо щетки расположить такъ,

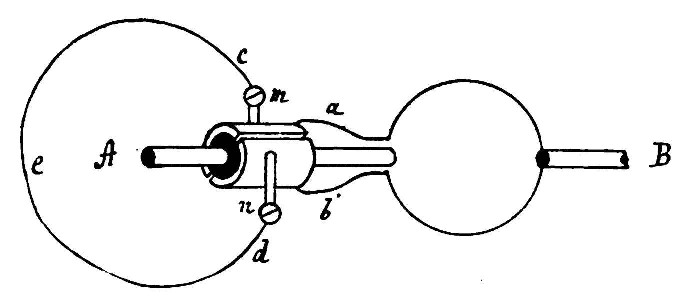


Рис. 228.

чтобы плоскости соприкосновенія ихъ съ коллекторомъ были діаметрально противуположны другъ другу и при вращеніи коллектора совпадали со щелью между обѣими половинами его въ тотъ промежутокъ времени, когда сила тока I_N = minimum. Для того же, чтобы токъ не прерывался, щетки, еще прежде чѣмъ покинуть одну половину цилиндра, должны уже придти въ соприкосновеніе съ другою половиною его.

Если мы желаемъ, чтобы по отношенію ко внѣшней цѣпи дѣйствовалъ направленный въ одну сторону рядъ совершенно правильныхъ синусовидныхъ волнъ электровозбудительной силы индукціи, то щетки должны проходить надъ щелями коммутатора въ тотъ моментъ, когда электровозбудительная сила индукціи въ кольцѣ $E_0 = 0$, и далѣе, щели должны быть крайне узки, а поперечники плоскостей соприкосновенія щетокъ съ коммутаторомъ — равны поперечникамъ щелей [1]).

---

[1]) **Puluj**, Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 102, 1893 («Ueber die Wirkung gleichgerichteter sinusartiger elektromotorischer Kräfte in einem Leiter mit Selbstinduktion»). При несоблюденіи приве-

При болѣе или менѣе точномъ соблюденіи этихъ условій мы получимъ токъ, вызванный какъ бы дѣйствіемъ въ цѣпи синусовидной электровозбудительной силы одного направленія. Токъ динамо-электрическихъ машинъ одного направленія, смотря по конструкціи послѣднихъ, болѣе или менѣе подходитъ къ этому типу.

Описанный здѣсь извращающій токъ коллекторъ носитъ названіе *коммутатора* [1]).

969. Такъ какъ подробный разборъ дѣйствія синусовидной электровозбудительной силы одного направленія въ цѣпи съ самоиндукціей не представляетъ интереса для физіологической практики и не можетъ быть проведенъ безъ помощи интегральнаго исчисленія, то мы даемъ читателю лишь тѣ конечные выводы, которые представляютъ общій интересъ.

Предполагая, что электровозбудительная сила дифференціальнаго тока E_0 измѣняется ввидѣ синусовидной кривой, волны коей направлены всѣ въ одну сторону, мы можемъ выразить *величину E_0 въ моментъ* τ, чрезъ безконечный рядъ

$$E_0 = \frac{2}{\pi} E_{0(\max)} \left[1 - \frac{2}{1.3} \cos 4\pi n \tau_1 - \frac{2}{3.5} \cos 2.4\pi n \tau_1 \ldots\right]$$
$$= \frac{2}{\pi} E_{0(\max)} \left[1 - 0{,}6667 \cos 4\pi n\tau_1 - 0{,}1333 \cos 8\pi n\tau_1 \ldots\right]$$

гдѣ

$$4\pi n\tau_1 = \frac{2\pi}{{}^1/_2\,\tau}\,\tau_1$$

причемъ τ есть продолжительность полнаго періода индукціи, а ${}^1/_2\,\tau$ продолжительность теченія одной синусовидной волны,

$${}^1/_\tau = n = \text{числу періодовъ въ секунду,}$$
$$\frac{1}{{}^1/_2\,\tau} = 2n = \text{числу волнъ въ секунду.}$$

денныхъ здѣсь условій, результаты, наблюдаемые на практикѣ, нѣсколько отличаются отъ ниже слѣдующихъ вычисленій: въ особенности утрачивается независимость средней силы тока отъ самоиндукціи цѣпи.

[1]) Отъ commutare — измѣнять, извращать.

Весь выведенный для величины E_0 рядъ полученъ путемъ нѣкоторыхъ тригонометрическихъ преобразованій изъ извѣстнаго ряда

$$\sin x = \frac{2}{\pi}\left[1 - \frac{2}{1.3}\cos 2x - \frac{2}{3.5}\cos 4x \ldots\right]$$
$$= \sin x . \frac{4}{\pi}\left[\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x \ldots\right]$$

гдѣ рядъ

$$\frac{4}{\pi}\left[\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x \ldots\right]$$

имѣетъ значенія

$+1$ { между углами 0 и π; » » 2π » 3π; » » 4π » 5π

0 { для угловъ $0, \pi, 2\pi, 3\pi \ldots$

Сила результирующаго тока въ цѣпи съ самоиндукціей въ моментъ τ_1

$$I_N = \frac{2}{\pi}\left[\frac{E_{0(max)}}{W} - {}^2/_3 \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (4\pi n \mathfrak{L})^2}}\cos 4\pi n(\tau_1 - \varphi_1) - \right.$$
$$\left. - {}^2/_{15} \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (4\pi n \mathfrak{L})^2}}\cos 8\pi n(\tau_1 - \varphi_2) \ldots\right]$$

гдѣ, какъ и въ вычисленіяхъ синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія, W есть сопротивленіе цѣпи, $\mathfrak{L}$ — коэффиціентъ самоиндукціи ея,

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{4\pi n \mathfrak{L}}{W}$$
$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{8\pi n \mathfrak{L}}{W}$$

и т. д.

Изъ приведеннаго для I_N выраженія видно, что въ случаѣ *если въ цѣпи съ самоиндукціей дѣйствуетъ постоянно въ одномъ на-*

правленіи синусовидная электровозбудительная сила дифференціальнаго тока E_0, то сила результирующаго тока I_N колеблется между нѣкоторымъ максимумомъ и минимумомъ, никогда не достигая нуля.

970. *Средняя сила результирующаго тока*

$$J_N = \frac{2}{\pi}\,\frac{E_{0(max)}}{W}$$

слѣдовательно *на среднюю силу результирующаго тока не оказываетъ вліянія самоиндукціи цѣпи* (число періодовъ оказываетъ вліяніе, ибо величина $E_{0(max)}$ возрастаетъ, какъ извѣстно, прямо пропорціонально числу періодовъ въ единицу времени).

Разсматривая выраженіе

$$I_N = \frac{2}{\pi}\left[\frac{E_{0(max)}}{W} - \frac{2}{3}\,\frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (4\pi n \mathfrak{L})^2}}\cos 4\pi n(\tau_1 - \varphi_1) - \right.$$
$$\left. - \frac{2}{15}\,\frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (4\pi n \mathfrak{L})^2}}\cos 8\pi n(\tau_1 - \varphi_2)\ldots\right]$$

мы видимъ, что отрицательные члены правой стороны уравненія уменьшаются по мѣрѣ увеличенія $\mathfrak{L}$, такъ что при $\mathfrak{L} = \infty$ въ любой моментъ величина $I_N = \frac{2}{\pi}\frac{E_{0(max)}}{W}$, т. е. средней силѣ результирующаго тока. Такимъ образомъ ясно, что *самоиндукція, не ослабляя средней силы результирующаго тока, уменьшаетъ амплитуды волнъ дифференціальнаго результирующаго тока*; при $\mathfrak{L} = \infty$ получился бы вполнѣ постоянный токъ. Кривая

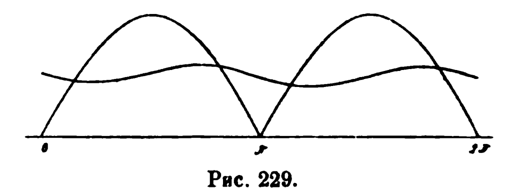


Рис. 229.

рис. 229 изображаетъ колебанія силы результирующаго тока и синусовидныя волны электровозбудительной силы дифференціальнаго тока E_0.

971. Приближенно *средняя величина квадрата силы результирующаго тока*

$$\frac{I_{N(\max)}^2}{2} = \left(\frac{2}{\pi}\frac{E_{0(\max)}}{W}\right)^2 \left[1 + {}^2/_9 \frac{W^2}{W^2 + (4\pi n \mathfrak{L})^2}\right]$$

т. е. средняя величина квадрата силы результирующаго тока зависитъ отъ самоиндукціи также какъ и самъ результирующій токъ. Если мы припомнимъ, что средняя сила результирующаго тока (J_N) отъ самоиндукціи не зависитъ, что отклоненія магнитной стрѣлки гальванометра пропорціональны средней силѣ тока, тогда какъ отклоненія подвижной катушки электродинамометра пропорціональны средней величинѣ квадрата силы результирующаго тока, то намъ станетъ ясно, что на инструменты эти синусовидный токъ одного направленія вліяетъ различнымъ образомъ, въ зависимости отъ величины коэффиціента самоиндукціи цѣпи. Дѣйствительно, если въ цѣпь включить послѣдовательно нѣкоторую спираль, гальванометръ и электродинамометръ, то отклоненіе магнитной стрѣлки гальванометра не измѣнится, если мы въ спираль вложимъ желѣзный сердечникъ (увеличимъ коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи), уголъ же отклоненія подвижной катушки электродинамометра при этомъ уменьшится, ибо съ увеличеніемъ $\mathfrak{L}$ уменьшается дробь ${}^2/_9 \frac{W^2}{W^2 + (4\pi n \mathfrak{L})^2}$ въ выраженіи для $\frac{I_{N(\max)}^2}{2}$.

Не лишнимъ считаемъ замѣтить, что при практическихъ вычисленіяхъ приведенныхъ здѣсь безконечныхъ рядовъ достаточно ограничиться четырьмя или даже тремя членами ряда.

LIII. Вліяніе электроемкости цѣпи въ случаѣ дѣйствія синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія.

972. Если цѣпь, въ которой дѣйствуетъ синусовидная электровозбудительная сила перемѣннаго направленія, обладаетъ относительно значительною электроемкостью, то послѣдняя оказываетъ существенное вліяніе на силу циркулирующаго въ цѣпи тока. Соб-

ственно говоря, электроемкостью обладаетъ всякій проводникъ, ибо ясно, что для того, чтобы у оконечностей его установилась та или иная разность потенціаловъ, необходимо проводнику сообщить соотвѣтственное количество электричества: токъ, прежде чѣмъ установиться въ проводникѣ, долженъ зарядить его.

Электроемкость, согласно извѣстнымъ законамъ электростатики, значительно увеличится, если мы, изолировавъ поверхность проводника, зароемъ его въ землю или опустимъ въ естественныя вмѣстилища воды (въ рѣку, море): примѣромъ можетъ служить весьма значительная электроемкость длинныхъ трансатлантическихъ кабелей. Такъ какъ электроемкость увеличивается съ длиною проводника, то очевидно, что ею часто уже нельзя пренебречь въ случаѣ если мы имѣемъ напр. катушку, на которой длинный изолированный проводникъ намотанъ во много слоевъ; здѣсь близкое сосѣдство изолированныхъ другъ отъ друга оборотовъ еще значительнѣе увеличиваетъ емкость проводника. Наконецъ, электроемкость цѣпи можетъ быть обусловлена конденсаторомъ, включеннымъ либо прямо въ цѣпь, либо въ видѣ побочнаго замыканія.

Для того, чтобы выяснить вліяніе электроемкости цѣпи въ томъ размѣрѣ, какъ это имѣетъ значеніе для нашихъ опытныхъ изслѣдованій, намъ достаточно будетъ разсмотрѣть простой случай, а именно включеніе конденсатора въ неразвѣтвленную цѣпь.

Представимъ себѣ, что зажимы синусъ-индуктора A (рис. 230)[1]) соединены съ противоположными обложками конденсатора C, причемъ сопротивленіе обмотки индуктора, rspct. соединительныхъ проводниковъ, $= W$, электроемкость конденсатора $= C$, коэффиціентъ же самоиндукціи цѣпи для упрощенія вычисленія принимаемъ, первоначально, равнымъ нулю. — Очевидно, что проти-

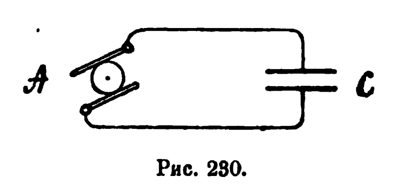


Рис. 230.

[1]) Аппаратъ, развивающій перемѣнный синусовидный токъ.

воположныя электричества, развиваемыя индукторомъ въ теченіе одного полупеaccording періода индукціи, притекая къ противоположнымъ обложкамъ конденсатора, взаимно связываются здѣсь, такъ что наибольшей разности потенціаловъ обложки достигнутъ въ тотъ моментъ, когда имъ сообщены будутъ остатки притекающаго заряда, т. е. когда токъ въ цѣпи упадетъ на нуль. Съ этого момента начнется разрядъ конденсатора, такъ какъ къ обложкамъ его въ теченіе слѣдующаго полуперіода будутъ притекать электричества противуположныхъ знаковъ, нейтрализующія прежній зарядъ. Такимъ образомъ будетъ происходить рядъ послѣдовательныхъ заряженій и разряженій конденсатора.

973. Обозначимъ наибольшую разность потенціаловъ у обложекъ конденсатора чрезъ $E_{c\,(\max)}$, наибольшую электровозбудительную силу дифференціальнаго тока, развиваемую индукторомъ чрезъ $E_{0\,(\max)}$, наибольшую результирующую электровозбудительную силу (произведеніе наибольшей силы результирую-

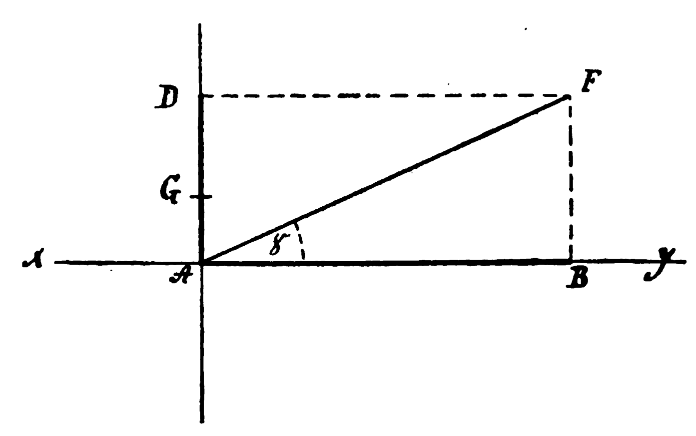


Рис. 231.

щаго тока на сопротивленіе цѣпи) чрезъ $E_{N(\max)}$, наибольшую силу результирующаго (существующаго въ цѣпи) тока чрезъ $I_{N(\max)}$ и отложивъ въ извѣстной уже намъ системѣ координатъ величину $E_{C(\max)}$ въ видѣ горизонтальной линіи $\overline{AB}$ (рис. 231). Такъ какъ послѣдняя величина измѣняется въ видѣ синусоиды

(зарядъ и разрядъ обложекъ конденсатора происходитъ въ видѣ синусовидной кривой), то для полученія соотвѣтствующихъ проекцій линіи $\overline{AB}$ на координату xy, мы должны вращать $\overline{AB}$ около точки A. Если мы вращеніе будемъ производить въ направленіи движенія часовой стрѣлки, то величину $I_{N(\max)}$ мы, очевидно, должны отложить какъ вертикаль $\overline{AG}$, ибо максимумъ E_C, согласно сказанному выше, достигнется въ тотъ моментъ, когда величина I_N падаетъ на нуль. Такъ какъ величина E_N претерпѣваетъ свои измѣненія, конечно, въ тѣ же моменты, что и величина I_N, то $E_{N(\max)}$ откладываемъ вдоль той же координаты, что и $I_{N(\max)}$; пусть $E_{N(\max)} = \overline{AD}$. Тогда равнодѣйствующая обѣихъ силъ ($E_{C(\max)}$ и $E_{N(\max)}$), составляющая дѣйствующую въ цѣпи электровозбудительную силу дифференціальнаго тока $E_{0(\max)}$, опредѣлится діагональю $\overline{AF}$ параллелограмма силъ, построеннаго на силахъ $E_{C(\max)}$ и $E_{N(\max)}$. Изъ чертежа мы видимъ, что $E_{0(\max)}$ запаздываетъ противъ $E_{C(\max)}$ на фазу $= \gamma$.

Такъ какъ линія $\overline{AF}$ равна той линіи, которою мы можемъ

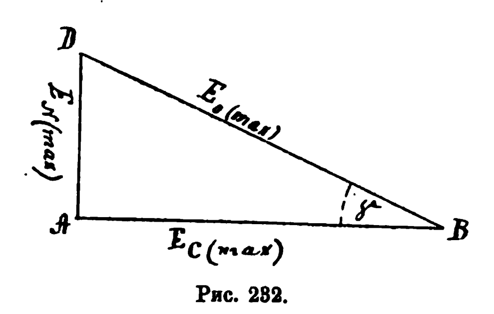


Рис. 232.

соединить точки B и D, то получаемъ прямоугольный треугольникъ $ADBA$, въ коемъ $\angle ADB = \gamma$ (рис. 232):

Отсюда находимъ

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{E_{N(\max)}}{E_{C(\max)}}$$

или, такъ какъ

$$E_{N(\max)} = I_{N(\max)}\, W$$

то

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{I_{N(\max)}\, W}{E_{C(\max)}}$$

и далѣе

$$E_{0(\max)} = \sqrt{E_{N(\max)}^2 + E_{C(\max)}^2}$$

$$E_{C(\max)} = \sqrt{E_{0(\max)}^2 - E_{N(\max)}^2}$$

974. Очевидно, что токъ, заряжающій конденсаторъ, равенъ току при разряженіи конденсатора, причемъ наибольшая сила послѣдняго пропорціональна разности потенціаловъ обложекъ конденсатора, его электроемкости и числу n періодовъ въ единицу времени, rspct. угловой скорости ($2\pi n$) вращенія индуктора:

$$I_{N(\max)} = 2\pi n\, E_{C(\max)} \,.\, C$$

откуда

$$E_{C(\max)} = \frac{I_{N(\max)}}{2\pi n C}$$

Такимъ образомъ,

$$E_{0(\max)} = \sqrt{(W \,.\, I_{N(\max)})^2 + \left(\frac{I_{N(\max)}}{2\pi n C}\right)^2}$$

$$= I_{N(\max)} \sqrt{W^2 + \left(\frac{1}{2\pi n C}\right)^2}$$

и

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + \left(\frac{1}{2\pi n C}\right)^2}}$$

гдѣ

$$\sqrt{W^2 + \left(\frac{1}{2\pi n C}\right)^2}$$

есть *кажущееся сопротивленіе цѣпи.*

Относительно кажущагося сопротивленія цѣпи здѣсь должно замѣтить слѣдующее: въ то время какъ кажущееся сопротивленіе, обусловленное самоиндукціей, *превышаетъ* дѣйствительное сопротивленіе цѣпи, — кажущееся сопротивленіе цѣпи, въ коей включенъ конденсаторъ, *всегда меньше дѣйствительнаго*, ибо въ

формулу $\sqrt{W^2+\left(\frac{1}{2\pi nC}\right)^2}$ не входитъ сопротивленіе самого конденсатора, которое можетъ быть на практикѣ вообще принято $=\infty$. Кажущееся сопротивленіе здѣсь *превышаетъ лишь дѣйствительное сопротивленіе обмотки индуктора и проводовъ, соединяющихъ его съ конденсаторомъ.*

Подставляя значенія, найденныя нами для $E_{C(\max)}$, въ формулу

$$\operatorname{tg}\gamma=\frac{I_{N(\max)}W}{E_{C(\max)}}$$

мы находимъ, что

$$\operatorname{tg}\gamma=I_{N(\max)}W:\frac{I_{N(\max)}}{2\pi nC}=2\pi nC.W$$

Если величины I_N, E_0, E_N и W выражены въ электротехническихъ единицахъ — амперахъ, вольтахъ и омахъ, то очевидно, что емкость конденсатора должна быть выражена въ фарадахъ; если же, какъ это всегда имѣемъ на практикѣ, емкость C дана въ микрофарадахъ, то должно помнить, что 1 микрофарадъ $=10^{-6}$ фарада.

975. Аналогія электроемкости цѣпи съ самоиндукціей въ отношеніи вліянія на силу результирующаго тока такъ очевидна изъ выведеннаго для величины $I_{N(\max)}$ выраженія, что разбирать ее подробнѣе было бы излишне. Что величина $I_{N(\max)}$ должна измѣняться съ теченіемъ времени въ видѣ синусоиды, также понятно само собою и, наконецъ, не требуетъ поясненія, что въ данный моментъ τ_1 сила тока

$$I_N=\frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+\left(\frac{1}{2\pi nC}\right)^2}}\sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau}-\gamma\right)$$

гдѣ τ — продолжительность періода $\left(=\frac{1}{n}\right)$.

Мы сейчасъ увидимъ, что найденное нами для $I_{N(\max)}$, $E_{N(\max)}$ и $\operatorname{tg}\gamma$ выраженія *не имѣютъ значенія для практики*, такъ какъ въ нихъ еще не принято въ расчетъ вліяніе неизбѣжной самоин-

дукціи цѣпи. На практикѣ мы всегда должны будемъ пользоваться выраженіями, выведенными въ §§ 976 и 977.

976. Укажемъ здѣсь на одну существенную разницу между дѣйствіемъ электроемкости и самоиндукціи. — Мы знаемъ, что величина электровозбудительной силы самоиндукціи (E_S) *запаздываетъ* въ своемъ развитіи противъ величины E_0, величина же E_C, какъ мы видѣли изъ построенной выше діаграммы, *опережаетъ* E_0. Поэтому *электроемкость C можно отождествить съ отрицательнымъ коэффиціентомъ самоиндукціи*, такъ что частное $\frac{1}{2\pi nC}$ по отношенію къ произведенію $2\pi n\mathfrak{L}$ является величиною отрицательною. Слѣдовательно, *если мы имѣемъ дѣло одновременно съ электроемкостью и самоиндукціею* (если конденсаторъ включенъ въ неразвѣтвленную цѣпь, коэффиціентъ самоиндукціи коей $=\mathfrak{L}$), *то*

$$E_{0(\max)} = I_{N(\max)} \sqrt{W^2 + \left(2\pi n\mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi nC}\right)^2}$$

и

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + \left(2\pi n\mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi nC}\right)^2}}$$

откуда видно, что *электроемкость можетъ и уменьшить и увеличить кажущееся сопротивленіе цѣпи, смотря по тому будетъ ли квадратъ разности* $2\pi n\mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi nC}$ *больше или меньше уменьшаемаго* $2\pi n\mathfrak{L}$. — Такъ какъ при малой величинѣ C (выражаемой въ *фарадахъ*) частное $1/2\pi nC$ представляетъ большое число, то очевидно, что при введеніи въ цѣпь конденсатора съ малою емкостью, кажущееся сопротивленіе цѣпи значительно увеличивается. При увеличеніи емкости конденсатора частное $1/2\pi nC$ уменьшается, приближаясь къ величинѣ $2\pi n\mathfrak{L}$, и потому сила результирующаго тока возрастаетъ. Наконецъ наступитъ моментъ, когда $1/2\pi nC =$ $= 2\pi n\mathfrak{L}$, причемъ сила тока достигнетъ максимума. При дальнѣйшемъ увеличеніи электроемкости конденсатора результирующая сила тока вновь будетъ падать, ибо теперь частное $1/2\pi nC$

становится ничтожно малымъ. Такимъ образомъ, при включеніи въ цѣпь конденсатора съ совершенною изоляціей обложекъ:

въ случаѣ безконечно малой емкости его сила тока въ цѣпи $= 0$,
въ случаѣ такой емкости, при которой $2\pi n \mathfrak{L} = {}^1/_2 \pi n C$, сила тока въ цѣпи $=$ максимуму $= \frac{E_{0(max)}}{W}$,
въ случаѣ безконечно большой емкости конденсатора сила тока въ цѣпи $=$ минимуму, а именно той величинѣ, какую мы имѣемъ при отсутствіи конденсатора, $= \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$

977. Не трудно *найти ту величину C при данной угловой скорости* $(2\pi n)$, *или ту угловую скорость* (rspct. величину n) *при данной величинѣ C, при которыхъ выраженіе*

$$\left(2\pi n \mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi n C}\right)^2 = 0.$$

Эту величину C находимъ изъ послѣдняго уравненія

$$2\pi n \mathfrak{L} = \frac{1}{2\pi n C}$$

$$2\pi n C = \frac{1}{2\pi n \mathfrak{L}}$$

$$C = \frac{1}{(2\pi n)^2 \mathfrak{L}}$$

тогда какъ требуемая величина n опредѣляется изъ уравненія

$$(2\pi n)^2 \mathfrak{L} = \frac{1}{C}$$

$$n^2 = \frac{1}{4\pi^2 \mathfrak{L} C}$$

$$n = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 \mathfrak{L} C}}$$

Итакъ, если при данномъ числѣ періодовъ n, въ цѣпь съ коэффиціентомъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$ *включить конденсаторъ, емкость коего*

$$C = \frac{1}{(2\pi n)^2 \mathfrak{L}}$$

или, при данныхъ $\mathfrak{L}$ и C, число періодовъ индукціи довести до величины

$$n = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 \mathfrak{L} C}} = \sqrt{\frac{1}{39{,}4784\, \mathfrak{L} C}}$$

то вліяніе электроемкости и самоиндукціи на силу результирующаго тока взаимно уничтожатся, такъ что сила тока возраститъ до величины

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{W}$$

Изъ приведеннаго выше для $I_{N(\max)}$ выраженія мы видимъ, что активно дѣйствующая въ цѣпи электровозбудительная сила результирующаго тока

$$E_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)} . W}{\sqrt{W^2 + \left(2\pi n \mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi n C}\right)^2}}$$

и далѣе, что фаза запаздыванія опредѣляется (ср. § 973) изъ выраженія

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{E_{N(\max)}}{E_{C(\max)}}$$

$$= \frac{E_{0(\max)} . W}{\sqrt{W^2 + \left(2\pi n \mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi n C}\right)^2}} : \sqrt{E_{0(\max)}{}^2 - \frac{E_{0(\max)}{}^2\, W^2}{W^2 + \left(2\pi n \mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi n C}\right)^2}}$$

$$= \frac{W}{\sqrt{\left(2\pi n \mathfrak{L} - \frac{1}{2\pi n C}\right)^2}}$$

(ср. выраженіе для $\operatorname{tg}\gamma$ въ случаѣ самоиндукціи безъ электроемкости: $\operatorname{tg}\gamma = \frac{W}{2\pi n \mathfrak{L}}$).

978. Такимъ образомъ, если зажимы индуктора замкнуты конденсаторомъ, или вообще въ неразвѣтвленную цѣпь введенъ конденсаторъ, сопротивленіе коего можно принять безконечно большимъ, и слѣдовательно всю цѣпь какъ бы разомкнутой, то тѣмъ не менѣе не только въ цѣпи будетъ циркулировать токъ, но,

при извѣстныхъ обстоятельствахъ, даже токъ большей силы чѣмъ въ случаѣ, если бы цѣпь была замкнута помимо конденсатора.

Не трудно усмотрѣть, что электроемкость, необходимая для уничтоженія вліянія самоиндукціи, или число періодовъ индукціи, необходимое для уничтоженія того же вліянія, должны быть обыкновенно чрезвычайно велики.

Приводимъ нѣсколько примѣровъ:

Примѣръ 1. Въ цѣпи съ сопротивленіемъ въ 150 омъ и съ коэффиціентомъ самоиндукціи = 0,12 квадранта, дѣйствуетъ синусовидная сила дифференціальнаго тока перемѣннаго направленія = 0,05867 вольта; при 75 періодахъ индукціи сила тока

$$I_{N(\max)} = \frac{0{,}05867}{\sqrt{150^2 + (2.3{,}1416.75.0{,}12)^2}} = 0{,}000366 \text{ ампера.}$$

Для того, чтобы уничтожить вліяніе самоиндукціи, пришлось бы въ цѣпь включить конденсаторъ, электроемкость коего

$$C = \frac{1}{(2.3{,}1416.75)^2.0{,}12} = 0{,}000037526 \text{ фарады,}$$

$$= 37{,}526 \text{ микрофарады.}$$

При этомъ, дѣйствительно

$$\frac{1}{2\pi n C} = \frac{1}{2.3{,}1416.75.0{,}000037526} = 2\pi n \mathfrak{L} = 56{,}5$$

и слѣдовательно сила результирующаго тока

$$I_{N(\max)} = \frac{0{,}05867}{150} = 0{,}000391 \text{ ампера.}$$

Напротивъ, при конденсаторѣ въ 2 микрофарады, сила тока

$$= 0{,}0000578 \text{ ампера;}$$

при конденсаторѣ въ 100 микрофарадъ сила тока

$$= 0{,}000381 \text{ ампера.}$$

Примѣръ 2. Для того, чтобы въ предшествующемъ случаѣ при введеніи въ цѣпь конденсатора въ 2 микрофарады вліяніе самоиндукціи уничтожилось, нужно число періодовъ индукціи съ 75 повысить до

$$n = \sqrt{\frac{1}{4.3{,}1416^2.0{,}12.0{,}000002}} = 365.$$

979. Не лишнимъ считаемъ замѣтить, что вычисленія могутъ иногда не согласоваться съ результатами опыта вслѣдствіе недо-

статочной изолирующей способности діэлектрика даннаго конденсатора, вслѣдствіе чего появляется токъ между обложками послѣдняго. Это особенно часто наблюдается въ конденсаторахъ съ парафинированною бумагой.

О включеніи конденсаторовъ въ вѣтви цѣпи, въ коей дѣйствуетъ электровозбудительная сила индукціи перемѣннаго направленія, мы скажемъ все необходимое въ другомъ мѣстѣ, здѣсь же замѣтимъ лишь еще то, что электроемкость, распредѣленная на всю цѣпь (электроемкость проводника, напр. катушки), оказываетъ свое вліяніе при экспериментальномъ опредѣленіи коэффиціента самоиндукціи цѣпи, такъ что въ результатѣ мы получаемъ не дѣйствительный, а *кажущійся коэффиціентъ самоиндукціи*, обыкновенно, однако, лишь мало отличающійся отъ дѣйствительнаго.

LIV. Дѣйствіе синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія въ сѣти линейныхъ проводниковъ.

980. Если мы имѣемъ простое развѣтвленіе нѣкоторой главной цѣпи, въ коей дѣйствуетъ синусовидная электровозбудительная сила E_0, и если сопротивленія и коэффиціенты самоиндукціи обѣихъ вѣтвей между собою не равны, то очевидно, что 1) силы токовъ въ вѣтвяхъ будутъ различны (I'_N и I''_N) и 2) различны будутъ разности фазъ этихъ токовъ по отношенію къ величинѣ $E_{0(max)}$, но 3) продолжительность періодовъ въ обѣихъ вѣтвяхъ будетъ одна и таже. Пусть продолжительность полуперіода $=0{,}009$ секунды и пусть токъ I''_N становится равнымъ нулю, rspct. достигаетъ максимума на 0,0035 секунды позже чѣмъ токъ I'_N; пусть далѣе $I'_{N(max)}=0{,}112$ ампера, а $I''_{N(max)}=0{,}1$ ампера. Тогда мы можемъ синусовидныя волны обоихъ токовъ представить въ видѣ кривыхъ I'_N и I''_N (рис. 233), сдвинутыхъ по отношенію другъ къ другу на 3,5 дѣленія абсциссы, соотвѣтствующей въ каждой волнѣ продолжительности полуперіода. Спрашивается, можемъ ли мы изъ этихъ данныхъ опредѣлить силу тока въ главной цѣпи?

Согласно закону Кирхгофа (§ 381), сила тока въ главной цѣпи равна суммѣ силъ токовъ въ параллельныхъ вѣтвяхъ ея; но такъ какъ сила токовъ въ вѣтвяхъ въ нашемъ случаѣ непрерывно измѣняется, то для вѣтвленія перемѣннаго тока мы должны упомянутый законъ формулировать такъ: *въ случаѣ распаденія главной цѣпи на параллельныя вѣтви, сила результирующаго тока въ главной цѣпи въ каждый данный моментъ равна алгебраической суммѣ тѣхъ силъ результирующихъ токовъ, которыя въ этотъ моментъ господствуютъ въ параллельныхъ вѣтвяхъ.* Такимъ образомъ мы имѣемъ возможность начертить въ нашемъ случаѣ кривую силы тока въ главной цѣпи, суммируя силы токовъ въ вѣтвяхъ, — причемъ величины I'_N и I''_N, отсчитываемыя на частяхъ кривыхъ, лежащихъ выше абсциссы AB, мы считаемъ за положительныя, величины же I'_N и I''_N, отсчитываемыя на частяхъ кривыхъ лежащихъ ниже абсциссы AB, — за отрицательныя.

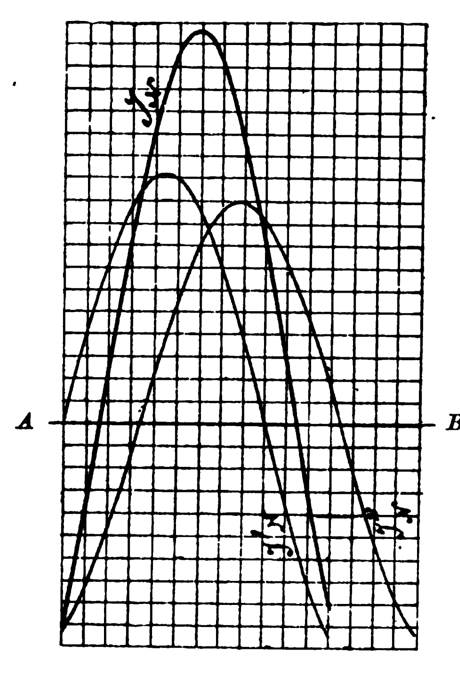


Рис. 233.

Мы находимъ, что соотвѣтственно

1-й точкѣ дѣлен. абсциссы	$I_N = 0$	$+(-0{,}093)$	$=-0{,}093$
2-й » » »	» $=0{,}038$	$+(-0{,}0745)$	$=-0{,}0365$
3-й » » »	» $=0{,}072$	$+(-0{,}047)$	$=-0{,}025$
4-й » » »	» $=0{,}097$	$+(-0{,}014)$	$=+0{,}083$
5-й » » »	» $=0{,}111$	$+0{,}0205$	$=+0{,}1315$

6-й	точкѣ	дѣлен.	абсциссы	I_N	$=0,111+0,053$	$=+0,164$
7-й	»	»	»	»	$=0,097+0,079$	$=+0,176$
8-й	»	»	»	»	$=0,072+0,095$	$=+0,167$

и т. д.

причемъ 0,176 ампера есть въ нашемъ случаѣ максимумъ силы результирующаго тока I_N, протекающаго въ главной цѣпи. Вся волна тока I_N (толсто выведенная кривая рис. 233) представляетъ такую же синусовидную кривую, какъ и волны токовъ I'_N и I''_N.

Отсюда мы видимъ, что *максимумъ силы результирующаго тока въ главной цѣпи вообще* **менѣе** *суммы максимумовъ силъ результирующихъ токовъ въ тѣхъ параллельныхъ вѣтвяхъ, на которыя главная цѣпь распадается*[1]); *максимумъ силы результирующаго тока въ главной вѣтви лишь въ томъ случаѣ равенъ суммѣ максимумовъ силъ результирующихъ токовъ въ параллельныхъ вѣтвяхъ, когда сопротивленія и коэффиціенты самоиндукцій всѣхъ вѣтвей равны между собою* (въ этомъ случаѣ нѣтъ, конечно, и разностей фазъ между токами въ вѣтвяхъ). Очевидно, что *и средняя сила тока въ главной цѣпи равна суммѣ среднихъ силъ токовъ въ вѣтвяхъ лишь при послѣднихъ условіяхъ.*

981. Всѣ эти простыя соображенія не даютъ намъ, однако, ёще возможности опредѣлить силы токовъ въ вѣтвяхъ при данныхъ сопротивленіяхъ и коэффиціентахъ самоиндукціи вѣтвей и при данной синусовидной электровозбудительной силѣ дифференціальнаго тока, дѣйствующей въ главной цѣпи. Разсмотримъ способъ рѣшенія этой задачи, начиная съ простѣйшаго случая.

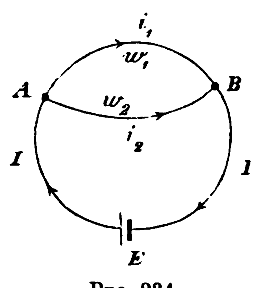
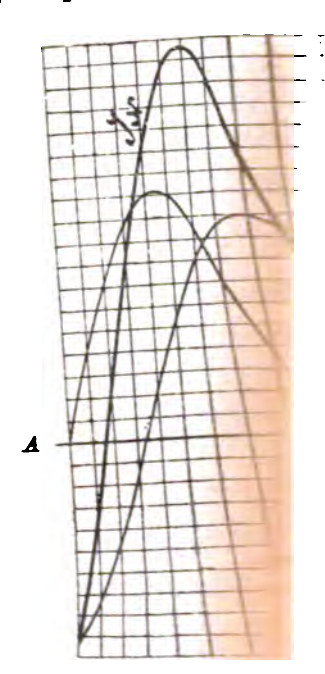


Рис. 234.

Представимъ себѣ сначала, что мы имѣемъ дѣло не съ синусовидною электровозбудительною силой перемѣннаго направленія, а съ постоянною электровозбудительною силой одного направленія. Имѣемъ про-

[1]) Въ нашемъ примѣрѣ сумма эта $= 0,112 + 0,1 = 0,212$ ампера.

Согласно закону I
цѣпи равна суммѣ сп



шемъ случа
токовъ въ в
мыя на част
таемъ за п
мыя на ча
отрицател

Мы н

1-й точк
2-й »
3-й »
4-й »
5-й »

возбудительной силѣ, дѣйствующей въ главной цѣпи, дѣленной на сопротивленіе разсматриваемой вѣтви. Сила тока въ главной цѣпи, въ этомъ, какъ и во всякомъ другомъ случаѣ, равна суммѣ силъ токовъ въ параллельныхъ вѣтвяхъ.

Въ случаѣ дѣйствія въ цѣпи синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія, результирующая сила тока, какъ намъ извѣстно, равна

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}}$$

т. е. равна наибольшей величинѣ дѣйствующей въ цѣпи электровозбудительной силы, дѣленной на такъ называемое кажущееся сопротивленіе цѣпи. Если главная цѣпь распадается на двѣ вѣтви, сопротивленія коихъ равны w_1 и w_2, а коэффиціенты самоиндукціи $= \lambda_1$ и λ_2, сопротивленіе же и коэффиціентъ самоиндукціи главной цѣпи могутъ быть приняты равными нулю по относительной (численной) ничтожности своей, то, согласно сказанному выше (т. е. по аналогіи съ дѣйствіемъ постоянной электровозбудительной силы), наибольшія силы токовъ въ вѣтвяхъ будутъ равны дѣйствующей въ цѣпи электровозбудительной силѣ $E_{0(\max)}$, дѣленной на кажущіяся сопротивленія вѣтвей. Такимъ образомъ въ вѣтви w_1 наибольшая сила результирующаго тока будетъ

$$I'_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{w_1^2 + (2\pi n \lambda_1)^2}}$$

въ вѣтви же w_2

$$I''_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{w_2^2 + (2\pi n \lambda_2)^2}}$$

Вообще же силы токовъ въ разсматриваемыхъ вѣтвяхъ, измѣняясь въ видѣ синусовидныхъ кривыхъ, въ данный моментъ τ' будутъ равны

$$I'_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{w_1^2 + (2\pi n \lambda_1)^2}} \sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau} - \gamma'\right) \ldots\ldots\ldots 1)$$

$$I''_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{w_2^2 + (2\pi n \lambda_2)^2}} \sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau} - \beta'\right) \ldots\ldots\ldots 2)$$

гдѣ β' есть фаза запаздыванія, различная отъ γ' вслѣдствіе различія сопротивленій и коэффиціентовъ самоиндукціи вѣтвей.

Сумма силъ токовъ, протекающихъ въ вѣтвяхъ *въ данный моментъ* τ', равна, очевидно,

$$I_N = I'_N + I_N''$$

$$= \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{w_1^2 + (2\pi n \lambda_1)^2}} \sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau} - \gamma'\right) + \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{w_2^2 + (2\pi n \lambda_2)^2}} \sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau} - \beta'\right)$$

Обозначимъ всюду для краткости

$\sqrt{w_1^2 + (2\pi n \lambda_1)^2}$	чрезъ	A
$\sqrt{w_2^2 + (2\pi n \lambda_2)^2}$	»	B
$2\pi\gamma'$	»	γ
$2\pi\beta'$	»	β
$2\pi n$	»	ϕ
и $2\pi \frac{\tau'}{\tau}$	»	$\phi\tau'$ (такъ какъ $n = \frac{1}{\tau}$)

Тогда, вмѣсто послѣдняго выведеннаго нами для I_N выраженія, мы будемъ имѣть:

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{A} \sin(\phi\tau' - \gamma) + \frac{E_{0(\max)}}{B} \sin(\phi\tau' - \beta)$$

или

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{A} (\sin\phi\tau' \cos\gamma - \cos\phi\tau' \sin\gamma) +$$

$$+ \frac{E_{0(\max)}}{B} (\sin\phi\tau' \cos\beta - \cos\phi\tau' \sin\beta) \ldots\ldots 3)$$

Мы знаемъ (§ 900), что въ формулахъ 1) и 2)

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\pi n\lambda_1}{w_1} = \frac{\phi\lambda_1}{w_1} \qquad \sin\gamma = \frac{2\pi n\lambda_1}{\sqrt{w_1^2 + (2\pi n\lambda_1)^2}} = \frac{\phi\lambda_1}{A}$$

и

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{2\pi n\lambda_2}{w_2} = \frac{\phi\lambda_2}{w_2} \qquad \sin\beta = \frac{2\pi n\lambda_2}{\sqrt{w_2^2 + (2\pi n\lambda_2)^2}} = \frac{\phi\lambda_2}{B}$$

отсюда[1])

$$\cos\gamma = \frac{w_1}{\sqrt{w_1^2 + (2\pi n \lambda_1)^2}} = \frac{w_1}{\sqrt{w_1^2 + (\phi \lambda_1)^2}} = \frac{w_1}{A}$$

и

$$\cos\beta = \frac{w_2}{\sqrt{w_2^2 + (2\pi n \lambda_2)^2}} = \frac{w_2}{\sqrt{w_2^2 + (\phi \lambda_2)^2}} = \frac{w_2}{B}$$

Подставивъ въ выраженіе 3) для силы тока I_N на мѣсто $\sin\gamma$, $\cos\gamma$, $\sin\beta$, $\cos\beta$ найденныя для нихъ значенія, получимъ

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{A}\left(\frac{w_1}{A}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\lambda_1}{A}\cos\phi\tau'\right) + \\ + \frac{E_{0(\max)}}{B}\left(\frac{w_2}{B}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\lambda_2}{B}\cos\phi\tau'\right)$$

или, введя $\frac{1}{A}$ и $\frac{1}{B}$ въ скобки,

$$I_N = E_{0(\max)}\left(\frac{w_1}{A^2}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\lambda_1}{A^2}\cos\phi\tau'\right) + \\ + E_{0(\max)}\left(\frac{w_2}{B^2}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\lambda_2}{B^2}\cos\phi\tau'\right)$$

$$= E_{0(\max)}\left(\frac{w_1}{A^2}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\lambda_1}{A^2}\cos\phi\tau' + \right. \\ \left. + \frac{w_2}{B^2}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\lambda_2}{B^2}\cos\phi\tau'\right)$$

$$= E_{0(\max)}\left[\left(\frac{w_1}{A^2} + \frac{w_2}{B^2}\right)\sin\phi\tau' - \phi\left(\frac{\lambda_1}{A^2} + \frac{\lambda_2}{B^2}\right)\cos\phi\tau'\right] \ldots 4)$$

---

[1]) Въ самомъ дѣлѣ,

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\sqrt{1-\cos^2\gamma}}{\cos\gamma} = \frac{2\pi n\lambda_1}{w_1} = \frac{\phi\lambda_1}{w_1}$$

отсюда

$$w_1\sqrt{1-\cos^2\gamma} = \phi\lambda_1 \cos\gamma$$

$$w_1^2 - w_1^2\cos^2\gamma = (\phi\lambda_1)^2\cos^2\gamma$$

$$w_1^2 = (\phi\lambda_1)^2\cos^2\gamma + w_1^2\cos^2\gamma$$

$$w_1^2 = \cos^2\gamma\,(\phi^2\lambda_1^2 + w_1^2)$$

слѣдовательно

$$\cos^2\gamma = \frac{w_1^2}{w_1^2 + (\phi\lambda_1)^2}$$

и

$$\cos\gamma = \frac{w_1}{\sqrt{w_1^2 + (\phi\lambda_1)^2}}$$

Обозначая, далѣе, для краткости,

$$\frac{w_1}{A^2}+\frac{w_2}{B^2} \text{ чрезъ } C$$

а

$$\frac{k_1}{A^2}+\frac{k_2}{B^2} \quad \text{»} \quad D$$

имѣемъ

$$I_N = E_{0(\max)}\,(C\sin\phi\tau' - \phi D\cos\phi\tau')\ldots\ldots\ldots 5)$$

Какъ намъ извѣстно, общая формула для силы тока I_N въ проводникѣ съ самоиндукціей есть

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(2\pi n\mathfrak{L})^2}}\sin 2\pi\left(\frac{\tau'}{\tau}-\alpha'\right)$$

или, согласно принятымъ нами выше обозначеніямъ,

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}\sin(\phi\tau'-\alpha)$$
$$= \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}(\sin\phi\tau'\cos\alpha - \cos\phi\tau'\sin\alpha)$$

Эту формулу мы можемъ преобразовать, подставивъ на мѣсто $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ значенія ихъ:

$$\sin\alpha = \frac{\phi\mathfrak{L}}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}$$
$$\cos\alpha = \frac{W}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}$$

Тогда мы имѣемъ

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}\left(\frac{W}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\mathfrak{L}}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}\cos\phi\tau'\right)$$

или, выводя $\frac{1}{\sqrt{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}}$ за скобки,

$$I = \frac{E_{0(\max)}}{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}(W\sin\phi\tau' - \phi\mathfrak{L}\cos\phi\tau')$$
$$= E_{0(\max)}\left[\frac{W}{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}\sin\phi\tau' - \frac{\phi\mathfrak{L}}{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2}\cos\phi\tau'\right]\ldots\ldots 5a)$$

Сравнивая послѣднее выраженіе съ формулой 5), мы видимъ полную аналогію между ними. А такъ какъ въ формулѣ 5 а) отношеніе множителей

$$\frac{\phi\mathfrak{L}}{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2} : \frac{W}{W^2+(\phi\mathfrak{L})^2} = \frac{\phi\mathfrak{L}}{W} = \operatorname{tg}\alpha$$

то очевидно, что въ формулѣ 5) отношеніе $\frac{\phi D}{C}$ опредѣляетъ тангенсъ нѣкотораго угла (нѣкоторую фазу), на который запаздываетъ величина $E_{N(\max)}$ (rspct. $I_{N(\max)}$) противъ $E_{0(\max)}$. Обозначимъ эту фазу чрезъ ω, тогда

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\phi D}{C}$$

Такъ какъ

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\sin\omega}{\sqrt{1-\sin^2\omega}} = \frac{\phi D}{C}$$

то отсюда[1])

$$\phi D = \sqrt{C^2+(\phi D)^2}\,\sin\omega$$

Съ другой стороны

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\sqrt{1-\cos^2\omega}}{\cos\omega} = \frac{\phi D}{C}$$

откуда

$$C = \sqrt{C^2+(\phi D)^2}\,\cos\omega$$

Подставивъ, поэтому, въ формулу 5) на мѣсто C и ϕD соотвѣтствующія имъ величины, получимъ:

$$\begin{aligned} I_N &= E_{0(\max)}\left[\sqrt{C^2+(\phi D)^2}\,\sin\phi\tau'\cos\omega - \right.\\ &\qquad\left. - \sqrt{C^2+(\phi D)^2}\,\cos\phi\tau'\sin\omega\right]\\ &= E_{0(\max)}\sqrt{C^2+(\phi D)^2}\,\sin(\phi\tau'-\omega)\\ &= E_{0(\max)}(C^2+\phi^2 D^2)^{1/2}\sin(\phi\tau'-\omega) \ldots\ldots\ldots\ldots 6) \end{aligned}$$

---

1)
$$\frac{\sin\omega}{\sqrt{1-\sin^2\omega}} = \frac{\phi D}{C}$$
$$C\sin\omega = \phi D\sqrt{1-\sin^2\omega}$$
$$C^2\sin^2\omega = (\phi D)^2 - (\phi D)^2\sin^2\omega$$
$$[C^2+\phi^2 D^2]\sin^2\omega = (\phi D)^2$$
$$\phi D = \sqrt{C^2+(\phi D)^2}\,\sin\omega$$

Такъ какъ

$$(C^2 + \phi^2 D^2)^{1/2} = \left(\frac{1}{C^2 + \phi^2 D^2}\right)^{-1/2}$$

то, умноживъ числителя и знаменателя въ выраженіи $\left(\frac{1}{C^2+\phi^2 D^2}\right)^{-1/2}$ на $C^2 + \phi^2 D^2$, мы не измѣнимъ послѣднее, а потому

$$(C^2 + \phi^2 D^2)^{1/2} = \left[\frac{C^2 + \phi^2 D^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2}\right]^{-1/2}$$

или, написавъ раздѣльно,

$$(C^2 + \phi^2 D^2)^{1/2} = \left[\frac{C^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2} + \frac{\phi^2 D^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2}\right]^{-1/2}$$

иначе

$$(C^2 + \phi^2 D^2)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{C^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2} + \phi^2 \frac{D^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2}}}$$

Подставивъ въ формулу 6) на мѣсто $(C^2 + \phi^2 D^2)^{1/2}$ полученное новое выраженіе, мы находимъ:

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{\frac{C^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2} + \phi^2 \frac{D^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2}}} \sin(\phi\tau' - \omega) \ldots . 7)$$

982. Такъ какъ съ самаго начала мы приняли, что сопротивленіе и коэффиціентъ самоиндукціи главной цѣпи равны нулю, то, сравнивая послѣднее выраженіе съ общею формулой для силы тока

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \sin(\phi\tau' - \alpha)$$

мы видимъ, что знаменатель

$$\sqrt{\frac{C^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2} + \phi^2 \frac{D^2}{(C^2 + \phi^2 D^2)^2}}$$

представляетъ собою ни что иное, какъ *кажущееся общее сопротивленіе обѣихъ параллельныхъ вѣтвей* (rspct., въ этомъ случаѣ, —

кажущееся сопротивленіе всей цѣпи), иначе кажущееся сопротивленіе того *эквивалентнаго обѣимъ вѣтвямъ проводника*, которымъ мы могли бы замѣнить вѣтви безъ измѣненія силы тока въ цѣпи.

Разсматривая подкоренную величину, мы видимъ, что первая часть ея выражаетъ дѣйствительное сопротивленіе эквивалентнаго проводника въ квадратѣ, откуда дѣйствительное сопротивленіе его

$$\frac{C}{C^2+\phi^2 D^2}=\frac{\frac{w_1}{A^2}+\frac{w_2}{B^2}}{\left(\frac{w_1}{A^2}+\frac{w_2}{B^2}\right)^2+\phi^2\left(\frac{\lambda_1}{A^2}+\frac{\lambda_2}{B^2}\right)^2}$$

Вторая часть подкоренной величины представляетъ собою квадратъ произведенія коэффиціента самоиндукціи эквивалентнаго проводника на ϕ^2, откуда коэффиціентъ самоиндукціи его

$$\frac{D}{C^2+\phi^2 D^2}=\frac{\frac{\lambda_1}{A^2}+\frac{\lambda_2}{B^2}}{\left(\frac{w_1}{A^2}+\frac{w_2}{B^2}\right)^2+\phi^2\left(\frac{\lambda_1}{A^2}+\frac{\lambda_2}{B^2}\right)^2}$$

Примѣчаніе. На первый взглядъ можетъ показаться, что выведенная нами для кажущагося общаго сопротивленія вѣтвей величина

$$\sqrt{\frac{C^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}+\frac{\phi^2 D^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}}$$

должна быть неизбѣжно дробью меньшею единицы, ибо

$$\sqrt{\frac{C^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}+\frac{\phi^2 D^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}}=\sqrt{\frac{C^2+\phi^2 D^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}}$$

Но это не такъ. Въ самомъ дѣлѣ:

$$\sqrt{\frac{C^2+\phi^2 D^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}}=\frac{1}{\sqrt{C^2+\phi^2 D^2}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 7a)$$

гдѣ *по смыслу задачи*, величины C^2 и D^2 суть дроби меньшія единицы, причемъ D^2 есть дробь весьма малая. Такъ какъ численно λ_1 и λ_2 всегда меньше w_1 и w_2, то изъ значеній

$$C^2=\left(\frac{w_1}{A^2}+\frac{w_2}{B^2}\right)^2 \qquad A^2=w_1{}^2+(2\pi n\lambda_1)^2$$

$$D^2=\left(\frac{\lambda_1}{A^2}+\frac{\lambda_2}{B^2}\right)^2 \qquad B^2=w_2{}^2+(2\pi n\lambda_2)^2$$

видно, что C^2 всегда меньше единицы, величина же $\phi^2 D^2$ даже при большомъ значеніи ϕ^2 по большей части меньше единицы. Такимъ образомъ величина

$$\frac{1}{\sqrt{C^2+\phi^2 D^2}}=\sqrt{\frac{C^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}+\phi^2\frac{D^2}{(C^2+\phi^2 D^2)^2}}$$

можетъ быть неограниченно большимъ числомъ.

Разсматривая далѣе выраженіе (7 a)

$$\frac{1}{\sqrt{C^2+\phi^2 D^2}}$$

найденное нами для кажущагося общаго сопротивленія двухъ параллельныхъ вѣтвей, мы видимъ, что

$$\sqrt{C^2+\phi^2 D^2}=\sqrt{\left(\frac{w_1}{A^2}+\frac{w_2}{B^2}\right)^2+\phi^2\left(\frac{\lambda_1}{A^2}+\frac{\lambda_2}{B^2}\right)^2}$$
$$=\sqrt{\left(\frac{1}{A}\cdot\frac{w_1}{A}+\frac{1}{B}\cdot\frac{w_2}{B}\right)^2+\left(\frac{1}{A}\cdot\frac{\phi\lambda_1}{A}+\frac{1}{B}\cdot\frac{\phi\lambda_2}{B}\right)^2}$$

а такъ какъ

$$\frac{w_1}{A}=\cos\gamma \qquad \frac{\phi\lambda_1}{A}=\sin\gamma$$
$$\frac{w_2}{B}=\cos\beta \qquad \frac{\phi\lambda_2}{B}=\sin\beta$$

то вмѣсто предыдущаго выраженія мы можемъ написать:

$$\sqrt{C^2+\phi^2 D^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{A}\cos\gamma+\frac{1}{B}\cos\beta\right)^2+\left(\frac{1}{A}\sin\gamma+\frac{1}{B}\sin\beta\right)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{A^2}\cos^2\gamma+\frac{2}{AB}\cos\gamma\cos\beta+\frac{1}{B^2}\cos^2\beta+\frac{1}{A^2}\sin^2\gamma+\frac{2}{AB}\sin\gamma\sin\beta+\frac{1}{B^2}\sin^2\beta}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{A^2}(\cos^2\gamma+\sin^2\gamma)+\frac{2}{AB}(\cos\gamma\cos\beta+\sin\gamma\sin\beta)+\frac{1}{B^2}(\cos^2\beta+\sin^2\beta)}$$

или, такъ какъ

$$\cos^2\gamma+\sin^2\gamma=1 \qquad \cos\gamma\cos\beta+\sin\gamma\sin\beta=\cos(\gamma-\beta)$$
$$\cos^2\beta+\sin^2\beta=1$$

то

$$\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2} = \sqrt{\frac{1}{A^2} + \frac{2}{AB}\cos(\gamma - \beta) + \frac{1}{B^2}} \quad \ldots\ldots 8)$$

и для кажущагося сопротивленія $\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}}$ получаемъ выраженіе

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{A^2} + \frac{2}{AB}\cos(\gamma - \beta) + \frac{1}{B^2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{A^2 B^2}{A^2 + 2AB\cos(\gamma - \beta) + B^2}} \quad \ldots\ldots\ldots 9)$$

983. Очевидно, что фазы запаздыванія γ и β въ вѣтвяхъ w_1 и w_2 могутъ быть въ нѣкоторыхъ случаяхъ равны между собою. Положимъ $\gamma = \beta$ и опредѣлимъ условія, при которыхъ равенство это возможно.

Если $\gamma = \beta$, то $\cos(\gamma - \beta) = \cos 0 = 1$, вслѣдствіе чего

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}} = \sqrt{\frac{A^2 B^2}{A^2 + 2AB + B^2}} = \sqrt{\frac{A^2 B^2}{(A + B)^2}} = \frac{AB}{A + B} \quad \ldots 10)$$

Если $\gamma = \beta$, то и $\cos\gamma = \cos\beta$, а такъ какъ

$$\cos\gamma = \frac{w_1}{\sqrt{w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2}}$$

$$\cos\beta = \frac{w_2}{\sqrt{w_2^2 + \phi^2 \lambda_2^2}}$$

то при равенствѣ $\gamma = \beta$

$$\frac{w_1}{\sqrt{w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2}} = \frac{w_2}{\sqrt{w_2^2 + \phi^2 \lambda_2^2}}$$

или, иначе,

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\phi^2 \lambda_1^2}{w_1}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\phi^2 \lambda_2^2}{w_2}}}$$

откуда

$$\frac{\phi^2 \lambda_1^2}{w_1} = \frac{\phi^2 \lambda_2^2}{w_2}$$

или

$$\frac{л_1}{w_1} = \frac{л_2}{w_2}$$

Слѣдовательно мы видимъ, что *фаза* $\gamma = \beta$ *и кажущееся сопротивленіе двухъ параллельныхъ вѣтвей принимаетъ простой видъ*

$$\frac{AB}{A+B}$$

въ томъ случаѣ, когда коэффиціенты самоиндукціи вѣтвей пропорціональны сапротивленіямъ послѣднихъ.

Такъ какъ

$$A = \sqrt{w_1^2 + (2\,\pi n л_1)^2}$$
$$B = \sqrt{w_2^2 + (2\,\pi n л_2)^2}$$

то, въ случаѣ если $л_1$ и $л_2$ равны нулю,

$$A = w_1$$
$$B = w_2$$

а потому

$$\frac{AB}{A+B} = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$$

т. е., *если коэффиціенты самоиндукціи вѣтвей равны нулю, то «кажущееся» общее сопротивленіе вѣтвей равно дѣйствительному общему сопротивленію ихъ, — слѣдовательно вѣтви относятся къ періодическому перемѣнному току также, какъ къ току постоянному.*

Примѣчаніе. Если $л_1 = 0$, то для сохраненія равенства

$$\frac{AB}{A+B} = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$$

нѣтъ надобности, чтобы и $л_2$ было равно нулю, а достаточно, какъ это видно изъ формулы

$$\frac{AB}{A+B} = \frac{\sqrt{w_1^2}\,.\sqrt{w_2^2 + (2\,\pi n л_2)^2}}{\sqrt{w_1^2} + \sqrt{w_2^2 + (2\,\pi n л_2)^2}}$$

чтобы $w_2 = \infty$. Отсюда ясно, что *практически* достаточно даже, чтобы при $\lambda_1 = 0$ произведеніе $2\pi n \lambda_2$ было *очень мало* сравнительно съ численнымъ значеніемъ w_2.

984. Опредѣлимъ теперь чему равны въ выраженіи

$$\sqrt{\frac{C^2}{(C^2 + \wp^2 D^2)^2} + \wp^2 \frac{D^2}{(C^2 + \wp^2 D^2)^2}}$$

величины $\frac{C}{C^2 + \wp^2 D^2}$ и $\frac{D^2}{C^2 + \wp^2 D^2}$ *при равенствѣ* $\gamma = \beta$.

Такъ какъ

$$C = \frac{w_1}{A^2} + \frac{w_2}{B^2}$$

и такъ какъ изъ выраженія

$$\frac{1}{C^2 + \wp^2 D^2} = \frac{A^2 B^2}{A^2 + 2AB\cos(\gamma - \beta) + B^2}$$

при условіяхъ задачи слѣдуетъ, что

$$C^2 + \wp^2 D^2 = \frac{(A+B)^2}{A^2 B^2}$$

то

$$\frac{C}{C^2 + \wp^2 D^2} = \left(\frac{w_1}{A^2} + \frac{w_2}{B^2}\right) : \frac{(A+B)^2}{A^2 B^2}$$

$$= \frac{w_1 B^2 + w_2 A^2}{A^2 B^2} : \frac{(A+B)^2}{A^2 B^2}$$

$$= \frac{w_1 B^2 + w_2 A^2}{(A+B)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 11)$$

Замѣняя A и B значеніями ихъ [1])

$$A = \frac{w_1}{\cos\gamma} \qquad B = \frac{w_2}{\cos\gamma}$$

---

[1])
$$\frac{w_1}{A} = \cos\gamma \qquad A = \frac{w_1}{\cos\gamma}$$
$$\frac{w_2}{B} = \cos\beta \qquad B = \frac{w_2}{\cos\beta}$$

или, такъ какъ $\gamma = \beta$,

$$B = \frac{w_2}{\cos\gamma}$$

находимъ

$$\frac{C}{C^2+\phi^2 D^2}=\frac{w_1 w_2^2+w_2 w_1^2}{\cos^2\gamma}:\left(\frac{w_1+w_2}{\cos\gamma}\right)^2$$

$$=\frac{w_1 w_2^2+w_2 w_1^2}{(w_1+w_2)^2}=\frac{w_1 w_2(w_2+w_1)}{(w_1+w_2)^2}$$

$$=\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 11a)$$

Что касается выраженія $\frac{D}{C^2+\phi^2 D^2}$ то, такъ какъ

$$D=\frac{A_1}{A^2}+\frac{A_2}{B^2}$$

и

$$C^2+\phi^2 D^2=\frac{(A+B)^2}{A^2 B^2}$$

то

$$\frac{D}{C^2+\phi^2 D^2}=\left(\frac{A_1}{A^2}+\frac{A_2}{B^2}\right):\frac{(A+B)^2}{A^2 B^2}$$

$$=\frac{A_1 B^2+A_2 A^2}{(A+B)^2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 12)$$

или, такъ какъ $A=\frac{w_1}{\cos\gamma}$, а $B=\frac{w_2}{\cos\gamma}$, то

$$\frac{D}{C^2+\phi^2 D^2}=\frac{A_1 w_2^2+A_2 w_1^2}{\cos^2\gamma}:\left(\frac{w_1+w_2}{\cos\gamma}\right)^2$$

$$=\frac{A_1 w_2^2+A_2 w_1^2}{(w_1+w_2)^2}$$

Но (стр. 872) мы видѣли, что предполагаемое въ этомъ вычисленіи равенство фазъ $\gamma=\beta$ имѣетъ мѣсто лишь при условіи $A_1:A_2=w_1:w_2$, или, иначе, при условіи

$$w_1=\frac{A_1 w_2}{A_2}$$

Поэтому, замѣняя въ найденномъ для $\frac{D}{C^2+\phi^2 D^2}$ выраженіи величину w_1 чрезъ $\frac{A_1 w_2}{A_2}$, находимъ:

$$\frac{A_1 w_2^2+A_2 w_1^2}{(w_1+w_2)^2}=\frac{w_2^2(A_1 A_2+A_1^2)}{A_2}:\frac{w_2^2(A_1+A_2)^2}{A_2^2}$$

$$=\frac{A_1 A_2^2+A_1^2 A_2}{(A_1+A_2)^2}=\frac{(A_1+A_2)A_1 A_2}{(A_1+A_2)^2}$$

$$=\frac{A_1 A_2}{A_1+A_2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 12a)$$

Такимъ образомъ, при равенствѣ $\gamma = \beta$, находимъ, что

$$\sqrt{\frac{C^2}{(C^2+\mathfrak{P}^2 D^2)^2}+\mathfrak{P}^2\frac{D^2}{(C^2+\mathfrak{P}^2 D^2)^2}}=\sqrt{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}\right)^2+\mathfrak{P}^2\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^2}. \quad 13)$$

или, такъ какъ $\mathfrak{P}^2 = (2\pi n)^2$, то *при равенствѣ фазъ въ двухъ параллельныхъ вѣтвяхъ, иначе при условіи, что коэффиціенты самоиндукціи вѣтвей относятся другъ къ другу какъ сопротивленія вѣтвей, кажущееся общее сопротивленіе послѣднихъ*

$$=\sqrt{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}\right)^2+(2\pi n)^2\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^2} \ldots\ldots\ldots 13a)$$

985. Какъ мы знаемъ, формула эта примѣнима въ случаѣ, когда $\lambda_1 : \lambda_2 = w_1 : w_2$ или въ случаѣ, когда $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$; въ послѣднемъ случаѣ формула получаетъ простѣйшій видъ

$$=\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}$$

Во всѣхъ остальныхъ случаяхъ

$$\frac{1}{\sqrt{C^2+\mathfrak{P}^2 D^2}} \textit{ не равно } \sqrt{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}\right)^2+\mathfrak{P}^2\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^2}$$

Если $\frac{1}{\sqrt{C^2+\mathfrak{P}^2 D^2}}$ больше или меньше $\sqrt{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}\right)^2+\mathfrak{P}^2\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^2}$ то, раздѣливъ одно выраженіе на другое, мы опредѣлимъ нѣкоторый коэффиціентъ, при введеніи котораго равенство возстановится. Обозначимъ коэффиціентъ этотъ черезъ $\mathfrak{S}$, тогда

$$\frac{1}{\sqrt{C^2+\mathfrak{P}^2 D^2}}=\sqrt{\mathfrak{S}^2\left\{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}\right)^2+\mathfrak{P}^2\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\right)^2\right\}} \ldots 14)$$

Отсюда мы можемъ опредѣлить величину $\mathfrak{S}$.

Такъ какъ

$$C^2=\left(\frac{w_1}{A^2}+\frac{w_2}{B^2}\right)^2=\left(\frac{w_1}{w_1^2+\mathfrak{P}^2\lambda_1^2}+\frac{w_2}{w_2^2+\mathfrak{P}^2\lambda_2^2}\right)^2$$
$$=\frac{\{w_1(w_2^2+\mathfrak{P}^2\lambda_2^2)+w_2(w_1^2+\mathfrak{P}^2\lambda_1^2)\}^2}{(w_1^2+\mathfrak{P}^2\lambda_1^2)^2(w_2^2+\mathfrak{P}^2\lambda_2^2)^2}$$

а

$$\varphi^2 D^2 = \varphi^2 \left(\frac{\lambda_1}{A^2} + \frac{\lambda_2}{B^2}\right)^2$$

$$= \frac{\{\varphi\lambda_1 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2) + \varphi\lambda_2^2 (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)\}^2}{(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)^2 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)^2}$$

то

$$\frac{1}{C^2 + \varphi^2 D^2} =$$

$$= \frac{(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)^2 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)^2}{\{w_1 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2) + w_2 (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)\}^2 + \{\varphi\lambda_1 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2) + \varphi\lambda_2 (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)\}^2}$$

или, раскрывая скобки въ знаменателѣ и сдѣлавъ нѣкоторыя преобразованія [1])

$$\frac{1}{C^2 + \varphi^2 D^2} = \frac{(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)^2 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)^2}{(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)(w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)\{(w_1 + w_2)^2 + \varphi^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2\}}$$

$$= \frac{(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)(w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)}{(w_1 + w_2)^2 + \varphi^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2}$$

Такъ какъ, далѣе,

$$\left(\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \varphi^2 \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2 = \frac{w_1^2 w_2^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \varphi^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2 (w_1 + w_2)^2}{(w_1 + w_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2}$$

и, какъ мы нашли въ началѣ этого разсужденія,

$$\frac{1}{C^2 + \varphi^2 D^2} = \mathfrak{S}^2 \left\{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \varphi^2 \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2\right\} \ldots\ldots 14a)$$

то искомый коэффиціентъ

$$\mathfrak{S}^2 = \frac{1}{C^2 + \varphi^2 D^2} : \left\{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \varphi^2 \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2\right\}$$

---

[1]) Знаменатель:

$$w_1^2 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)^2 + 2 w_1 w_2 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2) +$$
$$+ w_2^2 (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)^2 + \varphi^2 \lambda_1^2 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2) +$$
$$+ 2 \varphi^2 \lambda_2 \lambda_1 (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2) + \varphi^2 \lambda_2^2 (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)^2$$
$$= (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)(w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)^2 + 2 (w_1 w_2 + \varphi^2 \lambda_1 \lambda_2)(w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2) +$$
$$+ (w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)(w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)^2$$
$$= (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)(w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)\{w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2 + 2 w_1 w_2 + 2 \varphi^2 \lambda_1 \lambda_2 + w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2\}$$
$$= (w_1^2 + \varphi^2 \lambda_1^2)(w_2^2 + \varphi^2 \lambda_2^2)\{(w_1 + w_2)^2 + \varphi^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2\}$$

или, замѣняя дѣлимое и дѣлитель только что найденными для нихъ значеніями

$$\mathfrak{S}^2 = \frac{(w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2)(w_2^2 + \phi^2 \lambda_2^2)}{(w_1 + w_2)^2 + \phi^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2} : \left\{ \left(\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} \right)^2 + \left(\frac{\phi \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^2 \right\}$$

$$\mathfrak{S}^2 = \frac{(w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2)(w_2^2 + \phi^2 \lambda_2^2)(w_1 + w_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2}{\{(w_1 + w_2)^2 + \phi^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2\} \{(w_1 w_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \phi^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2 (w_1 + w_2)^2\}} \quad . . 15)$$

Если не только λ_1 и λ_2, но и $\phi^2 \lambda_1^2$ и $\phi^2 \lambda_2^2$ малы сравнительно съ w_1 и w_2, то, отбросивъ соотвѣтствующіе члены, получимъ

$$\mathfrak{S}_1^2 = \frac{(w_1 w_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2}{(w_1 w_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2 + (\phi \lambda_1 \lambda_2)^2 (w_1 + w_2)^2} \quad . . . . . . 15a)$$

Если $\lambda_1 = 0$, то

$$\mathfrak{S}_2^2 = \frac{w_1^2 (w_2^2 + \phi^2 \lambda_2^2) . \lambda_2^2 (w_1 + w_2)^2}{\{(w_1 + w_2)^2 + \phi^2 \lambda_2^2\} \lambda_2^2 (w_1 w_2)^2} \quad . . . . 15b)$$

если же λ_1 равенъ конечной величинѣ, а $\lambda_2 = 0$, то

$$\mathfrak{S}_3^2 = \frac{w_2^2 (w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2) \; \lambda_1^2 (w_1 + w_2)^2}{\{(w_1 + w_2)^2 + \phi^2 \lambda_1^2\} \lambda_1^2 (w_1 w_2)^2} \quad . . . . 15c)$$

Что при существованіи отношенія $\lambda_1 : \lambda_2 = w_1 : w_2$, коэффиціентъ $\mathfrak{S}$ долженъ быть равенъ единицѣ, и точно также при равенствѣ $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, само собою слѣдуетъ изъ сказаннаго въ концѣ § 984. Впрочемъ положеніе $\mathfrak{S} = 1$ при отношеніи $\lambda_1 : \lambda_2 = w_1 : w_2$, легко доказать и изъ выведеннаго для $\mathfrak{S}^2$ значенія: для этого приравняемъ численно величины w_1, w_2, λ_1 и λ_2 другъ другу, т. е. замѣнимъ ихъ напр. величиною x, тогда

$$\mathfrak{S}^2 = \frac{(x^2 + \phi^2 x^2)(x^2 + \phi^2 x^2)(x + x)^2 (x + x)^2}{\{(x + x)^2 + \phi^2 (x + x)^2\} \{(xx)^2 (x + x)^2 + \phi^2 x^2 x^2 (x + x)^2\}}$$

$$= \frac{(x^2 + \phi^2 x^2)^2 . 16 x^4}{\{4 (x^2 + \phi^2 x^2)\} \{4 x^6 + 4 x^6 \phi^2\}} = \frac{(x^2 + \phi^2 x^2)^2 . 16 x^4}{4 (x^2 + \phi^2 x^2) . 4 x^4 (x^2 + \phi^2 x^2)}$$

$$= \frac{(x^2 + \phi^2 x^2)^2 . 16 x^4}{(x^2 + \phi^2 x^2)^2 . 16 x^4} = 1$$

Что *коэффиціентъ* $\mathfrak{S}$ *измѣняется для одной и той же пары*

вѣтвей съ измѣненіемъ числа періодовъ индукціи — видно изъ приведенныхъ формулъ.

986. До сихъ поръ мы разсматривали случай, когда сопротивленіе и коэффиціентъ самоиндукціи главной цѣпи равны нулю. Но въ дѣйствительности главная цѣпь всегда представляетъ болѣе или менѣе значительные сопротивленіе и коэффиціентъ самоиндукціи. Если сопротивленіе главной цѣпи $= W$, а коэффиціентъ самоиндукціи $= \mathcal{L}$, то, зная, что общее сопротивленіе цѣпи равно суммѣ сопротивленій отдѣльныхъ звеньевъ ея, а общій коэффиціентъ самоиндукціи равенъ суммѣ коэффиціентовъ самоиндукціи тѣхъ же звеньевъ, — находимъ, въ случаѣ *когда коэффиціентъ* $\mathfrak{S} = 1$ (т. е. когда $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ или $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{w_1}{w_2}$), что *кажущееся сопротивленіе всей цѣпи*

при $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$

$$= \sqrt{\left(W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \phi^2 \mathcal{L}^2} \ldots\ldots\ldots\ldots 16)$$

а при $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{w_1}{w_2}$

$$= \sqrt{\left(W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \phi^2 \left(\mathcal{L} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2} \ldots\ldots 16a)$$

Наконецъ, *въ случаѣ когда коэффиціентъ* $\mathfrak{S}$, относящійся лишь къ членамъ $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$ и $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$, *равенъ любой величинѣ*, находимъ, что *кажущееся общее сопротивленіе цѣпи, распадающейся на двѣ параллельныя вѣтви,*

$$= \sqrt{\left(W + \mathfrak{S}\, \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \phi^2 \left(\mathcal{L} + \mathfrak{S}\, \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2} \ldots 16b)$$

Изъ послѣдней формулы видно, что въ случаѣ, *если* λ_1 *или* λ_2 *равны нулю, то кажущееся общее сопротивленіе цѣпи*

$$= \sqrt{\left(W + \mathfrak{S}'\, \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \phi^2 \mathcal{L}^2} \ldots\ldots\ldots 16c)$$

гдѣ $\mathfrak{S}'$, смотря по обстоятельствамъ, равенъ $\mathfrak{S}_2$ или $\mathfrak{S}_3$.

Найдя кажущееся общее сопротивленіе цѣпи, не трудно опредѣлить *силу тока въ главной цѣпи,* коль скоро извѣстна электровозбудительная сила дифференціальнаго тока $E_{0(\max)}$, дѣйствующая въ цѣпи. Общая формула для искомой силы тока

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{\left(W + \mathfrak{S}\,\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (2\,\pi n)^2 \left(\mathfrak{L} + \mathfrak{S}\,\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2}} \quad .17)$$

каковая величина измѣняется съ теченіемъ времени въ видѣ синусовидной кривой.

Приводимъ нѣкоторые числовые примѣры:

Примѣръ 1. Опредѣлить кажущееся общее сопротивленіе, представляемое перемѣнному току двумя параллельными вѣтвями, при слѣдующихъ данныхъ: число періодовъ въ секунду = 100,

$w_1 = 20000$ омамъ $\qquad \lambda_1 = 1$ квадранту

$w_2 = 1000$ » $\qquad \lambda_2 = 0{,}05$ »

Мы видимъ, что

$$w_1 : w_2 = \lambda_1 : \lambda_2$$

Поэтому при вычисленіи мы можемъ примѣнить формулу 13 а

$$\sqrt{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (2\,\pi n)^2 \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2}$$

Тогда

$$\sqrt{\left(\frac{20000 . 1000}{20000 + 1000}\right)^2 + (2 . 3{,}1416 . 100)^2 \left(\frac{1 . 0{,}05}{1 + 0{,}05}\right)^2}$$

$$= \sqrt{952{,}38^2 + 628{,}32^2 . 0{,}047619^2}$$

$$= \sqrt{907922{,}86}$$

$$= 952{,}83 \text{ ома.}$$

Вычисляя кажущееся общее сопротивленіе тѣхъ же вѣтвей по формулѣ

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}}$$

находимъ:

$$p = 2\,\pi n = 628{,}32$$

$$A^2 = w_1{}^2 + (p\lambda_1)^2 = 400394786$$

$$B^2 = w_2{}^2 + (p\lambda_2)^2 = 1000986{,}965$$

$$C = \frac{w_1}{A^2} + \frac{w_2}{B^2} = 0{,}00104896$$

$$D = \frac{\lambda_1}{A^2} + \frac{\lambda_2}{B^2} = 0{,}0_7\,52$$

$$C^2 = 0{,}0_5\,110032$$

$$D^2 = 0{,}0_{14}\,275$$

$$p^2 = 394786$$

$$C^2 + p^2 D^2 = 0{,}0_5\,11014$$

$$\sqrt{C^2 + p^2 D^2} = 0{,}0010495$$

и

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + p^2 D^2}} = 952{,}83 \text{ ома.}$$

Примѣръ 2.

При прочихъ прежнихъ условіяхъ $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$.

Тогда обѣ вѣтви должны относиться къ перемѣнному періодическому току также, какъ къ току непрерывному и потому кажущееся общее сопротивленіе ихъ должно быть равно дѣйствительному ихъ общему сопротивленію:

$$\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = \frac{20000 . 1000}{20000 + 1000} = 952{,}38 \text{ ома.}$$

Вычисляя въ данномъ случаѣ по формулѣ

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + p^2 D^2}}$$

находимъ:

$$A^2 = w_1{}^2$$

$$B^2 = w_2{}^2$$

$$C = \frac{w_1}{w_1{}^2} + \frac{w_2}{w_2{}^2} = \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2}$$

$$D = 0$$

$$\sqrt{C^2 + p^2 D^2} = C = \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + p^2 D^2}} = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$$

т. е. находимъ, что обѣ формулы въ данномъ случаѣ тождественны. (Сравн. еще относящееся къ примѣрамъ 1 и 2 прим. на стр. 872—878).

Примѣръ 3.

Сопротивленіе вѣтвей по прежнему

$$w_1 = 20000 \text{ омамъ},$$
$$w_2 = 1000 \text{ »}$$

число періодовъ $n = 100$ въ секунду. Коэффиціентъ самоиндукціи первой вѣтви $\lambda_1 = 0$, коэффиціентъ же самоиндукціи второй вѣтви (λ_2) въ четырехъ подлежащихъ вычисленію случаяхъ различенъ, а именно равенъ 0,005, 0,05, 0,5 2 и 5 квадрантамъ.

Тогда въ случаяхъ, когда λ_2 очень малъ по сравненію съ w_2, формула $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$ должна дать результатъ крайне близкій съ результатомъ вычисленія по формулѣ $\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}}$, тогда какъ съ увеличеніемъ коэффиціента λ_2, resp. всего произведенія $2\pi n\lambda_2$ ($= \phi\lambda_2$), быстро должна возрастать и ошибка, получаемая при примѣненіи формулы $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$. Дѣйствительно

при	Опредѣляемая величина по формулѣ $\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}}$	по формулѣ $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$	Ошибка, выраженная въ % опредѣляемой величины:
0,005 квадранта	952,384	952,381	0,0003
0,05 »	952,83	952,381	0,05
0,5 »	998,2	952,381	5
2 »	1527	952,381	60
5 »	3105	952,381	226

Примѣръ 4. При условіи

$$w_1 = 200 \qquad \lambda_1 = 1$$
$$w_2 = 100 \qquad \lambda_2 = 0$$

будемъ измѣнять число періодовъ индукціи, resp. величину $\phi = 2\pi n$. Тогда находимъ:

при $\phi =$	Опредѣляемая величина по формулѣ $\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}}$	по формулѣ $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$	Ошибка, выраженная въ % опредѣляемой величины:
100	70,42	66,67	5,3
250	82,03	66,67	18,7
500	92,34	66,67	27,8
1000	97,56	66,67	32,0
25000	100,0	66,67	33,0
50000	100,0	66,67	33,0

т. е. неточность вычисленія по формулѣ $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$ быстро возрастаетъ съ увеличеніемъ произведенія $2\pi n\lambda_2$ (какъ въ примѣрѣ 3).

Примѣръ 5.

Если въ случаѣ

$$w_1 = 200 \qquad \lambda_1 = 1$$
$$w_2 = 100 \qquad \lambda_2 = 0$$
$$\phi = 500$$

(примѣръ 4) вычисленіе по формулѣ $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$ не даетъ точнаго результата, то правильное рѣшеніе должно получиться при введеніи коэффиціента $\mathfrak{S}$.

При $\lambda_2 = 0$, мы имѣемъ (стр. 877)

$$\mathfrak{S}_3^2 = \frac{w_2^2 (w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2) . \lambda_1^2 (w_1 + w_2)^2}{\{(w_1 + w_2)^2 + \phi^2 \lambda_1^2\} \lambda_1^2 (w_1 w_2)^2}$$
$$= \frac{100^2 (200^2 + 500^2 . 1^2) . 1^2 (200 + 100)^2}{\{(200 + 100)^2 + 500^2 . 1^2\} 1^2 (200 . 100)^2}$$
$$= \frac{29.9}{84.4} = 1{,}919$$

откуда

$$\mathfrak{S}_3 = \sqrt{1{,}919} = 1{,}3852$$

Въ примѣрѣ 4 мы видѣли, что искомое общее сопротивленіе по формулѣ

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}} = 92{,}344 \text{ ома},$$

тогда какъ по формулѣ

$$\sqrt{\left(\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (2\pi n)^2 \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2} = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = 66{,}666667 \text{ ома}.$$

Отсюда должно быть

$$\frac{1}{\sqrt{C^2 + \phi^2 D^2}} = \mathfrak{S}_3 . \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$$

Дѣйствительно

$$1{,}3852 . 66{,}666667 = 92{,}347 \text{ ома}.$$

Примѣръ 6. Главная цѣпь, сопротивленіе коей $W = 800$ омамъ, а коэффиціентъ самоиндукціи $\mathfrak{L} = 2$ квадрантамъ, распадается на 2 вѣтви, причемъ, по прежнему

$$w_1 = 200 \qquad \lambda_1 = 1$$
$$w_2 = 100 \qquad \lambda_2 = 0$$

Опредѣлить кажущееся сопротивленіе всей цѣпи при $2\pi n = 500$ въ секунду.

Искомое общее сопротивленіе вообще

$$= \sqrt{\left(W + \mathfrak{S} \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (2\pi n)^2 \left(\mathfrak{L} + \mathfrak{S} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2}$$

въ данномъ же случаѣ, при $s_2 = 0$, оно

$$= \sqrt{\left(W + \mathfrak{S}_3 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}$$

Такъ какъ въ примѣрѣ 5 для тѣхъ же величинъ w_1, w_2, s_1, s_2, $\mathfrak{P}$ мы уже опредѣлили, что

$$\mathfrak{S}_3 = 1{,}3852$$

а

$$\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = 66{,}666\ldots$$

и наконецъ

$$\mathfrak{S}_3 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = 92{,}347$$

и далѣе

$$(2\pi n \mathfrak{L})^2 = (500 . 2)^2 = 1000000$$

то

$$\sqrt{\left(W + \mathfrak{S}_3 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2} = \sqrt{(800 + 92{,}347)^2 + 1000000}$$
$$= \sqrt{1796283} = 1340{,}25 \text{ ома.}$$

Примѣръ 7.

Опредѣлить силу результирующаго тока въ главной цѣпи при условіяхъ предыдущаго примѣра, если извѣстно, что дѣйствующая синусовидная электровозбудительная сила достигаетъ наибольшей величины $E_{0(\max)} = 10$ вольтамъ.

$$I_{N(\max)} = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{\left(W + \mathfrak{S}_3 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} = \frac{10}{1340{,}25}$$
$$= 0{,}00746 \text{ ампера.}$$

987. Опредѣливъ силу періодическаго тока перемѣннаго направленія въ главной цѣпи, распадающейся на вѣтви, намъ остается опредѣлить силу тока въ вѣтвяхъ. Рѣшеніе этой задачи аналогично рѣшенію той же задачи въ случаѣ непрерывнаго тока одного направленія.

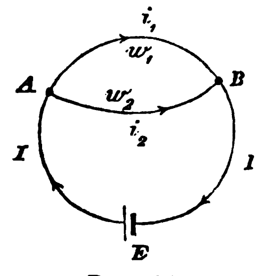


Рис. 235.

Намъ извѣстно (§ 386), что если въ главной цѣпи постоянная электровозбудительная сила развиваетъ токъ I, то въ первой изъ двухъ вѣтвей (рис. 235), на которыя главная цѣпь распадается, сила тока

$$i_1 = I \frac{w_2}{w_1 + w_2}$$

тогда какъ во второй вѣтви мы имѣемъ токъ

$$i_2 = I \frac{w_1}{w_1 + w_2}$$

Иначе

$$i_1 = I\varkappa'$$

$$i_2 = I\varkappa''$$

гдѣ $\varkappa'$ и $\varkappa''$ суть коэффиціенты меньшіе единицы:

$$\varkappa' = \frac{w_2}{w_1 + w_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 18)$$

$$\varkappa'' = \frac{w_1}{w_1 + w_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 18a)$$

Точно такъ же и въ случаѣ, если въ главной цѣпи протекаетъ періодическій токъ перемѣннаго направленія $I_{N(\max)}$, то силы токовъ въ вѣтвяхъ будутъ

$$= I'_{N(\max)} = I_{N(\max)} \varkappa_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 19)$$

$$= I''_{N(\max)} = I_{N(\max)} \varkappa_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 19a)$$

При постоянномъ токѣ мы имѣемъ дѣло лишь съ сопротивленіями вѣтвей, т. е. съ величинами постоянными. При періодическомъ же токѣ мы, помимо сопротивленій, имѣемъ дѣло съ измѣняющимися величинами электровозбудительныхъ силъ самоиндукціи въ вѣтвяхъ. Такимъ образомъ, въ выраженія для $\varkappa$ въ случаѣ періодическаго тока перемѣннаго направленія помимо постоянныхъ величинъ w_1 и w_2 должны войти измѣняющіеся факторы, зависящіе отъ электровозбудительныхъ силъ самоиндукціи. Поэтому въ послѣднемъ случаѣ величины w_1 и w_2 мы можемъ замѣнить общими символами

$$w_1 + \lambda_1 \frac{d}{d\tau} \quad \text{и} \quad w_2 + \lambda_2 \frac{d}{d\tau}$$

Подставляя эти символы въ формулу, выведенную для коэффиціента $\varkappa'$, получаемъ

$$\frac{w_2 + \lambda_2 \frac{d}{d\tau}}{w_1 + \lambda_1 \frac{d}{d\tau} + w_2 + \lambda_2 \frac{d}{d\tau}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 20)$$

Такъ какъ мы здѣсь разсматриваемъ электровозбудительныя силы и токи, измѣняющіеся въ видѣ синусовидныхъ кривыхъ, то величины эти могутъ быть выражены общею формулою

$$u = x . \sin 2 \pi \frac{\tau'}{\tau}$$

или, такъ какъ $\frac{1}{\tau} = n$,

$$u = x . \sin 2\pi n\tau'$$

$$u = x . \sin \phi\tau'$$

обозначая, какъ выше, $2\pi n$ чрезъ ϕ.

Изъ дифференціальнаго исчисленія мы имѣемъ

$$\frac{du}{d\tau} = - x\phi \cos \phi\tau'$$

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} = \frac{d (x\phi \cos \phi\tau')}{d\tau} = - x\phi^2 \sin \phi\tau' = - \phi^2 u$$

$$\frac{d^3u}{d\tau^3} = \frac{d (- \phi^2 u)}{d\tau} = - \phi^2 \frac{du}{d\tau}$$

$$\frac{d^4u}{d\tau^4} = \frac{d\left(- \phi^2 \frac{du}{d\tau}\right)}{d\tau} = - \phi^2 \frac{d^2u}{d\tau^2} = - \phi^2 . - \phi^2 u = \phi^4 u$$

Отсюда видно, что *въ приведенномъ вычисленіи символъ* $\frac{d}{d\tau}$ *равносиленъ съ выраженіемъ* $\phi \sqrt{-1}$. Въ самомъ дѣлѣ, если символъ первой производной $\left(\frac{d}{d\tau}\right)$ замѣнить выраженіемъ $\phi \sqrt{-1}$, то символъ второй производной $\left(\frac{d^2}{d\tau^2}\right)$ можно замѣнить чрезъ $(\phi \sqrt{-1})^2$ и т. д.:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} = (\phi \sqrt{-1})^2 u = \phi^2 . - 1 . u = - \phi^2 u$$

$$\frac{d^3u}{d\tau^3} = (\phi \sqrt{-1})^3 u = \phi^3 . - \sqrt{-1}\, u = - \phi^3 \sqrt{-1}\, u = - \phi^2 u \frac{du}{d\tau}$$

$$\frac{d^4u}{d\tau^4} = (\phi \sqrt{-1})^4 u = \phi^4 . 1\, u = \phi^4 u$$

Такимъ образомъ, замѣнивъ въ выраженіи

$$\frac{w_2 + \lambda_2 \frac{d}{d\tau}}{w_2 + \lambda_2 \frac{d}{d\tau} + w_1 + \lambda_1 \frac{d}{d\tau}}$$

символъ $\frac{d}{d\tau}$ чрезъ $\phi \sqrt{-1}$, получаемъ

$$\frac{w_2 + \lambda_2 \phi \sqrt{-1}}{w_2 + \lambda_2 \phi \sqrt{-1} + w_1 + \lambda_1 \phi \sqrt{-1}} \ldots\ldots\ldots\ldots 21)$$

Мы видимъ, что числитель дроби представляетъ собою комплексную величину[1]), а знаменатель — сумму двухъ комплексныхъ величинъ; а такъ какъ при сложеніи комплексныхъ выраженій суммируются между собою съ одной стороны величины реальныя, а съ другой величины мнимыя, то получаемъ

$$\frac{w_2 + \lambda_2 \phi \sqrt{-1}}{(w_1 + w_2) + (\lambda_1 + \lambda_2) \phi \sqrt{-1}} \ldots\ldots\ldots\ldots 22)$$

т. е. дробь, въ коей числитель и знаменатель величины комплексныя.

Вводя въ наше вычисленіе символическія обозначенія, мы принимали въ соображеніе нѣкоторую неопредѣленную основную величину, измѣняющуюся въ видѣ синусовидной кривой, причемъ можно предположить такой видъ основной величины, при которомъ въ послѣднемъ выраженіи вмѣсто комплексныхъ величинъ получатся модули ихъ[2]). Это обстоятельство даетъ намъ основаніе замѣнить въ послѣднемъ выраженіи комплексныя величины модулями ихъ, т. е. замѣняемъ

$$w_2 + \lambda_2 \phi \sqrt{-1} \text{ чрезъ } \sqrt{w_2^2 + (\lambda_2 \phi)^2}$$

$$(w_1 + w_2) + (\lambda_1 + \lambda_2) \phi \sqrt{-1} \quad » \quad \sqrt{(w_1 + w_2)^2 + [(\lambda_1 + \lambda_2)\phi]^2}$$

---

[1]) Припомнимъ, что комплексною величиною называется сумма или разность реальной и мнимой величинъ.

[2]) Припомнимъ, что квадратный корень изъ суммы квадратовъ дѣйствительной и мнимой части комплекснаго выраженія называется модулемъ этого выраженія.

вслѣдствіе чего для квадрата искомой величины $\varkappa$ получаемъ выраженіе

$$\varkappa_1^2 = \frac{w_2^2 + (\phi \lambda_2)^2}{(w_1 + w_2)^2 + [\phi(\lambda_1 + \lambda_2)]^2} \dots\dots\dots\dots\dots 23)$$

и

$$\varkappa_1 = \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi \lambda_2)^2}{(w_1 + w_2)^2 + [\phi(\lambda_1 + \lambda_2)]^2}} \dots\dots\dots\dots 24)$$

точно также находимъ

$$\varkappa_2 = \sqrt{\frac{w_1^2 + (\phi \lambda_1)^2}{(w_1 + w_2)^2 + [\phi(\lambda_1 + \lambda_2)]^2}} \dots\dots\dots\dots 24a)$$

Отсюда *въ частныхъ случаяхъ:*

1) когда $\lambda_1 = 0$

$$\varkappa_1 = \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi \lambda_2)^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_2)^2}} \qquad \varkappa_2 = \sqrt{\frac{w_1^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_2)^2}} \dots 24b, c)$$

2) когда $\lambda_2 = 0$

$$\varkappa_1 = \sqrt{\frac{w_2^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_1)^2}} \qquad \varkappa_2 = \sqrt{\frac{w_1^2 + (\phi \lambda_1)^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_1)^2}} \dots 24d, e)$$

3) когда $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$

$$\varkappa_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2} \qquad \varkappa_2 = \frac{w_1}{w_1 + w_2} \dots\dots 24f, g)$$

4) точно также когда $\lambda_1 : \lambda_2 = w_1 : w_2$

$$\varkappa_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2} \qquad \varkappa_2 = \frac{w_1}{w_1 + w_2} \dots\dots 24h, i)$$

Для доказательства 4-го случая предположимъ, что

$$w_2 = x \qquad \lambda_2 = yx$$
$$w_1 = nx \qquad \lambda_1 = nyx$$

тогда

$$\frac{nyx}{yx} = \frac{nx}{x} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

и для $\varkappa_1^2$ изъ формулы 23 имѣемъ

$$\varkappa_1^2 = \frac{x^2 + (\phi y x)^2}{(nx + x)^2 + [\phi(nyx + yx)]^2} = \frac{x^2(1 + \phi^2 y^2)}{x^2(n+1)^2 + \phi^2 y^2 x^2 (n+1)^2}$$

$$= \frac{x^2(1+\phi^2 y^2)}{x^2[(n+1)^2 + \phi^2 y^2 (n+1)^2]} = \frac{1+\phi^2 y^2}{(n+1)^2(1+\phi^2 y^2)}$$

$$\varkappa_1^2 = \frac{1}{(n+1)^2}$$

и

$$\varkappa_1 = \frac{1}{n+1}$$

Съ другой стороны мы предположили

$$\varkappa_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2}$$

или, подставивъ принятыя значенія для w_2 и w_1,

$$\varkappa_1 = \frac{x}{nx + x} = \frac{x}{x(n+1)}$$

$$\varkappa_1 = \frac{1}{n+1}$$

т. е., если $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{w_1}{w_2}$, то

$$\varkappa_1 = \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi\lambda_2)^2}{(w_1+w_2)^2 + [\phi(\lambda_1+\lambda_2)]^2}} = \frac{w_2}{w_1+w_2}$$

точно также

$$\varkappa_2 = \frac{w_1}{w_1+w_2}$$

Такимъ образомъ, какъ уже было указано въ § 983, *при отсутствіи самоиндукціи въ вѣтвяхъ или въ случаѣ, если коэффиціенты симоиндукціи вѣтвей относятся другъ къ другу такъ же, какъ сопротивленія послѣднихъ* ($\lambda_1 : \lambda_2 = w_1 : w_2$), — *вѣтви относятся къ періодическому перемѣнному току совершенно такъ же какъ къ непрерывному току одного направленія.*

988. Резюмируя все сказанное, мы видимъ, что *при практическихъ вычисленіяхъ силъ перемѣнныхъ синусовидныхъ токовъ въ цѣпи, распадающейся на параллельныя вѣтви, должно прежде*

всего обращать вниманіе на коэффиціенты самоиндукціи вѣтвей, причемъ, какъ уже было говорено, *возможны три случая:* 1) *коэффиціенты* $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$; 2) $\lambda_1 : \lambda_2$ *какъ* $w_1 : w_2$; 3) *послѣдняго соотношенія не существуетъ и нулю коэффиціенты самоиндукціи не равны.*

Въ первыхъ двухъ случаяхъ вѣтви относятся къ перемѣнному періодическому току такъ же, какъ къ току одного направленія; при опредѣленіи общаго кажущагося сопротивленія цѣпи (resp. силы тока въ главной цѣпи) коэффиціентъ $\mathfrak{S} = 1$, откуда, однако, не слѣдуетъ, что общее кажущееся сопротивленіе цѣпи равно дѣйствительному общему сопротивленію, ибо, даже если въ вѣтвяхъ $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, все же еще остается коэффиціентъ самоиндукціи главной цѣпи (см. формулы 16 и 16 а). Далѣе, при опредѣленіи силъ токовъ въ вѣтвяхъ, въ разсматриваемыхъ двухъ частныхъ случаяхъ, коэффиціентъ $\varkappa_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2}$, а коэффиціентъ $\varkappa_2 = \frac{w_1}{w_1 + w_2}$.

Въ третьемъ случаѣ коэффиціентъ $\mathfrak{S}$ уже не равенъ единицѣ, а равенъ, смотря по обстоятельствамъ, другимъ величинамъ, которыя мы ввѣли въ своемъ мѣстѣ, обозначивъ ихъ чрезъ $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_1$, $\mathfrak{S}_2$ или $\mathfrak{S}_3$; точно также и коэффиціенты $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ представляютъ величины болѣе или менѣе сложныя, опредѣляемыя, смотря по обстоятельствамъ, по формуламъ 24, 24 a, b, c, d, e.

989. *Если мы имѣемъ дѣло не съ двумя, а со многими параллельными вѣтвями, то вычисленіе ведется совершенно аналогично проведенному здѣсь для двухъ вѣтвей, причемъ остаются въ силѣ всѣ особенности приведенныхъ частныхъ случаевъ.*

990. Разборъ наиболѣе важнаго случая распространенія перемѣннаго тока въ *непараллельныхъ вѣтвяхъ* будетъ сдѣланъ въ слѣдующей главѣ, теперь же мы предлагаемъ разсмотрѣть, какъ практическій примѣръ, случай болѣе сложнаго вычисленія коэффиціента $\varkappa_1$.

Имѣемъ все то-же простое развѣтвленіе, причемъ сила тока I въ главной цѣпи не извѣстна, а извѣстна сила I_1 того тока,

который существовалъ бы въ цѣпи при отсутствіи вѣтви w_2. Требуется опредѣлить отсюда силу тока въ вѣтви w_1 при одновременномъ включеніи въ цѣпь обѣихъ вѣтвей.

Пусть въ главной цѣпи дѣйствуетъ *постоянная* электровозбудительная сила E, причемъ сопротивленіе главной цѣпи $= W$. Тогда (§ 389) сила тока въ главной цѣпи

$$I = \frac{E}{W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}} = \frac{E(w_1 + w_2)}{Ww_2 + Ww_1 + w_1 w_2}$$

сила же тока въ вѣтви w_1 равна

$$i_1 = I \frac{w_2}{w_1 + w_2} = \frac{Ew_2}{Ww_2 + Ww_1 + w_1 w_2}$$

Если бы вѣтви w_2 не существовало, то сила тока въ главной цѣпи rspct. въ части цѣпи, сопротивленіе коей $= w_1$, была бы равна

$$I_1 = \frac{E}{W + w_1}$$

Отсюда видно, что включеніе вѣтви w_2 ослабляетъ токъ I_1, ибо

$$\frac{Ew_2}{Ww_2 + Ww_1 + w_1 w_2} < \frac{E}{W + w_1}$$

Мы можемъ сказать, что для того, чтобы величину I_1 уменьшить до величины i_1, нужно I_1 умножить на нѣкоторый коэффиціентъ $\varkappa'$ меньшій единицы:

$$i_1 = I_1 \varkappa'$$

Отсюда искомый коэффиціентъ

$$\varkappa' = i_1 : I_1$$

или, подставивъ соотвѣтствующія значенія для i_1 и I_1:

$$\varkappa' = \frac{Ew_2}{Ww_2 + Ww_1 + w_1 w_2} : \frac{E}{W + w_1}$$

$$= \frac{w_2 (W + w_1)}{w_2 (W + w_1) + Ww_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 25)$$

Отсюда мы можемъ опредѣлить силу тока въ вѣтви w_1 при дѣйствіи въ главной цѣпи синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія. Пусть по прежнему коэффиціентъ самоиндукціи вѣтви w_1 равенъ λ_1, а вѣтви w_2 равенъ λ_2, тогда какъ коэффиціентъ самоиндукціи главной цѣпи $= \mathcal{L}$. Тогда, замѣщая въ только что найденномъ для $\varkappa'$ выраженіи величины W, w_1 и w_2 чрезъ символы $W + \mathcal{L}\frac{d}{d\tau}$, $w_1 + \lambda_1\frac{d}{d\tau}$, и $w_2 + \lambda_2\frac{d}{d\tau}$, получаемъ выраженіе

$$\frac{\left(w_2 + \lambda_2\frac{d}{d\tau}\right)\left(W + \mathcal{L}\frac{d}{d\tau} + w_1 + \lambda_1\frac{d}{d\tau}\right)}{\left(w_2 + \lambda_2\frac{d}{d\tau}\right)\left(W + \mathcal{L}\frac{d}{d\tau} + w_1 + \lambda_1\frac{d}{d\tau}\right) + \left(W + \mathcal{L}\frac{d}{d\tau}\right)\left(w_1 + \lambda_1\frac{d}{d\tau}\right)} \ldots 26)$$

$$= \frac{\left(w_2 + \lambda_2\frac{d}{d\tau}\right)\left[W + w_1 + (\mathcal{L} + \lambda_1)\frac{d}{d\tau}\right]}{\left(w_2 + \lambda_2\frac{d}{d\tau}\right)\left[W + w_1 + (\mathcal{L} + \lambda_1)\frac{d}{d\tau}\right] + \left(W + \mathcal{L}\frac{d}{d\tau}\right)\left(w_1 + \lambda_1\frac{d}{d\tau}\right)} \ldots 26a)$$

Раскрывая скобки въ знаменателѣ, получаемъ для послѣдняго

$$\begin{aligned} &Ww_2 + w_1 w_2 + w_2(\mathcal{L} + \lambda_1)\frac{d}{d\tau} + W\lambda_2\frac{d}{d\tau} + w_1\lambda_2\frac{d}{d\tau} + \\ &\quad + \lambda_2(\mathcal{L} + \lambda_1)\left(\frac{d}{d\tau}\right)^2 + Ww_1 + w_1\mathcal{L}\frac{d}{d\tau} + W\lambda_1\frac{d}{d\tau} + \mathcal{L}\lambda_1\left(\frac{d}{d\tau}\right)^2 \\ &= Ww_2 + w_1 w_2 + Ww_1 + (\lambda_2\mathcal{L} + \lambda_2\lambda_1 + \mathcal{L}\lambda_1)\left(\frac{d}{d\tau}\right)^2 + \\ &\quad + w_2(\mathcal{L} + \lambda_1)\frac{d}{d\tau} + w_1(\mathcal{L} + \lambda_2)\frac{d}{d\tau} + W(\lambda_2 + \lambda_1)\frac{d}{d\tau} \\ &= Ww_2 + w_1 w_2 + Ww_1 + (\mathcal{L}\lambda_2 + \lambda_1\lambda_2 + \mathcal{L}\lambda_1)\left(\frac{d}{d\tau}\right)^2 + \\ &\quad + [W(\lambda_1 + \lambda_2) + w_1(\mathcal{L} + \lambda_2) + w_2(\mathcal{L} + \lambda_1)]\frac{d}{d\tau} \end{aligned}$$

Замѣняя $\frac{d}{d\tau}$ чрезъ $\wp\sqrt{-1}$, а $\left(\frac{d}{d\tau}\right)^2$ чрезъ $(\wp\sqrt{-1})^2 = -\wp^2$, получаемъ

$$\begin{aligned} &Ww_2 + w_1 w_2 + Ww_1 + (\mathcal{L}\lambda_2 + \lambda_1\lambda_2 + \mathcal{L}\lambda_1)(-\wp^2) + \\ &\quad + [W(\lambda_1 + \lambda_2) + w_1(\mathcal{L} + \lambda_2) + w_2(\mathcal{L} + \lambda_1)]\wp\sqrt{-1} \\ &= [Ww_2 + w_1 w_2 + Ww_1 - \wp^2(\mathcal{L}\lambda_2 + \lambda_1\lambda_2 + \mathcal{L}\lambda_1)] + \\ &\quad + \wp\sqrt{-1}\,[W(\lambda_1 + \lambda_2) + w_1(\mathcal{L} + \lambda_2) + w_2(\mathcal{L} + \lambda_1)] \end{aligned}$$

и для всего выраженія

$$\frac{(w_2+\phi\sqrt{-1}.\lambda_2)\,[(W+w_1)+\phi\sqrt{-1}\,(\mathcal{L}+\lambda_1)]}{[Ww_2+w_1w_2+Ww_1-\phi^2(\mathcal{L}\lambda_2+\lambda_1\lambda_2+\mathcal{L}\lambda_1)]+\phi\sqrt{-1}\,[W(\lambda_1+\lambda_2)+w_1(\mathcal{L}+\lambda_2)+w_2(\mathcal{L}+\lambda_1)]}\,..\,27)$$

Послѣднее выраженіе представляетъ собою величину комплексную, такъ какъ числитель есть произведеніе двухъ комплексныхъ величинъ, и знаменатель величина комплексная. Поэтому, замѣняя комплексныя величины ихъ модулями, получаемъ выраженіе для искомаго коэффиціента $\varkappa$, или, замѣняя комплексныя величины квадратами ихъ модулей, — получаемъ $\varkappa_1^2$:

$$\frac{(w_2^2+\phi^2\lambda_2^2)\,[W+w_1)^2+\phi^2(\mathcal{L}+\lambda_1)^2]}{[Ww_2+w_1w_2+Ww_1-\phi^2(\mathcal{L}\lambda_2+\lambda_1\lambda_2+\mathcal{L}\lambda_1)]^2+\phi^2\,[W(\lambda_1+\lambda_2)+w_1(\mathcal{L}+\lambda_2)+w_2(\mathcal{L}+\lambda_1)]^2}\,..\,28)$$

Приводимъ числовые примѣры:

Примѣръ 8 (продолженіе примѣровъ 6-го и 7-го).

Сопротивленіе главной цѣпи, въ коей дѣйствуетъ синусовидная электровозбудительная сила перемѣннаго направленія, $W = 800$ омамъ, а коэффиціентъ самоиндукціи $\mathcal{L} = 2$ квадрантамъ; цѣпь эта распадается на двѣ вѣтви: $w_1 = 200$ омамъ, гэрсt. $\lambda_1 = 1$ квадранту, и $w_2 = 100$ омамъ, гэрсt. $\lambda_2 = 0$. Спрашивается, какова сила тока въ первой вѣтви, если въ главной цѣпи наибольшая сила результирующаго тока $I_{N(\max)} = 0{,}00746$ ампера при $\phi = 500$ въ секунду.

Искомая сила тока

$$I'_{N(\max)} = I_{N(\max)}\varkappa_1$$

$$\varkappa_1 = \sqrt{\frac{w_2^2}{(w_1+w_2)^2+(\phi\lambda_1)^2}}$$

$$\varkappa_1 = \sqrt{\frac{100^2}{(100+200)^2+(500.1)^2}} = \sqrt{\frac{1}{34}} = \sqrt{0{,}0294}$$

$$= 0{,}1715$$

и, слѣдовательно, искомая сила тока

$$I'_{N(\max)} = 0{,}00746 . 0{,}1715 = 0{,}001279 \text{ ампера.}$$

Примѣръ 9.

Въ цѣпи, сопротивленіе коей $= 1000$ омамъ, а коэффиціентъ самоиндукціи $=3$ квадрантамъ, дѣйствуетъ электровозбудительная сила $E_{0\,(\max)} = 10$ вольтамъ при $\phi = 500$ въ секунду. Спрашивается, какова будетъ наибольшая сила результирующаго тока въ части цѣпи, сопротивленіе коей $w_1 = 200$ омамъ, а коэффиціентъ самоиндукціи $\lambda_1 = 1$ квадранту, если къ этой части присоединить свободную отъ индукціи вѣтвь съ сопротивленіемъ $w_2 = 100$ омамъ.

Изъ условій задачи видно, что главную цѣпь составитъ проводникъ съ сопротивленіемъ въ 800 омъ и съ коэффиціентомъ самоиндукціи $= 2$ квадрантамъ. Отсюда, до включенія вѣтви, мы имѣли во всей цѣпи силу тока

$$I_{N(\max)} = \frac{10}{\sqrt{1000^2 + (500.3)^2}} = \frac{10}{1802,78}$$
$$= 0,00555 \text{ ампера.}$$

По включеніи вѣтви w_2 мы получимъ въ вѣтви w_1 силу тока

$$I'_{N(\max)} = I_{N(\max)} \varkappa$$

гдѣ, такъ какъ $\lambda_2 = 0$, находимъ (см. формулу 28), что

$$\varkappa^2 = \frac{w_2{}^2 [(W + w_1)^2 + \phi^2 (\mathfrak{L} + \lambda_1)^2]}{[Ww_2 + w_1 w_2 + Ww_1 - \phi^2 (\mathfrak{L}\lambda_1)]^2 + \phi^2 [W\lambda_1 + w_1 \mathfrak{L} + w_2 (\mathfrak{L} + \lambda_1)]^2}$$
$$= \frac{100^2 [(800 + 200)^2 + 500^2 (2 + 1)^2]}{[800.100 + 200.100 + 800.200 - 500^2 (2.1)]^2 + 500^2 [800.1 + 200.2 + 100(2 + 1)]^2}$$
$$= \frac{10000.3250000}{-240000^2 + 562500000000} = \frac{325}{6201}$$

$$\varkappa^2 = 0,0524$$

и

$$\varkappa = \sqrt{0,0524} = 0,229$$

откуда наибольшая сила результирующаго тока въ вѣтви w_1

$$I'_{N(\max)} = I_{N(\max)} \varkappa = 0,00555.0,229$$
$$= 0,001271 \text{ ампера.}$$

Искомая сила тока въ обоихъ примѣрахъ одна и та же, такъ какъ оба примѣра суть продолженія одного и того же примѣра (6-го). Небольшая неточность (0,001279 и 0,001271) зависитъ отъ сокращеній численныхъ вычисленій.

Примѣръ 10. Опредѣлить наибольшую силу результирующаго тока въ вѣтви w_2 при условіяхъ примѣра 8-го (resp. 9-го).

Коэффиціентъ $\varkappa_2$, на который должно умножить силу тока $I_{N(\max)}$ для полученія силы тока въ вѣтви w_2, равенъ въ данномъ случаѣ

$$\varkappa_2 = \sqrt{\frac{w_1{}^2 + (\phi\lambda_1)^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi\lambda_1)^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{200^2 + (500.1)^2}{(100 + 200)^2 + (500.1)^2}} = \sqrt{\frac{29}{34}} = \sqrt{0,85294}$$
$$= 0,9236$$

такъ что искомая сила тока

$$I''_{N(\max)} = I_{N(\max)} . \varkappa_2 = 0,00746.0,9236$$
$$= 0,00689 \text{ ампера.}$$

Примѣчаніе. Суммируя максимальныя силы токовъ $I'_{N(max)}$ и $I''_{N(max)}$, протекающихъ въ вѣтвяхъ w_1 и w_2, мы находимъ, что сумма наибольшихъ силъ токовъ въ разсматриваемыхъ параллельныхъ вѣтвяхъ не равна наибольшей силѣ тока въ главной цѣпи:

$$I'_{N(max)} + I''_{N(max)} = 0{,}001279 + 0{,}00689$$
$$= 0{,}008169 \text{ ампера,}$$

тогда какъ наибольшая сила результирующаго тока въ главной цѣпи

$$I_{N(max)} = 0{,}00746 \text{ ампера.}$$

На это было указано въ началѣ настоящей главы и намъ извѣстно, что обстоятельство это всегда имѣетъ мѣсто въ случаѣ, когда токи въ вѣтвяхъ представляютъ разность фазъ, что случается всегда, когда коэффиціенты самоиндукціи вѣтвей не равны нулю или не относятся другъ къ другу какъ сопротивленія вѣтвей.

Примѣръ 11.

Пусть по прежнему $E_{0(max)} = 10$ вольтамъ,

$$W = 800 \text{ омамъ,} \qquad \mathfrak{L} = 2 \text{ квадрантамъ,}$$
$$w_1 = 200 \text{ »} \qquad w_2 = 100 \text{ омамъ,}$$
$$\text{но } \lambda_1 = \lambda_2 = 0.$$

Опредѣлить наибольшую силу результирующаго тока въ главной цѣпи и въ вѣтвяхъ, если $\phi = 500$ въ секунду.

Такъ какъ при $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ коэффиціентъ $\mathfrak{S} = 1$, то общее кажущееся сопротивленіе цѣпи

$$= \sqrt{\left(W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + (\phi \mathfrak{L})^2}$$
$$= \sqrt{\left(800 + \frac{200.100}{200 + 100}\right)^2 + (500.2)^2} = \sqrt{751111{,}69 + 1000000}$$
$$= 1323{,}296 \text{ ома.}$$

Отсюда наибольшая сила результирующаго тока въ главной цѣпи

$$I_{N(max)} = \frac{10}{1323{,}296} = 0{,}007557 \text{ ампера.}$$

Такъ какъ, далѣе, при $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ коэффиціентъ $\varkappa_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2}$ и $\varkappa_2 = \frac{w_1}{w_1 + w_2}$,

то наибольшая сила результирующаго тока въ вѣтви w_1 равна

$$I'_{N(max)} = I_{N(max)} \cdot \frac{w_2}{w_1 + w_2}$$

въ вѣтви же w_2 наибольшая сила результирующаго тока равна

$$I''_{N(\max)} = I_{N(\max)} \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2}$$

т. е.

$$I'_{N(\max)} = 0{,}007557 . \frac{100}{200 + 100} = 0{,}00251875 \text{ ампера},$$

$$I''_{N(\max)} = 0{,}007557 . \frac{200}{200 + 100} = 0{,}00503825 \quad »$$

Примѣчаніе. Такъ какъ при отсутствіи самоиндукціи въ вѣтвяхъ, нѣтъ и разности фазъ въ развитіи протекающихъ въ нихъ перемѣнныхъ токовъ, то очевидно, что сумма наибольшихъ силъ токовъ въ изслѣдуемыхъ вѣтвяхъ должна быть равна наибольшей силѣ результирующаго тока, протекающаго въ главной цѣпи. Дѣйствительно, мы находимъ, что

$$I'_{N(\max)} + I''_{N(\max)} = I_{N(\max)}$$
$$0{,}00251875 + 0{,}00503825 = 0{,}007557 \text{ ампера}.$$

Примѣръ 12. Пусть опять

$E_{0(\max)} = 10$ вольтамъ,

$W = 800$ омамъ, $\mathfrak{L} = 2$ квадрантамъ,

$w_1 = 200$ » $w_2 = 100$ омамъ,

но при этомъ

$\lambda_1 = 1$ квадранту, $\lambda_2 = 0{,}5$ квадранта,

$\phi = 500$ въ секунду.

Опредѣлить наибольшія силы результирующихъ токовъ въ главной цѣпи и въ вѣтвяхъ.

Такъ какъ въ данномъ случаѣ $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{w_1}{w_2}$, а именно $\frac{200}{100} = \frac{1}{0{,}5}$, то коэффиціентъ самоиндукціи $\mathfrak{S}$ долженъ быть равенъ единицѣ; а слѣдовательно общее сопротивленіе цѣпи должно быть равно

$$\sqrt{\left(W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)^2 + \phi^2 \left(\mathfrak{L} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2}$$

Въ самомъ дѣлѣ, опредѣляя величину $\mathfrak{S}$ по формулѣ (15), находимъ

$$\mathfrak{S} = \sqrt{\frac{(40000 + 2500)(100000 + 625) . 90000 . 2{,}25}{(90000 + 5625)(400000000 . 2{,}25 + 625 . 90000)}} = \sqrt{\frac{23409}{23409}} = 1$$

Такимъ образомъ, кажущееся общее сопротивленіе цѣпи

$$= \sqrt{\left(800 + \frac{200 . 100}{200 + 100}\right)^2 + 500^2 \left(2 + \frac{1 . 0{,}5}{1 + 0{,}5}\right)^2} = \sqrt{751111{,}69 + 1532879}$$

$$= 1511{,}288 \text{ ома}.$$

Наибольшая сила результирующаго тока въ главной цѣпи

$$I_{N(\max)} = \frac{10}{1511,288} = 0,0066169 \text{ ампера.}$$

Сила тока въ вѣтви $w_1 = I_{N(\max)} . x_1 = I'_{N(\max)}$

» » » » $w_2 = I_{N(\max)} . x_2 = I''_{N(\max)}$

гдѣ (форм. 24 h, i), при отношеніи $\lambda_1 : \lambda_2 = w_1 : w_2$, коэффиціентъ $x_1 = \frac{w_2}{w_1 + w_2}$, а $x_2 = \frac{w_1}{w_1 + w_2}$. Въ самомъ дѣлѣ, вычисляя по формуламъ 24, 24 a или 24 h, i, находимъ безразлично

$$x_1 = \sqrt{\frac{100^2 + (500 . 0,5)^2}{(100 + 200)^2 + [500(1 + 0,5)]^2}} = \sqrt{0,111} = 0,3333\ldots = \frac{100}{200 + 100}$$

и

$$x_2 = \sqrt{\frac{200^2 + (500 . 1)^2}{(100 + 200)^2 + [500(1 + 0,5)]^2}} = \sqrt{0,444\ldots} = 0,6666\ldots = \frac{200}{200 + 100}$$

Такимъ образомъ

$$I'_{N(\max)} = 0,0066169 . 0,33333 = 0,0022056113 \text{ ампера,}$$
$$I''_{N(\max)} = 0,0066169 . 0,66667 = 0,0044112887 \quad \text{»}$$

Примѣчаніе. Такъ какъ, при отношеніи $\lambda_1 : \lambda_2 = w_1 : w_2$, разность фазъ токовъ, протекающихъ въ обѣихъ вѣтвяхъ, равна нулю, то очевидно, что сумма наибольшихъ силъ токовъ въ этихъ вѣтвяхъ должна быть равна наибольшей силѣ тока, протекающаго въ главной цѣпи. Дѣйствительно, мы находимъ, что

$$I'_{N(\max)} + I''_{N(\max)} = I_{N(\max)}$$
$$0,0022056113 + 0,0044112887 = 0,0066169 \text{ ампера.}$$

991. Задача, обратная только что разсмотрѣнной, есть *опредѣленіе силы тока въ главной цѣпи при данной силѣ тока въ одной изъ параллельныхъ вѣтвей.*

Такъ какъ рѣшеніе этой задачи совершенно аналогично съ рѣшеніемъ вышеприведенныхъ задачъ опредѣленія силы тока въ вѣтвяхъ при данной силѣ тока въ главной цѣпи, то намъ нѣтъ надобности повторять уже разъ сдѣланныя вычисленія. Въ самомъ дѣлѣ, мы знаемъ, что если сила непрерывнаго постояннаго тока одного направленія въ главной цѣпи $= I$, и цѣпь распа-

дается на двѣ параллельныя вѣтви w_1 и w_2, то въ вѣтви w_1 сила тока равна

$$i_1 = I \frac{w_2}{w_1 + w_2}$$

тогда какъ при перемѣнномъ токѣ I_N въ главной цѣпи, наибольшая сила, достигаемая токомъ въ вѣтви w_1 (форм. 24), равна

$$I'_{N(\max)} = I_{N(\max)} \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi \lambda_2)^2}{(w_1 + w_2)^2 + [\phi(\lambda_1 + \lambda_2)]^2}} = I_{N(\max)} \varkappa_1$$

Далѣе, мы знаемъ (§ 387), что если извѣстна сила тока одного направленія i_1 въ вѣтви w_1, то въ главной цѣпи сила тока

$$I = i_1 \frac{w_1 + w_2}{w_2}$$

Отсюда, если извѣстна сила тока перемѣннаго направленія $I'_{N(\max)}$ въ вѣтви w_1, то въ главной цѣпи имѣемъ наибольшую силу результирующаго тока

$$I_{N(\max)} = I'_{N(\max)} \sqrt{\frac{(w_1 + w_2)^2 + [\phi(\lambda_1 + \lambda_2)]^2}{w_2^2 + (\phi \lambda_2)^2}} = I'_{N(\max)} \varkappa_1' \quad ..29)$$

или, при данномъ токѣ $I''_{N(\max)}$ въ вѣтви w_2,

$$I_{N(\max)} = I''_{N(\max)} \sqrt{\frac{(w_1 + w_2)^2 + [\phi(\lambda_1 + \lambda_2)]^2}{w_1^2 + (\phi \lambda_1)^2}} = I''_{N(\max)} \varkappa_2' \quad ..29a)$$

Въ частныхъ случаяхъ (сравн. стр. 887)

1) когда $\lambda_1 = 0$

$$\varkappa_1' = \sqrt{\frac{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_2)^2}{w_2^2 + (\phi \lambda_2)^2}} \qquad \varkappa_2' = \sqrt{\frac{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_2)^2}{w_1^2}} \quad ..29b, c)$$

2) когда $\lambda_2 = 0$

$$\varkappa_1' = \sqrt{\frac{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_1)^2}{w_2^2}} \qquad \varkappa_2' = \sqrt{\frac{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_1)^2}{w_1^2 + (\phi \lambda_1)^2}} \quad ...29d, e)$$

3) когда $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, или когда $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{w_1}{w_2}$

$$\varkappa_1' = \frac{w_1 + w_2}{w_2} \qquad \varkappa_2' = \frac{w_1 + w_2}{w_1} \quad ......29f, g)$$

LV. Измѣреніе силы тока перемѣннаго направленія электродинамометромъ, помѣщеннымъ въ отвѣтвленіи, и опредѣленіе разности потенціаловъ у точекъ вѣтвленія.

992. Зная законы вѣтвленія перемѣнныхъ токовъ, не трудно примѣнить законы эти на практикѣ при измѣреніи электродинамометромъ силы перемѣннаго тока чрезъ отвѣтвленіе, resp. разности потенціаловъ у точекъ вѣтвленія. Въ самомъ дѣлѣ, силу тока I_N въ неразвѣтвленной части проводника AB (рис. 236) можно измѣрить, включивъ электродинамометръ не только непосредственно въ эту часть цѣпи, но и помѣстивъ инструментъ въ отвѣтвленіе. Тогда имѣемъ въ неразвѣтвленной цѣпи токъ I_N, а въ вѣтвяхъ ея ($Cw_2 D$ и $Cw_1 D$) токи I''_N и I'_N. Разъ какъ сила тока I'_N опредѣлена электродинамометромъ, то мы легко можемъ вычислить и силу тока I_N.

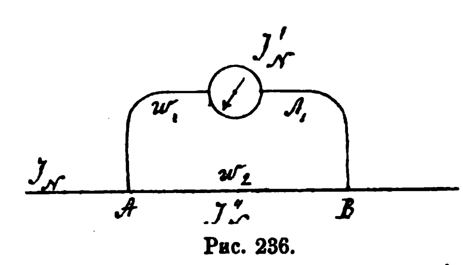


Рис. 236.

Если вѣтвь $Aw_2 B$ свободна отъ индукціи ($\lambda_2 = 0$), каковой случай имѣетъ наибольшее практическое значеніе, сопротивленіе электродинамометра $= w_1$, коэффиціентъ самоиндукціи его $= \lambda_1$ и чрезъ инструментъ течетъ измѣняющійся въ видѣ синусовидной кривой токъ $I'_{N(\max)}$, то, какъ мы знаемъ, сила тока въ главной цѣпи

$$I_{N(\max)} = I'_{N(\max)} x_1' = I'_{N(\max)} \sqrt{\frac{(w_1 + w_2)^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2}}$$

Подкоренную величину мы можемъ написать еще такъ:

$$\frac{(w_1 + w_2)^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2} = \left(\frac{w_1 + w_2}{w_2}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{\phi\lambda_1}{w_1 + w_2}\right)^2\right]$$

откуда видно, что въ случаѣ, если величина $(\phi\lambda_1)^2$ очень мала сравнительно съ величиною $(w_1 + w_2)^2$, то всѣмъ множителемъ

въ большихъ скобкахъ можно принебречь, такъ что наибольшая сила результирующаго тока въ главной цѣпи

$$I_{N(\max)} = I'_{N(\max)} \cdot \frac{w_1 + w_2}{w_2}$$

что соотвѣтствуетъ формулѣ измѣренія силы постояннаго тока одного направленія.

993. При измѣреніи силы тока въ главной цѣпи посредствомъ электродинамометра, помѣщеннаго въ отвѣтвленіи w_1, удобно въ качествѣ вѣтви w_2 брать такую свободную отъ индукціи часть главной цѣпи, при которой сила тока въ электродинамометрѣ (въ вѣтви w_1) составляла бы опредѣленную часть $\left(=\frac{1}{a}\right)$ силы тока въ главной цѣпи. Въ самомъ дѣлѣ, при этомъ условіи вмѣсто болѣе или менѣе сложныхъ вычисленій мы должны лишь умножить опредѣляемую инструментомъ силу тока на число a (причемъ наиболѣе удобно, если $a = 10, 100, 1000\ldots$).

Очевидно, что если мы желаемъ, чтобы

$$I'_{N(\max)} = \frac{1}{a} I_{N(\max)}$$

то коэффиціентъ $\varkappa_1$ долженъ быть равенъ $\frac{1}{a}$, другими словами нужно, чтобы

$$\varkappa_1 = \frac{1}{a} = \sqrt{\frac{w_2^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_1)^2}}$$

Для удовлетворенія этого равенства нужно опредѣлить то сопротивленіе w_2, которое должна имѣть отвѣтвляемая часть главной цѣпи.

Такъ какъ мы видимъ, что

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2 = \frac{w_2^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi \lambda_1)^2}$$

или

$$w_1^2 + 2 w_1 w_2 + w_2^2 + \phi^2 \lambda_1^2 = a^2 w_2^2$$

$$w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2 = w_2^2 (a^2 - 1) - 2 w_1 w_2$$

rspct.

$$\frac{w_1^2 + \phi^2 \lambda_1^2}{a^2 - 1} = w_2^2 - \frac{2 w_1}{a^2 - 1} w_2$$

то, рѣшая это квадратное уравненіе по общеизвѣстной формулѣ, находимъ, что *для того, чтобы измѣрить силу тока, протекающаго въ главной цѣпи, посредствомъ электродинамометра, помѣщеннаго въ отвѣтвленіи, необходимо инструментъ присоединить къ такой свободной отъ индукціи части главной цѣпи, сопротивленіе коей*

$$w_2 = \frac{2w_1}{2(a^2-1)} \pm \sqrt{\frac{(2w_1)^2}{4(a^2-1)^2} + \frac{w_1^2 + \not{p}^2 \lambda_1^2}{a^2-1}}$$
$$= \frac{\pm\sqrt{w_1^2 + (w_1^2 + \not{p}^2 \lambda_1^2)(a^2-1)} + w_1}{a^2-1}$$

причемъ силу тока, опредѣленную инструментомъ, должно помножить на величину a, которой удобно придать значенія 10, 100, 1000....

Изъ рѣшенія уравненія видно, что *найденная численная величина сопротивленія вѣтви w_2 будетъ удовлетворять требованію лишь при томъ числѣ періодовъ въ секунду, для котораго вычисленіе было сдѣлано.*

Примѣръ. Сопротивленіе обмотки электродинамометра = 200 омамъ, коэффиціентъ самоиндукціи = 1 квадранту; каково должно быть свободное отъ индукціи сопротивленіе той части главной цѣпи, въ отвѣтвленіе къ которой мы должны включить электродинамометръ, если чрезъ обмотку его должна течь $^1/_{10}$ часть тока, протекающаго въ главной цѣпи; $\not{p} = 2\pi n = 500$ въ секунду.

Итакъ,

$$w_1 = 200 \text{ омамъ},$$
$$w_2 \text{ — искомая величина},$$
$$\lambda_1 = 1 \text{ квадранту},$$
$$\lambda_2 = 0$$
$$\not{p} = 500$$
$$a = 10.$$

Отсюда

$$w_1 = \frac{\pm\sqrt{200^2 + (200^2 + 500^2 - 1^2)(10^2-1)} + 200}{10^2-1}$$
$$= \frac{\pm 5361{,}91 + 200}{99}$$

Такъ какъ искомое сопротивленіе не можетъ быть величиною отрицательною, то первое слагаемое мы должны принять за величину положительную. Тогда

$$w_1 = \frac{5361{,}91 + 200}{99} = 56{,}181 \text{ ома}.$$

Повѣрка: Для того, чтобы $I'_{N(max)} = {}^1/_{10}\ I_{N(max)}$, необходимо, чтобы коэффиціентъ $x_1 = {}^1/_{10}$.

При $\lambda_2 = 0$

$$x_1 = \sqrt{\frac{w_2^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi\lambda_1)^2}}$$

Подставивъ сюда имѣющіяся для w_1, λ_1 и ϕ и полученное для w_2 значенія, находимъ:

$$x_1 = \sqrt{\frac{56{,}181^2}{(200 + 56{,}181)^2 + (500.1)^2}} = \sqrt{0{,}01}$$

$$x_1 = 0{,}1$$

994. Относительно показаній электродинамометра, находящагося въ отвѣтвленіи, мы можемъ лишь повторить то, что было сказано въ главѣ LI относительно показаній этого инструмента при включеніи его въ главную цѣпь.

1) Такъ какъ истинная средняя сила протекающаго чрезъ электродинамометръ тока = 0,9003 части *измѣренной имъ силы* J_1' (сравн. §§ 962 и 966, а также § 965), то *средняя сила результирующаго тока въ главной цѣпи*

$$J_N = 0{,}9003\, x_1' J_1' = 0{,}9003\, x_1' . \sqrt{ca}$$

2) *Наибольшая сила результирующаго тока въ главной цѣпи* (§§ 963 и 965)

$$I_{N(max)} = 1{,}41425\, x_1' J_1' = 1{,}4142\, x_1' . \sqrt{ca}$$

3) *Протекающее въ главной цѣпи въ теченіе каждаго полупеwhich періода количество электричества* (§ 966)

$$Q_N = 0{,}45015\, x_1' J_1' = 0{,}45015\, x_1' . \sqrt{ca}$$

4) *Средняя разность потенціаловъ у зажимовъ инструмента* (§ 966)

$$(V - V')_M = 0{,}9003 . w_1 J_1' = 0{,}9003 . w_1 . \sqrt{ca}$$

5) *Наибольшая разность потенціаловъ у зажимовъ инструмента* (§ 966)

$$(V - V')_{max} = 1{,}41425 . w_1 J_1' = 1{,}4142 . w_1 . \sqrt{ca}$$

995. Должно помнить, что́ *на основаніи разности потенціаловъ, опредѣленной въ точкахъ вѣтвленія электродинамометромъ, нельзя еще сдѣлать никакого заключенія о силѣ тока въ параллельныхъ вѣтвяхъ, соединяющихся въ данныхъ точкахъ, такъ какъ этому препятствуетъ разность фазъ токовъ въ вѣтвяхъ.* Но искомую силу тока въ любой вѣтви можно опредѣлить инымъ путемъ:

Пусть главная цѣпь распадается на вѣтви w_1 и w_2, причемъ, какъ выше, сопротивленіе w_1 составляетъ обмотка электродинамометра, коэффиціентъ самоиндукціи коей $= \lambda_1$, тогда какъ коэффиціентъ самоиндукціи второй вѣтви $= 0$. Такъ какъ

$$I'_{N(\max)} = I_{N(\max)}\, \varkappa_1$$

$$I''_{N(\max)} = I_{N(\max)}\, \varkappa_2$$

и

$$I'_{N(\max)} : I''_{N(\max)} = I_{N(\max)}\, \varkappa_1 : I_{N(\max)}\, \varkappa_2$$

то искомая сила тока

$$I''_{N(\max)} = I'_{N(\max)} \frac{\varkappa_2}{\varkappa_1}$$

Возведя обѣ части уравненія въ квадрамъ, имѣемъ

$$I''^{\,2}_{N(\max)} = I'^{\,2}_{N(\max)} \cdot \frac{\varkappa_2^2}{\varkappa_1^2}$$

Подставивъ же значенія для $\varkappa_2^2$ и $\varkappa_1^2$ при $\lambda_2 = 0$, находимъ

$$I''^{\,2}_{N(\max)} = I'^{\,2}_{N(\max)} \cdot \frac{w_1^2 + (\phi\lambda_1)^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi\lambda_1)^2} : \frac{w_2^2}{(w_1 + w_2)^2 + (\phi\lambda_1)^2}$$

$$= I'^{\,2}_{N(\max)} \frac{w_2^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2}$$

Откуда

$$I''_{N(\max)} = I'_{N(\max)} \cdot \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2}}$$

Такъ какъ наибольшая результирующая сила тока

$$I'_{N(\max)} = 1{,}41425\, J_1'$$

гдѣ величину J_1' опредѣляемъ включеннымъ въ первую вѣтвь электродинамометромъ (стр. 839):

$$J_1' = 0{,}70709\sqrt{ca}$$

то искомая *наибольшая сила результирующаго тока въ вѣтви* w_2

$$I''_{N(\max)} = 1{,}41425\, J_1' . \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2}}$$

тогда какъ *средняя сила* того же тока

$$J_N'' = 0{,}63662\, I''_{N(\max)} = 0{,}9003\, J_1' \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2}}$$

и *въ каждомъ полуперіодѣ* тока протекаетъ *количество электричества*

$$Q_N'' = 0{,}3183 . \frac{1}{n}\, I''_{N(\max)} = 0{,}4501 . \frac{1}{n}\, J_1' \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2}}$$

$$= 0{,}4501 . \frac{1}{n}\sqrt{ca} . \sqrt{\frac{w_2^2 + (\phi\lambda_1)^2}{w_2^2}}$$

LXI. Дѣйствіе синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія въ параллелограммѣ Уитстона.

996. Особый практическій интересъ представляетъ распространеніе синусовиднаго тока перемѣннаго направленія въ сѣти проводниковъ, извѣстной подъ названіемъ параллелограмма Уитстона (§ 397). Мы знаемъ (§ 413), что въ случаѣ если сила непрерывнаго тока одного направленія, проходящаго въ одной изъ діагональныхъ вѣтвей параллелограмма, не измѣняется вслѣдствіе размыканія и замыканія другой діагональной вѣтви, то отношеніе сопротивленій двухъ послѣдовательно лежащихъ боковыхъ вѣтвей одной стороны параллелограмма Уитстона равно отношенію такихъ же вѣтвей другой стороны его. При этомъ безразлично, дѣйствуютъ ли электровозбудительныя силы лишь въ одной изъ діагоналей или также и въ боковыхъ вѣтвяхъ (§ 413). Слѣ-

довательно, примѣняя токъ одного направленія, мы можемъ измѣрить какъ сопротивленіе проводниковъ 1-го класса, такъ и сопротивленіе электролитовъ, включенныхъ между поляризующимися электродами, причемъ электровозбудительная сила поляризаціи никакого вліянія на измѣреніе сопротивленія не оказываетъ[1]). Тѣмъ не менѣе измѣреніе сопротивленія электролита при помощи тока одного направленія представляетъ два существенныхъ неудобства, которыя мы должны разсмотрѣть подробнѣе.

1) Вслѣдствіе электролиза измѣняется вещество электролита (въ особенности вблизи электродовъ), а слѣдовательно и первоначальное сопротивленіе его; чѣмъ сильнѣе измѣрительный токъ и чѣмъ значительнѣе продолжительность дѣйствія его, тѣмъ болѣе нарушаются первоначальныя свойства измѣряемаго тѣла. Уже поэтому должно предпочесть перемѣнный токъ току постояннаго направленія: перемѣнный токъ въ большинствѣ случаевъ измѣняетъ электролитъ менѣе, чѣмъ той же силы токъ одного направленія (см. § 489—490); въ особенности это относится къ синусовидному перемѣнному току, такъ какъ въ ту и другую сторону направленныя волны его идентичны (сравн. § 490)[2]).

2) Какъ намъ извѣстно (§ 398), главнѣйшій способъ измѣренія сопротивленій при помощи параллелограмма Уитстона заключается въ томъ, что, образовавъ изъ подлежащаго измѣренію проводника четвертую вѣтвь параллелограмма (w_4 — рис. 237), измѣняютъ сопротивленіе сравнительной вѣтви (w_3) до тѣхъ поръ, пока сила тока въ діагонали, содержащей гальванометръ (G), не будетъ болѣе измѣняться при замыканіи и размыканіи діагонали,

[1]) Соотвѣтствующее этому случаю размѣщеніе въ параллелограммѣ батареи, развивающей токъ, и измѣряемаго вольтаметра — будетъ разсмотрѣно въ спеціальной части. Впервые на возможность такого измѣренія указалъ Фрёлихъ, которому мы обязаны обобщеніемъ теоремы Уитстона.

[2]) До сихъ поръ въ большинствѣ руководствъ поводомъ примѣненія перемѣннаго тока при измѣреніи сопротивленія электролитовъ выставляется отсутствіе поляризаціи электродовъ. Между тѣмъ очевидно, что существеннѣйшее неудобство въ примѣненіи тока одного направленія заключается не въ сравнительно легко устранимомъ неудобствѣ возникновенія поляризаціи (ср. § 413), а въ значительныхъ измѣненіяхъ, претерпѣваемыхъ самимъ электролитомъ.

содержащей источникъ электричества (E). Если въ послѣдней діагонали дѣйствуетъ постоянная электровозбудительная сила и другихъ электровозбудительныхъ силъ во всемъ развѣтвленіи не имѣется, то при разомкнутой діагонали E сила тока въ G равна, конечно, нулю; поэтому сопротивленіе w_3 измѣняютъ до тѣхъ поръ, пока и при замкнутіи діагонали E стрѣлка гальванометра остается въ покоѣ (отсюда, въ данномъ случаѣ, разсматриваемый методъ получилъ названіе *метода приведенія къ нулю*). Достигнувъ того, что сопротивленія боковыхъ вѣтвей находятся въ извѣстномъ отношеніи

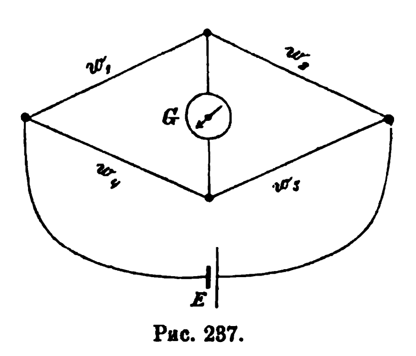


Рис. 287.

$$w_1 : w_2 = w_4 : w_3$$

находимъ искомое сопротивленіе

$$w_4 = \frac{w_1 w_3}{w_2}$$

Если вмѣсто источника постоянной электровозбудительной силы мы употребимъ источникъ синусовидной электровозбудительной силы перемѣннаго направленія, то въ качествѣ гальваноскопа G мы должны будемъ взять электродинамометръ (или телефонъ— о которомъ будетъ сказано все необходимое въ гл. LXIII). При этомъ, очевидно, нѣтъ причины къ измѣненію условій равновѣсія $w_1 : w_2 = w_4 : w_3$. *Употребляя перемѣнный токъ мы можемъ* (при извѣстныхъ условіяхъ) *пользоваться методомъ приведенія къ нулю, и въ томъ случаѣ если измѣряемое сопротивленіе представляетъ собою электролитъ, включенный между поляризующимися электродами,* такъ какъ послѣдніе мало поляризуются, коль скоро перемѣнный токъ не слишкомъ силенъ и электроды не слишкомъ малы (однимъ словомъ — коль скоро густота тока у

электродовъ не значительна; — см. § 537). Напротивъ, при постоянномъ токѣ въ этомъ случаѣ нельзя воспользоваться методомъ приведенія къ нулю, ибо постоянный токъ вызываетъ поляризацію электродовъ, благодаря которой токъ въ діагонали G не остается равнымъ нулю, если мы разомкнемъ діагональ E, достигнувъ предварительно положенія нуля путемъ измѣненія сопротивленія w_3 при замкнутой діагонали E[1]). Между тѣмъ, методъ приведенія къ нулю представляетъ столь существенныя преимущества, что невозможность воспользоваться имъ опять таки заставляетъ насъ при измѣреніи сопротивленій электролитовъ отдать предпочтеніе току перемѣннаго направленія.

997. Итакъ, мы пришли къ тому выводу, что измѣреніе сопротивленія электролита выгоднѣе всего производить при помощи перемѣннаго тока, пользуясь при этомъ электродинамометромъ (или телефономъ) въ качествѣ гальваноскопа.

Такъ какъ отклоненія подвижной катушки электродинамометра пропорціональны *квадрату* силы тока (§§ 816 и 820), протекающаго послѣдовательно чрезъ неподвижную и подвижную катушки прибора, то очевидно, что электродинамометромъ, вслѣдствіе малой чувствительности его, невозможно опредѣлить правильность отношеній вѣтвей ($w_1 : w_2 = w_4 : w_3$) параллелограмма съ такою точностью, какъ гальванометромъ (предполагается въ обоихъ случаяхъ токъ одного направленія). Точность измѣренія легко, однако, увеличить своеобразнымъ расположеніемъ катушекъ электродинамометра. Для этого въ діагональ (мостикъ) AGC (вынесенную, для ясности, на рис. 238 въ сторону отъ параллелограмма $ABCD$) включаемъ лишь подвижную катушку G электродинамометра, неподвижную же G' включаемъ въ діагональ $DEG'B$, заключающую въ то же время развивающую токъ эле-

---

[1]) При разомкнутой діагонали E и при дѣйствіи электровозбудительной силы поляризаціи въ вѣтви w_4, resp. въ цѣпи $w_1 - w_4$, вся система развѣтвленія представляетъ собою ничто иное какъ главную цѣпь $w_1 - w_4$, распадающуюся на параллельныя вѣтви G и $w_2 - w_3$; отсюда ясно, что ни въ G, ни въ $w_2 - w_3$ сила тока нулю ни при какихъ условіяхъ равна быть не можетъ.

ктровозбудительную силу E (одного или перемѣннаго направленія). Тогда, въ то время какъ чрезъ неподвижную катушку течетъ токъ, сила коего $=I$, чрезъ подвижную течетъ лишь часть

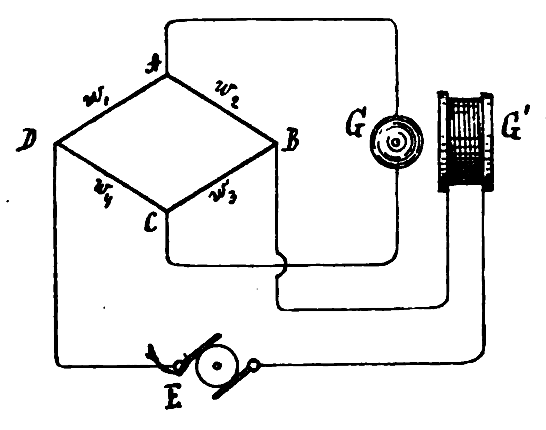


Рис. 238.

этого тока, равная по силѣ i. Какъ намъ извѣстно (§ 814), направляющая сила, испытываемая подвижною катушкою, со стороны неподвижной, равна въ этомъ случаѣ

$$\mathfrak{d} = \frac{2 F_1 F_2}{(\lambda^2 + r_1^2)^{3/2}} Ii$$

Если положимъ здѣсь и ниже $\frac{2 F_1 F_2}{(\lambda^2 + r_1^2)^{3/2}} = 1$, то

$$\mathfrak{d} = Ii$$

Если же обѣ катушки включены въ мостикѣ, т. е. если въ обѣихъ протекаетъ одинъ и тотъ же токъ i, то

$$\mathfrak{d}_1 = i^2$$

Очевидно, что

$$\mathfrak{d} : \mathfrak{d}_1 = Ii : i^2$$

Если направляющая сила $\mathfrak{d}_1$ столь мала, что вызываетъ отклоненіе подвижной катушки электродинамометра лишь на одно дѣ-

леніе шкалы инструмента, то очевидно, что при направляющей силѣ $\mathfrak{d}$ (т. е. при включеніи неподвижной катушки въ главную цѣпь, а подвижной въ мостикъ) мы получимъ бо́льшее отклоненіе, а именно пропорціальное произведенію Ii. Отклоненіе же на одно дѣленіе шкалы мы получимъ въ послѣднемъ случаѣ тогда, когда на подвижную катушку будетъ дѣйствовать та же направляющая сила $\mathfrak{d}_1$, которая обусловливалась токомъ i при послѣдовательномъ включеніи катушекъ. Но такъ какъ теперь мы имѣемъ не

$$\mathfrak{d}_1 = i^2$$

а

$$\mathfrak{d}_1 = Ii'$$

то изъ равенства

$$Ii' = i^2$$

видно, что при помѣщеніи подвижной катушки въ мостикѣ, а неподвижной въ главную цѣпь, для полученія отклоненія на одно дѣленіе шкалы достаточно, чтобы въ мостикѣ сила тока

$$i' = \frac{i^2}{I}$$

998. Такія простыя соотношенія мы имѣемъ, однако, лишь въ случаѣ тока одного направленія или, при токѣ перемѣннаго направленія, въ томъ случаѣ, когда боковыя вѣтви параллелограмма свободны отъ индукціи. Если же боковыя вѣтви отъ самоиндукціи (или, какъ мы увидимъ ниже, отъ относительно значительной электроемкости, rspct. поляризаціи) не свободны, въ діагонали же $DEG'B$ дѣйствуетъ синусовидная электровозбудительная сила перемѣннаго направленія (синусъ-индукторъ E рис. 238), то, при токѣ $i_{(max)}$ въ подвижной и токѣ $I_{(max)}$ въ неподвижной катушкѣ электродинамометра, отклоненія первой отнюдь не будутъ пропорціональны произведенію $i_{(max)} . I_{(max)}$. Въ самомъ дѣлѣ, мы должны принять въ соображеніе, что при токѣ измѣняющейся силы, направляющая сила, испытываемая подвижною катушкой, вообще *въ каждое данное мгновеніе* пропорціональна

произведенію абсолютныхъ силъ токовъ въ обѣихъ катушкахъ; если поэтому разность фазъ синусовидныхъ токовъ I и i равна нулю, то, принимая въ соображеніе, что сила каждаго изъ токовъ возрастаетъ отъ 0 до максимума и вновь падаетъ до нуля,— находимъ, что *средняя величина направляющей силы*, испытываемой подвижною катушкою, въ разсматриваемомъ случаѣ должна быть равна

$$\mathfrak{d}' = \frac{I_{(max)} \cdot i_{(max)}}{2}$$

Если же разность фазъ токовъ равна не нулю, а нѣкоторой ве-

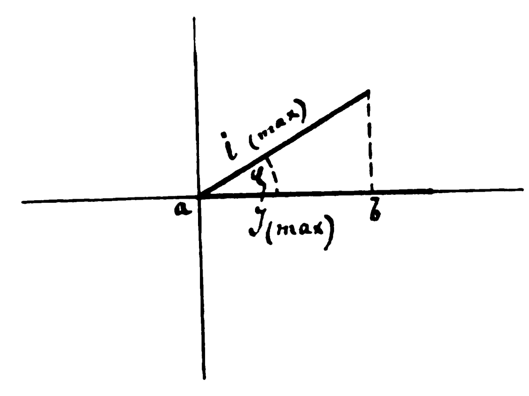


Рис. 239.

личинѣ φ, то, какъ видно изъ чертежа 239, въ то время какъ токъ I достигаетъ максимума, сила тока i равна не $i_{(max)}$, а

$$= ab = i_{(max)} \cos \varphi$$

слѣдовательно направляющая сила въ данный моментъ будетъ лишь

$$= \mathfrak{d}'' = I_{(max)} \cdot i_{(max)} \cos \varphi$$

Мы видимъ (см. рис.), что величина $\mathfrak{d}''$ имѣетъ наибольшее значеніе именно въ тотъ моментъ, когда I достигаетъ максимума; начиная съ этого момента $\mathfrak{d}''$ постепенно падаетъ до нуля съ тѣмъ,

чтобы чрезъ $\frac{1}{2}$ періода достигнуть прежняго максимума и т. д. Такимъ образомъ, средняя величина направляющей силы

$$= \frac{I_{(max)}\, i_{(max)}}{2} \cos\varphi \dots\dots\dots\dots\dots a)$$

Отсюда видно, что въ случаѣ, если $\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$, слѣдовательно $\cos\varphi = 0$,—направляющая сила $\mathfrak{d} = 0$. Въ этомъ случаѣ, если продолжительность одного періода тока ничтожна сравнительно съ продолжительностью полнаго качанія катушки, — послѣдняя не отклонится изъ своего первоначальнаго положенія покоя, каковы бы ни были силы токовъ въ катушкахъ. Это не трудно уяснить себѣ и безъ помощи математическихъ выкладокъ: если въ предшествовавшемъ чертежѣ $I_{(max)}$ и $i_{(max)}$ расположить подъ прямымъ угломъ другъ къ другу, то мы видимъ, что произведеніе Ii (rspct. направляющая сила $\mathfrak{d}$) въ теченіе полнаго періода четыре раза $=0$ и четыре раза достигаетъ нѣкоторыхъ численно равныхъ величинъ, имѣющихъ попеременно противоположные знаки, — другими словами, видимъ, что направляющая сила $\mathfrak{d}$ дѣйствуетъ на подвижную катушку попеременно то въ томъ, то въ другомъ направленіи въ равной степени. Вслѣдствіе этого, при быстро слѣдующихъ другъ за другомъ импульсахъ, катушка необходимо должна остаться въ покоѣ.

999. Итакъ, мы пришли къ слѣдующему выводу: *если въ одной изъ діагоналей параллелограмма Уитстона дѣйствуетъ синусовидная электровозбудительная сила перемѣннаго направленія и въ діагонали этой включена неподвижная катушка электродинамометра, тогда какъ подвижная включена въ другой діагонали (въ мостикъ), то отсутствіе отклоненій подвижной катушки, при размыканіи и замыканіи тока, можетъ быть обусловлено или отсутствіемъ тока въ мостикѣ или тѣмъ обстоятельствомъ, что токъ въ мостикѣ съ токомъ въ неподвижной катушкѣ образуетъ разность фазъ* $= \frac{\pi}{2}$ [1]).

---

[1]) Если вмѣсто электродинамометра мы имѣемъ включенный въ мостикѣ телефонъ, то инструментъ этотъ перестаетъ звучать, конечно, лишь при от-

Разсмотримъ подробно условія, когда имѣетъ мѣсто то и другое.

Для этого мы должны будемъ разсматривать законы вѣтвленія синусовиднаго перемѣннаго тока съ точки зрѣнія отличной отъ той, съ которой мы разсматривали вопросы о вѣтвленіи токовъ до сихъ поръ. Мы начнемъ съ самаго начала со случая наиболѣе сложнаго.

Пусть a и b (рис. 240) суть двѣ точки вѣтвленія къ нѣкоторой сложной сѣти и пусть вѣтви обладаютъ не только извѣстными коэффиціентами самоиндукціи, но и нѣкоторыми электроемкостями, т. е. пусть электроемкость вѣтвей на столько велика, что для того, чтобы разность потенціаловъ конечныхъ точекъ ихъ достигла желаемой величины, необходимо затратить на заряженіе ихъ нѣкоторое количество электричества Q на столько значительное, что принебречь имъ невозможно. Всего удобнѣе представить себѣ, что къ каждой вѣтви присоединенъ конденсаторъ, обложки коего съ точками вѣтвленія a b соединены проводниками, сопротивленіе, самоиндукція и емкость коихъ равны нулю.

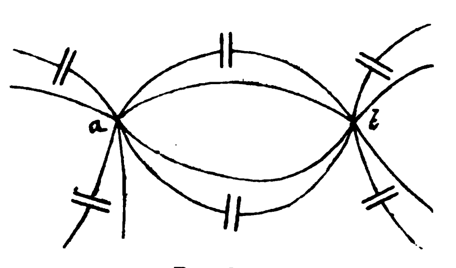


Рис. 240.

Разсмотримъ одну такую вѣтвь.

Если λ — коэффиціентъ самоиндукціи вѣтви,
» C — электроемкость ея,
» w — сопротивленіе,
» I — сила тока въ вѣтви въ моментъ τ,

сутствіи тока въ мостикѣ. Какъ мы увидимъ ниже, послѣднее условіе не всегда достижимо, даже и при отношеніи сопротивленій $w_1 : w_2 = w_4 : w_3$. Между прочимъ, мы увидимъ, что токъ не можетъ исчезнуть въ томъ случаѣ, если сопротивленіе w_4 состоитъ изъ электролита, заключеннаго между поляризованными электродами.

то очевидно, что въ разсматриваемой вѣтви въ данный моментъ дѣйствуютъ электровозбудительныя силы: 1) самоиндукціи $\lambda \frac{dI}{d\tau}$, 2) разности потенціаловъ wI и 3) разности потенціаловъ $V - V_1$ обложекъ воображаемаго конденсатора. Такъ какъ величина $\lambda \frac{dI}{d\tau}$ дѣйствуетъ въ направленіи противоположномъ величинамъ wI и $V - V_1$, то мы имѣемъ

$$\lambda \frac{dI}{d\tau} + wI + (V - V_1) = E \ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

гдѣ E есть сумма индуктированныхъ электровозбудительныхъ силъ, дѣйствующихъ въ разсматриваемой вѣтви.

Перемѣнивъ всѣ знаки, имѣемъ

$$-\lambda \frac{dI}{d\tau} - wI - (V - V_1) = -E$$

откуда

$$-(V - V_1) = -E + \lambda \frac{dI}{d\tau} + wI$$

$$= \lambda \frac{dI}{d\tau} + wI - E \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

1000. Изъ этихъ уравненій мы можемъ вывести извѣстные намъ законы Кирхгофа (§§ 381—385), обобщая ихъ для случая дѣйствія измѣняющихся электровозбудительныхъ силъ въ сѣти представляющей самоиндукцію и электроемкость.

Первый законъ Кирхгофа.

Очевидно, что въ то время какъ въ вѣтви ab протекаетъ количество электричества I и разность потенціаловъ въ точкахъ вѣтвленія достигаетъ величины Iw, на зарядъ конденсатора тратится количество электричества

$$Q = C \frac{d(V - V_1)}{d\tau} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3)$$

гдѣ $\frac{d(V - V_1)}{d\tau}$ есть та разность потенціаловъ, которой обложки конденсатора достигли въ разсматриваемый моментъ τ. Замѣняя

величину $V - V_1$ найденнымъ для нея выше выраженіемъ, получаемъ

$$Q = C\frac{d}{d\tau}\left\{\lambda\frac{dI}{d\tau} + wI - E\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots 4)$$

Если въ нѣкоторой точкѣ сходятся нѣсколько вѣтвей, то сумма количествъ электричества, притекающихъ и оттекающихъ отъ данной точки вѣтвленія, равна нулю (§ 381). Этотъ первый законъ Кирхгофа въ нашемъ случаѣ выражается, какъ мы видимъ, формулой

$$\sum\left\{I + C\frac{d}{d\tau}\left[\lambda\frac{dI}{d\tau} + wI - E\right]\right\} = 0\ldots\ldots\ldots 5)$$

1001. *Второй законъ Кирхгофа.*

Если неразвѣтвленная замкнутая цѣпь состоитъ изъ нѣсколькихъ — напр. двухъ — звеньевъ съ коэффиціентами самоиндукціи λ_1 и λ_2, то, согласно легко понятному обобщенію втораго закона Кирхгофа (§ 383) имѣемъ: *сумма дѣйствующихъ въ цѣпи электровозбудительныхъ силъ самоиндукціи и произведеній силъ токовъ на соотвѣтствующія сопротивленія составляетъ алгебраическую сумму дѣйствующихъ въ цѣпи электровозбудительныхъ силъ.* Въ данномъ случаѣ

$$\lambda_1\frac{dI}{d\tau} + w_1 I + \lambda_2\frac{dI}{d\tau} + w_2 I = \Sigma E$$

или, вообще,

$$\sum\left\{\lambda\frac{dI}{d\tau} + wI\right\} = \Sigma E\ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

Очевидно, что $\Sigma E = E_0$, т. е. дѣйствующей въ цѣпи электровозбудительной силѣ дифференціальнаго тока.

Точно также и въ случаѣ, когда главная цѣпь распадается на сѣть вѣтвей съ коэффиціентами самоиндукціи λ_1, λ_2, λ_3... и емкостями C_1, C_2, C_3..., — для *всей* сѣти вѣтвей

$$\sum\left\{\lambda\frac{dI}{d\tau} + wI\right\} = \Sigma E = E_0$$

1002. *Третій законъ Кирхгофа.*

Если мы будемъ разсматривать не всю сѣть, а такую замкнутую часть ея, которая самостоятельныхъ электровозбудительныхъ силъ не содержитъ (т. е. не заключаетъ главной цѣпи съ дѣйствующею въ ней электровозбудительною силой E_0), то, согласно обобщенію третьяго закона Кирхгофа, имѣемъ: *въ замкнутой части сѣти, не заключающей главной цѣпи, алгебраическая сумма дѣйствующихъ электровозбудительныхъ силъ самоиндукціи и произведеній силъ токовъ на соотвѣтствующія сопротивленія равна нулю*, т. е. находимъ (изъ 6-го уравненія)

$$\sum \left\{ л \frac{dI}{d\tau} + wI \right\} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

$$\Sigma E = 0$$

Въ тѣхъ случаяхъ, когда $\Sigma E = 0$, найденное нами выше (см. формулу 5) выраженіе

$$\sum \left\{ I + C \frac{d}{d\tau} \left[л \frac{dI}{d\tau} + wI - E \right] \right\} = 0$$

можетъ быть замѣнено выраженіемъ

$$\sum \left\{ I + C \frac{d}{d\tau} \left(л \frac{dI}{d\tau} + wI \right) \right\} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots 8)$$

т. е. послѣднее выраженіе примѣнимо для всѣхъ точекъ вѣтвленія, за исключеніемъ конечныхъ точекъ главной цѣпи.

1003. Пусть въ главной цѣпи дѣйствуетъ синусовидная электровозбудительная сила, причемъ сила тока въ этой цѣпи выражается извѣстною намъ формулой

$$I_N = I_{N(\max)} \sin 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$$

или, при

$$I_{N(\max)} = 1$$

$$I_N = \sin 2\pi \frac{\tau'}{\tau}$$

$$= \sin 2\pi n \tau'$$

$$= \sin ф\tau'$$

Такъ какъ выраженіе $\sin x$ можно разложить въ безконечный рядъ

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \frac{x^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \ldots$$

то для выраженія $\sin \phi\tau'$ имѣемъ

$$\sin \phi\tau' = \phi\tau' - \frac{(\phi\tau')^3}{1.2.3} + \frac{(\phi\tau')^5}{1.2.3.4.5} - \frac{(\phi\tau')^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \ldots$$

Умноживъ обѣ части этого уравненія на $\sqrt{-1}$, имѣемъ

$$(\sin \phi\tau')\sqrt{-1} = \phi\tau'\sqrt{-1} - \frac{(\phi\tau'\sqrt{-1})^3}{1.2.3} + \frac{(\phi\tau'\sqrt{-1})^5}{1.2.3.4.5} - \\ - \frac{(\phi\tau'\sqrt{-1})^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \ldots$$

Если мы положимъ, что

$$\phi\sqrt{-1} = \phi_0$$

и примемъ въ соображеніе, что

$$(\sqrt{-1})^3 = -\sqrt{-1}$$
$$(\sqrt{-1})^5 = +\sqrt{-1}$$
$$(\sqrt{-1})^7 = -\sqrt{-1}$$

то

$$(\sin \phi\tau')\sqrt{-1} = \phi_0\tau' + \frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3} + \frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5} + \frac{(\phi_0\tau')^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \ldots$$

Преобразуемъ теперь этотъ рядъ такимъ образомъ:

$$(\sin \phi\tau')\sqrt{-1} = \frac{1}{2}\left\{2\left[\phi_0\tau' + \frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3} + \frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5} + \\ + \frac{(\phi_0\tau')^7}{1.2.3.4.5.6.7} \ldots\right]\right\}$$

или

$$(\sin \phi\tau')\sqrt{-1} = \frac{1}{2}\left\{\left(\phi_0\tau' + \frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3} + \frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5} + \\ + \frac{(\phi_0\tau')^7}{1.2.3.4.5.6.7} \ldots\right) + \left(\phi_0\tau' + \frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3} + \frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5} + \\ + \frac{(\phi_0\tau')^7}{1.2.3.4.5.6.7} \ldots\right)\right\}$$

Если мы во второй части равенства къ первому слагаемому прибавимъ члены

$$1,\ \frac{(\phi_0\tau)^2}{1.2},\ \frac{(\phi_0\tau)^4}{1.2.3.4}\ \text{и т. д.,}$$

а отъ втораго слагаемаго тѣ же члены отнимемъ, то равенство не нарушится:

$$(\sin\phi\tau')\sqrt{-1}=\frac{1}{2}\Big\{\Big(1+\phi_0\tau'+\frac{(\phi_0\tau')^2}{1.2}+\frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3}+\frac{(\phi_0\tau')^4}{1.2.3.4}+$$

$$+\frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5}+\ldots\Big)+\Big(-1+\phi_0\tau'-\frac{(\phi_0\tau')^2}{1.2}+\frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3}-$$

$$-\frac{(\phi_0\tau')^4}{1.2.3.4}+\frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5}-\ldots\Big)\Big\}$$

или

$$(\sin\phi\tau')\sqrt{-1}=\frac{1}{2}\Big\{1+\phi_0\tau'+\frac{(\phi_0\tau')^2}{1.2}+\frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3}+\frac{(\phi_0\tau')^4}{1.2.3.4}+$$

$$+\frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5}+\ldots\Big)-\Big(1-\phi_0\tau'+\frac{(\phi_0\tau')^2}{1.2}-\frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3}+$$

$$+\frac{(\phi_0\tau')^4}{1.2.3.4}-\frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5}+\ldots\Big)\Big\}$$

Разсматривая оба слагаемыхъ ряда отдѣльно, мы видимъ, что, на основаніи формулъ Тайлора,

$$e^x=1+x+\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^3}{1.2.3}+\frac{x^4}{1.2.3.4}+\frac{x^5}{1.2.3.4.5}\ldots$$

и

$$e^{-x}=1-x+\frac{x^2}{1.2}-\frac{x^3}{1.2.3}+\frac{x^4}{1.2.3.4}-\frac{x^5}{1.2.3.4.5}\ldots$$

(гдѣ e есть основаніе Неперовыхъ логариѳмовъ) слагаемыя можно представить въ видѣ $e^{\phi_0\tau'}$ rspct. $e^{-\phi_0\tau'}$:

$$e^{\phi_0\tau'}=1+\phi_0\tau'+\frac{(\phi_0\tau')^2}{1.2}+\frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3}+\frac{(\phi_0\tau')^4}{1.2.3.4}+\frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5}\ldots$$

$$e^{-\phi_0\tau'}=1-\phi_0\tau'+\frac{(\phi_0\tau')^2}{1.2}-\frac{(\phi_0\tau')^3}{1.2.3}+\frac{(\phi_0\tau')^4}{1.2.3.4}-\frac{(\phi_0\tau')^5}{1.2.3.4.5}\ldots$$

вслѣдствіе чего

$$(\sin \phi\tau')\sqrt{-1} = \tfrac{1}{2}\left(e^{\phi_0\tau'} - e^{-\phi_0\tau'}\right)$$

и отсюда сила тока въ главной цѣпи въ моментъ τ' равна

$$I_N = \sin \phi\tau' = \frac{1}{2.\sqrt{-1}}\left(e^{\phi_0\tau'} - e^{-\phi_0\tau'}\right) \ldots\ldots\ldots 9)$$

Приравняемъ сначала силу тока I_N величинѣ $e^{\phi_0\tau'}$, т. е. положимъ, что

$$I_N = e^{\phi_0\tau'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a)$$

тогда сила тока въ любой вѣтви будетъ

$$I = \varkappa e^{\phi_0\tau'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots b)$$

гдѣ $\varkappa$ есть уже извѣстный намъ (см. § 987) сложный коэффиціентъ, различный для различныхъ вѣтвей.

Такъ какъ въ разсматриваемомъ случаѣ мы не предполагаемъ въ вѣтвяхъ самостоятельныхъ электровозбудительныхъ силъ, то, на основаніи обобщеннаго нами 3-го закона Кирхгофа, имѣемъ (формула 7)

$$\sum\left\{л\frac{dI}{d\tau} + wI\right\} = \Sigma E = 0$$

Подставивъ сюда на мѣсто I принятое нами для него значеніе, находимъ

$$\sum\left\{л\frac{d(\varkappa e^{\phi_0\tau'})}{d\tau'} + w\varkappa e^{\phi_0\tau'}\right\} = 0$$

или [1])

$$\Sigma\left\{л\varkappa\phi_0 e^{\phi_0\tau'} + w\varkappa e^{\phi_0\tau'}\right\} = 0$$

---

[1]) На основаніи формулы изъ дифференціальнаго исчисленія:

$$\frac{da^{\xi\omega}}{d\omega} = \xi a^{\xi\omega}$$

гдѣ α и ξ суть постоянныя, какъ у насъ e и ϕ_0, а ω — нѣкоторая перемѣнная величина, какъ у насъ τ'.

Выводя общаго множителя $\varkappa e^{\phi_0 \tau'}$ за скобки, имѣемъ

$$\Sigma \left\{ (\lambda \phi_0 + w) \varkappa e^{\phi_0 \tau'} \right\} = 0$$

Приравнявъ

$$\lambda \phi_0 + w = a \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots c)$$

получимъ

$$\Sigma \left\{ a \varkappa e^{\phi_0 \tau'} \right\} = 0$$

или

$$e^{\phi_0 \tau'} \Sigma a \varkappa = 0$$

Такъ какъ выведенный за знакъ суммы множитель $e^{\phi_0 \tau'}$ приравненъ нами силѣ тока въ главной цѣпи, то нулю онъ равенъ быть не можетъ, а потому все выраженіе $e^{\phi_0 \tau'} \Sigma a \varkappa = 0$ только въ случаѣ, когда

$$\Sigma a \varkappa = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots d)$$

Отсюда слѣдуетъ, что выведенное равенство обусловливается не силою тока въ главной цѣпи, а величиною коэффиціентовъ $\varkappa$ и a, причемъ, какъ мы только что видѣли, $a = \lambda \phi_0 + w$. Согласно 1-му закону Кирхгофа (§ 1000) алгебраическая сумма силъ токовъ

$$\sum \left\{ I + C \frac{d}{d\tau} \left(wI + \lambda \frac{dI}{d\tau} \right) \right\} = 0$$

Подставивъ сюда на мѣсто I его значеніе ($I = \varkappa e^{\phi_0 \tau'}$), находимъ:

$$\sum \left\{ \varkappa e^{\phi_0 \tau'} + C \frac{d}{d\tau} \left[w \varkappa e^{\phi_0 \tau'} + \lambda \frac{d(\varkappa e^{\phi_0 \tau'})}{d\tau} \right] \right\} = 0$$

Такъ какъ (см. примѣчаніе на стр. 917)

$$\frac{d(\varkappa e^{\phi_0 \tau'})}{d\tau} = \varkappa \phi_0 e^{\phi_0 \tau'}$$

то

$$\left[w \varkappa e^{\phi_0 \tau'} + \lambda \frac{d(\varkappa e^{\phi_0 \tau'})}{d\tau} \right] = w \varkappa e^{\phi_0 \tau'} + \lambda \varkappa \phi_0 e^{\phi_0 \tau'}$$

$$= (w + \lambda \phi_0) \varkappa e^{\phi_0 \tau'}$$

и потому имѣемъ

$$\sum\left\{\varkappa e^{\phi_0\tau'}+C\frac{d}{d\tau}\left[(w+\lambda\phi_0)\varkappa e^{\phi_0\tau'}\right]\right\}=0$$

Но по формулѣ

$$\frac{da^{\xi\omega}}{d\omega}=\xi a^{\xi\omega}$$

мы находимъ, что

$$\frac{d\left[(w+\lambda\phi_0)\varkappa e^{\phi_0\tau'}\right]}{d\tau}=(w+\lambda\phi_0)\varkappa\phi_0 e^{\phi_0\tau'}$$

а потому имѣемъ

$$\Sigma\left\{\varkappa e^{\phi_0\tau'}+C(w+\lambda\phi_0)\phi_0\varkappa e^{\phi_0\tau'}\right\}=0$$

или

$$\Sigma\left\{[1+C\phi_0(w+\lambda\phi_0)]\varkappa e^{\phi_0\tau'}\right\}=0$$

Приравнивая

$$1+C\phi_0(w+\lambda\phi_0)=b\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots e)$$

имѣемъ

$$\Sigma b\varkappa e^{\phi_0\tau'}=0$$

или

$$e^{\phi_0\tau'}\Sigma b\varkappa=0$$

Такъ какъ $e^{\phi_0\tau'}$ мы приравняли I_N, то послѣднее выведенное нами выраженіе можетъ быть равно нулю лишь въ томъ случаѣ, когда

$$\Sigma b\varkappa=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots f)$$

Такимъ образомъ, значеніе выраженія $e^{\phi_0\tau'}\Sigma b\varkappa$ опредѣляется не силою тока въ главной цѣпи, а величиною коэффиціентовъ $\varkappa$ и b, причемъ, какъ мы видѣли,

$$b=1+C\phi_0(w+\phi_0\lambda)$$

Только для конечныхъ точекъ главной цѣпи въ выраженіи $e^{\phi_0\tau'}\Sigma b\varkappa$ необходимо

$$\Sigma b\varkappa=1\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots g)$$

Теперь приравняемъ силу тока въ главной цѣпи величинѣ $e^{-\phi_0\tau'}$, т. е. допустимъ, что

$$I_N = e^{-\phi_0\tau'} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{a}_1)$$

Тогда сила тока въ любой вѣтви будетъ равна

$$I = \varkappa' e^{-\phi_0\tau'} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{b}_1)$$

Подставивъ новое значеніе для I въ формулу

$$\sum \left\{ \lambda \frac{dI}{d\tau} + wI \right\} = 0$$

подобно предыдущему получаемъ

$$e^{-\phi_0\tau'} \Sigma \varkappa' a' = 0$$

или

$$\Sigma \varkappa' a' = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{d}_1)$$

гдѣ

$$a' = w - \phi_0 \lambda \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{c}_1)$$

Подобнымъ же образомъ, подставляя значеніе I въ формулу

$$\sum \left\{ I + C \frac{d}{d\tau} \left(wI + \lambda \frac{dI}{d\tau} \right) \right\} = 0$$

получимъ, что

$$e^{-\phi_0\tau'} \Sigma b' \varkappa' = 0$$

или

$$\Sigma b' \varkappa' = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{f}_1)$$

гдѣ

$$b' = 1 - C\phi_0 (w - \phi_0 \lambda) \dots\dots\dots\dots \text{e}_1)$$

Такимъ образомъ мы получили четыре уравненія:

$$\Sigma a\varkappa = 0 \qquad \Sigma a' \varkappa' = 0$$

$$\Sigma b\varkappa = 0 \qquad \Sigma b' \varkappa' = 0$$

изъ коихъ намъ нужно вычислить значенія коэффиціентовъ $\varkappa$ и $\varkappa'$.

Какъ намъ извѣстно (см. § 987), коэффиціенты $\varkappa$ и $\varkappa'$ мы можемъ вообще выразить слѣдующимъ образомъ:

$$\varkappa = m + n\sqrt{-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{h)}$$

$$\varkappa' = m - n\sqrt{-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{i)}$$

гдѣ m и n суть величины реальныя.

Такъ какъ сила тока въ главной цѣпи (форм. 9)

$$I_N = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\left(e^{\phi_0\tau'} - e^{-\phi_0\tau'}\right)$$

то, согласно сдѣланнымъ нами выводамъ, сила тока въ любой вѣтви равна (сравн. форм. b и b_1)

$$I = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\left(\varkappa e^{\phi_0\tau'} - \varkappa' e^{-\phi_0\tau'}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots 10)$$

или, подставивъ на мѣсто $\varkappa$ и $\varkappa'$ ихъ значенія,

$$I = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\left[\left(m + n\sqrt{-1}\right)e^{\phi_0\tau'} - \left(m - n\sqrt{-1}\right)e^{-\phi_0\tau'}\right]$$

Припомнимъ теперь (см. стр. 915), что $\phi_0 = \phi\sqrt{-1} = 2\pi n\sqrt{-1}$. Тогда

$$e^{\phi_0\tau'} = e^{\phi\sqrt{-1}.\tau'}$$

$$e^{-\phi_0\tau'} = e^{-\phi\sqrt{-1}.\tau'}$$

слѣдовательно

$$I = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\left[\left(m + n\sqrt{-1}\right)e^{\phi\sqrt{-1}\tau'} - \left(m - n\sqrt{-1}\right)e^{-\phi\sqrt{-1}\tau'}\right]$$

Принимая въ соображеніе формулы Эйлера для выраженія степени основанія Неперовыхъ логариѳмовъ e чрезъ cos и sin

$$e^{u\sqrt{-1}} = \cos u + \sqrt{-1}\,.\sin u$$

$$e^{-u\sqrt{-1}} = \cos u - \sqrt{-1}\,.\sin u$$

мы видимъ, что

$$e^{\phi_0 \tau'} = \cos \phi \tau' + \sqrt{-1} \,.\, \sin \phi \tau'$$
$$e^{-\phi_0 \tau'} = \cos \phi \tau' - \sqrt{-1} \,.\, \sin \phi \tau'$$

Подставляя эти значенія для $e^{\phi_0 \tau'}$ и $e^{-\phi_0 \tau'}$ въ формулу для силы тока I, получаемъ

$$I = \frac{1}{2\sqrt{-1}} \Big\{ (m + n\sqrt{-1})\,(\cos \phi\tau' + \sqrt{-1} \,.\, \sin \phi\tau') -$$
$$- (m - n\sqrt{-1})\,(\cos \phi\tau' - \sqrt{-1} \,.\, \sin \phi\tau') \Big\}$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{-1}} \Big\{ m \cos \phi\tau' + \sqrt{-1} \,.\, n \cos \phi\tau' + \sqrt{-1} \,.\, m \sin \phi\tau' +$$
$$+ (\sqrt{-1})^2 \,.\, n \sin \phi\tau' - m \,.\, \cos \phi\tau' + \sqrt{-1} \,.\, n \cos \phi\tau' +$$
$$+ \sqrt{-1} \,.\, m \sin \phi\tau' - (\sqrt{-1})^2 \,.\, n \sin \phi\tau' \Big\}$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{-1}} \{ \sqrt{-1} \,.\, n \cos \phi\tau' + \sqrt{-1} \,.\, m \sin \phi\tau' +$$
$$+ \sqrt{-1} \,.\, n \cos \phi\tau' + \sqrt{-1}\, m \,.\, \sin \phi\tau' \}$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{-1}} \{ 2\sqrt{-1} \,.\, n \cos \phi\tau' + 2\sqrt{-1} \,.\, m \sin \phi\tau' \}$$

или

$$I = n \cos \phi\tau' + m \sin \phi\tau' \ldots\ldots\ldots\ldots 11)$$

Если сила тока въ главной цѣпи выражается формулой

$$I_N = \sin \phi\tau'$$

то, очевидно, что въ вѣтвяхъ она выразится формулой

$$I = \varkappa \sin (\phi\tau' - \varphi)$$
$$= \varkappa \sin \phi\tau' \cos \varphi - \varkappa \sin \varphi \cos \phi\tau'$$

гдѣ φ есть разность фазъ обоихъ токовъ.

Сравнивая послѣднее выраженіе съ только что выведеннымъ нами (11)

$$I = n \cos \phi\tau' + m \sin \phi\tau'$$

мы видимъ, что

$$m = \varkappa \cos\varphi$$

а

$$n = -\varkappa \sin\varphi$$

а такъ какъ

$$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \operatorname{tg}\varphi$$

то, слѣдовательно

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\varkappa \sin\varphi}{\varkappa \cos\varphi} = -\frac{n}{m} \qquad 12)$$

чѣмъ и опредѣляется разность фазъ φ.

Изъ уравненія

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{-n}{m}$$

находимъ

$$m \sin\varphi = -n \cos\varphi$$

Возведя обѣ части равенства въ квадратъ, имѣемъ

$$m^2 \sin^2\varphi = n^2 \cos^2\varphi$$

или, такъ какъ

$$\cos^2\varphi = 1 - \sin^2\varphi$$

то

$$m^2 \sin^2\varphi = n^2 - n^2 \sin^2\varphi$$

откуда

$$m^2 \sin^2\varphi + n^2 \sin^2\varphi = n^2$$

$$(m^2 + n^2) \sin^2\varphi = n^2$$

$$\sin^2\varphi = \frac{n^2}{m^2 + n^2}$$

и

$$\sin\varphi = \frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2}} \qquad 13)$$

Съ другой стороны, изъ того же уравненія

$$m \sin\varphi = -n \cos\varphi$$

находимъ, что

$$m = \frac{-n.\cos\varphi}{\sin\varphi} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 14)$$

Подставивъ въ формулу (11)

$$I = n \cos \phi\tau' + m \sin \phi\tau'$$

на мѣсто m найденную для него величину, получимъ

$$I = n \cos \phi\tau' - \frac{n.\cos\varphi}{\sin\varphi} \sin \phi\tau'$$

или

$$I = \frac{n \sin\varphi.\cos\phi\tau' - n \cos\varphi.\sin\phi\tau'}{\sin\varphi}$$

а такъ какъ (13) $\sin\varphi = \frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}$, то

$$I = \frac{n \sin\varphi.\cos\phi\tau' - n \cos\varphi.\sin\phi\tau'}{\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}}$$

$$= \sqrt{m^2+n^2} (\sin\varphi \cos\phi\tau' - \cos\varphi \sin\phi\tau')$$

или

$$I = -\sqrt{m^2+n^2}.\sin(\phi\tau' - \varphi) \dots\dots\dots\dots 15)$$

гдѣ уголъ φ заключается между 270 и 360° (между $\frac{3\pi}{2}$ и 2π), ибо, какъ выше было найдено, тангенсъ этого угла $= -\frac{n}{m}$. Смыслъ формулы, выведенной для величины I, не измѣнится, если уголъ φ (фаза запаздыванія) будетъ заключаться въ предѣлѣ между 0 и 90° $\left(0 \text{ и } \frac{\pi}{2}\right)$. Какъ видимъ, въ приведенномъ для I выраженіи, величина $\sqrt{m^2+n^2}$ есть извѣстный намъ множитель x.

1004. Изъ послѣдняго найденнаго для силы тока I выраженія мы выводимъ слѣдующія слѣдствія:

1) Если при данномъ числѣ періодовъ въ секунду токъ въ одной изъ вѣтвей сѣти долженъ исчезнуть, то необходимо, чтобы

$$m = 0 \text{ и } n = 0$$

ибо только при этомъ условіи

$$\sqrt{m^2+n^2}=0$$

2) Токъ въ данной вѣтви съ токомъ въ главной цѣпи получаетъ разность фазъ равную $\frac{\pi}{2}$ въ томъ случаѣ, когда $m=0$, такъ какъ изъ выраженія

$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{n}{m}$$

rspct.

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{n}{m}$$

видно, что $\varphi=\frac{\pi}{2}$ тогда, когда

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{n}{0}=\infty\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 12a)$$

1005. Эти выводы мы можемъ примѣнить къ теоремѣ мостика Уитстона.

Пусть синусовидная электровозбудительная сила дѣйствуетъ въ діагонали *BED* (рис. 241), и пусть электроемкость этой діагонали, а также діагонали *AC*, равны нулю; самоиндукціей въ *AC* пренебрегаемъ [1]). Для каждой изъ четырехъ боковыхъ вѣтвей параллелограмма величины $л$, w, C, a, b и x будемъ означать присоединеніемъ соотвѣтствующихъ цифръ (1, 2, 3, 4 — см. рисунокъ), тогда какъ по отношенію къ діагональной вѣтви *AC* указанныя величины будемъ писать безъ знаковъ.

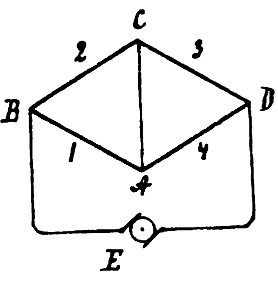


Рис. 241.

[1]) Эти упрощенія дѣлаются единственно для облегченія вычисленій, конечные же результаты, какъ далѣе легко убѣдится читатель, чрезъ это не измѣняются.

Припомнимъ теперь значенія величинъ $л$, w, C, a, b и x:

$л$ есть коэффиціентъ самоиндукціи данной вѣтви,
w » сопротивленіе вѣтви,
C » электроемкость вѣтви,
$a = w + л\phi_0$, гдѣ $\phi_0 = \phi\sqrt{-1} = 2\pi n\sqrt{-1}$ . . . . . I)
$b = 1 + C\phi_0(w + \phi_0 л)$ . . . . II)
$x = m + n\sqrt{-1}$ . . . . III)
$\Sigma x a = 0$ . . . . IV)
$\Sigma x b = 0$ для точекъ вѣтвленія вообще . . . . V)
$\Sigma x b = 1$ » конечныхъ точекъ главной цѣпи. . . . . . VI)

На основаніи уравненія VI мы имѣемъ для конечныхъ точекъ B и D главной цѣпи

$$x_1 b_1 + x_2 b_2 = 1 \qquad 16)$$
$$x_3 b_3 + x_4 b_4 = 1 \qquad 17)$$

Для вѣтвей же BC, CD и CA, какъ не заключающихъ самостоятельныхъ электровозбудительныхъ силъ, на основаніи уравненія V имѣемъ

$$x_2 b_2 = xb + x_3 b_3$$

Такъ какъ электроемкость вѣтви $AC = 0$, то, на основаніи уравненія II,

$$b = 1 + C\phi_0(w + \phi_0 л) = 1$$

и потому

$$x_2 b_2 = x + x_3 b_3 \qquad 18)$$

Точно также, на основаніи уравненія IV, имѣемъ

$$x_1 a_1 - x_2 a_2 = xa$$

гдѣ, на основаніи уравненія I,

$$xa = x\,(w + л\phi_0) = xw$$

такъ какъ для вѣтви AC коэффиціентъ самоиндукціи $л = 0$.

Такимъ образомъ,

$$x_1 a_1 - x_2 a_2 = xw \ldots\ldots 19)$$

и точно также

$$x_3 a_3 - x_4 a_4 = xw \ldots\ldots 20)$$

Итакъ, мы получили пять уравненій (16—20), изъ которыхъ намъ нужно опредѣлить значеніе коэффиціента x. Рѣшивъ эти уравненія по общимъ правиламъ, мы находимъ, что [1])

$$x = \frac{a_1 a_3 b_2 b_4 - a_2 a_4 b_1 b_3}{(a_1 b_2 + a_2 b_1)(a_3 b_4 + b_3 a_4) + w\{b_1 b_2 (a_3 b_4 + b_3 a_4) + b_3 b_4 (a_1 b_2 + b_1 a_2)\}} \ldots 21)$$

Подставляя въ это выраженіе на мѣста a и b ихъ значенія изъ уравненій I и II

$$a_1 = (w_1 + \mathcal{F}_0 \lambda_1) \quad a_2 = (w_2 + \mathcal{F}_0 \lambda_2) \text{ и т. д.,}$$
$$b_1 = [1 + C_1 \mathcal{F}_0 (w_1 + \mathcal{F}_0 \lambda_1)] \quad b_2 = [1 + C_2 \mathcal{F}_0 (w_2 + \mathcal{F}_0 \lambda_2)] \text{ и т. д.,}$$

мы получимъ выраженіемъ коэффиціента x дробь [2]), въ которой числитель представляетъ собою два слагаемыхъ, изъ коихъ каждое состоитъ изъ четырехъ множителей. Каждый изъ этихъ множителей есть комплексное выраженіе вида $\xi + \psi\sqrt{-1}$. Такъ какъ произведеніе нѣсколькихъ комплексныхъ величинъ есть комплексная же величина того же вида [3]), а сумма (или

---

[1]) Если бы коэффиціентъ самоиндукціи діагонали AC мы приняли равнымъ не нулю, а величинѣ λ, то въ знаменателѣ вмѣсто величины w имѣли бы величину a.

[2]) Мы считаемъ безполезнымъ выписывать это многосложное выраженіе.

[3]) Положимъ, что мы имѣемъ произведеніе двухъ комплексныхъ множителей одного вида $(\xi + \psi\sqrt{-1})$, а именно

$$(\xi + \psi\sqrt{-1})(\xi_1 + \psi_1\sqrt{-1}) = (\xi\xi_1 - \psi\psi_1) + (\xi\psi_1 + \xi_1\psi)\sqrt{-1}$$

Здѣсь $(\xi\xi_1 - \psi\psi_1)$ и $(\xi\psi_1 + \xi_1\psi)$ суть величины реальныя; означая ихъ чрезъ Ξ и Ψ, получимъ

$$(\xi + \psi\sqrt{-1})(\xi_1 + \psi_1\sqrt{-1}) = \Xi + \Psi\sqrt{-1}$$

т. е. находимъ, что произведеніе двухъ комплексныхъ множителей можетъ быть выражено однимъ комплекснымъ выраженіемъ того же вида.

разность) нѣсколькихъ комплексныхъ величинъ даетъ опять таки комплексную величину, разнящуюся только частями реальными (Ξ и Ψ), то числитель вышеозначенной дроби можно выразить въ видѣ комплексной величины $\Xi + \Psi\sqrt{-1}$. Такъ какъ каждый комплексный множитель, входящій въ составъ числителя, въ нашемъ случаѣ содержитъ величину $\phi_0 = \phi\sqrt{-1}$, то мы можемъ представить числитель дроби подъ видомъ

$$A + B\phi\sqrt{-1}$$

гдѣ A и $B\phi$ суть величины реальныя.

Точно также и знаменатель дроби, выражающей величину x, представляетъ собою два слагаемыхъ, состоящихъ каждое изъ произведеній нѣсколькихъ комплексныхъ множителей вида $\xi + \psi\sqrt{-1}$, а потому знаменатель можно представить подъ видомъ

$$G + D\phi\sqrt{-1}$$

гдѣ G и $D\phi$ суть также реальныя величины.

Слѣдовательно

$$x = \frac{A + B\phi\sqrt{-1}}{G + D\phi\sqrt{-1}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots 22)$$

Помноживъ числителя и знаменателя на $G - D\phi\sqrt{-1}$, получимъ

$$x = \frac{(A + B\phi\sqrt{-1})\,(G - D\phi\sqrt{-1})}{(G + D\phi\sqrt{-1})\,(G - D\phi\sqrt{-1})}$$

$$= \frac{AG + \phi^2 BD + \phi\sqrt{-1}\,(BG - AD)}{G^2 + \phi^2 D^2}$$

или

$$x = \frac{AG + \phi^2 BD}{G^2 + \phi^2 D^2} + \frac{\phi(BG - AD)}{G^2 + \phi^2 D^2} \cdot \sqrt{-1} \quad \dots\dots\dots 23)$$

Такъ какъ (уравненіе III) мы выше нашли, что

$$x = m + n\sqrt{-1}$$

то очевидно, что

$$m = \frac{AG - \mathcal{P}^2 BD}{G^2 + \mathcal{P}^2 D^2} \dots\dots\dots\dots\dots 24)$$

а

$$n = \mathcal{P} \frac{BG - AD}{G^2 + \mathcal{P}^2 D^2} \dots\dots\dots\dots\dots 25)$$

1006. Опредѣливъ значеніе коэффиціента $\varkappa$, мы можемъ опредѣлить наибольшую силу тока I въ мостикѣ, предполагая, что сила тока въ главной цѣпи $I_{N(\max)}$ намъ извѣстна:

$$I = \varkappa I_{N(\max)}$$

Далѣе, полученныя выраженія для коэффиціента $\varkappa$ и для величинъ m и n, характеризующихъ этотъ коэффиціентъ, даютъ намъ возможность опредѣлить при какихъ условіяхъ въ различныхъ частныхъ случаяхъ токъ въ мостикѣ будетъ $= 0$ и при какихъ условіяхъ онъ съ токомъ въ главной цѣпи образуетъ разность фазъ $= \frac{\pi}{2}$ (припомнимъ, что въ этихъ обоихъ случаяхъ, при включеніи подвижной катушки электродинамометра въ мостикъ, а неподвижной въ главную цѣпь,—первая сохраняетъ положеніе покоя, какъ при разомкнутой, такъ и при замкнутой главной цѣпи).

1007. Мы разсмотримъ четыре практически важныхъ частныхъ случая.

I-ый случай. Пусть всѣ четыре боковыя вѣтви параллелограмма состоятъ изъ свободныхъ отъ индукціи сопротивленій, электроемкостью коихъ можно пренебречь. Сопротивленія эти суть w_1, w_2, w_3 и w_4, тогда какъ сопротивленіе мостика $= w$, а коэффиціентъ самоиндукціи его (т. е. коэффиціентъ самоиндукціи подвижной катушки электродинамометра) $= \lambda$.

При этихъ условіяхъ изъ уравненія II находимъ

$$b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 1$$

а изъ уравненія I

$$a_1 = w_1$$
$$a_2 = w_2$$
$$a_3 = w_3$$
$$a_4 = w_4$$
$$a = w + л\phi_0$$

Отсюда, по общей формулѣ для коэффиціента $\varkappa$ (форм. 21), находимъ

$$\varkappa = \frac{w_1 w_3 . 1 . 1 - w_2 w_4 . 1 . 1}{(w_1 . 1 + w_2 . 1)(w_3 . 1 + 1 . w_4) + (w + л\phi_0) \{1 . 1 (w_3 . 1 + 1 . w_4) + 1 . 1 (w_1 . 1 + 1 . w_2)\}}$$
$$= \frac{w_1 w_3 - w_2 w_4}{(w_1 + w_2)(w_3 + w_4) + (w + л\phi_0)(w_3 + w_4 + w_1 + w_2)}$$

Очевидно, что сила тока въ мостикѣ ($\varkappa I_N$) будетъ равна нулю тогда, когда коэффиціентъ $\varkappa = 0$, а это возможно лишь въ томъ случаѣ, если нулю будетъ равенъ числитель дроби, для чего необходимо, чтобы

$$w_1 w_3 = w_2 w_4$$

что, въ свою очередь, возможно лишь при извѣстномъ отношеніи сопротивленій боковыхъ вѣтвей

$$w_1 : w_2 = w_4 : w_3$$

Такимъ образомъ мы видимъ, что въ случаѣ, если коэффиціенты самоиндукціи и электроемкости боковыхъ вѣтвей параллелограмма Уитстона равны нулю, то, при примѣненіи синусовиднаго тока перемѣннаго направленія, токъ въ мостикѣ исчезаетъ при тѣхъ же условіяхъ, какъ и при примѣненіи тока одного направленія, ибо самоиндукція *въ мостикѣ* на измѣреніе никакого вліянія не оказываетъ (равенство $\varkappa = 0$ обусловливается лишь величиною числителя дроби, выражающей коэффиціентъ $\varkappa$). Такимъ образомъ, въ данномъ случаѣ возможно воспользоваться методомъ приведенія къ нулю, одинаково, какъ при примѣненіи электроди-

намометра (rspct. электрометра), такъ и при примѣненіи телефона.

1008. *II-ой случай.* Первую изъ четырехъ вѣтвей параллелограмма составляетъ катушка, сопротивленіе коей $= w_1$, коэффиціентъ самоиндукціи $= л_1$, тогда какъ электроемкость можетъ быть приравнена нулю. Остальныя три боковыя вѣтви состоятъ изъ свободныхъ отъ индукціи сопротивленій, электроемкостью коихъ можно пренебречь.

Такимъ образомъ имѣемъ

для бок. вѣтвей $\begin{cases} \text{сопротивленія } w_1,\ w_2,\ w_3,\ w_4 \\ \text{коэффиціенты самоинд. } л_1 \text{ и дал. } л_2 = л_3 = л_4 = 0 \\ \text{электроемкости } C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0 \end{cases}$

для мостика $\begin{cases} \text{сопротивленіе } = w \\ \text{коэффиціентъ самоиндукціи } л = 0 \\ \text{электроемкость } C = 0 \end{cases}$

При этихъ условіяхъ изъ уравненія II находимъ

$$b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 1$$

а изъ уравненія I

$$a_1 = w_1 + ф_0 л_1$$
$$a_2 = w_2$$
$$a_3 = w_3$$
$$a_4 = w_4$$

Отсюда по общей формулѣ для коэффиціента $\varkappa$, опуская множители, равныя единицѣ, находимъ

$$\varkappa = \frac{(w_1 + ф_0 л_1) w_3 - w_2 w_4}{(w_1 + ф_0 л_1 + w_2)(w_3 + w_4) + w(w_3 + w_4 + w_1 + ф_0 л_1 + w_2)}$$

$$= \frac{w_1 w_3 + ф_0 л_1 w_3 - w_2 w_4}{w_1 w_3 + ф_0 л_1 w_3 + w_2 w_3 + w_1 w_4 + ф_0 л_1 w_4 + w_2 w_4 + w w_3 + w w_4 + w w_1 + w ф_0 л_1 + w w_2}$$

$$\varkappa = \frac{[w_1 w_3 - w_2 w_4] + w_3 л_1 ф_0}{[w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)] + (w_3 + w_4 + w) л_1 ф_0}$$

гдѣ большими скобками отдѣлены реальныя части отъ мнимыхъ.

59*

Изъ полученнаго для коэффиціента $\varkappa$ комплекснаго выраженія нельзя еще заключить при какихъ условіяхъ величина $\varkappa$ можетъ быть равна нулю.

Сравнивая только что полученное для $\varkappa$ выраженіе съ ранѣе выведеннымъ (форм. 22) общимъ выраженіемъ

$$\varkappa = \frac{A + B\phi_0}{G + D\phi_0}$$

мы видимъ, что

$$A = w_1 w_3 - w_2 w_4$$
$$B = w_3 \lambda_1$$
$$G = w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)$$
$$D = (w_3 + w_4 + w)\lambda_1$$

Далѣе мы имѣли (форм. III)

$$\varkappa = m + n\sqrt{-1}$$

изъ каковаго выраженія видно, что $\varkappa$ можетъ быть $= 0$ только тогда, когда $m = 0$ и $n = 0$. Но (форм. 24) мы знаемъ, что

$$m = \frac{AG - \phi^2 BD}{G^2 + \phi^2 D^2}$$

а (форм. 25)

$$n = \frac{BG - AD}{G^2 + \phi^2 D^2}$$

откуда видно, что $\varkappa$ можетъ быть равно нулю тогда, когда A и B или G и D равны нулю. Для того, чтобы A и B были равны нулю, необходимо, чтобы $w_3 = w_4 = 0$, для того же, чтобы G и D были равны нулю, необходимо, чтобы $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 0$. Такъ какъ ни одно изъ этихъ условій не выполнимо, то очевидно, что *въ случаѣ, когда въ одной изъ четырехъ вѣтвей параллелограмма возникаетъ самоиндукція, токъ въ мостикѣ не исчезнетъ, какъ бы мы не измѣняли сопротивленіе остальныхъ трехъ вѣтвей.*

Выше (форм. 12а, стр. 925) мы видѣли, что токъ въ мостикѣ съ токомъ въ главной цѣпи достигаетъ разности фазъ $\varphi = \frac{\pi}{2}$ тогда, когда $m = 0$, слѣдовательно когда

$$AG + \phi^2 BD = 0$$

Подставивъ въ этомъ выраженіи значенія A, G, B и D, находимъ, что разность фазъ $\varphi = \frac{\pi}{2}$ получится тогда, когда

$$(w_1 w_3 - w_2 w_4)\,[w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)] + \phi^2 w_3 \lambda_1 (w_3 + w_4 + w)\,\lambda_1 = 0$$

Если, слѣдовательно, одна вѣтвь параллелограмма образована катушкой, обладающею самоиндукціей, остальныя же вѣтви отъ индукціи свободны, то, измѣняя сопротивленіе послѣднихъ вѣтвей, мы можемъ достигнуть того, что включенная въ мостикъ подвижная катушка электродинамометра перестанетъ отклонятьcя изъ положенія покоя при замыканіи главной цѣпи, такъ какъ токъ въ этой цѣпи съ токомъ въ мостикѣ образуетъ разность фазъ $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Зная сопротивленіе включенной въ параллелограммъ катушки и число (n) періодовъ тока въ секунду (rspct. величину $\phi = 2\pi n$), мы изъ послѣдняго уравненія можемъ опредѣлить коэффиціентъ самоиндукціи катушки:

$$\phi^2 w_3 \lambda_1^2 (w_3 + w_4 + w) = (w_1 w_3 - w_2 w_4)\,[w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)]$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{(w_1 w_3 - w_2 w_4)\,[w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)]}{\phi^2 w_3 (w_3 + w_4 + w)}}$$

Итакъ, здѣсь методомъ приведенія къ нулю мы опредѣляемъ коэффиціентъ самоиндукціи измѣряемой катушки. Такъ какъ токъ въ мостикѣ ни при какихъ условіяхъ здѣсь не исчезаетъ, то очевидно, что телефономъ мы пользоваться не можемъ (также и электрометромъ), а должны непремѣнно употребить электродинамометръ.

1009. *III-ій случай.* Въ первую вѣтвь параллелограмма вмѣсто обыкновеннаго сопротивленія включимъ конденсаторъ. Емкость его $=C_1$, а сопротивленіе діэлектрика означимъ черезъ w_1. Въ остальныхъ вѣтвяхъ самоиндукція и электроемкость равны нулю. Тогда имѣемъ

$$a_1 = w_1$$
$$a_2 = w_2$$
$$a_3 = w_3$$
$$a_4 = w_4$$
$$b_1 = 1 + C_1 \phi_0 (w_1 + \phi_0 \lambda_1) = 1 + C_1 w_1 \phi_0 \text{ (такъ какъ } \lambda_1 = 0)$$
$$b_2 = b_3 = b_4 = 0$$

Отсюда

$$\varkappa = \frac{w_1 w_3 - w_2 w_4 (1 + \phi_0 C_1 w_1)}{[w_1 + w_2(1 + \phi_0 C_1 w_1)](w_3 + w_4) + w\{(1 + \phi_0 C_1 w_1)(w_3 + w_4) + [w_1 + (1 + \phi_0 C_1 w_1) w_2]\}}$$
$$= \frac{(w_1 w_3 - w_2 w_4) - w_1 w_2 w_4 \phi_0 C_1}{(w_1 w_3 + w_2 w_3 + w_1 w_4 + w_2 w_4 + w w_3 + w_4 w + w w_1 + w w_2) + \phi_0 C_1 w_1 (w_3 w + w_4 w + w_2 w + w_2 w_3 + w_2 w_4 \ldots}$$
$$= \frac{(w_1 w_3 - w_2 w_4) - w_1 w_2 w_4 \phi_0 C_1}{[w(w_3 + w_4) + w_1(w_3 + w_4 + w) + w_2(w_3 + w_4 + w)] + \phi_0 C_1 w_1 [w(w_3 + w_4) + w_2(w_3 + w_4 + w)]}$$
$$= \frac{(w_1 w_3 - w_2 w_4) - w_1 w_2 w_4 \phi_0 C_1}{[w(w_3 + w_4) + (w_3 + w_4 + w)(w_1 + w_2)] + \phi_0 C_1 w_1 [w(w_3 + w_4) + w_2 (w_3 + w_4 + [(w \ldots}$$

Если приравнять

$$\frac{w(w_3 + w_4)}{w_3 + w_4 + w} = w'$$

то получимъ

$$\varkappa = \frac{(w_1 w_3 - w_2 w_4) - w_1 w_2 w_4 \phi_0 C_1}{[(w_3 + w_4 + w)(w_1 + w_2 + w')] + \phi_0 C_1 w_1 [(w_3 + w_4 + w)(w_2 + w')]}$$

Слѣдовательно

$$A = w_1 w_3 - w_2 w_4$$
$$B = -w_1 w_2 w_4 C_1$$
$$G = (w_3 + w_4 + w)(w_1 + w_2 + w')$$
$$D = C_1 w_1 [(w_3 + w_4 + w)(w_2 + w')]$$

Такъ какъ очевидно, что одновременно A и B или G и D не могутъ быть равны нулю, то и коэффиціентъ $\varkappa$ не можетъ быть равенъ нулю, т. е. токъ въ мостикѣ не исчезнетъ, какъ бы мы не измѣняли сопротивленіе вѣтвей.

Напротивъ, токъ въ мостикѣ съ токомъ въ главной цѣпи можетъ получить разность фазъ $\varphi = \frac{\pi}{2}$, если $m = 0$, т. е. когда

$$AG + \wp^2 BD = 0$$

другими словами, когда

$$(w_1 w_3 - w_2 w_4)(w_3 + w_4 + w)(w_1 + w_2 + w') + \\ + \wp^2 (-C_1 w_1 w_2 w_4) . C_1 w_1 (w_3 + w_4 + w)(w_2 + w') = 0$$

$$(w_1 w_3 - w_2 w_4)(w_3 + w_4 + w)(w_1 + w_2 + w') - \\ - C_1^2 \wp^2 w_1^2 w_2 w_4 (w_3 + w_4 + w)(w_2 + w') = 0$$

или когда

$$C_1^2 \wp^2 w_1^2 w_2 w_4 (w_2 + w') = (w_1 w_3 - w_2 w_4)(w_1 + w_2 + w')$$

Отсюда можно опредѣлить электроемкость включеннаго въ цѣпь конденсатора:

$$C_1^2 \wp^2 = \frac{w_1^2 w_3 - w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3 - w_2^2 w_4 + w_1 w_3 w' - w_2 w_4 w'}{w_1^2 w_2 w_4 (w_2 + w')}$$

$$= \frac{w_1^2 w_3}{w_1^2 w_2 w_4 (w_2 + w')} - \frac{w_1 w_2 w_4}{w_1^2 w_2 w_4 (w_2 + w')} + \frac{w_1 w_2 w_3 + w_1 w_3 w'}{w_1^2 w_2 w_4 (w_2 + w')} - \\ - \frac{w_2^2 w_4 + w_2 w_4 w'}{w^2 w_2 w_4 (w_2 + w')}$$

$$= \frac{w_3}{w_2 w_4 (w_2 + w')} - \frac{1}{w_1 (w_2 + w')} + \frac{w_1 w_3 (w_2 + w')}{w_1^2 w_2 w_4 (w_2 + w')} - \frac{w_2 w_4 (w_2 + w')}{w_1^2 w_2 w_4 (w_2 + w')}$$

$$= \left(\frac{w_3}{w_2 w_4} - \frac{1}{w_1}\right) \frac{1}{w_2 + w'} + \left(\frac{w_3}{w_2 w_4} - \frac{1}{w_1}\right) \frac{1}{w_1}$$

$$= \left(\frac{w_3}{w_2 w_4} - \frac{1}{w_1}\right) \left(\frac{1}{w_2 + w'} + \frac{1}{w_1}\right)$$

$$C_1^2 \wp^2 = \frac{w_3}{w_2 w_4} \cdot \frac{1}{w_2 + w'} + \frac{w_3}{w_2 w_4} \cdot \frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_1} \cdot \frac{1}{w_2 + w'} - \frac{1}{w_1^2}$$

Такъ какъ сопротивленіе w_1 діэлектрика очень велико, то членъ $\frac{1}{w_1^2}$ можно опустить; тогда

$$C_1^2 \mathcal{P}^2 = \frac{w_3}{w_2 w_4} \cdot \frac{1}{(w_2 + w')} + \frac{1}{w_1} \left(\frac{w_3}{w_2 w_4} - \frac{1}{w_2 + w'} \right)$$

Опустивъ на томъ же основаніи все второе слагаемое, получаемъ:

$$C_1^2 \mathcal{P}^2 = \frac{w_3}{w_2 w_4} \cdot \frac{1}{w_2 + w'}$$

или, подставивъ значеніе w':

$$C_1^2 \mathcal{P}^2 = \frac{w_3}{w_2 w_4} \cdot \frac{w_3 + w_4 + w}{w_2 (w_3 + w_4 + w) + w (w_3 + w_4)}$$

и отсюда емкость конденсатора

$$C_1 = \sqrt{\frac{w_3}{\mathcal{P}^2 w_2 w_4} \cdot \frac{w_3 + w_4 + w}{w_2 (w_3 + w_4 + w) + w (w_3 + w_4)}}$$

Какъ мы видимъ, въ этомъ случаѣ телефонъ въ мостикѣ не примѣнимъ и приходится прибѣгнуть къ электродинамометру.

1010. *IV-ый случай.* Въ первую вѣтвь параллелограмма, вмѣсто неразложимаго токомъ сопротивленія, включимъ электролитъ. — Какъ было указано въ § 537, перемѣнный токъ послѣдовательно поляризуетъ и деполяризуетъ электроды, соприкасающіеся съ электролитомъ, причемъ, предполагая синусовидный токъ, измѣненія степени поляризаціи должны близко слѣдовать синусоидѣ. Не трудно усмотрѣть, что электровозбудительная сила поляризаціи въ послѣдовательныхъ полуперіодахъ поперемѣнно уменьшаетъ и увеличиваетъ разность потенціаловъ, вызываемую у электродовъ токомъ, т. е. включенный въ цѣпь вольтаметръ дѣйствуетъ совершенно подобно включенному въ цѣпь конденсатору, «заряжаясь» и «разряжаясь» подобно послѣднему (сравн. гл. LIII). Но въ предшествовавшемъ параграфѣ мы видѣли, что при включеніи конденсатора въ одну изъ вѣтвей параллелограмма Уитстона, токъ въ мостикѣ ни при какихъ усло-

віяхъ исчезнуть не можетъ; точно также и при включеніи электролита съ поляризующимися электродами токъ въ мостикѣ не исчезнетъ. Далѣе, въ §§ 976—977 мы видѣли, что въ случаѣ, если цѣпь одновременно обладаетъ коэффиціентомъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$ и электроемкостью C, то при условіи

$$C = \frac{1}{(2\pi n)^2 \mathfrak{L}} = \frac{1}{\phi^2 \mathfrak{L}}$$

rspct.

$$\mathfrak{L} = \frac{1}{\phi^2 C}$$

$$\mathfrak{L}C = \frac{1}{\phi^2}$$

или

$$n = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 \mathfrak{L}C}}$$

вліянія электроемкости и самоиндукціи взаимно уничтожатся. Слѣдовательно, введя послѣдовательно съ электролитомъ, сопротивленіе коего мы желаемъ измѣрить, катушку извѣстнаго сопротивленія, коэффиціентъ самоиндукіи коей можетъ быть по произволу измѣняемъ (напр. вложеніемъ въ каналъ ея бóльшаго или меньшаго количества желѣзныхъ проволочекъ), мы можемъ достигнуть того, что токъ въ мостикѣ исчезнетъ: помѣщенный въ мостикѣ телефонъ перестанетъ звучать. Такимъ образомъ мы получаемъ возможность измѣрить сопротивленіе вольтаметра съ поляризующимися электродами совершенно также, какъ измѣряемъ лишенный самоиндукціи и электроемкости проводникъ 1-го класса (случай I-ый).

На практикѣ уравновѣшеніе поляризаціи (емкости поляризаціи) самоиндукціею достигается не легко; всего лучше одновременно измѣнять самоиндукцію и число періодовъ, т. е. стараться достигнуть равенства

$$\mathfrak{L}C = \frac{1}{\phi^2}$$

Обыкновенно удается достигнуть лишь установки на минимумъ звучанія телефона.

LVII. Нѣкоторыя особенности въ дѣйствіи въ замкнутой цѣпи электровозбудительной силы перемѣннаго направленія.

1011. Токъ перемѣннаго направленія обладаетъ особенностью, рѣзко отличающею его отъ непрерывнаго тока: *къ перемѣнному току не приложимъ законъ, по которому густота тока одинакова во всѣхъ точкахъ поперечнаго сѣченія линейнаго проводника* (§§ 377—378 и 429). Опытъ и теоретическое разсужденіе показываютъ, что законъ этотъ примѣнимъ къ перемѣнному току тѣмъ менѣе, чѣмъ болѣе увеличивается число періодовъ его въ единицу времени и чѣмъ значительнѣе діаметръ проводника: съ увеличеніемъ числа періодовъ, *густота перемѣннаго тока постепенно уменьшается отъ периферіи къ центру плоскости поперечнаго сѣченія проводника.* Прямымъ слѣдствіемъ этого явленія оказывается, конечно, *увеличеніе абсолютнаго сопротивленія проводника,* возрастающаго съ увеличеніемъ числа періодовъ тока. Не входя въ разсмотрѣніе весьма сложной теоріи этого факта, мы замѣтимъ лишь, что для потребностей практики можно увеличеніе сопротивленія проводника выразить съ достаточною точностью формулой

$$w_n = w\left(1 + \frac{a^4}{48} - \frac{a^8}{2880} + \ldots\right)$$

гдѣ w есть то сопротивленіе, которое проводникъ обнаруживаетъ при постоянномъ токѣ, w_n — то сопротивленіе, которое проводникъ имѣетъ при перемѣнномъ токѣ, число періодовъ коего въ единицу времени $= n$; величина же

$$a = \sqrt{8\pi n : \frac{w}{l}}$$

гдѣ l — длина проводника.

Такъ какъ (§ 334)

$$w = \frac{\mathfrak{W} l}{\pi r^2}$$

гдѣ $\mathfrak{W}$ есть удѣльное сопротивленіе, а r — радіусъ плоскости поперечнаго сѣченія проводника, то

$$l = \frac{w . \pi r^2}{\mathfrak{W}}$$

и тогда

$$a = \sqrt{\frac{8\,\pi n . \pi r^2}{\mathfrak{W}}} = 2\,\pi r \sqrt{\frac{2\,n}{\mathfrak{W}}}$$

или, такъ какъ $2r = d$, т. е. діаметру проводника, то

$$a = \pi d \sqrt{\frac{2\,n}{\mathfrak{W}}} = \pi d \sqrt{z . \frac{1}{\mathfrak{W}}}$$

если чрезъ z обозначить число перемѣнъ тока въ единицу времени. При вычисленіяхъ мы выражаемъ радіусъ, rspct. діаметръ проводника, въ сантиметрахъ, удѣльное же сопротивленіе $\mathfrak{W}$ также въ абсолютной мѣрѣ.

Примѣръ. Если удѣльное сопротивленіе мѣди $= 1{,}61$ микрома, то (такъ какъ 1 микромъ $= 1000$ единицамъ сопротивленія C. G. S.) удѣльное сопротивленіе мѣди въ абсолютной мѣрѣ $= 1610$ [1]). Отсюда находимъ, напр., что при числѣ періодовъ $n = 80$, для мѣднаго проводника величина $\pi\sqrt{\frac{2n}{\mathfrak{W}}}$ близка къ единицѣ, и тогда весьма близко $a = d$. Въ самомъ дѣлѣ

$$a = \pi d \sqrt{\frac{2\,n}{\mathfrak{W}}} = 3{,}14159 . d \sqrt{\frac{2.80}{1610}}$$
$$a = d . 3{,}14159 . 0{,}31524 = d . 0{,}99$$

Для облегченія вычисленія по формулѣ

$$w_n = w\left(1 + \frac{a^4}{48} - \frac{a^8}{2880} + \ldots\right)$$

В. Томсонъ вычислилъ отношеніе w_n/w при различныхъ значеніяхъ величины a, такъ что, пользуясь таблицей В. Томсона, легко опредѣлить то сопротивленіе w_n, которое проводникъ пред-

---

1) Слѣдовательно для мѣди величина $a = \pi d \sqrt{0{,}00124\,n}$.

ставляетъ при n періодахъ индукціи. Для этого опредѣляемъ сначала величину a изъ уравненія

$$a = \pi d \sqrt{\frac{2n}{\mathfrak{W}}}$$

или, спеціально для мѣди,

$$a = \pi d \sqrt{0{,}00124\,n}$$

затѣмъ находимъ въ таблицѣ частное

$$b = \frac{w_n}{w}$$

соотвѣтствующее данной величинѣ a, и тогда изъ уравненія

$$\frac{w_n}{w} = b$$

находимъ

$$w_n = wb$$

Таблица В. Томсона:

$a =$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$b = \frac{w_n}{w} =$	1,0000	1,0001	1,0258	1,0805	1,1747	1,3180	1,4920	1,6778	1,8628
$a =$	5,0	5,5	6,0	8,0	10,0	15,0	20,0	очень велико	
$b = \frac{w_n}{w} =$	2,0430	2,2190	2,3937	3,0956	3,7940	5,5732	7,3250	$\frac{a}{2.\sqrt{2}}$	

Такъ какъ отношеніе $\frac{w_n}{w}$ возрастаетъ съ увеличеніемъ величины b, величина же b, при данномъ удѣльномъ сопротивленіи проводника, возрастаетъ главнымъ образомъ въ зависимости отъ увеличенія діаметра его, то очевидно, что сопротивленія проводниковъ незначительнаго діаметра (тонкія проволоки) мало измѣняются, даже при чрезвычайномъ увеличеніи числа періодовъ

тока, тогда какъ сопротивленіе проводниковъ, имѣющихъ значительный діаметръ, при одинаковыхъ условіяхъ очень сильно возрастаетъ. Это обстоятельство имѣетъ большое практическое значеніе; а именно, очевидно, что измѣненіями сопротивленія тѣхъ тонкихъ проволокъ, которыя употребляются для обмотки электродинамометровъ, реостатовъ и другихъ приборовъ, можно на практикѣ всегда принебречь, тогда какъ тѣми измѣненіями сопротивленія, которыя представляютъ перемѣнному току проводники со значительною площадью поперечнаго сѣченія, напр. тѣло человѣка и животныхъ, принебречь нельзя.

Приводимъ нѣсколько числовыхъ примѣровъ:

Примѣръ 1. Каково будетъ сопротивленіе мѣдной проволоки въ 1 миллиметръ діаметра при 5000 полныхъ періодахъ перемѣннаго тока въ единицу времени, если сопротивленіе этого проводника при непрерывномъ токѣ одного направленія = 100 омамъ?

$$a = \pi d \sqrt{0{,}00124 . 5000}$$
$$= 3{,}14159 . 0{,}1 . 2{,}49 = 0{,}78$$

отсюда, по таблицѣ, приблизительно

$$b = 1{,}0001$$

и слѣдовательно

$$w_n = 100{,}01 \text{ ома},$$

т. е. сопротивленіе увеличилось на 0,01%.

Примѣръ 2. При 20000 полныхъ періодахъ тока въ секунду въ этомъ же случаѣ

$$a = 3{,}14159 . 0{,}1 . \sqrt{0{,}000621 : 20000}$$
$$= 3{,}14159 . 0{,}1 . 3{,}52 = 1{,}1$$
$$b = 1{,}005$$
$$w_n = 100{,}5$$

т. е. сопротивленіе увеличилось на 0,5%.

Примѣръ 3. Каково будетъ сопротивленіе мѣднаго цилиндрическаго бруска въ 2 сантиметра діаметромъ при 5000 полныхъ періодовъ и далѣе при 20000 перемѣнахъ тока въ единицу времени, если извѣстно, что сопротивленіе бруска при токѣ одного направленія равно 15 микромамъ?

При 5000 періодахъ

$$a = 3{,}14159 . 2 . 2{,}49 = 15{,}6$$
$$b = 5{,}6$$

и

$$w_n = 84 \text{ микрома},$$

т. е. сопротивленіе увеличилось на 560%;
при 20000 полныхъ періодовъ тока въ секунду

$$a = 3{,}14159 . 2 . 3{,}52 = 22{,}1$$
$$b = \frac{a}{2\sqrt{2}} = \frac{22{,}1}{2{,}82} = 7{,}8$$
$$w_n = 117 \text{ микромамъ}$$

т. е. сопротивленіе увеличилось на 780%.

1012. Въ 1891 и 92 году большое вниманіе обратили на себя опыты американскаго электротехника Тесла, произведенные имъ съ динамо-машиной и трансформаторами (см. главу LXII), развивавшими токи въ 10000 — 20000 перемѣнъ въ секунду, причемъ, между прочимъ, оказалось, что токи такого рода, даже при разности потенціаловъ у борновъ трансформатора, доходящей до 70000 вольтъ, переносятся человѣкомъ легко, тогда какъ при нѣсколькихъ стахъ періодахъ индукціи, человѣкъ, коснувшійся борновъ, былъ бы непремѣнно убитъ, даже если бы напряженіе было гораздо ниже 70000 вольтъ. Физіологическая часть опытовъ Тесла, на сколько мнѣ извѣстно, не нашла до сихъ поръ правильнаго объясненія, хотя не трудно усмотрѣть, что причина безопасности перемѣнныхъ токовъ весьма большаго числа періодовъ лежитъ единственно въ томъ, что, при этихъ условіяхъ, токъ не распространяется во внутрь тѣла, а лишь по поверхности его, такъ что наибольшая масса электричества тратится исключительно на перемѣнные электростатическіе заряды поверхности тѣла. Вообще всѣ опыты Тесла, какъ извѣстно, показали, что, при чрезвычайно высокомъ числѣ періодовъ, перемѣнный токъ плохо распространяется въ массѣ проводника, какова бы ни была природа послѣдняго, и что, при большомъ числѣ періодовъ, главнымъ образомъ имѣютъ мѣсто явленія электростатическія. Отсюда, между прочимъ, видно, что въ случаѣ перемѣннаго тока съ весьма большимъ числомъ періодовъ въ единицу времени, можно было бы, безъ ущерба для «силы» тока, массив-

ный проводникъ, по которому распространяется этотъ токъ, замѣнить тонкостѣнною металлическою трубкой.

1013. До сихъ поръ мы всюду разсматривали перемѣнный токъ *установившейся силы;* но сила перемѣннаго тока устанавливается, какъ это не трудно понять, не мгновенно вслѣдъ за началомъ дѣйствія въ цѣпи электровозбудительной силы перемѣннаго направленія, а лишь мало по малу, хотя, *въ смыслѣ практики*, уже въ весьма короткое время токъ достигаетъ того состоянія, которое мы можемъ назвать установившимся состояніемъ тока. Разсматривая въ главѣ L схемы одновременнаго дѣйствія въ цѣпи электровозбудительной силы дифференціальнаго тока и электровозбудительной силы самоиндукціи, мы имѣли въ виду электровозбудительную силу самоиндукціи, уже вполнѣ достигнувшую своего типичнаго развитія; но абсолютныя величины электровозбудительной силы самоиндукціи и силы результирующаго тока (I_N) зависятъ, какъ мы знаемъ, другъ отъ друга, и потому, очевидно, не могутъ обѣ одновременно достигнуть своей нормы. Для практики вычисленіе формы и величины волнъ перемѣннаго тока *въ періодѣ измѣняющагося состоянія* его никакого интереса обыкновенно не представляетъ, и лишь въ нѣкоторыхъ случаяхъ такія вычисленія могутъ имѣть большое значеніе для физіолога. Въ самомъ дѣлѣ, на нервъ или мышцу перемѣнный токъ начинаетъ дѣйствовать, конечно, съ самаго начала своего возникновенія, но не трудно убѣдиться, хотя бы разсматривая кривую тетаническаго мышечнаго сокращенія, что изслѣдуемый органъ на раздражающій токъ отвѣчаетъ хотя и весьма быстро, но все же не съ перваго момента раздраженія. Поэтому было бы не безъинтересно опредѣлить, въ какомъ соотношеніи находится кривая усиленія тетануса къ кривой перемѣннаго тока въ періодѣ измѣняющагося состоянія его, и каковы свойства послѣдней кривой.

Вычисленіе силы тока перемѣннаго направленія въ періодѣ измѣняющагося состоянія его вообще крайне сложно, если принять во вниманіе *всѣ* свойства проводника, въ коемъ дѣйствуетъ

электровозбудительная сила перемѣннаго направленія, т. е. не только сопротивленіе и коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи, но и электроемкость ея. Но дѣло значительно упростится, если мы пренебрежемъ электроемкостью проводника, т. е., какъ это почти всегда и есть на практикѣ, будемъ имѣть въ виду проводникъ, электроемкость коего ничтожно мала.

Электровозбудительная сила дифференціальнаго тока E_0, измѣняющаяся въ видѣ синусовидной кривой, и равная въ данный моментъ, какъ мы знаемъ,

$$E_0 = E_{0(\max)} \sin 2\pi n \tau_1$$

можетъ быть, очевидно, разложена на произведенія

$$\mathfrak{L} \frac{dI_N}{d\tau} + WI_N = E_{0(\max)} \sin 2\pi n \tau_1$$

гдѣ I_N — сила результирующаго тока, W — сопротивленіе цѣпи, $\mathfrak{L}$ коэффиціентъ самоиндукціи ея, n — число полныхъ періодовъ тока, а τ_1 — время, считая отъ начала возникновенія электровозбудительной силы E_0.

Раздѣливъ обѣ части уравненія на $\mathfrak{L}$, имѣемъ

$$\frac{dI_N}{d\tau} + \frac{W}{\mathfrak{L}} I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\mathfrak{L}} \sin 2\pi n \tau_1$$

Отсюда интегральное исчисленіе для величины I_N даетъ выраженіе

$$I_N = \frac{E_{0(\max)}}{\mathfrak{L}} \cdot \frac{1}{\frac{W^2}{\mathfrak{L}^2} + (2\pi n)^2} \left[\frac{W}{\mathfrak{L}} \sin 2\pi n \tau_1 - 2\pi n \cos 2\pi n \tau_1\right] + Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$$

$$= E_{0(\max)} \frac{\mathfrak{L}}{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2} \left[\frac{W}{\mathfrak{L}} \sin 2\pi n \tau_1 - 2\pi n \cos 2\pi n \tau_1\right] + Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$$

гдѣ A есть нѣкоторая постоянная интеграла, а e — основаніе натуральныхъ логариѳмовъ (= 2,71828).

Если мы приравняемъ

$$\left[\frac{W}{\mathfrak{L}}\sin 2\pi n\tau_1 - 2\pi n\cos 2\pi n\tau_1\right] = x.\sin(2\pi n\tau_1 - \gamma)$$

что, какъ легко убѣдиться, возможно, если положимъ

$$x.\cos\gamma = \frac{W}{\mathfrak{L}} \qquad \text{слѣдовательно} \qquad \begin{cases}\cos\gamma = \dfrac{W}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}} \\ \sin\gamma = \dfrac{2\pi n\mathfrak{L}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}\end{cases}$$

$$x.\sin\gamma = 2\pi n$$

$$x = \frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}{\mathfrak{L}}$$

то получимъ

$$I_N = E_{0(\max)}\frac{\mathfrak{L}}{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}\cdot\frac{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}{\mathfrak{L}}\sin(2\pi n\tau_1 - \gamma) + Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$$

$$= \frac{E_{0(\max)}'}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}\sin(2\pi n\tau_1 - \gamma) + Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$$

Первый членъ правой части послѣдняго уравненія есть извѣстное уже намъ выраженіе для установившейся силы перемѣннаго тока, гдѣ γ есть уголъ, на который запаздываетъ $I_{N(\max)}$ противъ $E_{0(\max)}$, тогда какъ во второмъ членѣ величина A есть, какъ сказано выше, нѣкоторая постоянная, которую намъ остается опредѣлить.

Въ начальный моментъ, т. е. въ моментъ времени $\tau_1 = 0$, вся величина I_N должна быть равна нулю, ибо въ это время $E_0 = 0$; а такъ какъ мы имѣемъ въ разсматриваемый моментъ

$$\sin(2\pi n\tau_1 - \gamma) = -\sin\gamma$$

и

$$Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1} = A$$

то

$$I_N = -\frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}\cdot\sin\gamma + A = 0$$

откуда

$$A = \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \cdot \sin\gamma$$

Изъ выраженія

$$I_N = \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \sin(2\pi n \tau_1 - \gamma) + Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$$

мы видимъ, что, во время періода измѣняющагося состоянія перемѣннаго тока, въ цѣпи существуютъ одновременно какъ бы два тока: одинъ, съ самаго начала измѣняющійся въ видѣ правильной синусоиды, а другой, начинающійся съ максимума $= A$, сохраняющій постоянное направленіе, но ассимптотично падающій на нуль; отсюда ясно, что результирующій токъ I_N представляетъ въ каждый моментъ алгебраическую сумму силъ разсматриваемыхъ двухъ токовъ. Строго говоря, величина $Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$ будетъ равна нулю лишь по прошествіи безконечно большаго времени τ_1, но, на практикѣ, величина эта уже по прошествіи крайне ничтожнаго времени можетъ быть принята равною нулю, ибо кривая $Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$ быстро падаетъ съ увеличеніемъ τ_1.

На рисункѣ 242, мы видимъ кривыя обоихъ воображаемыхъ токовъ, изъ коихъ

1-ая кривая $= \frac{E_{0(max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n \mathfrak{L})^2}} \sin(2\pi n \tau_1 - \gamma)$

2-ая » $= Ae^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$

3-я » (жирная черта) есть истинный результирующій токъ. Изъ рисунка видно, что, съ теченіемъ времени, 3-я кривая весьма скоро сливается съ 1-ою (деформація волнъ исчезаетъ). Кромѣ этихъ трехъ кривыхъ, на рисункѣ мы видимъ еще 4-ую, а именно кривую E_0, что даетъ возможность видѣть отношеніе силы результирующаго тока къ электровозбудительной силѣ дифференціальнаго тока. Изображенныя на рисункѣ кривыя относятся къ случаю $E = 0{,}142$ вольта, $W = 150$ омамъ,

$\mathfrak{L} = 0,75$ квадранта, $n = 75$ въ секунду, откуда $\sin\gamma = 0,92$ и

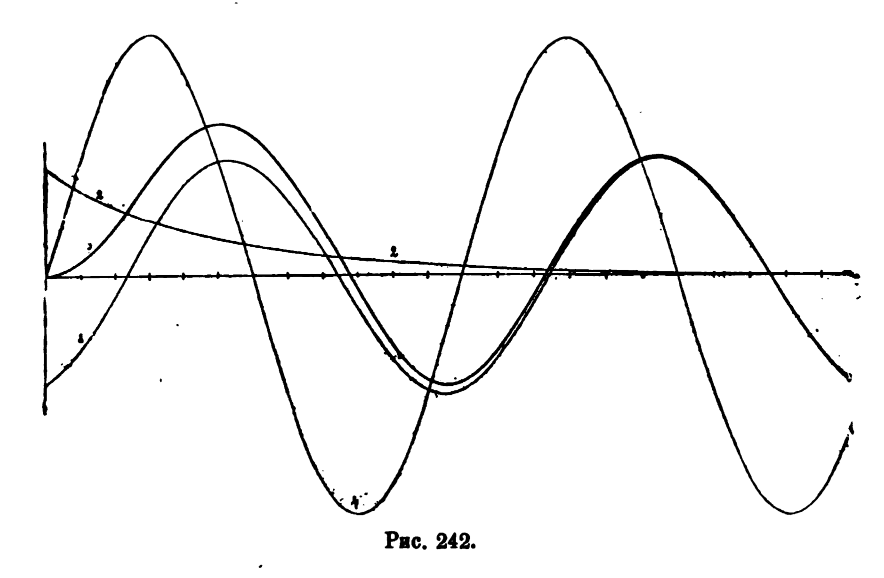


Рис. 242.

слѣдовательно $\gamma = 67°$; $A = 0,00034$ ампера, а окончательная величина $I_{N(\max)} = 0,00037$ ампера.

1014. Какъ видно изъ формулы, данной для результирующей силы тока I_N, разсматриваемый токъ съ самаго начала является токомъ перемѣннаго направленія, но, въ то время какъ направленныя въ одну сторону волны его растянуты и повышены противъ нормы, — волны, направленныя въ другую сторону, являются укороченными и уплощенными. Такъ какъ, далѣе (сравн. § 900),

$$A = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}} \sin\gamma = \frac{E_{0(\max)}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}} \cdot \frac{2\pi n\mathfrak{L}}{\sqrt{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}}$$

$$= E_{0(\max)} \frac{2\pi n\mathfrak{L}}{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}$$

а

$$E_{0(\max)} = 2\pi n F \mathfrak{H}$$

слѣдовательно

$$A = (2\pi n)^2 F \mathfrak{H} \frac{\mathfrak{L}}{W^2 + (2\pi n\mathfrak{L})^2}$$

то, какъ видимъ, начальная деформація волнъ возрастаетъ съ увеличеніемъ числа періодовъ тока, одновременно съ чѣмъ увеличивается и число сильно деформированныхъ волнъ. Наконецъ, начальная деформація возрастаетъ съ уменьшеніемъ сопротивленія цѣпи, одновременно съ чѣмъ опять таки увеличивается и періодъ рѣзкой деформаціи, ибо величина $e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$ тѣмъ медленнѣе приближается къ нулю, чѣмъ меньше W (или больше $\mathfrak{L}$).

LVIII. Періодъ измѣняющагося состоянія тока при дѣйствіи въ цѣпи постоянной электровозбудительной силы.

1015. На основаніи общихъ законовъ возникновенія электровозбудительной силы самоиндукціи, мы можемъ заключить, что въ случаѣ если въ цѣпь, обладающую коэффиціентомъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$, включить источникъ *постоянной электровозбудительной силы* E (напр. неполяризующійся гальваническій элементъ), то, спустя нѣкоторое время τ, считая съ момента замкнутія цѣпи, въ послѣдней, въ направленіи противоположномъ дѣйствію E, будетъ дѣйствовать электровозбудительная сила самоиндукціи

$$= \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}$$

гдѣ $I = \frac{E}{W}$, причемъ W есть общее сопротивленіе цѣпи. Такимъ образомъ *активная электровозбудительная сила*, дѣйствующая въ цѣпи въ теченіе времени $d\tau$, считая съ момента τ, равна

$$E - \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau} = I'W \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

гдѣ I' есть та сила тока, которую мы имѣемъ въ теченіе безконечно малаго промежутка времени $d\tau$, считаемаго отъ момента τ по замкнутіи цѣпи. Отсюда

$$I' = \frac{E - \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}}{W} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

тогда какъ электровозбудительная сила самоиндукціи

$$\mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}=E-I'W\dots\dots\dots\dots\dots\dots 3)$$

Интегрируя выраженіе 2) мы получаемъ[1])

$$I'=I+(I_0-I)e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$$

гдѣ e — основаніе натуральныхъ логариѳмовъ ($=2{,}71828$), I' искомая сила тока въ моментъ τ (считая со времени замкнутія цѣпи), I_0 — начальная сила тока, а I — конечная сила, равная $\frac{E}{W}$.

Такъ какъ въ самый моментъ замкнутія цѣпи начальная сила тока $I_0=0$, то, подставивъ въ выраженіе для I' значенія, соотвѣтствующія величинамъ I_0 и I, мы находимъ

$$I'=\frac{E}{W}+\left(0-\frac{E}{W}\right)e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$$

$$=\frac{E}{W}-\frac{E}{W}e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$$

$$=\frac{E}{W}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\dots\dots\dots\dots\dots\dots 4)$$

или

$$I'=I\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\dots\dots\dots\dots\dots\dots 4a)$$

Если E дана въ вольтахъ, W — въ омахъ, $\mathfrak{L}$ — въ квадрантахъ, τ — въ секундахъ, то I' опредѣляется въ амперахъ.

1016. Такимъ образомъ, изъ уравненія

$$I'=\frac{E}{W}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

[1]) Этотъ и нѣкоторые другіе аналогичные выводы невозможно сдѣлать безъ помощи интегральнаго исчисленія, вслѣдствіе чего соотвѣтствующія формулы мы принуждены дать въ конечномъ видѣ. Это обстоятельство не помѣшаетъ читателю усвоить себѣ послѣдующіе выводы.

мы видимъ, что, *благодаря самоиндукціи, токъ въ проводникѣ не достигаетъ тотчасъ же вслѣдъ за замкнутіемъ цѣпи нормальной и постоянной силы*

$$I=\frac{E}{W}$$

а усиливается лишь постепенно. Хотя изъ приведенныхъ для величины I' выраженій (4 и 4a) и слѣдуетъ, что постоянной силы I токъ можетъ достигнуть лишь чрезъ безконечное время, тѣмъ не менѣе, при практическихъ вычисленіяхъ мы найдемъ, что съ увеличеніемъ τ выраженіе $e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$ очень скоро достигаетъ величины, которою можно принебречь. При этомъ, изъ преобразованія выраженія

$$e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}=\frac{1}{e^{\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}}=\frac{1}{\sqrt[\mathfrak{L}]{e^{W\tau}}}$$

мы видимъ, что *величина эта тѣмъ скорѣе приближается къ нулю, чѣмъ значительнѣе сопротивленіе цѣпи и чѣмъ менѣе коэффиціентъ самоиндукціи ея,* т. е. чѣмъ значительнѣе отношеніе $\frac{W}{\mathfrak{L}}$. *Отношеніе $\mathfrak{L}$ къ W*, величинъ неизмѣнныхъ для данной цѣпи, *называется «постоянною времени» цѣпи*[1]). Періодъ, въ теченіе котораго сила тока отъ величины равной нулю (моментъ замкнутія цѣпи) доходитъ до конечной величины $=\frac{E}{W}$ (строго говоря до величины *въ практическомъ значеніи* не отличающейся отъ $\frac{E}{W}$), — носитъ названіе *періода измѣняющагося состоянія тока.* Въ слѣдующемъ параграфѣ мы увидимъ, что *періодъ измѣняющагося состоянія тока тѣмъ короче, чѣмъ менѣе постоянная времени цѣпи.*

Примѣръ 1.

Батарею аккумуляторовъ ничтожнаго сопротивленія, обладающую электровозбудительною силою въ 10 вольтъ, замыкаемъ чрезъ соленоидъ, сопро-

---

[1]) Zeitconstante.

тивленіе коего = 6000 омамъ, а коэффиціентъ самоиндукціи = 2 квадрантамъ. Какой силы достигнетъ токъ въ цѣпи по прошествіи 0,001 и 0,002 секунды?

Если бы самоиндукціи въ цѣпи не было, то мы получили бы сразу постоянную силу тока

$$I = \frac{10}{6000} = 0{,}001667 \text{ ампера;}$$

при данной же величинѣ коэффиціента самоиндукціи, мы, по прошествіи 0,001 секунды съ момента замкнутія цѣпи, имѣемъ въ цѣпи силу тока

$$I' = \frac{10}{6000}\left(1 - 2{,}71828^{-\frac{6000}{2}\cdot 0{,}001}\right)$$
$$= 0{,}001667\,(1 - 2{,}71828^{-3})$$
$$= 0{,}001667 . 0{,}9502 = 0{,}001584 \text{ ампера,}$$

тогда какъ, по прошествіи 0,002 секунды, сила тока достигаетъ уже величины

$$I'' = 0{,}001667\,(1 - 2{,}71828^{-6})$$
$$= 0{,}001663 \text{ ампера}$$ [1]).

1017. Въ практическомъ отношеніи, помимо опредѣленія силы, которой токъ достигаетъ по истеченіи времени τ съ момента замкнутія цѣпи, важно бываетъ еще и *опредѣленіе величины того промежутка времени* τ, *который необходимъ для того, чтобы токъ достигъ желаемаго процента своей конечной силы при данномъ отношеніи* $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ (rspct. при данной постоянной времени $= \frac{\mathfrak{L}}{W}$).

Положимъ, что мы желаемъ узнать, по прошествіи какого времени токъ достигнетъ $a\%$ своей конечной силы, т. е. когда

$$\frac{a}{100} \cdot \frac{E}{W} = I'$$

---

1)
$$2{,}71828^{-6} = \frac{1}{2{,}71828^{6}} \qquad 2{,}71828^{6} = x$$
$$6 . \log 2{,}71828 = \log x \qquad \log 2{,}71828 = 0{,}43429$$
$$6 . 0{,}43429 = 2{,}60576 = \log x$$

отсюда

$$x = 403{,}42$$

и

$$2{,}71828^{-6} = \frac{1}{403{,}42} = 0{,}00248$$

$$I_2 = 0{,}001667\,(1 - 0{,}00248) = 0{,}001667 . 0{,}99752 = 0{,}001663 \text{ ампера.}$$

Такъ какъ

$$I' = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

то

$$\frac{a}{100} \cdot \frac{E}{W} = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

или

$$\frac{a}{100} = 1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$$

гдѣ τ есть искомое время.

Отсюда имѣемъ

$$e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau} = 1 - \frac{a}{100}$$

$$-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau . \log e = \log\left(1 - \frac{a}{100}\right)$$

и

$$\tau = -\frac{\mathfrak{L}}{W} \cdot \frac{\log\left(1 - \frac{a}{100}\right)}{\log e} = -\frac{\mathfrak{L}}{W} \cdot \frac{\log\left(1 - \frac{a}{100}\right)}{0,43429} \quad \ldots\ldots 5)$$

Примѣръ 2.

Замыкаемъ цѣпь, заключающую электровозбудительную силу $E = 10$ вольтамъ, и представляющую 6000 омъ сопротивленія при коэффиціентѣ самоиндукціи въ 2 квадранта. По прошествіи какого времени сила тока достигнетъ 99,75% конечной силы?

Мы видимъ, что $a = 99,75$; отсюда

$$\tau = -\frac{2}{6000} \cdot \frac{\log\left(1 - \frac{99,75}{100}\right)}{0,43429} = -0,000333 \frac{\log 0,0025}{0,43429}$$

$$= -0,000333 \frac{\bar{3},39794}{0,43429} = \frac{-0,000333 . -2,60206}{0,43429}$$

$$\tau = 0,002 \text{ секунды.}$$

Повѣрка: въ примѣрѣ на стр. 951 мы видѣли, что, при условіяхъ этой задачи, токъ чрезъ 0,002 секунды достигаетъ силы $= 0,001663$ ампера, тогда какъ конечная сила его $= 0,001667$ ампера. Отсюда находимъ

$$\frac{0,001663}{0,001667} = 0,9975$$

т. е., по прошествіи 0,002 секунды, сила тока дѣйствительно $= 99,75\%$ своей конечной величины.

1018. Далѣе, можетъ представить интересъ *опредѣленіе того отношенія* $\frac{W}{\mathfrak{L}}$, *при которомъ токъ чрезъ данное время* (τ) *можетъ достигнуть желаемаго процента конечной силы.*

Изъ формулы

$$-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau.\log e = \log\left(1-\frac{a}{100}\right)$$

мы видимъ, что искомая величина отношенія $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ при данныхъ величинахъ τ и a

$$\frac{W}{\mathfrak{L}} = \frac{\log\left(1-\frac{a}{100}\right)}{-\tau.\log e}$$

$$= \frac{\log\left(1-\frac{a}{100}\right)}{-0{,}43429.\tau} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Примѣръ 3.

Каково должно быть отношеніе $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ для того, чтобы токъ, по прошествіи 0,002 секунды, считая отъ момента замкнутія цѣпи, достигъ 99,75% конечной силы?

$$\frac{W}{\mathfrak{L}} = \frac{\log\left(1-\frac{99{,}75}{100}\right)}{-0{,}43429.0{,}002} = \frac{-2{,}60206}{-0{,}00086858}$$

$$= 3000$$

(сравн. прим. 1 и 2).

1019. *Для практики недостаточно опредѣленія отношенія W къ $\mathfrak{L}$, но представляетъ еще интересъ опредѣлить численныя значенія послѣднихъ величинъ.* На практикѣ мы располагаемъ обыкновенно нѣсколькими катушками, сопротивленія коихъ $= w_1$, w_2, w_3 . . ., а коэффиціенты самоиндукціи $= \lambda_1$, λ_2, λ_3 . . ., причемъ отношенія $\frac{w_1}{\lambda_1}$, $\frac{w_2}{\lambda_2}$, $\frac{w_3}{\lambda_3}$ . . ., конечно, лишь въ исключительномъ случаѣ могутъ соотвѣтствовать требующейся постоянной $\frac{W}{\mathfrak{L}}$. Если отношенія эти *менѣе* требуемаго, то очевидно, что желаемаго результата легко достигнуть, включивъ въ цѣпь свободное отъ индукціи сопротивленіе w'. Величину этого добавочнаго сопротивленія не трудно опредѣлить: Такъ, если

$$\frac{w_1}{\lambda_1} = b$$

и

$$b < \frac{W}{\mathfrak{L}}$$

то изъ уравненія

$$\frac{w_1 + w'}{\lambda_1} = \frac{W}{\mathfrak{L}}$$

находимъ

$$w' = \lambda_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} - \frac{w_1}{\lambda_1} \right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

Если же всѣ отношенія $\frac{w_1}{\lambda_1}, \frac{w_2}{\lambda_2}, \frac{w_3}{\lambda_3}, \frac{w_4}{\lambda_4} \ldots$ *больше* требуемаго $\frac{W}{\mathfrak{L}}$, то ни одна изъ имѣющихся катушекъ для данной цѣли, конечно, не пригодна. Слѣдовало бы уменьшить сопротивленіе катушекъ, сохранивъ данные ихъ коэффиціенты самоиндукціи, или увеличить коэффиціенты самоиндукціи, сохранивъ данныя сопротивленія. Того и другаго мы могли бы, правда, достигнуть, придавая, при данной длинѣ и толщинѣ проволоки, различные размѣры необходимому «пространству обмотки» (см. прим. на стр. 646), но, такъ какъ для каждой данной проволоки существуетъ такое пространство обмотки, при коемъ коэффиціентъ самоиндукціи катушки достигаетъ максимума, то дальнѣйшаго увеличенія послѣдняго мы могли бы достигнуть лишь вложивъ въ каналъ катушки желѣзный сердечникъ. Однако, должно помнить, что при этомъ измѣнится самая форма кривой тока. Во всякомъ случаѣ, желая измѣнять по произволу кривую замыканія тока. удобнѣе всего вводить въ цѣпь катушки, имѣющія, при данномъ сопротивленіи W, наибольшій коэффиціентъ самоиндукціи (сравн. еще § 1085).

Примѣръ 4.

Имѣемъ катушки въ 1000 омъ и 0,2 квадранта, 10000 омъ и 3,3658 квадранта; требуется, чтобы постоянная ихъ $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ была, какъ въ предшествовавшихъ примѣрахъ, равна 3000. Между тѣмъ имѣемъ:

постоянная $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ первой катушки

$$= \frac{1000}{0,2} = 5000$$

постоянная же $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ второй катушки

$$= \frac{10000}{3{,}3658} = 2971{,}06$$

Слѣдовательно, первая катушка для нашей цѣли совершенно не пригодна; употребляя же вторую, мы должны ввести въ цѣпь послѣдовательно съ нею свободное отъ индукціи сопротивленіе

$$w' = s_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} - \frac{w_1}{s_1}\right) = 3{,}3658\ (3000 - 2971{,}06)$$
$$= 97{,}4 \text{ ома.}$$

1020. *Ту электровозбудительную силу* E, *которая должна дѣйствовать въ цѣпи для того, чтобы сила тока достигла желаемой конечной величины I при данной постоянной $\frac{W}{\mathfrak{L}}$, мы опредѣлимъ, умноживъ найденное сопротивленіе цѣпи ($w_1 + w'$) на силу тока I:*

$$E = (w_1 + w')\, I = I s_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}_1} - \frac{w_1}{s_1}\right) \ldots\ldots\ldots 8)$$

При этомъ величина E можетъ случайно соотвѣтствовать электровозбудительной силѣ нѣкотораго гальваническаго элемента, аккумулятора и т. п., и тогда намъ остается лишь включить этотъ источникъ электричества въ цѣпь, причемъ мы и получимъ желаемую силу тока (предполагая, конечно, что электровозбудительная сила источника не измѣнится вслѣдствіе поляризаціи). Но еще чаще случится, что необходимая для нашей цѣли электровозбудительная сила не соотвѣтствуетъ таковой какого-либо гальваническаго элемента или батареи такихъ элементовъ, тогда намъ остается воспользоваться термобатареей, электровозбудительную силу коей мы можемъ по произволу измѣнять. Но такъ какъ электровозбудительная сила термобатареи, изъ одной только разности температуръ спаевъ, никогда не можетъ быть опредѣлена съ достаточною точностью, то мы должны измѣрять ее при помощи подходящаго вольтметра, помѣщеннаго въ отвѣтвленіи. Этотъ случай имѣетъ для насъ столь большое практическое значеніе, что мы позволяемъ себѣ разобрать его подробнѣе.

Мы знаемъ, что сила тока въ параллельныхъ вѣтвяхъ равна разности потенціаловъ у точекъ вѣтвленія, дѣленной на сопротивленія вѣтвей. Если, поэтому вѣтвь w_2 (рис. 243) образуется

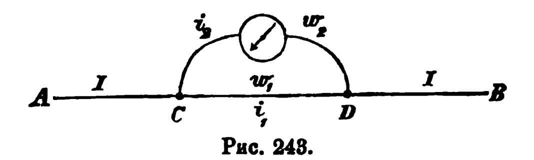


Рис. 243.

вольтметромъ, вѣтвь же w_1 есть та цѣпь, въ которой мы желаемъ получить токъ конечной силы i_1, измѣняющійся въ видѣ кривой

$$i_1 = \frac{E}{w_1}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

rspct.

$$i_1 = \frac{(V - V_1)}{w_1}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots 9)$$

то необходимо 1) получить въ точкахъ вѣтвленія CD такую величину $V - V_1$ разности потенціаловъ, при которой въ вѣтви w_1 получилась бы конечная сила тока i_1 и 2) достигнуть того, чтобы эта разность потенціаловъ, измѣренная вольтметромъ при разомкнутой вѣтви w_1, не измѣнялась бы и вслѣдъ за замкнутіемъ послѣдней. При данной величинѣ w_2 мы достигаемъ перваго условія, измѣняя электровозбудительную силу термобатареи, дѣйствующей въ главной цѣпи AB; втораго же условія достигнуть вполнѣ вообще невозможно и потому мы должны стремиться къ тому, чтобы разность потенціаловъ у точекъ вѣтвленія не измѣнялась свыше извѣстнаго (возможно малаго) процента. Такъ какъ

$$V - V_1 = i_2 w_2$$

то, допуская измѣненіе въ x % величины $V - V_1$, мы допускаемъ таковое же измѣненіе силы тока i_2. Слѣдовательно задача сводится на то, чтобы опредѣлить — каково должно быть сопротивленіе W главной цѣпи, чтобы, при размыканіи и замыканіи

вѣтви w_1, сила тока i_2 не измѣнялась свыше извѣстнаго процента. Такую задачу мы уже разсматривали въ § 396 и здѣсь намъ остается лишь обобщить ее.

При разомкнутой вѣтви w_1, мы имѣемъ въ главной цѣпи AB, rspct. въ вѣтви w_2, силу тока $I = i_2$, причемъ

$$I = \frac{E}{W + w_2}$$

гдѣ E — электровозбудительная сила, дѣйствующая въ главной цѣпи, а W искомое сопротивленіе ея. При замкнутой вѣтви w_1 мы имѣемъ въ главной цѣпи силу тока

$$I_1 = \frac{E}{W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}}$$

а въ вѣтви w_2 силу тока

$$i_2' = I_1 \frac{w_1}{w_1 + w_2} = \frac{E w_1}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2}$$

Разность

$$I - i_2' = \frac{x}{100} \frac{E}{W + w_2} = \frac{x}{100} i_2$$

Отсюда мы можемъ опредѣлить величину W:

$$W w_2 [100 (W + w_2)] = x (W + w_2) [W (w_1 + w_2) + w_1 w_2]$$

$$100 W w_2 = x [W (w_1 + w_2) + w_1 w_2]$$

$$W [w_2 (100 - x) - x w_1] = x w_1 w_2$$

и

$$W = \frac{x w_1 w_2}{w_2 (100 - x) - x w_1} \dots\dots\dots\dots\dots 10)$$

Изъ этой формулы мы видимъ, что *при допускаемомъ процентѣ x колебанія разности потенціаловъ въ точкахъ вѣтвленія, сопротивленіе главной цѣпи можетъ быть тѣмъ больше, чѣмъ значительнѣе сопротивленіе вѣтвей*. При неизмѣнномъ сопротивленіи w_2 и данномъ процентѣ x, величина W увеличивается съ увеличеніемъ сопротивленія w_1. Итакъ, для того чтобы разность потенціаловъ $V - V_1$ въ точкахъ вѣтвленія не колебалась свыше

$x^0/_0$ при размыканіи и замыканіи вѣтви w_1, сопротивленіе источника электричества (rspct. сопротивленіе всей главной цѣпи) не должно превышать величины

$$W = \frac{x w_1 w_2}{w_2 (100 - x) - x w_1}$$

Теперь остается опредѣлить — какова должна быть электровозбудительная сила E въ главной цѣпи съ сопротивленіемъ W для того, чтобы, при данныхъ сопротивленіяхъ w_1 и w_2, разность потенціаловъ въ точкахъ вѣтвленія достигла величины $V - V_1$.

Такъ какъ

$$V - V_1 = i_2' w_2$$
$$= \frac{E w_1}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2} . w_2$$

то

$$E = \frac{(V - V_1) [W(w_1 + w_2) + w_1 w_2]}{w_1 w_2} \ldots\ldots\ldots\ldots 11)$$

Если сопротивленіе термобатареи (измѣняющееся при нагрѣваніи) выше или ниже сопротивленія

$$W = \frac{x w_1 w_2}{w_2 (100 - x) - x w_1}$$

то колебанія величины $V - V_1$ превзойдутъ процентъ x, или, наоборотъ, будутъ ниже его. *При данныхъ сопротивленіяхъ W, w_1 и w_2 процентъ x, на который измѣняется величина $V - V_1$ при разомкнутой и замкнутой вѣтви w_1,* опредѣляется изъ приведеннаго выше уравненія

$$I - i_2' = \frac{x}{100} \frac{E}{W + w_2}$$

$$\frac{E}{W + w_2} - \frac{E w_1}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2} = \frac{x}{100} \frac{E}{W + w_2}$$

$$100 \{ W(w_1 + w_2) + w_1 w_2 - w_1 (W + w_2) \} =$$
$$= x [W(w_1 + w_2) + w_1 w_2]$$

$$100 W w_2 = x [W(w_1 + w_2) + w_1 w_2]$$

$$x = \frac{100 W w_2}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2} \ldots\ldots\ldots\ldots 12)$$

Изъ послѣдней формулы мы видимъ, что *величина* x (*процентъ измѣненія величины* $V - V_1$) *уменьшается какъ съ уменьшеніемъ сопротивленія главной цѣпи* (W), *такъ и съ уменьшеніемъ сопротивленія вольтметра* (w_2); *при данныхъ же величинахъ* W *и* w_2 *величина* x *уменьшается съ увеличеніемъ сопротивленія вѣтви* w_1.

Примѣръ 5.

Мы желаемъ, чтобы конечная сила тока въ нѣкоторой цѣпи была $= 0{,}000002$ ампера, возростая въ видѣ кривой

$$\frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

причемъ, по прошествіи времени $\tau = 0{,}002$ секунды, сила тока достигала бы уже $99{,}75\%$ конечной величины. Какимъ образомъ достигнуть этого результата?

Для того, чтобы, по прошествіи времени $\tau = 0{,}002$ секунды, сила тока достигла $99{,}75\%$ конечной величины, необходимо, чтобы постоянная $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ была $= 3000$. Это мы нашли въ примѣрѣ 3. Далѣе, въ примѣрѣ 4, мы нашли, что, взявъ имѣющуюся у насъ катушку съ сопротивленіемъ въ 10000 омъ и съ коэффиціентомъ самоиндукціи въ 3,3658 квадранта и включивъ послѣдовательно съ нею свободное отъ индукціи сопротивленіе въ 97,4 ома, мы получимъ цѣпь съ требующеюся постоянною $\frac{W}{\mathfrak{L}} = 3000$ [1]). Для того, чтобы конечная сила тока въ этой цѣпи равнялась 0,000002 ампера, необходимо, чтобы въ цѣпи дѣйствовала электровозбудительная сила

$$E = (10000 + 97{,}4) . 0{,}000002 = 0{,}0201948 \text{ вольта,}$$

или, если цѣпь эта представляетъ вѣтвь нѣкоторой сѣти, — чтобы у конечныхъ точекъ вѣтви господствовала разность потенціаловъ

$$V - V_1 = 0{,}0201948 \text{ вольта.}$$

Составимъ слѣдующую простую сѣть: соединимъ полюсы нѣкоторой термобатареи съ одной стороны съ вольтметромъ, съ другой стороны съ нашею вѣтвью съ сопротивленіемъ въ 10097,4 ома. Вольтметръ, какъ видно изъ задачи, долженъ измѣрять по крайней мѣрѣ стотысячныя части вольта. Положимъ, что мы имѣемъ такой инструментъ и что сопротивленіе обмотки его $= 4000$ омамъ. Очевидно, что, при столь значительномъ сопротивленіи вѣтвей, электровозбудительная сила термобатареи, обладающей весьма небольшимъ сопротивленіемъ, должна лишь немногимъ превышать разность потенціаловъ $V - V_1 = 0{,}0201948$

---

1) $$\frac{10000 + 97{,}4}{3{,}3658} = 3000$$

вольта. Пусть, при необходимомъ для полученія такой электровозбудительной силы нагрѣваніи и охлажденіи спаевъ термобатареи, внутреннее сопротивленіе ея $= 2{,}5$ ома; тогда имѣемъ

$$W = 2{,}5 \text{ ома},$$
$$w_1 = 10097{,}4 \text{ ома},$$
$$w_2 = 4000 \quad \text{»}$$

Отсюда мы видимъ, что разность потенціаловъ у точекъ вѣтвленія при разомкнутой и замкнутой цѣпи будетъ измѣняться на (форм. 12)

$$x = \frac{100\, W w_2}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2} = \frac{100 . 2{,}5 . 4000}{2{,}5\,(10097{,}4 + 4000) + 10097{,}4 . 4000}$$
$$= 0{,}02474\%.$$

Теперь остается опредѣлить ту электровозбудительную силу, которую должна развить термобатарея для того, чтобы разность потенціаловъ въ точкахъ вѣтвленія достигла величины $V - V_1 = 0{,}0201948$ вольта. Какъ мы выше видѣли (форм. 11), искомая электровозбудительная сила

$$\text{E} = \frac{(V - V_1)\,[W(w_1 + w_2) + w_1 w_2]}{w_1 w_2}$$

слѣдовательно, принимая внутреннее сопротивленіе термобатареи неизмѣнно равнымъ 2,5 ома, имѣемъ

$$\text{E} = \frac{0{,}0201948 . [2{,}5\,(10097{,}4 + 4000) + 10097{,}4 . 4000]}{10097{,}4 . 4000}$$
$$= 0{,}0202124 \text{ вольта}.$$

Повѣрка. Если электровозбудительная сила термобатареи $= 0{,}0202124$ вольта, то, при разомкнутой вѣтви w_1, разность потенціаловъ у точекъ вѣтвленія

$$= (V - V_1)' = \frac{\text{E}}{W + w_2}\, w_2 = \frac{0{,}0202124}{2{,}5 + 4000} . 4000 = 0{,}020199775 \text{ вольта},$$

тогда какъ при замкнутой вѣтви w_1 имѣемъ

$$(V - V_1) = \frac{\text{E} w_1}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2} . w_2 = \frac{0{,}0202124 . 10097{,}4}{2{,}5(10097{,}4 + 4000) + 10097{,}4 . 4000} . 4000$$
$$= 0{,}020194778 \text{ вольта}.$$

Отсюда находимъ, что величина $V - V_1$ составляетъ

$$\frac{0{,}020199775 . 100}{0{,}020194778} = 100{,}02474\%$$

величины $(V - V_1)'$, т. е. разность потенціаловъ у точекъ вѣтвленія измѣняется на $0{,}02474\%$, — что мы нашли и выше. На тотъ же процентъ измѣняется и сила тока въ вѣтви w_1, а именно она равна

$$\frac{0{,}020199775}{10097{,}4} = 0{,}0000020004927 \text{ ампера},$$

resp.

$$\frac{0{,}020194778}{10097{,}4} = 0{,}0000019999978 \text{ ампера.}$$

Примѣчаніе. Если бы мы допустили колебаніе разности потенціаловъ $V - V_1$, resp. силы тока i_1, въ размѣрѣ $x = 1\%$, то сопротивленіе главной цѣпи могло бы быть увеличено до

$$W = \frac{x w_1 w_2}{w_2 (100 - x) - x w_1} = \frac{1 . 10097{,}4 . 4000}{4000 (100 - 1) - 1 . 10097{,}4}$$
$$= 104{,}7 \text{ ома.}$$

1021. Итакъ мы сдѣлали

1) опредѣленіе того промежутка времени τ, который необходимъ для того, чтобы токъ достигъ желаемаго процента своей конечной силы при данной постоянной $\frac{W}{\mathfrak{L}}$;

2) опредѣленіе той постоянной $\frac{W}{\mathfrak{L}}$, при которой токъ чрезъ данное время τ можетъ достигнуть желаемаго процента конечной силы;

3) опредѣленіе той электровозбудительной силы, которая должна дѣйствовать въ цѣпи для того, чтобы сила тока достигла желаемой конечной величины I при данной постоянной $\frac{W}{\mathfrak{L}}$.

1022. Легко понять, что,

a) измѣняя одновременно постоянную $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ и величину дѣйствующей въ цѣпи электровозбудительной силы, мы можемъ, при одной и той же конечной силѣ тока, достигнуть даннаго процента послѣдней въ промежутокъ времени τ', различный отъ первоначальнаго времени τ.

Слѣдовательно, кривая тока

$$I = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

не измѣняясь въ конечной высотѣ, будетъ, такъ сказать, растягиваться или сжиматься вдоль абсциссы, представляющей время, считаемое отъ момента замкнутія цѣпи. Такимъ образомъ, мы получимъ, напр., слѣдующія двѣ кривыя: конечныя высоты ихъ

съ одной стороны и высоты ординатъ $a_1 b_1$ и $a_2 b_2$ съ другой — равны между собою (рис. 244), тогда какъ время τ во второй

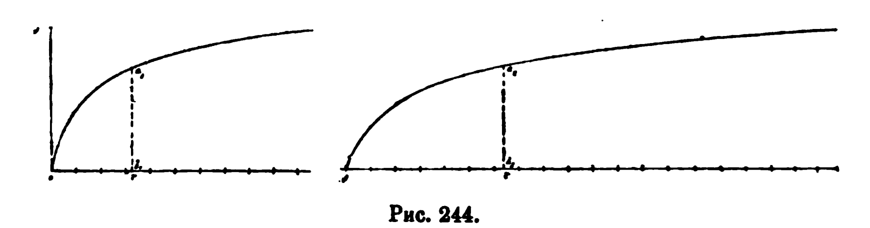


Рис. 244.

кривой вдвое превышаетъ время τ въ первой.

1023. *b) Измѣняя, при данной постоянной $\frac{W}{\mathfrak{L}}$, величину электровозбудительной силы, дѣйствующей въ цѣпи, мы можемъ достигнуть того, что, при различныхъ конечныхъ силахъ тока, желаемый $^0/_0$ послѣднихъ получимъ въ одинъ и тотъ же данный промежутокъ времени τ.* Такимъ образомъ мы получимъ, напр., слѣдующія двѣ кривыя (рис. 245), въ коихъ абсциссы $o\tau$ равны

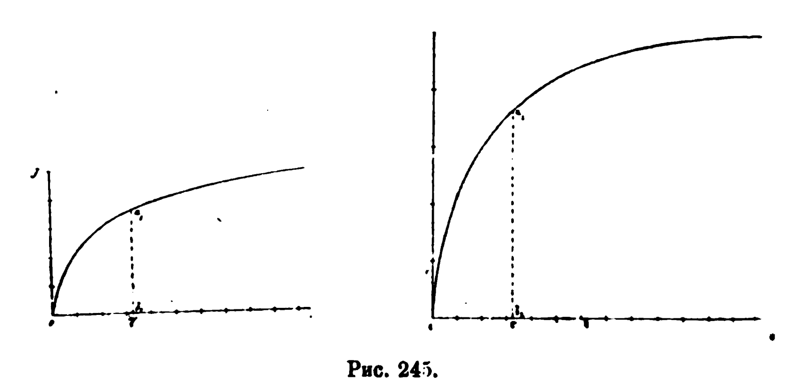


Рис. 245.

между собою, и далѣе, отношенія соотвѣтствующихъ времени τ ординатъ $a_1 b_1$ и $a_2 b_2$ къ конечнымъ высотамъ кривыхъ — одинаковы ($= 75^0/_0$ конечныхъ высотъ).

1024. *Ad a)*: Опредѣлимъ теперь, какому измѣненію должны мы подвергнуть постоянную $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ и величину E электровозбудительной силы, дѣйствующей въ цѣпи, для того, чтобы, при одной

и той же конечной силѣ тока, данный % послѣдней былъ достигнутъ въ промежутокъ времени τ', въ n разъ бóльшій или меньшій того первоначальнаго промежутка времени τ, въ который % этотъ получался при начальныхъ величинахъ $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ и E.

Пусть $\tau' = n\tau$, гдѣ n можетъ быть какъ цѣлымъ числомъ, такъ и дробью. Для той постоянной, которая необходима для того, чтобы токъ достигъ по прошествіи времени τ желаемаго % конечной силы, мы нашли выраженіе

$$\frac{W}{\mathfrak{L}} = \frac{\log.\left(1 - \frac{a}{100}\right)}{-0{,}43429\,\tau}$$

отсюда видно, что при

$$\tau' = n\tau$$

постоянная цѣпи будетъ

$$\left(\frac{W}{\mathfrak{L}}\right)' = \frac{\log.\left(1 - \frac{a}{100}\right)}{-0{,}43429\,n\tau}$$

или

$$\left(\frac{W}{\mathfrak{L}}\right)' = \frac{W}{\mathfrak{L}} : n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 13)$$

Изъ этого отношенія, при данномъ коэффиціентѣ самоиндукціи λ_1 катушки и сопротивленіи ея w_1, мы находимъ, какъ выше, необходимое свободное отъ индукціи добавочное сопротивленіе w':

$$\frac{w_1 + w'}{\lambda_1} = \frac{W}{\mathfrak{L}} : n$$

$$w' = \lambda_1\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) - w_1 \ldots\ldots\ldots\ldots 14)$$

вслѣдствіе чего общее сопротивленіе цѣпи

$$(w_1)' = w_1 + w' = \lambda_1\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) \ldots\ldots\ldots\ldots 15)$$

Очевидно, что въ случаѣ если n есть правильная дробь, — вели-

чина w' всегда будетъ положительна, въ случаѣ же когда n есть цѣлое число или неправильная дробь, — величина w' можетъ получить отрицательное значенiе, такъ что $(w_1)'$ окажется менѣе даннаго сопротивленiя w_1, изъ чего мы заключаемъ, что съ имѣющеюся катушкою желаемаго результата получить невозможно. Такимъ образомъ, *уменьшить то время, въ теченiе котораго токъ достигаетъ желаемаго* $^0/_0$ *конечной силы, мы можемъ всегда произвольно, — увеличить же это время мы можемъ лишь до нѣкотораго конечнаго предѣла*: этого предѣла мы достигаемъ въ томъ случаѣ, когда не вводимъ въ цѣпь никакого добавочнаго сопротивленiя; для того же, чтобы предѣлъ этотъ превзойти, мы должны взять катушку, постоянная коей $\frac{w}{\lambda}$ была бы менѣе ранѣе данной $\frac{w_1}{\lambda_1}$ (сравн. еще § 1085).

Для того, чтобы въ цѣпи съ сопротивленiемъ $(w_1)' = w_1 + w'$ получилась конечная сила тока $= I$, необходимо, чтобы въ цѣпи этой дѣйствовала электровозбудительная сила

$$E = (w_1 + w')\, I$$
$$= I\lambda_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

или, если, какъ выше, вмѣсто электровозбудительной силы E мы пользуемся разностью потенцiаловъ точекъ вѣтвленiя, — необходимо чтобы эта разность потенцiаловъ была

$$V - V_1 = i_1 (w_1)' = i_1 \lambda_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

для чего въ главной цѣпи должна дѣйствовать электровозбудительная сила

$$E = \frac{(V - V_1)\,\{W[(w_1)' + w_2] + (w_1)' w_2\}}{(w_1)' w_2}$$
$$= i_1 \lambda_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) \frac{W[(w_1)' + w_2] + (w_1)' w_2}{(w_1)' w_2} \quad \ldots\ldots \quad 18)$$

Замѣняя $(w_1)'$ найденнымъ для него значеніемъ $\left[= \lambda_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right)\right]$, получаемъ для E простѣйшее выраженіе

$$E = i_1 \lambda_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) \frac{W\left[\lambda_1\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) + w_2\right] + \lambda_1\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) w_2}{\lambda_1\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) w_2}$$

$$= i_1 \left\{\frac{\lambda_1\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right)(W + w_2)}{w_2} + W\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ 18a)$$

Примѣръ 6.

Въ примѣрѣ 5 мы нашли, что при коэффиціентѣ самоиндукціи цѣпи $= 3{,}3658$ квадранта и при сопротивленіи $= 10097{,}4$ ома, другими словами, при постоянной $\frac{W}{\mathfrak{L}} = 3000$, сила тока по прошествіи 0,002 секунды достигаетъ 99,75% конечной величины. Далѣе мы нашли, что конечная сила тока $= 0{,}000002$ ампера, если разсматриваемая цѣпь составляетъ одну изъ двухъ вѣтвей, на которыя распадается главная цѣпь, имѣющая сопротивленіе $= 2{,}5$ ома и дѣйствующую въ ней электровозбудительную силу $= 0{,}0202124$ вольта, причемъ сопротивленіе второй вѣтви $= 4000$ омамъ. Теперь мы желаемъ, чтобы токъ достигъ 99,75% конечной силы не по прошествіи времени $\tau = 0{,}002$ секунды, а 1) по прошествіи времени τ' въ 10 разъ большаго и 2) по прошествіи времени τ'' въ 10 разъ меньшаго; слѣдовательно имѣемъ

$$\tau' = n\tau = 0{,}02 \text{ секунды},$$
$$\tau'' = n'\tau = 0{,}0002 \text{ секунды},$$
$$n = 10$$
$$n' = 0{,}1$$

Такимъ образомъ, оставивъ въ цѣпи прежнюю катушку съ сопротивленіемъ $w_1 = 10000$ омамъ и съ коэффиціентомъ самоиндукціи $\lambda_1 = 3{,}3658$ квадранта, мы найдемъ, что

въ первомъ случаѣ должно ввести въ цѣпь добавочное сопротивленіе

$$w' = \lambda_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) - w_1$$

$$w' = 3{,}3658 . \frac{3000}{10} - 10000$$

и слѣдовательно цѣль достигнута быть не можетъ;

во второмъ же случаѣ должно ввести въ цѣпь добавочное сопротивленіе

$$w' = 3{,}3658\,(3000 : 0{,}1) - 10000$$
$$= 90974$$

вслѣдствіе чего получимъ общее сопротивленіе цѣпи

$$(w_1)' = 10000 + 90974 = 100974 \text{ ома.}$$

Образуя этою цѣпью вѣтвь w_1, оставляя въ вѣтви w_2 прежнее сопротивленіе $= 4000$ омамъ, а въ главной цѣпи сопротивленіе $W = 2{,}5$ ома, мы находимъ, что электровозбудительную силу термобатареи (примѣръ 5, стр. 959—960) придется повысить до величины

$$E = i_1 s_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right) \frac{W[(w_1)' + w_2] + (w_1)' w_2}{(w_1)' w_2}$$

$$= 0{,}000002 . 3{,}3658 (3000 : 0{,}1) . \frac{2{,}5 (100974 + 4000) + 100974 . 4000}{100974 . 4000}$$

$$= 0{,}202079 \text{ вольта [1]}.$$

При этомъ условіи, въ вѣтви $(w_1)'$ дѣйствительно получимъ конечную силу тока

$$i_1 = \frac{E w_2}{W[(w_1)' + w_2] + (w_1)' w_2}$$

$$= \frac{0{,}202079 . 4000}{2{,}5 (100974 + 4000) + 100974 . 4000} = 0{,}000002 \text{ ампера.}$$

1025. Подобно тому какъ, вслѣдъ за замыканіемъ цѣпи, токъ не достигаетъ мгновенно своей нормальной силы, такъ и *при перерывѣ цѣпи, или вслѣдъ за внезапнымъ увеличеніемъ сопротивленія послѣдней, сила тока не падаетъ мгновенно до нормы* (т. е. до нуля или до нѣкоторой другой, соотвѣтствующей условіямъ опыта, величины): возникающая въ цѣпи электровозбудительная сила самоиндукціи, дѣйствуя въ одномъ направленіи съ электровозбудительною силой, производящей токъ (§ 880), препятствуетъ внезапному паденію тока до нормы, требуемой закономъ Ома.

Вычислить кривую того паденія силы тока, которое происходитъ въ теченіе времени, потребнаго на самый процессъ пере-

---

[1]) То же мы получимъ, вычисляя по формулѣ

$$E = i_1 \left\{ \frac{s_1 \left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right)(W + w_2)}{w_2} + W \right\}$$

$$= 0{,}000002 \left\{ \frac{3{,}3658 (3000 : 0{,}1) (2{,}5 + 4000)}{4000} + 2{,}5 \right\}$$

$$= 0{,}000002 (101037{,}109 + 2{,}5) = 0{,}202079 \text{ вольта.}$$

рыва цѣпи, — нѣтъ возможности, ибо не можетъ быть извѣстенъ ходъ происходящихъ при этомъ измѣненій сопротивленія цѣпи. Во всякомъ случаѣ, не подлежитъ сомнѣнію, что, при любомъ способѣ перерыва цѣпи, данное сопротивленіе ея не можетъ *внезапно* возрасти до безконечности. Въ самомъ дѣлѣ, 1) соприкосновеніе разъединяемыхъ проводниковъ никогда не нарушается *мгновенно*, 2) въ случаѣ перескакиванія искры между разъединяемыми частями цѣпи, сопротивленіе части воздуха, выполненной искрой, далеко не такъ огромно, какъ сопротивленіе нормальнаго воздушнаго слоя (послѣднее, практически, можно принять за безконечно большое). Лишь въ случаѣ если проводники, соприкасающіеся на возможно маломъ пространствѣ, разъединяются съ весьма значительною скоростью (дѣйствіемъ сильныхъ пружинъ) и искры при разрывѣ не получается, можно *въ практическомъ смыслѣ* допустить, что сопротивленіе цѣпи внезапно возрастаетъ до безконечности и сила тока внезапно падаетъ до нуля.

1026. Въ случаѣ внезапнаго увеличенія сопротивленія цѣпи W на нѣкоторую новую величину W_1, первоначальная сила тока

$$I = \frac{E}{W}$$

какъ только что было сказано, не можетъ сразу упасть до

$$I_1 = \frac{E}{W + W_1}$$

а уменьшается лишь постепенно, такъ что по прошествіи τ секундъ, считая отъ момента введенія въ цѣпь новаго сопротивленія, сила тока равна

$$I_2 = \frac{E}{W + W_1}\left(1 + \frac{W_1}{W}\, e^{-\frac{W + W_1}{\mathfrak{L}}\tau}\right) \ldots\ldots\ldots 19)$$

Хотя изъ этой формулы и слѣдуетъ, что конечная сила тока можетъ установиться лишь по прошествіи безконечнаго времени, однако и здѣсь, какъ при вычисленіи аналогичной формулы для силы

тока при замыканіи цѣпи (§ 1016), мы видимъ, что, по мѣрѣ увеличенія времени τ, величина $\frac{W_1}{W} e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau}$ весьма быстро уменьшается, притомъ тѣмъ скорѣе, чѣмъ болѣе сопротивленіе $W+W_1$ и чѣмъ менѣе коэффиціентъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$.

При численномъ рѣшеніи уравненія

$$I_2 = \frac{E}{W+W_1}\left(1 + \frac{W_1}{W} e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

поступаемъ слѣдующимъ образомъ: приведенное выраженіе измѣняемъ въ

$$I_2 = \frac{E}{W+W_1}\left(1 + \frac{W_1}{W} \cdot \frac{1}{e^{\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau}}\right)$$

и означаемъ

$$\frac{W_1}{W} \text{ чрезъ } b$$

$$\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau \quad \text{»} \quad a$$

тогда

$$\frac{W_1}{W} \cdot \frac{1}{e^{\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau}} = b \cdot \frac{1}{e^a} = \frac{b}{e^a}$$

Означивъ, далѣе,

$$\frac{b}{e^a} = y$$

имѣемъ

$$\log b - \log e^a = \log y$$

а такъ какъ

$$\log e^a = a \log e$$
$$= 0{,}43429\, a$$

то

$$\log y = \log b - 0{,}43429\, a$$

откуда, по таблицѣ логариѳмовъ, находимъ самую величину y. Опредѣливъ y видимъ, что

$$I = \frac{E}{W+W_1}(1+y)$$

Примѣръ 7 (продолженіе примѣра 1):

Въ цѣпи въ 6000 омъ сопротивленія дѣйствуетъ электровозбудительная сила въ 10 вольтъ; коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи = 2 квадрантамъ. Каковы будутъ силы тока спустя 0,00001 и 0,00002 секунды вслѣдъ за введеніемъ въ цѣпь свободнаго отъ индукціи сопротивленія въ 994000 ома?

Въ случаѣ отсутствія самоиндукціи, сила тока мгновенно установилась бы на

$$I_1 = \frac{10}{6000 + 994000} = 0{,}000001 \text{ ампера},$$

при условіяхъ же задачи имѣемъ:

1) по прошествіи 0,00001 секунды

$$b = \frac{994000}{6000} = 165{,}66667 \qquad \log b = 2{,}21923$$

$$a = \frac{6000 + 994000}{2} . 0{,}00001 = 5$$

слѣдовательно

$$\log y = 2{,}21923 - 5 . 0{,}43429$$
$$= 2{,}21923 - 2{,}17145 = 0{,}04778$$

отсюда

$$y = 1{,}11635$$

и

$$I_2 = \frac{\mathrm{E}}{W + W_1}(1 + y) = 0{,}000001\,(1 + 1{,}11635) = 0{,}000001 . 2{,}11635$$
$$= 0{,}0000021163 \text{ ампера};$$

тогда какъ

2) по прошествіи 0,00002 секунды имѣемъ уже силу тока

$$I_3 = 0{,}0000010075 \text{ ампера}.$$

1027. Для *опредѣленія того промежутка времени* τ, *который необходимъ для того, чтобы токъ достигъ желаемаго процента* (*a*) *своей конечной силы* (т. е. величины $\frac{a}{100} \cdot \frac{\mathrm{E}}{W + W_1}$), производимъ вычисленіе, аналогичное приведенному въ § 1017:

$$\frac{a}{100} \cdot \frac{\mathrm{E}}{W + W_1} = \frac{\mathrm{E}}{W + W_1}\left(1 + \frac{W_1}{W} e^{-\frac{W + W_1}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

$$\frac{a}{100} = 1 + \frac{W_1}{W} e^{-\frac{W + W_1}{\mathfrak{L}}\tau}$$

$$\frac{W_1}{W} e^{-\frac{W + W_1}{\mathfrak{L}}\tau} = \frac{a}{100} - 1$$

$$e^{-\frac{W + W_1}{\mathfrak{L}}\tau} = \left(\frac{a}{100} - 1\right)\frac{W}{W_1}$$

$$-\frac{W + W_1}{\mathfrak{L}}\tau . \log e = \log\left[\left(\frac{a}{100} - 1\right)\frac{W}{W_1}\right]$$

отсюда

$$\tau = -\frac{\mathfrak{L}}{W+W_1} \cdot \frac{\log\left[\left(\frac{a}{100}-1\right)\frac{W}{W_1}\right]}{\log e}$$

$$= -\frac{\mathfrak{L}}{W+W_1} \cdot \frac{\log\left[\left(\frac{a}{100}-1\right)\frac{W}{W_1}\right]}{0{,}43429} \quad \ldots\ldots\ldots 20)$$

Примѣръ 8.

Въ цѣпи, съ сопротивленіемъ $W = 6000$ омамъ, дѣйствуетъ электровозбудительная сила $E = 10$ вольтамъ; коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи $= 2$ квадрантамъ; вводимъ внезапно свободное отъ индукціи сопротивленіе $W_1 = 994000$ омамъ. По прошествіи какого времени τ, считая съ момента введенія новаго сопротивленія, сила тока будетъ равна 211,63% своей конечной величины?[1])

$$\tau = -\frac{2}{6000+994000} \cdot \frac{\log\left[\left(\frac{211{,}63}{100}-1\right)\frac{6000}{994000}\right]}{0{,}43429}$$

$$= -0{,}000002 \cdot \frac{\log 0{,}006738}{0{,}43429}$$

$$\log 0{,}006738 = \bar{3}{,}82853 = -2{,}17147$$

$$\tau = -0{,}000002 . \frac{-2{,}17147}{0{,}43429}$$

$$= -0{,}000002 . -5$$

$$\tau = 0{,}00001 \text{ секунды.}$$

Повѣрка. Изъ предшествовавшаго примѣра мы видимъ, что, по истеченіи 0,00001 секунды, сила тока въ нашемъ случаѣ = 0,0000021163 ампера, тогда какъ конечная сила тока = 0,000001 ампера. Слѣдовательно, по истеченіи 0,00001 секунды сила тока составляетъ дѣйствительно

$$\frac{0{,}0000021163 . 100}{0{,}000001} = 211{,}63\% \text{ конечной величины.}$$

1028. Далѣе можетъ представить интересъ рѣшеніе вопроса: *какое свободное отъ индукціи сопротивленіе W_1 должны мы ввести въ цѣпь для того, чтобы, при ранѣе данныхъ сопротивленіи W и коэффиціентѣ самоиндукціи $\mathfrak{L}$, сила тока въ теченіе времени τ упала до a % своей конечной величины?* Другими словами, при какомъ сопротивленіи W_1

$$\frac{a}{100} = 1 + \frac{W_1}{W} e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau}$$

---

[1]) Такъ какъ сила тока падаетъ, то, выражая эту силу въ % конечной величины, мы для любаго момента τ будемъ имѣть процентъ, превышающій 100.

Рѣшеніе такой задачи возможно только при помощи ряда приближеній, для чего, прежде всего мы должны нѣсколько преобразовать приведенное уравненіе. Пишемъ

$$\frac{a}{100}-1=\frac{W_1}{W}e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}.e^{-\frac{W_1}{\mathfrak{L}}\tau}=\frac{1}{We^{\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}}.W_1e^{-\frac{W_1}{\mathfrak{L}}\tau}$$

и отсюда далѣе

$$\left(\frac{a}{100}-1\right)We^{\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}=W_1e^{-\frac{W_1}{\mathfrak{L}}\tau}$$

Умноживъ обѣ части уравненія на $e^{\frac{W_1}{\mathfrak{L}}\tau}$ и перенеся W_1 въ первую часть равенства, получимъ

$$\left[\left(\frac{a}{100}-1\right)We^{\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right]e^{\frac{W_1}{\mathfrak{L}}\tau}-W_1=0$$

гдѣ численное значеніе всѣхъ величинъ, входящихъ въ выраженіе, заключенное въ большихъ скобкахъ, намъ извѣстно. Теперь мы можемъ рѣшить послѣднее уравненіе, придавая величинѣ W_1 различныя положительныя значенія, начиная съ нуля (отрицательнымъ, сопротивленіе W_1 быть не можетъ). При этомъ въ разности, составляющей правую часть уравненія, мы получимъ различныя численныя значенія со знаками (+) или (—) и продолжать приближеніе должны будемъ до тѣхъ поръ, пока разность, согласно приведенной формулѣ, не будетъ равна нулю. Впрочемъ, какъ будетъ указано въ приводимомъ ниже примѣрѣ, закончить рѣшеніе удобнѣе при помощи интерполированія.

Такъ какъ разсматриваемое здѣсь уравненіе имѣетъ видъ

$$e^x-x=0$$

и такъ какъ e^x можетъ быть разложено въ рядъ

$$e^x=x+\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^3}{1.2.3}\cdots,$$

то, ограничиваясь нѣсколькими n членами, мы видимъ, что, вмѣсто выраженія $e^x - x = 0$, мы можемъ получить нѣкоторое уравненіе n-ой степени, имѣющее n корней, реальныхъ или мнимыхъ. Для нашей цѣли важны лишь реальныя положительныя рѣшенія, коихъ, въ предѣлахъ практики, можетъ, однако, быть нѣсколько. Слѣдовательно *приведенное выше уравненіе*

$$\frac{a}{100} = 1 + \frac{W_1}{W} e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau}$$

можетъ быть удовлетворено не однимъ, а нѣсколькими численными величинами W_1.

Приводимъ примѣръ:

Въ цѣпи, съ сопротивленіемъ W=6000 омамъ, дѣйствуетъ нѣкоторая электровозбудительная сила E; при какомъ внезапно введенномъ, свободномъ отъ индукціи сопротивленіи W_1 сила тока по прошествіи 0,00001 секунды упадетъ до 211,68% своей конечной величины, если коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи = 2 квадрантамъ?

Подставляя численныя значенія въ уравненіе

$$\left[\left(\frac{a}{100} - 1\right) W . e^{\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right] e^{\frac{W_1}{\mathfrak{L}}\tau} - W_1 = 0$$

имѣемъ

$$\left[\left(\frac{211,68}{100} - 1\right) 6000 . e^{\frac{6000}{2} \cdot 0,00001}\right] e^{\frac{W_1}{2} 0,00001} - W_1 = 0$$

$$6901,4\, e^{\frac{W_1}{200000}} - W_1 = 0$$

или, для краткости,

$$u = 0$$

Теперь будемъ придавать величинѣ W_1 различныя значенія, начиная съ нуля:

если	$W_1 =$	0,	то	$u = +\ 6901,4$
»	$W_1 =$	10,	»	$u = +\ 6892,1$
»	$W_1 =$	100,	»	$u = +\ 6704,9$
»	$W_1 =$	1000,	»	$u = +\ 5935,9$
»	$W_1 =$	10000,	»	$u = -\ 2744,6$
»	$W_1 =$	100000,	»	$u = -\ 88626,5$
»	$W_1 =$	1000000,	»	$u = +\ 25167,8$

Итакъ, мы видимъ, что, до $W_1 = 1000$, разность u имѣетъ положительное значеніе, далѣе u принимаетъ значеніе отрицательное, а при W_1 =1000000 — снова

положительное. Слѣдовательно, уже въ означенныхъ предѣлахъ, значеніе W_1, удовлетворяющее уравненію $u = 0$, заключается

во-первыхъ въ предѣлѣ между 1000 — 10000
во-вторыхъ » » » 100000 — 1000000.

Сближая предѣлы значеній, придаваемыхъ нами величинѣ W_1, получаемъ для перваго случая рядъ:

$W_1 = 5000$	$u = + 2075$
$W_1 = 7000$	$u = + 147$
$W_1 = 8000$	$u = - 918$
$W_1 = 7500$	$u = - 345$
$W_1 = 7200$	$u = - 46$
$W_1 = 7100$	$u = + 52$

Слѣдовательно, искомое значеніе величины W_1 лежитъ между 7100 и 7200. Продолжая еще сближеніе, находимъ

$W_1 = 7130$	$u = + 19{,}9$
$W_1 = 7140$	$u = + 12{,}27$
$W_1 = 7150$	$u = + 2{,}61$
$W_1 = 7160$	$u = - 7{,}04$

Слѣдовательно, искомое значеніе величины W_1 лежитъ между 7150 и 7160.

Для опредѣленія послѣдняго цѣлаго знака въ искомой для W_1 величинѣ мы можемъ прибѣгнуть къ интерполированію. Формула, данная Ньютономъ для интерполированія, слѣдующая:

$$u = u_0 + \frac{x - x_0}{b} \Delta u_0 = 0$$

гдѣ u имѣетъ извѣстное уже намъ значеніе, x въ разсматриваемомъ случаѣ $= W_1$, а x_0 есть то найденное для W_1 значеніе, при которомъ знакъ, предшествующій искомому, опредѣленъ уже вѣрно (слѣдовательно $x_0 = W_{1(0)} = 7150$); далѣе, u_0 есть то значеніе, которое мы нашли для u соотвѣтственно x_0 (слѣдовательно у насъ $u_0 = + 2{,}61$); b есть та величина, на которую разнятся послѣдовательныя приближенія, придаваемыя W_1 (слѣдовательно въ послѣднемъ рядѣ $b = 10$), а Δu_0 есть разность между u_0 и слѣдующимъ найденнымъ для u значеніемъ [слѣдовательно, у насъ $\Delta u_0 = + 2{,}61 - (- 7{,}04) = + 9{,}65$]. Продолжимъ еще рядъ приближеній для W_1, принявъ $b = 10$; тогда получимъ рядъ величинъ u, Δu_0 и еще $\Delta^2 u_0$, составляющихъ разность между послѣдующими величинами Δu_0. Интерполированіе даетъ точный результатъ въ случаѣ, если величины $\Delta^2 u_0$ малы:

$W_{1(0)} = 7150$	$u_0 = + 2{,}61$		
		$\Delta u_0 = + 9{,}65$	
$W_1 = 7160$	$u = - 7{,}04$		$\Delta^2 u_0 = 0{,}01$
		$\Delta u_0 = + 9{,}66$	
$W_1 = 7170$	$u = - 16{,}7$		$\Delta^2 u_0 = 0{,}04$
		$\Delta u_0 = + 9{,}70$	
$W_1 = 7180$	$u = - 26{,}4$		$\Delta^2 u_0 = 0{,}10$
		$\Delta u_0 = + 9{,}60$	
$W_1 = 7190$	$u = - 36$		

Подставляя въ формулу

$$u = u_0 + \frac{W_1 - W_{1(0)}}{b} \Delta u_0 = 0$$

найденныя для u_0 и Δu_0 величины, и обозначая $\frac{W_1 - W_{1(0)}}{b} = z$, находимъ

$$u = u_0 + z \Delta u_0 = 0$$
$$u = 2{,}61 + z . - 9{,}65 = 0$$
$$= 2{,}61 - 9{,}65\, z = 0$$

откуда

$$2{,}61 = 9{,}65\, z$$

и

$$z = 0{,}27$$

Итакъ,

$$z = \frac{W_1 - W_{1(0)}}{b} = 0{,}27$$

или, подставляя значенія $W_{1(0)}$ и b,

$$\frac{W_1 - 7150}{10} = 0{,}27$$

откуда

$$W_1 - 7150 = 10 . 0{,}27$$
$$W_1 = 7150 + 10 . 0{,}27 = 7152{,}7$$

или, круглымъ числомъ,

$$W_1 = 7153$$

Выше мы нашли, что значеніе W_1, удовлетворяющее уравненію

$$\left[\left(\frac{a}{100} - 1\right) W . e^{\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right] e^{\frac{W_1}{\mathfrak{L}}\tau} - W_1 = 0$$

можетъ еще заключаться между 100000 и 1000000. Сближая эти предѣлы, находимъ:

$$W_1 = 100000 \qquad u = - 88626$$
$$W_1 = 1000000 \qquad u = + 25168$$
$$W_1 = 900000 \qquad u = -278756$$
$$W_1 = 950000 \qquad u = -132198$$
$$W_1 = 990000 \qquad u = - 15799$$
$$W_1 = 995000 \qquad u = + 4423$$
$$W_1 = 994000 \qquad u = + 1236$$

Не продолжая сближенія далѣе, мы видимъ, что приблизительно

$$W_1 = 994000$$

Итакъ, сила тока въ теченіе 0,00001 секунды упадетъ до 211,68% своей конечной величины въ двухъ случаяхъ, а именно, вслѣдъ за включеніемъ въ цѣпь сопротивленія

$$W_1 = 7153 \text{ омамъ},$$

или сопротивленія

$$W_1 = 994000 \text{ омамъ.}$$

Повѣримъ эти рѣшенія: въ обоихъ случаяхъ должно быть

$$1 + \frac{W_1}{W} e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau} = \frac{211,63}{100} = 2,1163$$

при $W = 6000$, $\mathfrak{L} = 2$ и $\tau = 0,00001$.

Дѣйствительно, если $W_1 = 7153$, то

$$1 + \frac{7153}{6000} . 2,71828^{-\frac{6000+7153}{2} 0,00001} = 1 + 1,19217 . 2,71828^{-0,065765}$$

$$0,065765 . \log . 2,71828 = \log x = 0,02856108$$

$$x = 1,06795$$

$$\frac{1}{1,06795} = 0,93637$$

$$1 + 1,19217 . 0,93637 = 2,1163$$

Точно также, если $W_1 = 994000$, то

$$1 + \frac{994000}{6000} . 2,71828^{-\frac{6000+994000}{2} \cdot 0,00001} = 1 + 165,67 . e^{-5}$$

$$e^{-5} = 0,006738$$

$$1 + 165,67 . 0,006738 = 2,1163$$

1029. До сихъ поръ мы разсматривали *кривыя* усиленія и ослабленія тока; но, помимо этого, весьма важно *опредѣленіе того количества электричества, которое протекаетъ въ цѣпи въ періодѣ измѣняющагося состоянія тока за время* τ, *считая съ начала разсматриваемаго періода*. Мы изслѣдуемъ оба относящіеся сюда случая, т. е. опредѣлимъ количество электричества, протекающаго въ цѣпи за время τ, считая съ момента замкнутія цѣпи, и количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ теченіе времени τ, считая съ момента увеличенія сопротивленія цѣпи; другими словами, мы опредѣлимъ величины площадей ограниченныхъ кривыми усиленія и паденія тока за время τ.

1030. I. Для того, чтобы *опредѣлить количество Q_1 электричества, протекающаго въ цѣпи за время τ, считая съ момента замкнутія цѣпи*, строимъ уравненіе:

$$Q_1 = I\tau + (I_0 - I)\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

или, подставляя значенія для I_0 и I (стр. 949):

$$Q_1 = \frac{E}{W}\tau + \left(0 - \frac{E}{W}\right)\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

$$= \frac{E}{W}\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

или

$$= I\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

Если время τ велико, то, какъ мы видѣли въ § 1016, величина $e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$ приближается къ нулю, и тогда

$$Q_1 = I\left(\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\right)$$

Если и частнымъ $\frac{\mathfrak{L}}{W}$ (представляющимъ всегда дробь, меньшую единицы) можно пренебречь предъ величиною τ, то

$$Q_1 = I\tau$$

выводъ, извѣстный намъ уже изъ § 580.

1031. I. a. Интереснымъ можетъ представиться вопросъ: *каково должно быть время τ, для того, чтобы все выраженіе*

$$Q_1 = \frac{E}{W}\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

равнялось одной и той же величинѣ Q_1 при измѣненіяхъ E?

Т. е., какое нужно время для того, чтобы въ цѣпи протекло одно и тоже количество электричества въ случаѣ, когда токъ достигаетъ различныхъ конечныхъ силъ вслѣдствіе измѣненій электровозбудительной силы, дѣйствующей въ цѣпи (при неизмѣнныхъ величинахъ W и $\mathfrak{L}$)?

Для рѣшенія этой задачи преобразуемъ приведенное уравненіе такимъ образомъ:

$$\frac{Q_1 W}{E} = \tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

и далѣе

$$\frac{Q_1 W}{E} + \frac{\mathfrak{L}}{W} - \frac{\mathfrak{L}}{W} e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau} - \tau = 0$$

гдѣ постоянныя величины

$$\frac{Q_1 W}{E} + \frac{\mathfrak{L}}{W} = a$$

$$\frac{\mathfrak{L}}{W} = b$$

$$\frac{W}{\mathfrak{L}} = c$$

такъ что

$$a + be^{-c\tau} - \tau = 0$$

Какъ видимъ, послѣднее уравненіе можетъ быть удобно рѣшено по изложенному выше (§ 1028) способу послѣдовательныхъ приближеній. То значеніе для τ, съ котораго мы должны начать приближеніе, опредѣлится, если мы приравняемъ нулю величину $\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$, въ выраженіи

$$Q_1 = \frac{E}{W}\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

послѣ чего

$$Q_1 = \frac{E}{W}\tau$$

гдѣ Q_1, E и W даны, такъ что начальная величина

$$\tau = \frac{Q_1 W}{E}$$

т. е. *ниже* этой величины τ быть не можетъ.

Примѣръ 1. Опредѣлить, какое количество электричества Q_1 протечетъ въ цѣпи въ 0,001 секунды, считая съ момента замкнутія цѣпи, если

$$E = 10$$
$$W = 6000$$
$$\mathfrak{L} = 2$$
$$\tau = 0{,}001$$

При этихъ условіяхъ

$$e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau} = 0{,}049787$$

и, слѣдовательно,

$$Q_1 = \frac{10}{6000}\left\{0{,}001 - \frac{2}{6000}(1 - 0{,}049787)\right\}$$

$$= 0{,}000001139 \text{ кулона.}$$

Примѣръ 2 (обратный первому). Опредѣлить, какое время нужно для того, чтобы въ цѣпи съ момента замкнутія ея протекло 0,000001139 кулона, если

сопротивленіе цѣпи $W = 6000$ омамъ,
дѣйствующая электровозбудительная сила $E = 10$ вольтамъ,
а коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи $\mathfrak{L} = 2$ квадрантамъ.

Уравненіе, изъ коего мы имѣемъ опредѣлить время τ, есть

$$a - be^{-c\tau} - \tau = 0$$

причемъ

$$a = \frac{Q_1 W}{E} + \frac{\mathfrak{L}}{W} = \frac{0{,}000001139 . 6000}{10} + \frac{2}{6000} = 0{,}0010167$$

$$b = \frac{\mathfrak{L}}{W} = \frac{2}{6000} = 0{,}0003333$$

$$c = \frac{W}{\mathfrak{L}} = \frac{6000}{2} = 3000$$

начальная же величина

$$\tau = \frac{Q_1 W}{E} = 0{,}0006834$$

т. е. время τ не можетъ быть менѣе 0,0006834 секунды. Начнемъ поэтому, приближеніе придавъ, напр., τ значеніе 0,0008 секунды. Тогда

$$a - be^{-c\tau} - \tau = 0{,}0010167 - 0{,}0003333 . 0{,}09072 - 0{,}0008$$
$$= + 0{,}0001865$$

При $\tau = 0{,}0009$ получаемъ $+ 0{,}000943$

» $\tau = 0{,}0011$ » $- 0{,}000956$

Слѣдовательно искомое время τ лежитъ между 0,0009 и 0,0011; взявъ τ=0,001, находимъ, дѣйствительно, что, какъ требуетъ задача,

$$a - be^{-c\tau} - \tau = 0$$

1032. I. b. Далѣе, интересъ можетъ представить слѣдующая задача (сравни § 1031 (а), стр. 976): *каково должно быть время* τ *для того, чтобы все выраженіе*

$$Q_1 = \frac{E}{W}\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

равнялось одной и той же величинѣ Q_1, *при измѣненіяхъ* E *и* $\frac{W}{\mathfrak{L}}$ *одновременно производимыхъ;* при этомъ предполагаются такія измѣненія E и $\frac{W}{\mathfrak{L}}$, при коихъ

$$\frac{E'}{W'} = \frac{E}{W} = I$$

Если, слѣдовательно,

$$\left(\frac{W}{\mathfrak{L}}\right)' = \frac{W}{\mathfrak{L}} : n$$

то

$$W' = \mathfrak{L}'\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right)$$

а

$$E' = \frac{E}{W} . \mathfrak{L}'\left(\frac{W}{\mathfrak{L}} : n\right)$$

Рѣшеніе этой задачи вполнѣ аналогично рѣшенію предшествующей: приводимъ основное уравненіе къ виду

$$\frac{Q_1 W}{E} = \tau - n\,\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{n\mathfrak{L}}.\tau}\right)$$

или

$$\frac{Q_1 W}{E} + n\frac{\mathfrak{L}}{W} - n\frac{\mathfrak{L}}{W} e^{-\frac{W}{n\mathfrak{L}}\cdot\tau} - \tau = 0$$

или

$$a - be^{-c\tau} - \tau = 0$$

гдѣ

$$a = \frac{Q_1 W}{E} + n\frac{\mathfrak{L}}{W}$$

$$b = n\frac{\mathfrak{L}}{W}$$

$$c = \frac{W}{n\mathfrak{L}}$$

Начальная величина τ (величина, съ которой начинаемъ приближеніе)

$$= \frac{Q_1 W}{E}$$

1033. II. *Количество электричества, протекающее въ цѣпи въ теченіе времени τ_1, считая отъ момента увеличенія сопротивленія цѣпи съ величины W на величину $W + W_1$, находимъ равнымъ*

$$Q_2 = \frac{E}{W + W_1}\left\{\tau_1 + \frac{\mathfrak{L} W_1}{W(W + W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

1034. И здѣсь можетъ представить интересъ *опредѣленіе времени* τ_1, что достигается, смотря по обстоятельствамъ, способами, совершенно аналогичными изложеннымъ въ § 1031 или § 1032.

1035. Въ § 1017 мы нашли, что токъ по замкнутіи цѣпи достигаетъ a % своей конечной силы спустя время

$$\tau = -\frac{\mathfrak{L}}{W}\cdot\frac{\log\left(1 - \frac{a}{100}\right)}{\log e}$$

Если постоянную времени цѣпи $\frac{\mathfrak{L}}{W}$ увеличить въ n разъ, то въ

n разъ увеличится, очевидно, и время τ, необходимое для достиженія токомъ прежняго % конечной силы:

$$-n\frac{\mathfrak{L}}{W}\cdot\frac{\log\left(1-\frac{a}{100}\right)}{\log e}=n\tau$$

Въ § 1027 мы нашли, что токъ, по введеніи въ цѣпь новаго сопротивленія, падаетъ до a % своей конечной силы спустя время

$$\tau=-\frac{\mathfrak{L}}{W+W_1}\cdot\frac{\log\left[\left(\frac{a}{100}-1\right)\frac{W}{W_1}\right]}{\log e}$$

слѣдовательно и здѣсь при увеличеніи въ n разъ постоянной времени цѣпи $\frac{\mathfrak{L}}{W+W_1}$ въ n разъ увеличится время τ, необходимое для достиженія токомъ прежняго % конечной силы.

Отсюда видимъ, что *токи въ проводникахъ, обладающихъ различными сопротивленіями* (напр. W и W_0) *и различными коэффиціентами самоиндукціи* ($\mathfrak{L}$ и $\mathfrak{L}_0$), *достигаютъ одного и того же процента конечной силы по прошествіи временъ* (τ и τ_1), *относящихся другъ къ другу, какъ частныя изъ коэффиціентовъ самоиндукціи и сопротивленій данныхъ проводниковъ* (*какъ постоянныя времени проводниковъ*)

$$\tau_1:\tau=\frac{\mathfrak{L}_0}{W_0}:\frac{\mathfrak{L}}{W}$$

$$\tau_1:\tau=\frac{\mathfrak{L}_0}{(W+W_1)_0}:\frac{\mathfrak{L}}{(W+W_1)}$$

Чѣмъ значительнѣе постоянныя времени цѣпи, тѣмъ менѣе крута кривая тока увеличивающагося или уменьшающагося въ силѣ.

1036. Если, при нѣкоторой постоянной времени $\frac{\mathfrak{L}}{W}$, начертить кривую усиленія тока, ординаты коей соотвѣтствуютъ процентамъ конечной силы въ послѣдовательные моменты времени, то, на основаніи такой кривой, легко будетъ опредѣлить, какого процента конечной силы достигнетъ токъ въ любой моментъ, при любыхъ отношеніяхъ коэффиціента самоиндукціи къ сопротивле-

нію. Разсмотримъ примѣръ: въ случаѣ, когда Е=2 вольтамъ, W=1536,5 ома и $\mathfrak{L}$=4,6084 квадранта, слѣдовательно при постоянной времени $\frac{\mathfrak{L}}{W} = 0{,}0029992$, мы нашли, что сила тока

чрезъ	0,001	секунды	достигаетъ	0,00036902	ампера.
»	0,002	»	»	0,00063345	»
»	0,004	»	»	0,00095863	»
»	0,006	»	»	0,00112558	»
»	0,008	»	»	0,00121127	»
»	0,01	»	»	0,00125532	»
»	0,012	»	»	0,00127784	»
»	0,014	»	»	0,00128944	»
»	0,016	»	»	0,00129382	»
»	0,018	»	»	0,00129843	»
»	0,02	»	»	0,00130001	»
тогда какъ конечная сила тока			»	0,00130166	».

Если силу тока, полученную по прошествіи τ секундъ, означимъ чрезъ A, а конечную силу тока — чрезъ B, то процентъ, который A составляетъ въ величинѣ B, равенъ

$$a = \frac{A.100}{B}$$

Такимъ образомъ находимъ, что, *при постоянной времени цѣпи* $\frac{\mathfrak{L}}{W}$ =0,0029993,

чрезъ	0,001	секунды	токъ	достигаетъ	28,3%	конечной	силы,
»	0,002	»	»	»	48,7	»	»
»	0,004	»	»	»	73,6	»	»
»	0,006	»	»	»	86,5	»	»
»	0,008	»	»	»	93,0	»	»
»	0,01	»	»	»	96,4	»	»
»	0,012	»	»	»	98,2	»	»
»	0,014	»	»	»	99,1	»	»
»	0,016	»	»	»	99,4	»	»
»	0,018	»	»	»	99,7	»	»
»	0,02	»	»	»	99,9	»	».

Откладывая на координатной бумагѣ, раздѣленной на квадратные миллиметры, въ абсциссахъ время (лучше всего такъ, чтобы 20 миллиметровъ равнялось 0,001 секунды, слѣдовательно 1 mm. = 0,00005 секунды), а въ ординатахъ проценты силы тока (напр. такъ, чтобы 1 mm. = 0,1%), мы строимъ кривую, изъ которой можемъ опредѣлить время, необходимое для того, чтобы токъ достигъ

желаемаго процента любой конечной силы, при любомъ извѣстномъ намъ отношеніи $\frac{\mathfrak{L}_1}{W_1}$.

Приводимъ, въ сильно уменьшенномъ видѣ, чертежъ вычисленной нами кривой (рис. 246), дѣленія абсциссы коего соотвѣтствуютъ $^2/_{1000}$ секунды.

Примѣръ вычисленія при помощи кривой: Принявъ въ соображеніе, что въ случаѣ, къ которому относится наша кривая, постоянная времени цѣпи

$$\frac{\mathfrak{L}}{W} = 0{,}0029993,$$

опредѣлить, чрезъ какое время τ_1 сила тока достигнетъ 93% своей конечной величины въ проводникѣ, коэффиціентъ самоиндукціи коего $\mathfrak{L}_1 = 42$ квадрантамъ, а сопротивленіе $W_1 = 3000$ омамъ. Въ случаѣ нашей кривой сила тока достигаетъ 93% конечной величины по прошествіи времени $\tau = 0{,}008$ секунды, слѣдовательно, такъ какъ для даннаго теперь проводника постоянная времени

$$\frac{\mathfrak{L}_1}{W_1} = \frac{42}{3000} = 0{,}014,$$

то искомое время

$$\tau_1 : \tau = \frac{W_1}{\mathfrak{L}_1} : \frac{W}{\mathfrak{L}}$$

$$\tau_1 = \tau \frac{W_1}{\mathfrak{L}_1} : \frac{W}{\mathfrak{L}}$$

$$\tau_1 = \frac{0{,}008 . 0{,}014}{0{,}0029993} = 0{,}03734 \text{ секунды.}$$

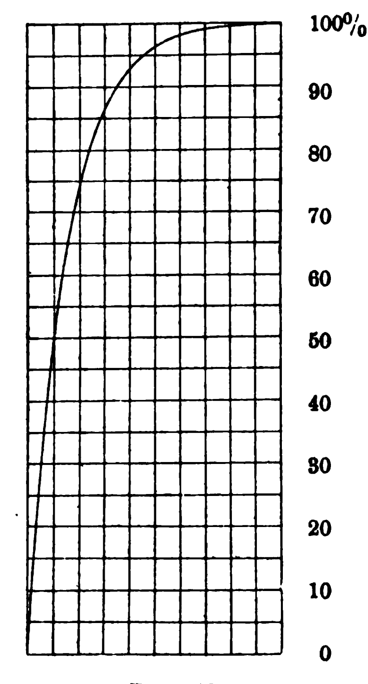


Рис. 246.

Дѣйствительно, пусть въ проводникѣ дѣйствуетъ электровозбудительная сила въ 3 вольта, тогда, по прошествіи 0,03734 секунды, токъ достигаетъ силы

$$I = \frac{3}{3000}\left(1 - 2{,}71828^{-\frac{3000 \cdot 0{,}03734}{42}}\right)$$

$$= 0{,}00093 \text{ ампера,}$$

тогда какъ конечная сила тока

$$= \frac{3}{3000} = 0{,}001 \text{ ампера;}$$

отсюда находимъ, что по прошествіи 0,03734 секунды, токъ въ проводникѣ достигаетъ

$$a = \frac{0{,}00093 . 100}{0{,}001} = 93\% \text{ своей конечной силы.}$$

1667. Для рѣшенія такой же задачи относительно кривой паденія силы тока послѣ введенія въ цѣпь новаго сопротивленія, строимъ кривую, основанную на тѣхъ же соображеніяхъ, что и выше.

Примѣръ. Мы нашли, что въ случаѣ если въ цѣпь, въ которой дѣйствуетъ электровозбудительная сила въ 2 вольта, сопротивленіе коей $=1536{,}5$ ома, а коэффиціентъ самоиндукціи $=4{,}6084$ квадранта, внезапно ввести свободное отъ индукціи сопротивленіе также $=1536{,}5$ ома, то первоначальная сила тока, равная 0,00130166 ампера, будетъ падать слѣдующимъ образомъ:

чрезъ	0	секунды	сила	тока	$=0{,}00130166$	ампера,
»	0,0005	»	»	»	$=0{,}00111714$	»
»	0,001	»	»	»	$=0{,}00098493$	»
»	0,002	»	»	»	$=0{,}00082234$	»
»	0,004	»	»	»	$=0{,}00069602$	»
»	0,006	»	»	»	$=0{,}00066275$	»
	конечная	же	»	»	$=0{,}00065083$	» .

Приравнявъ конечную силу тока 100, мы можемъ вычислить тотъ $\% = a$, который падающая сила тока составитъ по отношенію къ конечной силѣ. Пусть въ моментъ τ сила тока $=A$, конечная же сила тока $=B$, тогда имѣемъ

$$A : B = a : 100$$

$$a = \frac{A.100}{B}$$

причемъ, конечно, всегда $a > 100$.

Вычисляя указаннымъ способомъ, находимъ въ нашемъ случаѣ:

При постоянной времени цѣпи $\frac{\mathcal{L}}{W+W_1} = 0{,}0014996$

чрезъ	0,0005	секунды	сила	тока	падаетъ	до	171,6%	конечной	величины,
»	0,001	»	»	»	»	»	151,3	»	»
»	0,002	»	»	»	»	»	126,4	»	»
»	0,003	»	»	»	»	»	111,6	»	»
»	0,004	»	»	»	»	»	106,9	»	»
»	0,005	»	»	»	»	»	103,9	»	»
»	0,006	»	»	»	»	»	101,8	»	»
тогда	какъ	конечная	сила	тока		=	100,0	»	» .

Этими данными мы можемъ воспользоваться для составленія кривой паденія силы тока. Пользуясь этою кривою, находимъ, что, при какой-либо постоянной времени $\frac{\mathcal{L}_0}{(W+W_1)_0}$ токъ a % конечной силы достигнетъ по прошествіи времени τ_1, которое относится къ времени τ, употребленному на такое же паденіе тока въ случаѣ нашей кривой, какъ $\frac{\mathcal{L}_0}{(W+W_1)_0} : \frac{\mathcal{L}}{W+W_1}$; слѣдовательно

$$\tau_1 = \tau . \frac{\mathcal{L}_0}{(W+W_1)_0} : \frac{\mathcal{L}}{W+W_1}$$

1038. Если, при сопротивленіи цѣпи $= W$, электровозбудительной силѣ $= E$ и при установившейся силѣ тока $= \frac{E}{W}$, ввести въ цѣпь новое сопротивленіе W_1, то, какъ мы знаемъ, сила тока падаетъ до предѣла

$$I = \frac{E}{W + W_1}$$

слѣдуя кривой (§ 1026)

$$I_1 = \frac{E}{W + W_1}\left(1 + \frac{W_1}{W} e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

Если *при установившейся силѣ тока* $I = \frac{E}{W + W_1}$, *выключить сопротивленіе* W_1, то токъ долженъ будетъ вновь подняться до исходной величины $= \frac{E}{W}$, причемъ *кривую, которой будутъ слѣдовать измѣненія силы тока*, не трудно опредѣлить, подставивъ въ извѣстное уже намъ уравненіе (§ 1015)

$$I_1 = I + (I_0 - I)\, e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$$

соотвѣтствующія значенія для I и I_0:

$$I = \frac{E}{W} + \left(\frac{E}{W + W_1} - \frac{E}{W}\right) e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$$

Слѣдовательно *искомая кривая*

$$I = \frac{E}{W}\left(1 - \frac{W_1}{W + W_1}\, e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

Мы видимъ, что при

$$\tau = 0$$
$$I = \frac{E}{W + W_1}$$

тогда какъ при

$$\tau = \infty$$

$$I = \frac{E}{W}$$

1039. *Количество электричества Q_1, протекающаго въ цѣпи въ теченіе времени τ, считая съ момента уменьшенія сопротивленія цѣпи съ величины $W+W_1$ на величину W*, находимъ, подставивъ значенія для I и I_0 въ извѣстную намъ формулу (§ 1030)

$$Q_1 = I\tau + (I_0 - I)\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

Имѣемъ

$$Q_1 = \frac{E}{W}\tau + \left(\frac{E}{W+W_1} - \frac{E}{W}\right)\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

$$Q_1 = \frac{E}{W}\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

1040. Мы не будемъ разсматривать подробно стадій измѣняющагося состоянія тока въ вѣтвяхъ различныхъ сѣтей проводниковъ, а ограничимся лишь краткимъ разборомъ простѣйшаго случая, имѣющаго, какъ увидимъ въ своемъ мѣстѣ, практическое значеніе.

Пусть главная цѣпь, сопротивленіе коей $= W$, дѣлится на вѣтви w_1 и w_2 (рис. 247) и пусть коэффиціенты самоиндукціи главной цѣпи и вѣтви w_2 равны нулю, тогда какъ вѣтвь w_1 обладаетъ коэффиціентомъ самоиндукціи $= \mathfrak{L}_1$. Если въ главной цѣпи дѣйствуетъ электровозбудительная сила $= E$, и, по замкнутіи главной цѣпи, въ ней появляется токъ, конечная сила коего $= I$, тогда какъ конечныя силы токовъ въ вѣтвяхъ суть $i_{1(\max)}$ и $i_{2(\max)}$, то для силъ токовъ въ моментъ времени τ имѣемъ уравненія:

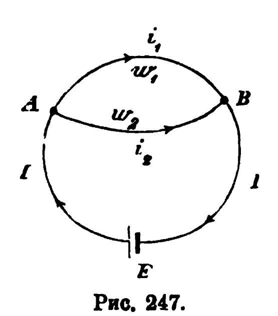


Рис. 247.

$$i_1 = i_{1(\max)}\left(1 - e^{-\frac{W(w_1+w_2)+w_1w_2}{\mathfrak{L}(W+w_2)}\tau}\right)$$

$$i_2 = i_{2(\max)}\left(1 - e^{-\frac{W(w_1+w_2)+w_1w_2}{\mathfrak{L}(W+w_2)}\tau}\right)$$

$$I = i_1 + i_2$$

гдѣ (см. § 387 и § 389)

$$i_{1(max)} = I \frac{w_2}{w_1 + w_2} = \frac{Ew_2}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2}$$

$$i_{2(max)} = I \frac{w_1}{w_1 + w_2} = \frac{Ew_1}{W(w_1 + w_2) + w_1 w_2}$$

Если главную цѣпь теперь разомкнемъ, то дѣйствіе электровозбудительной силы E сразу прекратится, но въ вѣтви w_1 начинаетъ дѣйствовать электровозбудительная сила самоиндукціи, причемъ въ замкнутомъ кругѣ вѣтвей w_1 и w_2 протекаетъ постепенно угасающій индукціонный токъ, имѣющій въ w_1 тоже направленіе, какъ и токъ i_1 (электровозбудительная сила самоиндукціи, возникающая въ w_1 въ моментъ перерыва тока i_1, дѣйствуетъ въ направленіи прерываемаго тока — § 880), тогда какъ направленіе того же тока въ w_2, конечно, противоположно первоначальному току i_2. Сила индукціоннаго тока въ цѣпи w_1 w_2 въ моментъ времени τ

$$= i_{1(max)} \cdot e^{-\frac{w_1 + w_2}{\mathfrak{L}} \tau}$$

LIX. Періодическое дѣйствіе постоянной электровозбудительной силы въ цѣпи съ самоиндукціей.

1041. Если цѣпь, въ которой дѣйствуетъ постоянная электровозбудительная сила E, періодически замыкается и размыкается, то токъ образуетъ въ ней періодическій рядъ волнъ, извѣстной уже намъ формы

$$I = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}} \tau}\right)$$

заканчивающихся прямымъ паденіемъ на нуль [1]).

Помимо опредѣленія абсолютной силы I тока въ каждый данный моментъ τ, насъ можетъ интересовать еще и опредѣленіе *средней силы прерывистаго тока*.

[1]) См. § 1025, стр. 967.

Разсмотримъ сначала среднюю силу того прерывистаго тока, который мы имѣли бы въ случаѣ отсутствія самоиндукціи. Эта средняя сила опредѣляется здѣсь, какъ и во всякомъ иномъ случаѣ (§ 364), количествомъ электричества, протекающаго въ цѣпи въ единицу времени,

$$J = Q'$$

и не трудно понять, что количество это не зависитъ отъ числа періодовъ тока. Въ самомъ дѣлѣ, мы знаемъ, что *въ случаѣ отсутствія самоиндукціи* токъ уже въ моментъ замкнутія цѣпи достигаетъ своего максимума, и падаетъ на нуль въ моментъ перерыва цѣпи; слѣдовательно, если

число періодовъ тока въ единицу времени . . . . . $= n$
продолжительность замыканія цѣпи . . . . $= \tau_1$
» полнаго періода тока . . . . . . $= {}^1/_n$
сила, достигаемая токомъ . . . . $= I$

то

количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ
течение одного періода . . . . $= I\tau_1$
количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ
теченіе единицы времени, иначе средняя сила тока $J = nI\tau_1$
или $J = nQ_1 = Q'$

Увеличивъ число періодовъ въ a разъ, имѣемъ:

число періодовъ тока . . . . $= an$
продолжительность замыканія . . . . . $= \tau_1 : a$
» полнаго періода . $= {}^1/_{an}$
сила, достигаемая токомъ . . . . $= I$

и, слѣдовательно,

количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ
теченіе одного періода . . . . $= \frac{I\tau_1}{a}$
количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ
теченіе единицы времени, иначе средняя сила тока $J = an\,\frac{I\tau_1}{a}$

или

$$J = nI\tau_1 = nQ_1 = Q' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

т. е. равно первоначальной величинѣ.

Итакъ, *при увеличеніи числа періодовъ въ а разъ, въ цѣпи, свободной отъ самоиндукціи, въ теченіе каждаго замыканія протекаетъ количество электричества въ а разъ меньшее, чѣмъ первоначальное количество Q_1, но такъ какъ число періодовъ увеличено въ а разъ, то въ единицу времени протекаетъ то же количество электричества Q', которое протекало раньше: средняя сила тока отъ увеличенія числа періодовъ не измѣняется.*

Такъ какъ, далѣе, продолжительность замыканія τ_1 равна одной x-ной части продолжительности полнаго періода,

$$\tau_1 = \frac{\tau}{x}$$

а продолжительность полнаго періода

$$\tau = \frac{1}{n}$$

то для продолжительности замыканія имѣемъ выраженіе

$$\tau_1 = \frac{1}{nx}$$

откуда, подставляя найденную для τ_1 величину въ формулу

$$J = nI\tau_1$$

находимъ

$$J = \frac{nI}{nx} = \frac{1}{x} I$$

или, такъ какъ

$$x = \frac{\tau}{\tau_1}$$

то

$$J = I : \frac{\tau}{\tau_1} = \frac{\tau_1}{\tau} I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

Изъ сдѣланныхъ выводовъ слѣдуетъ, что *при отсутствіи самоиндукціи средняя сила прерывистаго тока не зависитъ отъ числа періодовъ его въ единицу времени, а равна той силѣ, которую токъ имѣлъ бы въ случаѣ непрерывности, умноженной на отношеніе продолжительности одного замыканія въ прерывистомъ токѣ къ продолжительности полнаго періода его.* Этотъ выводъ имѣетъ практическое значеніе, такъ какъ величину τ_1 мы можемъ измѣнять независимо отъ τ.

1042. Если въ формулѣ

$$J = I : \frac{\tau}{\tau_1}$$

на мѣсто I подставить значеніе его $\left(\frac{E}{W}\right)$, то получимъ

$$J = \frac{E}{\frac{\tau}{\tau_1} W} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 3)$$

гдѣ $\frac{\tau}{\tau_1} W$ есть *кажущееся сопротивленіе цѣпи.* Слѣдовательно *при отсутствіи самоиндукціи, средняя сила тока равна постоянной электровозбудительной силѣ, дѣйствующей въ цѣпи, дѣленной на кажущееся сопротивленіе цѣпи, равное дѣйствительному сопротивленію, умноженному на отношеніе продолжительности полнаго періода тока къ продолжительности замыканія цѣпи.* Послѣдняя величина измѣняется лишь въ случаѣ измѣненія τ или τ_1 независимо другъ отъ друга.

1043. Совершенно иное мы имѣемъ *въ случаѣ самоиндукціи въ цѣпи.* Пусть цѣпь періодически замыкается и размыкается, причемъ сила тока вслѣдъ за размыканіемъ непосредственно падаетъ до нуля; тогда, какъ и прежде, средняя сила тока должна быть равна количеству электричества, протекающаго въ цѣпи въ единицу времени

$$J = nQ_1 = Q'$$

Но такъ какъ теперь, какъ намъ извѣстно, количество электричества Q_1, протекающее въ каждомъ періодѣ, равно уже не $I\tau_1$, а

$$Q_1 = \frac{E}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

то для средней силы тока мы получимъ выраженіе

$$J = n\,\frac{E}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

$$= nI\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots 4)$$

Если мы увеличимъ въ a разъ то число n перерывовъ цѣпи, которое мы имѣли ранѣе въ единицу времени, то первоначальная продолжительность замыканія τ_1 уменьшится въ a разъ и, слѣдовательно, въ теченіе каждаго замыканія въ цѣпи протечетъ количество электричества

$$Q'_1 = \frac{E}{W}\left\{\frac{\tau_1}{a} - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\cdot\frac{\tau_1}{a}}\right)\right\}$$

каковая величина, какъ видимъ, менѣе

$$\frac{Q_1}{a} = \frac{E}{Wa}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

Итакъ, *при увеличеніи числа перерывовъ въ а разъ, въ цѣпи, обладающей самоиндукціей, протекаетъ въ теченіе каждаго замыканія количество электричества меньшее, чѣмъ первоначальное Q_1 дѣленное на a* и, какъ видно изъ найденнаго для Q_1' выраженія, *при увеличеніи числа періодовъ до безконечности, величина Q_1' уменьшается до нуля.* Это понятно и безъ вычисленія: если сила тока вслѣдъ за замыканіемъ цѣпи возрастаетъ отъ нуля въ видѣ нѣкоторой кривой, то въ теченіе безконечно малаго времени произойдетъ лишь безконечно малое приращеніе силы тока.

Изъ всего сказаннаго видно, что и *средняя сила тока по мѣрѣ увеличенія числа періодовъ уменьшается до нуля.* Для средней силы тока

$$J = nQ_1 = n\,\frac{E}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

мы можемъ, выводя τ_1 за скобки, получить еще слѣдующее выраженіе:

$$J = n\tau_1\,\frac{E}{W}\left\{1 - \frac{\mathfrak{L}}{W\tau_1}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}\ldots\ldots\ldots 5)$$

1044. Такъ какъ при n періодахъ въ секунду, продолжительность одного періода $= \frac{1}{n}$, то $n\tau_1$ въ послѣднемъ выраженіи представляетъ отношеніе продолжительности одного замыканія къ продолжительности полнаго періода:

$$\tau_1 : \tau = \tau_1 : {}^1/_n = n\tau_1$$

Умноживъ въ предшествующемъ выраженіи числителя и знаменателя величинъ $\frac{\mathfrak{L}}{W\tau_1}$ и $\frac{W\tau_1}{\mathfrak{L}}$ на n, мы, не измѣнивъ величины всего выраженія, получимъ

$$J = n\tau_1\,\frac{E}{W}\left\{1 - \frac{\mathfrak{L}n}{Wn\tau_1}\left(1 - e^{-\frac{Wn\tau_1}{n\mathfrak{L}}}\right)\right\}$$

Обозначивъ $n\tau_1$ чрезъ b, получимъ

$$J = b\,\frac{E}{W}\left\{1 - \frac{\mathfrak{L}n}{Wb}\left(1 - e^{-\frac{Wb}{n\mathfrak{L}}}\right)\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

Такъ какъ все это выраженіе приближается къ нулю по мѣрѣ увеличенія n, то мы видимъ, что общій законъ сохраняется, каково бы ни было отношеніе продолжительности замыканія къ продолжительности полнаго періода.

Приравнивая

$$\frac{E}{W_0} = J = b\,\frac{E}{W}\left\{1 - \frac{\mathfrak{L}n}{Wb}\left(1 - e^{-\frac{Wb}{n\mathfrak{L}}}\right)\right\}$$

гдѣ чрезъ W_0 мы обозначаемъ кажущееся сопротивленіе цѣпи, мы можемъ вычислить послѣднее:

$$W_0 = E : \frac{EWb^2 - bE\mathfrak{L}n\left(1 - e^{-\frac{Wb}{n\mathfrak{L}}}\right)}{W^2 b}$$

$$= \frac{W^2}{Wb - \mathfrak{L}n\left(1 - e^{-\frac{Wb}{n\mathfrak{L}}}\right)} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 7)$$

Такъ какъ, при увеличеніи n, знаменатель дроби приближается къ нулю, то кажущееся сопротивленіе цѣпи увеличивается и при $n = \infty$ кажущееся сопротивленіе W_0 становится безконечно велико.

Зная W_0, мы можемъ опредѣлить ту электровозбудительную силу, которая необходима для того, чтобы получить желаемую величину J:

$$E = JW_0$$

1045. Если происходитъ не полное размыканіе цѣпи, а лишь періодическое увеличеніе сопротивленія ея, то сила тока не падаетъ на нуль, а лишь періодически уменьшается съ нѣкоторой величины I на величину I_1. Если мы примемъ, что $I = \frac{E}{W}$, а $I_1 = \frac{E}{W + W_1}$, далѣе, что τ_1 есть продолжительность паденія силы тока съ I на I_1, а τ_2 — продолжительность увеличенія силы съ I_1 на I[1]), то, какъ мы знаемъ (§ 1033), за время τ_1 въ цѣпи протекаетъ количество электричества

$$Q_1 = \frac{E}{W + W_1}\left[\tau_1 + \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W + W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W + W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]$$

---

[1]) Строго говоря, для этого условія время τ_1 должно быть равно τ_2 и оба равны безконечности, но мы можемъ принять, что τ_1 и τ_2 настолько велики, что силы токовъ I и I_1 успѣваютъ весьма близко достигнуть предѣловъ $\frac{E}{W}$ и $\frac{E}{W + W_1}$.

тогда какъ за время τ_2 въ цѣпи протекаетъ количество электричества (§ 1039)

$$Q_2 = \frac{E}{W}\left[\tau_2 - \frac{\mathfrak{L} W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]$$

Слѣдовательно, въ теченіе полнаго періода $\tau_1 + \tau_2$ въ цѣпи протекаетъ количество электричества

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$= \frac{E}{W}\left\{\frac{W}{W+W_1}\left[\tau_1 + \frac{\mathfrak{L} W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \left[\tau_2 - \frac{\mathfrak{L} W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]\right\} \ldots 8)$$

Если число періодовъ $(\tau + \tau_2)$ въ единицу времени $= n$, то въ единицу времени въ цѣпи протечетъ количество электричества

$$Q'' = nQ_3 = n\frac{E}{W}\{A\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 9)$$

кулонамъ въ секунду, гдѣ $\{A\}$ обозначаетъ все выраженіе, заключенное въ формулѣ 8) въ большихъ скобкахъ.

1046. Слѣдовательно, средняя сила тока

$$J = n\frac{E}{W}\{A\}$$

Электровозбудительная сила, необходимая для полученія данной средней силы тока

$$E = JW_0$$

гдѣ кажущееся сопротивленіе цѣпи

$$W_0 = \frac{E}{J}$$

$$= E : n\frac{E}{W}\{A\}$$

$$\frac{W}{n\{A\}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 10)$$

1047. Всѣ эти выводы измѣнятся, если продолжительности времени τ_1 и τ_2 не настолько велики, чтобы можно было принять (§ 1045, примѣчаніе), что токъ въ теченіе этихъ періодовъ успѣваетъ достигать величинъ, мало отличающихся отъ $\frac{E}{W}$ rspct. $\frac{E}{W+W_1}$. Если токъ падаетъ лишь до величины I' и возрастаетъ лишь до величины I'', то мы должны, очевидно, положить

$$Q_1 = I'\left[\tau_1 + \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]$$

$$Q_2 = I''\left[\tau_2 - \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]$$

и тогда количество электричества, протекающаго въ полномъ періодѣ,

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 = I'[A'] + I''[A'']$$

Среднюю силу прерывистаго тока мы можемъ измѣрить вольтаметрически и гальванометрически.

1. Вольтаметрическое опредѣленіе средней силы прерывистаго тока.

1048. Мы знаемъ, что непрерывный токъ I, проходя чрезъ находящійся въ вольтаметрѣ растворъ электролита, выдѣляетъ въ единицу времени

$$\eta Q' = \eta I\tau$$

миллиграммъ катіона, гдѣ η есть электролитическій эквивалентъ даннаго химическаго элемента (§ 446). Если токъ прерывается n разъ въ секунду *и самоиндукціи въ цѣпи нѣтъ* (слѣдовательно токъ вслѣдъ за замыканіемъ цѣпи мгновенно достигаетъ конечной силы I), то общее количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ единицу времени

$$Q' = n\tau_1 I$$

гдѣ τ_1 есть продолжительность одного замыканія цѣпи, въ теченіе коего господствуетъ сила тока $= I$; или же

$$Q' = nQ_1$$

гдѣ

$$Q_1 = \tau_1 I$$

т. е. тому количеству электричества, которое протекаетъ въ цѣпи въ теченіе одного замыканія. Отсюда мы находимъ, что въ единицу времени (въ секунду) такой прерывистый токъ выдѣлитъ

$$\eta Q' = \eta n \tau_1 I = \eta n Q_1 \dots\dots\dots\dots\dots 11)$$

миллиграммъ катіона.

1049. Если *въ цѣпи наступаетъ самоиндукція*, вслѣдствіе которой токъ вслѣдъ за замыканіемъ не сразу достигаетъ своего максимума, то, какъ намъ извѣстно, съ момента замкнутія и до момента размыканія цѣпи въ послѣдней протекаетъ количество электричества

$$Q_1 = \frac{\mathrm{E}}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\} \text{ кулона,}$$

а потому, если мы примемъ, что непосредственно вслѣдъ за перерывомъ цѣпи сила тока падаетъ на нуль, то, при n перерывахъ цѣпи въ единицу времени, протечетъ количество электричества

$$Q' = nQ_1 = n\,\frac{\mathrm{E}}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

кулона въ секунду, причемъ выдѣлится

$$\eta n Q_1 = \eta n\,\frac{\mathrm{E}}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

миллиграммъ катіона. Такимъ образомъ находимъ, что за время τ_0 секундъ выдѣлится

$$\tau_0 \eta n Q_1 = \tau_0 \eta n\,\frac{\mathrm{E}}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\} = G \dots\dots 12)$$

миллиграммъ катіона.

Отсюда мы можемъ опредѣлить: a) *количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ теченіе каждаго замыканія*, b) *среднюю* и c) *наибольшую силу, достигаемую перерывистымъ токомъ въ теченіе каждаго періода.*

1050. a) Такъ какъ количество электричества, протекшаго въ проводникѣ за время τ^0 секундъ,

$$Q = \tau n Q_1$$

причемъ выдѣлено G миллиграммъ катіона, гдѣ

$$G = \tau_0 \eta n Q_1$$

то

$$Q_1 = \frac{G}{\tau_0 n \eta} \text{ кулона} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 13)$$

или, какъ это удобно написать для повторныхъ опредѣленій,

$$Q_1 = \frac{G}{\tau_0 n} \cdot \frac{1}{\eta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 13a)$$

гдѣ

для серебра $\frac{1}{\eta} = \frac{1}{1,118} = 0,89445$

» мѣди $\frac{1}{\eta} = \frac{1}{0,327} = 3,05810$

Такимъ образомъ, *взвѣсивъ выдѣленный катіонъ и раздѣливъ опредѣленный въ миллиграммахъ вѣсъ его на произведеніе изъ численныхъ значеній продолжительности* (τ_0) *дѣйствія тока въ секундахъ, числа* (n) *перерывовъ тока въ секунду и электролитическаго эквивалента даннаго катіона, мы опредѣляемъ въ кулонахъ количество электричества, протекавшаго въ цѣпи въ теченіе каждаго замыканія.*

1051. b) Такъ какъ (§ 364) средняя сила непостояннаго тока опредѣляется въ амперахъ частнымъ отъ дѣленія общаго количества кулонъ, протекшихъ въ цѣпи, на продолжительность дѣйствія тока въ секундахъ, а упомянутое общее количество кулонъ

$$Q = \tau_0 n Q_1$$

то извѣстное намъ выраженіе

$$\tau_0 \eta n Q_1 = G$$

можно написать

$$\eta Q = G$$

откуда

$$Q = \frac{G}{\eta}$$

и средняя сила прерывистаго тока

$$J = \frac{Q}{\tau_0} = \frac{G}{\tau_0} \cdot \frac{1}{\eta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 14)$$

т. е. *мы опредѣляемъ въ амперахъ среднюю силу прерывистаго тока, раздѣливъ опредѣленное въ миллиграммахъ количество выдѣленнаго катіона на электролитическій эквивалентъ его и на продолжительность* (τ_0) *дѣйствія тока въ секундахъ.*

1052. c) Такъ какъ наибольшая сила, которой токъ достигаетъ въ своихъ волнахъ, равна

$$I_{(max)} = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)$$

гдѣ τ_1 есть продолжительность каждаго изъ *замыканій* цѣпи, и такъ какъ количество выдѣленнаго за время τ_0 катіона

$$G = \tau_0 \eta n \frac{E}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

то, раздѣливъ обѣ части послѣдняго уравненія на $\tau_0 \eta n \frac{\mathfrak{L}}{W}$, находимъ

$$\frac{GW}{\tau_0 n \eta \mathfrak{L}} = \frac{E}{W}\tau_1 \cdot \frac{W}{\mathfrak{L}} - \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)$$

откуда

$$I_{(max)} = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right) = \frac{E}{W}\tau_1 \cdot \frac{W}{\mathfrak{L}} - \frac{G}{\tau_0 \eta n} \cdot \frac{W}{\mathfrak{L}}$$

$$= \frac{W}{\mathfrak{L}}\left(\frac{E}{W}\tau_1 - \frac{G}{\tau_0 \eta n}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 15)$$

$$= \frac{W}{\mathfrak{L}}\left(\frac{E}{W}\tau_1 - Q_1\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 15a)$$

Такъ какъ $\frac{E}{W}$ есть конечная сила тока, равная I, и такъ какъ величину эту мы можемъ опредѣлить вычисленіемъ или прямымъ опытомъ[1]), то имѣемъ

$$I_{(max)} = \frac{W}{\mathfrak{L}}(I\tau_1 - Q_1) \ldots\ldots\ldots\ldots 15b)$$

гдѣ

$$Q_1 = \frac{G}{\tau_0 \eta n}$$

1053. Если происходитъ не полное размыканіе цѣпи, а лишь періодическое увеличеніе сопротивленія ея, то, принимая, что τ_1 есть продолжительность дѣйствія электровозбудительной силы въ цѣпи съ сопротивленіемъ W, а τ_2 — продолжительность дѣйствія въ цѣпи съ сопротивленіемъ $W + W_1$, — находимъ (§ 1045), что въ теченіе полнаго періода въ цѣпи протекаетъ количество электричества

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 = \frac{E}{W}\left\{\frac{W}{W+W_1}\left[\tau_1 + \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \left[\tau_2 - \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]\right\}$$

Если число періодовъ $(\tau_1 + \tau_2)$ въ единицу времени $= n$, то средняя сила тока

$$J = nQ_3 = n\,\frac{E}{W}\{A\}$$

гдѣ чрезъ $\{A\}$ обозначаемъ все выраженіе, заключенное выше въ

---

[1]) При опытномъ опредѣленіи величины I возможна ошибка, которую, однако, легко избѣгнуть: если источникъ электричества (гальваническая батарея) не постояненъ, то, при одномъ и томъ же сопротивленіи цѣпи, дѣйствующая въ цѣпи активно электровозбудительная сила E можетъ (вслѣдствіе поляризаціи) оказаться при постоянномъ токѣ меньшею, чѣмъ въ случаѣ тока прерывистаго (§ 547); вслѣдствіе этого найденная экспериментально величина I будетъ ниже истинной. Поэтому опытъ необходимо производить съ постоянными источниками электричества (элементъ Даніэля или аккумуляторъ).

большихъ скобкахъ. Такимъ образомъ находимъ, что въ единицу времени электролитически выдѣлится

$$\eta n Q_8 = \eta n \frac{E}{W} \{A\}$$

миллиграммъ катіона, за нѣкоторое же время τ_0 секундъ

$$\tau_0 \eta n Q_8 = \tau_0 \eta n \frac{E}{W} \{A\} = G' \ldots\ldots\ldots\ldots 16)$$

миллиграммъ.

1054. Отсюда находимъ, какъ выше, что

a) въ теченіе полнаго періода тока въ цѣпи протекаетъ количество электричества

$$Q_8 = \frac{G'}{\tau_0 n} \cdot \frac{1}{\eta} \text{ кулона,} \ldots\ldots\ldots\ldots 17)$$

b) средняя сила даннаго періодическаго тока

$$J = \frac{G'}{\tau_0} \cdot \frac{1}{\eta} \text{ ампера} \ldots\ldots\ldots\ldots 18)$$

Численныя значенія $\frac{1}{\eta}$ приведены въ § 1050.

2. Гальванометрическое опредѣленіе средней силы перерывистаго тока.

1055. Если продолжительность замкнутія и слѣдующаго за тѣмъ перерыва цѣпи ничтожна сравнительно съ продолжительностью одного полнаго качанія магнитной стрѣлки введеннаго въ цѣпь гальванометра, то магнитъ, не успѣвая слѣдить за колебаніями тока въ цѣпи, устанавливается неподвижно подъ нѣкоторымъ угломъ къ плоскости магнитнаго меридіана. Не трудно доказать, что уголъ отклоненія стрѣлки соотвѣтствуетъ единственно количеству электричества, протекающаго въ цѣпи въ единицу времени, т. е. равенъ тому углу, на который стрѣлка отклонилась бы въ случаѣ постояннаго тока, если бы въ токѣ этомъ въ единицу времени протекало такое же количество элек-

тричества, какое за это время протекаетъ въ измѣряемомъ прерывистомъ токѣ.

Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ въ случаѣ отсутствія самоиндукціи средняя сила тока не зависитъ отъ числа періодовъ его, а въ случаѣ существованія самоиндукціи средняя сила тока уменьшается съ увеличеніемъ числа періодовъ, то, включивъ въ свободную отъ индукціи цѣпь гальванометръ, обмотка коего представляетъ лишь ничтожный коэффиціентъ самоиндукціи, мы должны найти, что уголъ отклоненія магнитной стрѣлки гальванометра не будетъ измѣняться при измѣненіяхъ числа періодовъ, тогда какъ при увеличеніи самоиндукціи уголъ отклоненія съ возрастающимъ числомъ періодовъ долженъ уменьшится. Опытъ вполнѣ подтверждаетъ эти заключенія. Далѣе, сравнивая показанія гальванометра съ результатами вольтаметрическихъ опредѣленій, мы находимъ, что на стрѣлку гальванометра вліяетъ лишь количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ единицу времени, но не число періодовъ тока, ибо, смотря по типу измѣрительнаго прибора, средняя сила прерывистаго тока опредѣляется тѣми же выраженіями, какъ и сила постояннаго тока[1]):

$$\left.\begin{aligned} J &= c.\operatorname{tg}\alpha \\ &= c_1 \sin\alpha \\ &= c_2\alpha \\ &= \sqrt{c_3 \operatorname{tg}\alpha} \\ &= \sqrt{c_4\alpha} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 19)$$

гдѣ c, c_1, c_2.... суть «постоянныя» приборовъ.

Такъ какъ мы нашли, что при отсутствіи самоиндукціи

$$J = nI\tau_1$$

[1]) Наблюдающееся, нерѣдко, на практикѣ несогласіе между вольтаметрическими и гальванометрическими опредѣленіями зависитъ главнымъ образомъ отъ вторичныхъ реакцій въ вольтаметрѣ.

и кромѣ того, какъ при отсутствіи, такъ и при существованіи самоиндукціи

$$J = nQ_1$$

то имѣемъ

$$\left.\begin{array}{r} c\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha = nI\tau_1 = nQ_1 = J \\ c_1.\sin\alpha = nI\tau_1 = nQ_1 = J \\ \text{и т. д.} \end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots 20)$$

Какъ видимъ, уголъ α, хотя и не измѣняется съ увеличеніемъ n (ибо во сколько разъ будетъ увеличено n, во столько же разъ уменьшится τ_1), но величины $c\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha$, $c_1\,.\sin\alpha\ldots$ измѣняются прямо пропорціонально измѣненіямъ дробной величины τ_1, *если величину эту будемъ измѣнять независимо отъ n.*

1056. Изъ уравненій

$$\begin{array}{c} c\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha = nI\tau_1 = nQ_1 \\ c_1.\sin\alpha = nI\tau_1 = nQ_1 \\ \text{и т. д.} \end{array}$$

находимъ, что *наибольшая сила, достигаемая, при отсутствіи самоиндукціи, токомъ въ теченіе каждаго періода*

$$\left.\begin{array}{r} I = c\,.\,\dfrac{\mathrm{tg}\,\alpha}{n\tau_1} \\ I = c_1\,.\,\dfrac{\sin\alpha}{n\tau_1} \\ \text{и т. д.} \end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 21)$$

количество же электричества, протекающаго въ каждомъ періодѣ,

$$\left.\begin{array}{r} Q_1 = \dfrac{c\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha}{n} \\ Q_1 = \dfrac{c_1\sin\alpha}{n} \\ \text{и т. д.} \end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 22)$$

1057. Такъ какъ и *въ случаѣ самоиндукціи* средняя сила перерывистаго тока

$$J = c \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha$$

то, изъ найденнаго въ своемъ мѣстѣ (§ 1043) для величины J выраженія, мы можемъ *опредѣлить ту наибольшую силу, которой токъ достигаетъ въ теченіе замкнутія цѣпи.* Въ самомъ дѣлѣ, если

$$J = n\,\frac{E}{W}\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\} = c \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha'$$

а

$$I_{(\max)} = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)$$

то

$$n\,\frac{E}{W}\cdot\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right) = n\,\frac{E}{W}\,\tau_1 - c \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha'$$

и наибольшая достигаемая токомъ сила

$$\frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right) = \left[n\,\frac{E}{W}\,\tau_1 - c \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha'\right] : n\,\frac{\mathfrak{L}}{W}$$

или

$$I_{(\max)} = \frac{n\tau_1 E - Wc \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha'}{n\mathfrak{L}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 23)$$

гдѣ E есть электровозбудительная сила, дѣйствующая въ цѣпи, rspct.

$$I_{(\max)} = \frac{W(n\tau_1 I - c \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha')}{n\mathfrak{L}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 23a)$$

гдѣ I есть конечная сила тока [1]).

1058. Точно также опредѣляемъ и количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ теченіе каждаго замыканія:

$$Q_1 = I\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\}$$

$$J = nI\left\{\tau_1 - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right\} = c \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha'$$

---

[1]) Объ опредѣленіи величины I см. примѣчаніе на стр. 999.

откуда

$$Q_1 = \frac{c.\text{tg}\,\alpha'}{n} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 24)$$

Итакъ, сравнивая формулу (24) съ формулой (22), мы видимъ, что количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ каждомъ періодѣ, опредѣляется изъ отклоненія магнитной стрѣлки гальнометра одинаково, какъ при существованіи, такъ и при отсутствіи самоиндукціи (сравн. § 1056). Но такъ какъ при данныхъ величинахъ E, W (rspct. I), n и τ_1, величина Q_1, при отсутствіи самоиндукціи, не равна той величинѣ Q_1, которую мы имѣемъ при существованіи самоиндукціи, то и уголъ α въ обоихъ случаяхъ различенъ (почему мы и обозначили его чрезъ α rspct. α'): ceteris paribus, уголъ α уменьшается по мѣрѣ увеличенія коэффиціента самоиндукціи цѣпи.

Въ случаѣ употребленія при измѣреніяхъ синусъ-гальванометра, крутильнаго гальванометра, etc., мы лишь измѣняемъ въ формулахъ (23), (23 a) и (24) $c.\text{tg}\,\alpha$ въ $c_1 \sin\alpha$, $c_2\,\alpha$ и т. д.

1059. Если, вмѣсто того, чтобы прерывать токъ, мы будемъ періодически включать въ существующую цѣпь опредѣленное сопротивленіе W_1, то для средней силы тока получимъ выраженіе

$$J = nQ_3 = n(Q_1 + Q_2) = c.\text{tg}\,\alpha''$$

гдѣ Q_1 — количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ той части періода, когда сопротивленіе цѣпи $= W + W_1$, а Q_2 есть то количество электричества, которое протекаетъ въ цѣпи во второй части періода, т. е. когда сопротивленіе цѣпи $= W$. Такъ какъ

$$Q_1 = \frac{E}{W+W_1}\left[\tau_1 + \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]$$

а

$$Q_2 = \frac{E}{W}\left[\tau_2 - \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]$$

гдѣ τ_1 и τ_2 суть продолжительности первой и второй частей періода, то, означивъ

$$\frac{E}{W+W_1}=I_1$$

$$\frac{E}{W}=I_2$$

имѣемъ

$$J=nI_1\left[\tau_1+\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]+$$

$$+nI_2\left[\tau_2-\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]$$

$$=c.\mathrm{tg}\,\alpha''\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 25)$$

1060. Если, помимо J, экспериментально опредѣлены величины I_1 и I_2, то можно вычислить *количества электричества, протекающаго въ каждой части періода:*

$$Q_1=\frac{c.\mathrm{tg}\,\alpha''-nI_2\left[\tau_2-\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]}{n}\ldots\ldots 26)$$

и

$$Q_2=\frac{c.\mathrm{tg}\,\alpha''-nI_1\left[\tau_1+\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]}{n}\ldots 27)$$

1061. Далѣе можно опредѣлить *наибольшую и наименьшую силу*, достигаемую токомъ въ теченіе періода, т. е. величину

$$I_1\left(1-e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)=I'$$

и

$$I_2\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)=I''$$

Такъ какъ

$$nI_1\left[\tau_1+\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]=$$

$$=c.\operatorname{tg}\alpha''-nI_2\left[\tau_2-\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]$$

то

$$nI_1\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)=$$

$$=c.\operatorname{tg}\alpha''-nI_2\left[\tau_2-\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]-nI_1\tau_1$$

и

$$I'=[c.\operatorname{tg}\alpha''-n\,(Q_2+I_1\tau_1)]\,\frac{W(W+W_1)}{n\mathfrak{L}W_1}\ldots\ldots 28)$$

Точно также находимъ

$$nI_2\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)=$$

$$=nI_2\tau_2+nI_1\left[\tau_1+\frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1-e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]-c.\operatorname{tg}\alpha''$$

$$I''=[n\,(Q_1+I_2\tau_2)-c.\operatorname{tg}\alpha'']\,\frac{W(W+W_1)}{n\mathfrak{L}W_1}\ldots\ldots 29)$$

Уравненія 26), 27), 28) и 29) даютъ возможность сличить полученныя опытомъ значенія для Q_1, Q_2, I' и I'' съ теоретически вычисленными.

1062. До сихъ поръ, какъ и выше въ § 1045, мы принимали что продолжительности времени τ_1 и τ_2 настолько велики, что токъ успѣваетъ достигать величинъ, весьма близкихъ къ $\frac{E}{W}$ и $\frac{E}{W+W_1}$; однако, съ увеличеніемъ числа періодовъ, величины τ_1 и τ_2 настолько уменьшаются, что токъ будетъ достигать лишь силы I_3 rspct. I_4, значительно разнящихся отъ вышеприведенныхъ I_1

и I_2. Не представитъ затрудненія вычислить величины I_3 и I_4 и тогда, согласно сказанному въ § 1059, мы можемъ положить

$$J = nI_3\left[\tau_1 + \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right] +$$

$$+ nI_4\left[\tau_2 - \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]$$

$$= c.\mathrm{tg}\,\alpha'''$$

$$Q_1' = \frac{c.\mathrm{tg}\,\alpha''' - nI_4\left[\tau_2 - \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_2}\right)\right]}{n}$$

$$Q_2' = \frac{c.\mathrm{tg}\,\alpha''' - nI_3\left[\tau_1 + \frac{\mathfrak{L}W_1}{W(W+W_1)}\left(1 - e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)\right]}{n}$$

$$I_0' = [c.\mathrm{tg}\,\alpha''' - n(Q_2' + I_3\tau_1)]\,\frac{W(W+W_1)}{n\mathfrak{L}W_1}$$

$$I_0'' = [n(Q_1' + I_4\tau_2) - c.\mathrm{tg}\,\alpha''']\,\frac{W(W+W_1)}{n\mathfrak{L}W_1}$$

1063. Помимо разсмотрѣнныхъ здѣсь задачъ, большой практическій интересъ можетъ имѣть *опредѣленіе изъ показаній гальванометра продолжительности отдѣльныхъ замыканій цѣпи въ случаѣ равномѣрнаго прерывистаго тока.*

Мы знаемъ, что (§ 1058)

$$c_1.f(\alpha) = nI\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

гдѣ c_1 есть «постоянная» гальванометра, а $f(\alpha)$ есть та тригонометрическая функція угла α отклоненія магнитной стрѣлки, которая соотвѣтствуетъ конструкціи даннаго гальванометра[1]). Съ другой стороны, мы можемъ, замкнувъ на нѣкоторое относительно продолжительное время дѣйствующій въ цѣпи прерыва-

---

[1]) Для крутильнаго гальванометра имѣемъ, конечно, $f(\alpha) = \alpha$.

тель тока, опредѣлить тотъ уголъ β отклоненія магнитной стрѣлки, который вызоветъ постоянный токъ $=I$[1]). Тогда

$$I=c_1 f(\beta)$$

замѣнивъ послѣднимъ выраженіемъ величину I въ предшествующемъ уравненіи, получаемъ

$$c_1 f(\alpha)=nc_1 f(\beta)\left\{\tau-\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

или

$$f(\alpha)=nf(\beta)\left\{\tau-\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}\ldots\ldots\ldots 1)$$

откуда

$$\frac{f(\alpha)}{nf(\beta)}=\tau-\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1-e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

и

$$\frac{f(\alpha)}{nf(\beta)}+\frac{\mathfrak{L}}{W}-\frac{\mathfrak{L}}{W}e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}-\tau=0$$

Приравнивая

$$\frac{f(\alpha)}{nf(\beta)}+\frac{\mathfrak{L}}{W}=a$$

$$\frac{\mathfrak{L}}{W}=b$$

$$\frac{W}{\mathfrak{L}}=c$$

имѣемъ

$$a-b.e^{-c\tau}=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

откуда τ опредѣляемъ описаннымъ въ § 1028 способомъ послѣдовательныхъ приближеній, начиная со значенія

$$\tau=\frac{f(\alpha)}{nf(\beta)}$$

---

[1]) Предполагается, что въ цѣпи дѣйствуетъ неполяризующійся источникъ электричества, ибо только тогда въ обѣихъ формулахъ $I=\frac{E}{W}$.

Если время τ можно предположить не слишкомъ малымъ, то въ выраженіи

$$f(\alpha) = nf(\beta)\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

величину $e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}$ можно приравнять нулю (§ 1016), вслѣдствіе чего

$$f(\alpha) = nf(\beta)\left[\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3)$$

откуда

$$f(\alpha) + nf(\beta) \cdot \frac{\mathfrak{L}}{W} = nf(\beta)\tau$$

и

$$\tau = \frac{f(\alpha) + nf(\beta)\frac{\mathfrak{L}}{W}}{nf(\beta)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4)$$

Если, наконецъ, можно пренебречь и величиною $\frac{\mathfrak{L}}{W}$ предъ предполагаемою величиною τ въ выраженіи

$$f(\alpha) = nf(\beta)\left\{\tau - \frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)\right\}$$

то всю величину $\frac{\mathfrak{L}}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau}\right)$ можно приравнять нулю и тогда

$$f(\alpha) = nf(\beta)\tau \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 5)$$

откуда

$$\tau = \frac{f(\alpha)}{f(\beta)} \cdot \frac{1}{n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

гдѣ n число замыканій тока въ секунду.

Въ то время какъ изъ уравненія (2) значеніе τ опредѣляется вполнѣ точно, изъ формулъ (4) и (6) значеніе это опредѣляется тѣмъ менѣе точно, чѣмъ больше величина n и, помимо того, чѣмъ больше коэффиціентъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$, resp. чѣмъ меньше сопротивленіе W цѣпи. Такъ какъ, далѣе, формулы (4) и (6) выведены изъ формулъ (3) и (5), а опредѣляемое для $f(\alpha)$ значеніе въ

случаѣ примѣненія формулъ (3) и (5) всегда менѣе того, которое $f(\alpha)$ получаетъ при вычисленіи по точной формулѣ (1), — то очевидно, что найденная по формуламъ (4) и (6) величина τ всегда будетъ *болѣе дѣйствительной.*

1064. *Примѣчаніе.* Если въ цѣпи включены катушки съ желѣзными сердечниками, то приведенныя вычисленія провести невозможно, ибо коэффиціентъ самоиндукціи катушки съ желѣзнымъ сердечникомъ не есть величина постоянная (§ 888). Въ этомъ случаѣ продолжительность τ отдѣльныхъ замыканій можно найти по формулѣ (6), или по формуламъ (2) и (4), опредѣливъ предварительно коэффиціентъ самоиндукціи для данныхъ условій опыта.

LX. Различные виды индукціи въ линейныхъ проводникахъ.

1065. Послѣ того, какъ мы ознакомились съ явленіями индукціи въ типичномъ простомъ случаѣ вращенія кольца (resp. соленоида) въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ, не представляетъ трудности и разсмотрѣніе электровозбудительной силы, индукти-

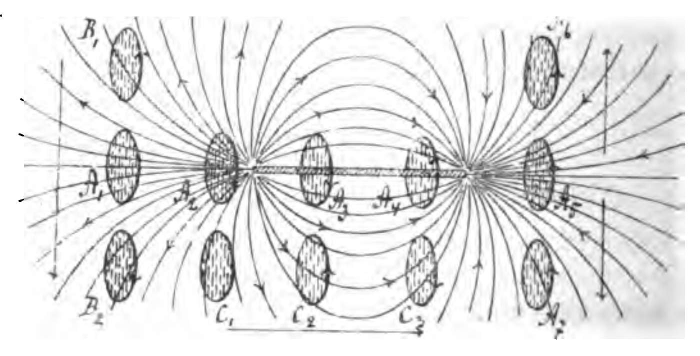


Рис. 248.

руемой при движеніи проводниковъ въ любомъ неравномѣрномъ полѣ, или движеніи силовыхъ линій такого поля чрезъ неподвижные проводники. На рис. 248 мы видимъ прямолинейный магнитъ съ силовыми линіями собственнаго его поля; если мы будемъ пе-

редвигать кольцеобразный (или иной формы) замкнутый или разомкнутый проводникъ изъ даннаго положенія, напр. A_1, въ любое другое положеніе (A_2, A_3, A_4, A_5; или изъ B_1 въ B_2, изъ A_5 въ A_6 или A_7, изъ C_1 въ C_2 и C_3 и т. д.), то направленіе электровозбудительной силы, возникающей въ проводникѣ при этомъ движеніи, опредѣляется согласно правилу, приведенному въ примѣчаніи къ § 864: наблюдая все время площадь движущагося проводника (заштрихованную на рисункѣ) *въ направленіи линій силъ*[1]), мы находимъ, что въ случаѣ, когда при движеніи проводника число силовыхъ линій, пронизывающихъ эту площадь, увеличивается, — возникающая въ проводникѣ электровозбудительная сила индукціи направлена противъ движенія часовой стрѣлки, въ случаѣ же, когда число линій силъ уменьшается — электровозбудительная сила въ проводникѣ дѣйствуетъ въ направленіи движенія часовой стрѣлки. Такъ напр., при движеніи проводника изъ A_1 въ A_2, число силовыхъ линій, пронизывающихъ заштрихованную площадь, постепенно *увеличивается*, а потому электровозбудительная сила индукціи должна дѣйствовать въ проводникѣ противъ движенія стрѣлки часовъ, циферблатъ коихъ мы воображаемъ обращеннымъ къ намъ въ разсматриваемой нами въ направленіи силовыхъ линій плоскости проводника. Когда проводникъ, движась изъ A_2 въ A_3, перейдетъ точку N, — мы должны будемъ разсматривать площадь проводника съ другой ея стороны для того, чтобы, какъ указано выше, продолжать наблюденіе площади проводника въ направленіи линій силъ поля: такъ какъ теперь число силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь проводника, *уменьшается* по мѣрѣ дальнѣйшаго движенія его, то электровозбудительная сила индукціи *съ нашей новой точки зрѣнія* дѣйствуетъ въ проводникѣ въ направленіи движенія часовой стрѣлки. Означивъ въ обоихъ случаяхъ направленіе электровозбудительной силы стрѣлками на самомъ проводникѣ, мы увидимъ, что при движеніи послѣдняго изъ A_1 въ A_2 и отсюда въ A_3—электровоз-

[1]) Направленіе это (отъ *n* къ *s*) означено на линіяхъ силъ стрѣлками.

будительная сила индукціи на самомъ дѣлѣ не измѣнила своего направленія. Направленіе это измѣнится лишь послѣ того, какъ проводникъ, при движеніи отъ A_3 къ A_4, переступитъ безразличную полосу M магнита (§ 642), ибо, разсматривая площадь проводника въ неизмѣнившемся направленіи силовыхъ линій, мы увидимъ, что ограничиваемая проводникомъ площадь пересѣкается въ безразличной полосѣ наименьшимъ числомъ линій силъ, далѣе же число ихъ отъ M къ S *увеличивается*. Разъ какъ густота линій силъ уменьшается, какъ въ направленіи отъ полюсовъ N и S къ безразличной полосѣ M, такъ и въ направленіи отъ N и S во внѣшнее пространство, то очевидно, что въ проводникѣ, движущемся съ равномѣрною скоростью изъ A_1 въ A_2, электровозбудительная сила возрастаетъ на пути отъ A_1 до пересѣченія полюса N, падаетъ отсюда до пересѣченія нейтральной линіи M, въ каковой моментъ электровозбудительная сила должна быть равна нулю, начиная же отсюда, вновь возрастаетъ, дѣйствуя въ направленіи обратномъ первоначальному до пересѣченія полюса S, а далѣе опять уменьшается[1]).

Опредѣленіе абсолютной величины электровозбудительной силы индукціи возможно лишь при знаніи абсолютнаго напряженія всѣхъ тѣхъ частей магнитнаго поля, чрезъ которыя проходитъ проводникъ. Въ практическомъ отношеніи вычисленія такого рода для насъ интереса не представляютъ.

Само собою понятно, что съ совершенно аналогичными явленіями индукціи мы будемъ имѣть дѣло и тогда, когда проводникъ будетъ неподвиженъ, а магнитъ будетъ двигаться чрезъ или передъ площадью проводника. Если мы желаемъ, чтобы при этомъ въ направленіяхъ индукціи сохранился порядокъ, означенный на рисункѣ 248, то магнитъ долженъ будетъ, конечно, двигаться въ направленіяхъ противоположныхъ тѣмъ, которыя указаны для движеній самого проводника.

---

[1]) Другіе аналогичные примѣры понятны безъ поясненій изъ разсмотрѣнія рисунка.

1066. Далѣе, индукція въ проводникѣ произойдетъ и въ томъ случаѣ, если, при неподвижныхъ проводникѣ и магнитѣ, перемѣщаться будутъ лишь силовыя линіи магнитнаго поля, или будетъ измѣняться ихъ число. Этого мы можемъ достигнуть, приближая къ магниту или удаляя отъ него другіе магниты или магнитныя тѣла; такъ напр., если передъ N полюсомъ магнита помѣстить замкнутый проводникъ (рис. 249) и затѣмъ приблизить къ полюсу желѣзный брусокъ A, то число силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь проводника, увеличится (сравн. рис. 249 и 250). Такъ какъ, по мѣрѣ приближенія желѣзнаго бруска къ по-

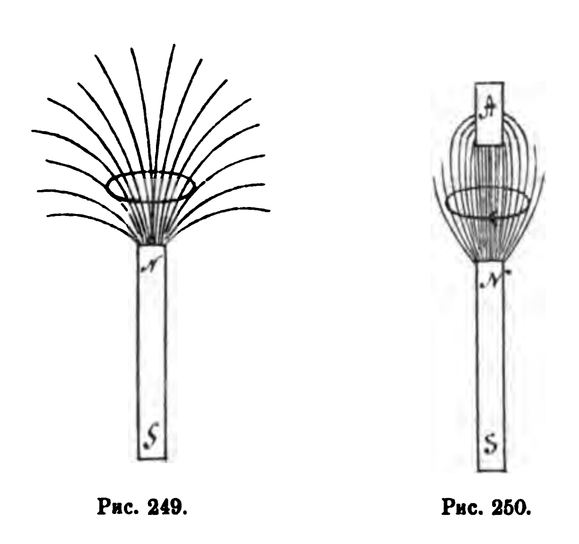


Рис. 249. Рис. 250.

люсу магнита, густота линій силъ возрастаетъ, то, во все время движенія бруска въ означенномъ направленіи, въ проводникѣ будетъ возбуждена постепенно усиливающаяся электровозбудительная сила индукціи, дѣйствующая въ направленіи, отмѣченномъ на рисункѣ стрѣлкою на самомъ проводникѣ. Въ моментъ прекращенія движенія бруска электровозбудительная сила индукціи исчезнетъ, такъ какъ прекратятся измѣненія въ напряженіи магнитнаго поля; въ моментъ возобновленія движенія электровозбудительная сила появится вновь. Если мы брусокъ внезапно удалимъ, то столь же внезапно возникающая при этомъ электровоз-

будительная сила индукціи почти мгновенно достигнетъ значительной высоты и затѣмъ столь же быстро упадетъ на нуль. То же самое мы констатируемъ и въ томъ случаѣ, если проводникъ будетъ помѣщенъ не передъ полюсомъ магнита, а будетъ надвинутъ на какую-либо часть послѣдняго, болѣе или менѣе удаленную отъ нейтральной полосы. Наконецъ, тѣ же явленія индукціи мы наблюдемъ, окруживъ изолированнымъ проводникомъ не магнитъ, а приближаемый къ нему желѣзный брусокъ. Особенно рѣзко явленія индукціи наблюдаются въ проводникѣ, окружающемъ подковообразный магнитъ или якорь его въ томъ случаѣ, если якорь этотъ внезапно приложить къ полюсамъ магнита или оторвать отъ нихъ.

1067. Если передъ полюсомъ прямолинейнаго магнита, или между полюсами подковообразнаго магнита (rspct. электромагнита) вращать кольцеобразный проводникъ или соленоидъ вокругъ оси, параллельной плоскостямъ этихъ проводниковъ, или же магнитъ вращать вблизи соленоида или внутри его вокругъ оси, нормальной къ магнитной оси магнита, то въ кольцѣ, rspct. соленоидѣ, возникнетъ электровозбудительная сила индукціи перемѣннаго направленія, возрастающая прямо пропорціонально угловой скорости вращенія. При этомъ очевидно, что въ разсматриваемомъ случаѣ электровозбудительная сила далеко не всегда будетъ измѣняться въ видѣ правильной синусоиды, какъ мы это имѣли въ случаѣ вращенія кольца въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ: въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ магнитное поле магнита вообще неравномѣрно, то число линій силъ, пронизывающихъ площадь кольца, не всегда будетъ измѣняться пропорціонально синусу угла вращенія. Въ различныхъ случаяхъ ходъ измѣненій электровозбудительной силы индукціи будетъ весьма различенъ, такъ что и кривыя электровозбудительной силы будутъ имѣть весьма разнообразный видъ, часто весьма значительно уклоняющійся отъ формы синусоиды. Сходство между получаемыми кривыми заключается, однако, въ томъ, что направленіе электровозбудительной силы измѣняется два раза въ теченіе каждаго полнаго періода

индукціи (въ теченіе полнаго оборота кольца rspct. магнита). Но возможны случаи, когда утрачивается и это сходство. Такъ напр., если мы будемъ двигать замкнутый проводникъ по круговому пути между обращенными другъ къ другу разноименными полюсами двухъ магнитовъ, то возникающая въ проводникѣ электровозбудительная сила индукціи 6 разъ измѣнитъ свое направленіе въ теченіе одного полнаго цикла движенія проводника. Въ самомъ дѣлѣ, пусть кольцеобразный замкнутый проводникъ *A* (рис. 251) движется вдоль деревяннаго (заштрихованнаго на рисункѣ) кольца, установленнаго между полюсами *n* и *s* двухъ магнитовъ; тогда мы видимъ, что, при движеніи проводника въ направленіи

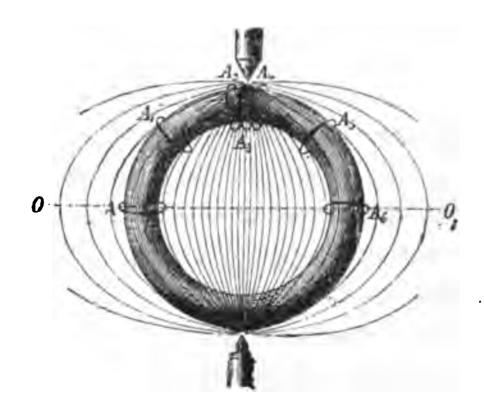


Рис. 251.

часовой стрѣлки на первую четверть окружности (изъ положенія *A* въ положеніе A_3), число силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь проводника, лишь въ началѣ увеличивается, а затѣмъ уменьшается: увеличеніе мы констатируемъ на пути отъ *A* къ A_2, далѣе же до A_3 число линій силъ уменьшается; поэтому уже въ A_2 мы имѣемъ первое извращеніе направленія дѣйствія электровозбудительной силы. Въ A_3 мы констатируемъ второе извращеніе, ибо, начиная съ этого пункта, число силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь проводника, вновь прибываетъ. То же самое повторяется, конечно, въ положеніяхъ A_4 и A_6: слѣдовательно, при движеніи проводника на полъ-окружности, происходятъ уже 3 пе-

ремѣны въ направленіи дѣйствія электровозбудительной силы, и 6 перемѣнъ на всемъ пути. Если мы примемъ въ соображеніе различную въ различныхъ мѣстахъ поля густоту силовыхъ линій, то мы увидимъ, что и высота послѣдовательныхъ шести волнъ элек-

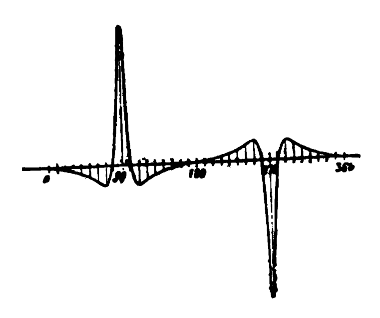


Рис. 252.

тровозбудительной силы не можетъ быть одинакова. Вычисленіе и опытъ даютъ намъ для этого случая слѣдующую характерную кривую (рис. 252), гдѣ точка 0 абсциссы соотвѣтствуетъ положенію проводника, означенному на рис. 251 буквою A, 90° абсциссы — положенію A_3, 180° — A_6 и т. д.

1068. Такъ какъ явленія индукціи наблюдаются въ проводникахъ при всякомъ движеніи расположенныхъ вблизи ихъ магнитовъ, то очевидно, что и движенія магнитной стрѣлки гальванометра, наблюдаемыя вслѣдъ за замыканіемъ или размыканіемъ проходящаго въ гальванометрѣ тока, индуктируютъ электровозбудительныя силы въ обмоткѣ инструмента. Легко понять, что движеніе магнита, слѣдующее за замыканіемъ (resp. усиленіемъ) тока, индуктируетъ электровозбудительную силу, ослабляющую токъ, тогда какъ электровозбудительная сила, вызванная движеніемъ магнита, возвращающагося къ положенію покоя, дѣйствуетъ въ томъ же направленіи, что и прерываемый (resp. ослабляемый) токъ. Отсюда понятны причины слѣдующихъ фактовъ:

1) Если токъ замыкается чрезъ обмотку гальванометра, стрѣлка коего неподвижно фиксирована, то даннаго процента

конечной своей силы токъ достигнетъ скорѣе, чѣмъ въ случаѣ, когда стрѣлка гальванометра свободна.

2) Если главная цѣпь дѣлится на двѣ вѣтви, образуемыя совершенно одинаковыми гальванометрами, то, замыкая эту цѣпь на одно мгновеніе, мы въ обоихъ гальванометрахъ констатируемъ, конечно, одинаковыя отклоненія магнитныхъ стрѣлокъ. Если же мы фиксируемъ одну изъ стрѣлокъ, то другая отклонится теперь на *меньшій* уголъ, такъ какъ въ обмоткѣ перваго гальванометра току противодѣйствуетъ лишь электровозбудительная сила самоиндукціи, тогда какъ въ обмотѣ гальванометра со свободнымъ магнитомъ токъ ослабляется противодѣйствіемъ самоиндукціи и электромагнитной индукціи.

3) Если главная цѣпь распадается на двѣ вѣтви, изъ коихъ одна содержитъ гальванометръ, а другая свободное или несвободное отъ индукціи сопротивленіе, то всякій мгновенный токъ, возникающій въ главной цѣпи, распространяется въ вѣтвяхъ далеко не согласно извѣстнымъ законамъ вѣтвленія постоянныхъ или непостоянныхъ токовъ въ вѣтвяхъ съ самоиндукціей, ибо, согласно обобщенію 2-го наблюденія, въ вѣтви, заключающей гальванометръ, помимо самоиндукціи дѣйствуетъ и электровозбудительная сила электромагнитной индукціи, обусловливаемая движущеюся магнитною стрѣлкою. Поэтому, включая, напр., въ качествѣ побочнаго замыканія къ гальванометру свободное отъ индукціи сопротивленіе, равное $^1/_9$-ой части сопротивленія обмотки этого инструмента, мы, разряжая чрезъ обѣ вѣтви конденсаторъ, не имѣемъ основанія заключить, что въ побочной вѣтви протекаетъ $^9/_{10}$ общаго количества электричества, въ гальванометрѣ же лишь $^1/_{10}$: напротивъ, очевидно, что чрезъ побочную вѣтвь протекаетъ при этихъ условіяхъ всегда количество электричества, превышающее $^9/_{10}$, но какое именно — вычислить невозможно. Поэтому, при измѣреніяхъ мгновенныхъ токовъ побочныя замыканія недопустимы.

4) Напротивъ, если мы мгновенный токъ измѣряемъ гальванометромъ, помѣщеннымъ въ неразвѣтвленной цѣпи, то ни явленіе

самоиндукціи, ни явленіе электромагнитной индукціи не оказываютъ вліянія на измѣреніе, ибо, насколько въ стадіи усиленія тока обѣ электровозбудительныя силы индукціи ослабляютъ измѣряемый токъ, на столько же, очевидно, онѣ усиливаютъ его въ стадіи его угасанія.

1069. Такъ какъ всякій проводникъ электрическаго тока окруженъ собственнымъ магнитнымъ полемъ, то движенія такого проводника, или измѣненія силы проходящаго въ немъ тока, вызываютъ электровозбудительную силу индукціи въ близь лежащихъ проводникахъ, безразлично—замкнуты или разомкнуты послѣдніе, дѣйствуетъ ли уже въ нихъ какая-либо электровозбудительная сила или нѣтъ. Электровозбудительная сила индукціи, вызываемая въ проводникахъ магнитнымъ полемъ тока, носитъ названіе *электродинамической индукціи*, въ отличіе отъ *электромагнитной индукціи*, обусловливаемой магнитнымъ полемъ магнитовъ или земнаго шара.

Разсмотримъ типичные случаи электродинамической индукціи.

1070. Пусть въ нѣкоторомъ неподвижномъ прямолинейномъ проводникѣ, поперечное сѣченіе коего *A* мы видимъ на рисункѣ 253, протекаетъ токъ въ направленіи сверху внизъ (удаляясь

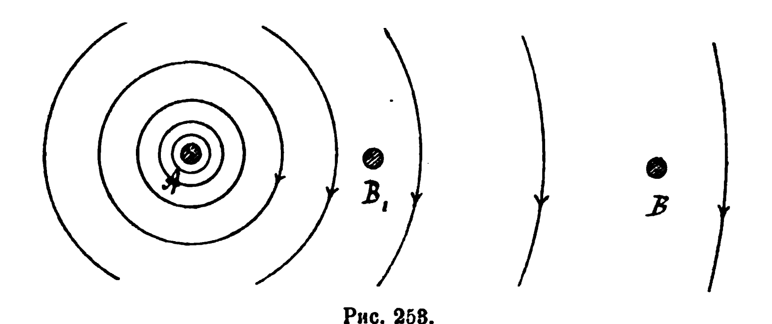


Рис. 253.

отъ читателя); тогда силовыя линіи магнитнаго поля тока будутъ окружать проводникъ въ направленіи, указанномъ на нихъ стрѣлками. Если передвигать съ равномѣрною скоростью въ направ-

леніи къ проводнику A другой проводникъ B, параллельный первому, то, двигаясь изъ положенія B въ B_1 и далѣе, проводникъ этотъ пересѣкаетъ линіи силъ неравномѣрнаго магнитнаго поля тока A и потому въ B, съ начала и до конца движенія его, должна поддерживаться электровозбудительная сила индукціи, возрастающая по мѣрѣ приближенія B къ A, соотвѣтственно увеличенію напряженія магнитнаго поля тока A. Чтобы опредѣлить направленіе возникающей электровозбудительной силы, мы поступаемъ согласно приведенному въ § 847 правилу, нѣсколько обобщая его. Если наблюдатель вообразитъ себя лежащимъ въ направленіи одной изъ линій силъ индуктирующаго поля такъ, чтобы линія силъ пронизывала тѣло отъ ногъ къ головѣ, и если онъ будетъ разсматривать индуктируемый проводникъ въ томъ направленіи, въ которомъ послѣдній пересѣкаютъ при движеніи индуктирующія линіи силъ, то возникающая въ проводникѣ электровозбудительная сила индукціи будетъ направлена направо отъ наблюдателя; слѣдовательно, индукціонный токъ въ нашемъ случаѣ будетъ течь въ проводникѣ B снизу вверхъ (приближаться къ читателю). Наоборотъ, если мы будемъ передвигать проводникъ отъ B_1 къ B, то это же правило укажетъ намъ на движеніе индукціоннаго тока сверху внизъ. Итакъ, *при приближеніи проводника къ току, въ проводникѣ индуктируется токъ направленія обратнаго индуктирующему, при удаленіи же проводника отъ тока, въ проводникѣ индуктируется токъ одного направленія съ индуктирующимъ.*

1071. Во все время существованія тока въ проводникѣ B, послѣдній, очевидно, окруженъ силовыми линіями собственнаго магнитнаго поля, направленіе коихъ соотвѣтствуетъ направленію индукціоннаго тока. Такимъ образомъ мы видимъ, что, при приближеніи проводника B къ току A, индуктированный въ B токъ препятствуетъ движенію B, такъ какъ силовыя линіи обоихъ токовъ взаимно отталкиваются (рис. 254).

Точно также и при удаленіи проводника B отъ тока A, индукціонный токъ въ B препятствуетъ движенію, такъ какъ си-

ловыя линіи магнитныхъ полей обоихъ токовъ теперь взаимно притягиваются (рис. 255). Слѣдовательно и здѣсь примѣнимъ извѣстный уже намъ законъ Ленца: направленіе индукціоннаго

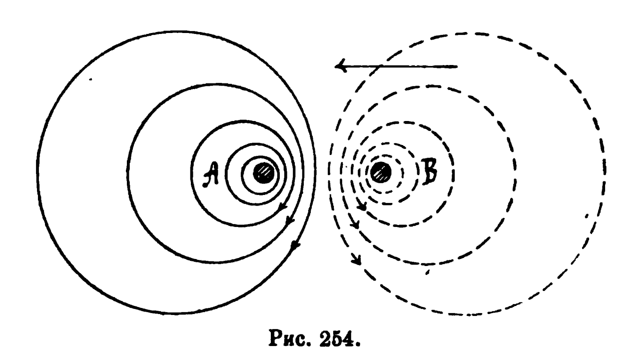


Рис. 254.

тока (rspct. электровозбудительной силы индукціи), возникающаго въ проводникѣ, движущемся въ магнитномъ полѣ, всегда

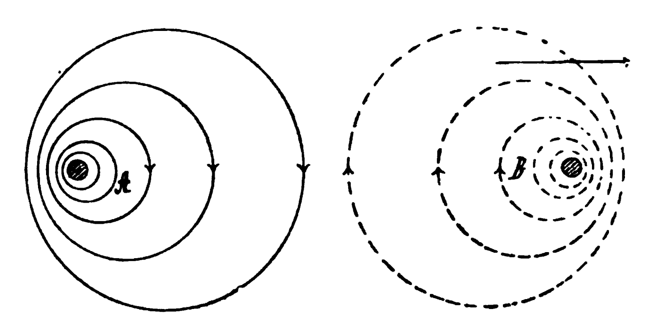


Рис. 255.

таково, чтó электромагнитное взаимодѣйствіе тока и поля препятствуетъ движенію проводника.

1072. Столь же просто, какъ въ только что разсмотрѣнномъ примѣрѣ, опредѣляется направленіе электровозбудительной силы индукціи въ случаѣ движенія проводника подъ любымъ угломъ къ индуктирующему току. Далѣе понятно, что приближенію тока къ индуктируемому проводнику соотвѣтствуетъ приближеніе ин-

дуктируемаго проводника къ току, и наоборотъ. Точно также и усиленіе индуктирующаго тока соотвѣтствуетъ приближенію его къ проводнику, а ослабленіе—удаленію отъ проводника: въ обоихъ случаяхъ явленіе индукціи продолжается до тѣхъ поръ, пока не установится окончательно сила индуктирующаго тока. Далѣе очевидно, что замкнутіе тока въ индуктирующемъ проводникѣ соотвѣтствуетъ внезапному приближенію послѣдняго къ индуктируемому на данное разстояніе изъ разстоянія безконечно большаго, перерывъ же индуктирующаго тока равнозначущъ удаленію тока данной силы изъ даннаго разстоянія на разстояніе безконечное отъ индуктируемаго проводника. Отсюда мы видимъ, что *при замыканіи индуктирующаго тока возбуждается въ индуктируемомъ проводникѣ токъ обратнаго направленія съ индуктирующимъ, при размыканіи же индуктирующаго тока возбуждается въ проводникѣ индуктируемомъ токъ одного направленія съ индуктирующимъ.* Такъ какъ при замыканіи индуктирующаго тока сила его не сразу достигаетъ нормы, то и сила индуктированнаго тока возрастаетъ лишь постепенно; напротивъ, полный перерывъ тока можетъ произойти въ ничтожный промежутокъ времени и потому сила индукціоннаго тока, въ этомъ случаѣ, во первыхъ чрезвычайно быстро достигаетъ максимума, во вторыхъ же максимумъ этотъ значительно превосходитъ максимумъ индукціоннаго тока замыканія.

1073. Возвращаясь къ примѣру рис. 253, мы видимъ, что линіи силъ магнитнаго поля тока, индуктированнаго въ проводникѣ B, необходимо должны пересѣкать проводникъ A, съ момента возникновенія тока въ B,—причемъ, очевидно, что движеніе линій силъ будетъ продолжаться до тѣхъ поръ, пока не прекратится явленіе индукціи. Означивъ линіи силъ магнитнаго поля проводника B пунктиромъ (рис. 256), мы видимъ, что при приближеніи индуктируемаго проводника B къ индуктирующему A (или, наоборотъ, A къ B), rspct. при замыканіи тока въ A или при усиленіи его, индуктированный въ B токъ возбуждаетъ *въ проводникѣ индуктирующаго тока* (въ A) электровозбудитель-

ную силу индукціи по направленію обратную той, которая поддерживаетъ индуктирующій токъ. Благодаря этому, токъ въ A нѣсколько ослабляется. — Наоборотъ, при удаленіи B отъ A (rspct. A отъ B) или при ослабленіи, rspct. перерывѣ тока A, индуктированный въ B токъ имѣетъ направленіе обратное

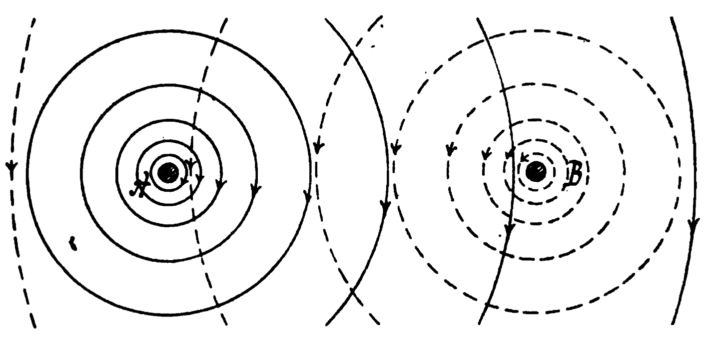


Рис. 256.

только что разсмотрѣнному, слѣдовательно обратное направленіе принимаютъ и линіи силъ магнитнаго поля проводника B, а потому индуктирующій токъ A усиливается. Итакъ, токи въ проводникахъ A и B взаимно дѣйствуютъ другъ на друга индуктирующимъ образомъ, вслѣдствіе чего описанное явленіе получило названіе *взаимной индукціи.*

Если мы теперь примемъ во вниманіе, что въ обоихъ проводникахъ, въ теченіе происходящихъ въ нихъ измѣненій силъ токовъ, дѣйствуютъ еще электровозбудительныя силы самоиндукціи, то, сопоставивъ съ только что сказаннымъ выводы, сдѣланные нами въ главѣ XLIX, — мы можемъ составить слѣдующую схему:

Индуктирующая цѣпь.			Замкнутая индуктируемая цѣпь.	
	Вслѣдствіе самоиндукціи.	Вслѣдствіе взаимной индукціи.	Вслѣдствіе индукціи.	Вслѣдствіе самоиндукціи.
Токъ замыкаемъ, усиливаемъ, проводникъ тока приближаемъ къ проводнику индуктируемому, или индуктируемый проводникъ приближаемъ къ индуктирующему.	Сила индуктирующаго тока уменьшается.		Появляется токъ направленія обратнаго индуктирующему.	Сила этого тока ослабляется въ стадіи возникновенія его и усиливается въ стадіи угасанія.
Токъ размыкаемъ, ослабляемъ, проводникъ тока удаляемъ отъ проводника индуктируемаго, или индуктируемый удаляемъ отъ индуктирующаго.	Сила индуктирующаго тока увеличивается.		Появляется токъ одного направленія съ индуктирующимъ.	Сила этого тока ослабляется въ стадіи возникновенія его и усиливается въ стадіи угасанія.

Такимъ образомъ мы видимъ, что самоиндукція и взаимная индукція дѣйствуютъ на индуктирующую цѣпь одинаково: дѣйствія обѣихъ суммируются.

1074. Если индуктирующій проводникъ имѣетъ форму спирали (соленоидъ, катушка), индуктируемый же форму замкнутаго кольца, то индукція въ кольцѣ происходитъ по тѣмъ же правиламъ, какъ индукція, обусловленная магнитнымъ полемъ магнита, такъ какъ соленоидъ эквивалентенъ магниту. Поэтому, если напр., къ N полюсу соленоида A приближать конаксіально круговой проводникъ B (рис. 257), то въ послѣднемъ индуктируется токъ, обратный движенію часовой стрѣлки (предполагается, какъ и всюду выше, что площадь кольца мы разсматриваемъ въ направленіи пронизывающихъ ее магнитныхъ линій силъ, исходящихъ изъ N полюса соленоида). То же мы будемъ имѣть и въ случаѣ, если къ неподвижному кольцу внезапно приблизимъ N полюсъ соленоида, или если, при данномъ относительномъ положеніи соленоида и кольца, замкнемъ дотолѣ разомкнутую цѣпь соленоида, или лишь усилимъ уже существующій въ немъ токъ. Индукціонный токъ, въ направленіи обратномъ предыдущему, получится при удаленіи кольца отъ N полюса соленоида, при удаленіи N полюса отъ кольца, при ослабленіи или полномъ размыканіи тока въ соленоидѣ.

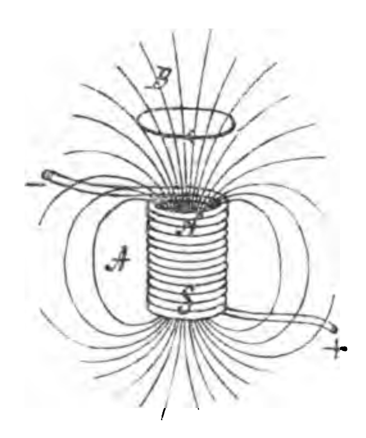


Рис. 257.

1075. Электровозбудительная сила индукціи во всѣхъ этихъ случаяхъ значительно возрастетъ, если вмѣсто кольца A взять также соленоидъ. Однако, если длинный индуктируемый соленоидъ состоитъ изъ n оборотовъ проволоки, то возникающая въ немъ электровозбудительная сила отнюдь не будетъ въ n разъ болѣе той, которую мы имѣли въ простомъ кольцѣ: въ оборотахъ, болѣе удаленныхъ отъ индуктирующаго соленоида, индукція, оче-

видно слабѣе чѣмъ въ оборотахъ болѣе приближенныхъ, ибо тамъ, при измѣненіяхъ силы индуктирующаго тока, происходятъ менѣе значительныя измѣненія въ количествѣ силовыхъ линій магнитнаго поля, ослабленнаго вслѣдствіе разсѣиванія силовыхъ линій. Что касается силы индукціоннаго тока, то, при сопротивленіи внѣшней цѣпи равномъ нулю, сила тока, развиваемаго индуктируемой катушкой, не только не превыситъ той, которая возбуждается въ простомъ кольцѣ, но даже будетъ менѣе послѣдней, въ особенности если обмотка катушки многослойна. Въ самомъ дѣлѣ, мы видимъ съ одной стороны, что электровозбудительная сила индукціи не возрастаетъ пропорціонально увеличенію числа оборотовъ проволоки, образующей катушку, съ другой же стороны сопротивленіе обмотки многослойной катушки возрастаетъ быстрѣе увеличенія числа оборотовъ (вслѣдствіе увеличенія діаметра послѣдовательныхъ слоевъ). Изъ всего сказаннаго не слѣдуетъ, однако, что увеличеніе числа оборотовъ проволоки въ индукціонной спирали *вообще* безполезно: значительная электровозбудительная сила, которую мы благодаря этому получаемъ, способна во внѣшней цѣпи, представляющей значительное сопротивленіе, развить бо́льшую силу тока, чѣмъ та малая электровозбудительная сила, которую мы получили бы въ простомъ кольцѣ. Однимъ словомъ здѣсь примѣнимо все то, что было сказано въ своемъ мѣстѣ (§§ 418—419 и 427, II) о различныхъ сочетаніяхъ гальваническихъ элементовъ.

1076. Электровозбудительная сила индукціи въ соленоидѣ значительно возрастетъ, если въ каналъ индуктирующаго или индуктируемаго соленоида вдвинуть желѣзный сердечникъ, или, еще лучше, если снабдить сердечниками оба соленоида. Это понятно изъ того, что теперь мы имѣемъ дѣло съ совокупнымъ дѣйствіемъ электродинамической и электромагнитной индукціи. Наконецъ, не требуетъ доказательства, что электровозбудительная сила индукціи, возникающая въ индуктируемомъ соленоидѣ при данныхъ колебаніяхъ индуктирующаго тока, уменьшается съ удаленіемъ соленоидовъ другъ отъ друга, и увеличивается при сближеніи ихъ.

Наибольшею она будетъ, разумѣется, тогда, когда индуктируемый соленоидъ надвинутъ на средину индуктирующаго, ибо въ этомъ случаѣ всѣ или, по крайней мѣрѣ, большая часть силовыхъ линій магнитнаго поля индуктирующаго соленоида пронизываютъ всѣ площади оборотовъ индуктируемаго. Отнюдь не слѣдуетъ полагать, какъ это часто приводится въ сочиненіяхъ различныхъ физіологовъ, что электровозбудительная сила индукціи обратно пропорціональна разстоянію или квадрату разстояній между индуктирующей и индуктируемой катушками; зависимость эта, въ случаѣ обыкновенныхъ индукціонныхъ спиралей, можетъ быть выражена лишь сложнымъ математическимъ выраженіемъ, разсматривать которое, по причинамъ, выясненнымъ въ главѣ LXII, не представляетъ интереса.

Если въ индуктирующемъ соленоидѣ желѣзнаго сердечника нѣтъ, то электровозбудительная сила индукціи увеличивается прямо пропорціонально амплитудамъ и быстротѣ колебаній индуктирующаго тока; если же индуктирующій соленоидъ снабженъ сердечникомъ, то электровозбудительная сила индукціи вообще не возрастаетъ пропорціонально колебаніямъ силы тока, такъ какъ степень намагниченія желѣза не слѣдуетъ силѣ тока. Такъ какъ самоиндукція и взаимная индукція препятствуютъ нарастанію силы индуктирующаго тока, то, при данной постоянной электровозбудительной силѣ, дѣйствующей въ индуктирующей цѣпи, можетъ случиться, что, при увеличеніи числа періодовъ индуктирующаго тока, амплитуда колебаній его чрезвычайно уменьшится, вслѣдствіе чего уменьшится и сила индукціи. Измѣряя среднюю силу индуктирующаго тока мы увидимъ, что одна и та же средняя сила можетъ получиться при весьма различномъ числѣ періодовъ, resp. различныхъ амплитудахъ тока, а потому было бы крайне ошибочно заключить, что, при данной средней силѣ индуктирующаго тока, получится всегда одна и та же величина электровозбудительной силы индукціи. Точно также при одномъ и томъ же числѣ періодовъ индуктирующаго тока можетъ получиться весьма различная величина электровозбудительной

силы индукціи, ибо амплитуды индуктирующаго тока, при одномъ и томъ же числѣ колебаній его, могутъ быть весьма различны.

1077. Если положеніе, при которомъ площади двухъ конаксіальныхъ круговыхъ проводниковъ параллельны другъ другу, назвать *нормальнымъ*, то, поворотивъ одинъ изъ проводниковъ на 90° изъ его нормальнаго положенія, мы поставимъ его въ условіе невозможности индукціи, такъ какъ силовыя линіи магнитнаго поля индуктирующаго проводника не могутъ теперь пересѣкать площади индуктируемаго. При установкѣ кольцеобразнаго индуктируемаго проводника по отношенію къ индуктирующему подъ углами, возрастающими отъ 0° до 90°, относительная сила индукціи уменьшалась бы (§ 866) пропорціонально косинусу угла вращенія, если бы силовыя линіи индуктирующаго магнитнаго поля были параллельны другъ другу и поле было бы равномѣрно. Но такъ какъ магнитное поле индуктирующаго проводника неравномѣрно и линіи силъ его не параллельны, то зависимость силы индукціи отъ положенія индуктирующаго и индуктируемаго проводниковъ относительно другъ друга не можетъ быть вполнѣ точно выражена простымъ закономъ. Это еще въ большей степени относится къ двумъ соленоидамъ. На этомъ же основаніи и при вращеніи индуктируемаго проводника въ непостоянномъ магнитномъ полѣ, вызванномъ непрерывнымъ (установившимся) индуктирующимъ токомъ, электровозбудительная сила индукціи не измѣняется въ видѣ правильной синусоиды и полученный перемѣнный индукціонный токъ не есть токъ синусовидный. Лишь при вращеніи относительно небольшой катушки въ центральной части широкаго и длиннаго соленоида получается почти правильная синусовидная электровозбудительная сила индукціи, такъ какъ въ центральной части такого соленоида мы имѣемъ почти равномѣрное магнитное поле.

1078. Индуктирующій токъ обыкновенно называется *первичнымъ*, а индуктируемый *вторичнымъ*, точно также говорятъ о *первичной* и *вторичной цѣпи*, о *первичной* и *вторичной спиралях* (катушкахъ). Такимъ образомъ, выведенныя выше правила

относительно электродинамической индукціи могутъ быть формулированы слѣдующимъ образомъ: *При замыканіи* (rspct. усиленіи) *тока первичной спирали* (rspct. при сближеніи обѣихъ спиралей), *во вторичной индуктируется токъ обратнаго направленія, при размыканіи* (rspct. ослабленіи) *тока первичной спирали* (rspct. при удаленіи спиралей другъ отъ друга) *во вторичной индуктируется токъ одного направленія съ индуктирующимъ.*

Примѣчаніе.

1079. Электровозбудительная сила самоиндукціи весьма часто (особенно въ работахъ физіологовъ) носитъ названіе *электровозбудительной силы экстратока;* это названіе распространяютъ иногда и на ту электровозбудительную силу, которая, подъ вліяніемъ взаимной индукціи, возникаетъ въ первичной цѣпи вслѣдствіе индукціи со стороны тока, возбужденнаго во вторичной цѣпи. При этомъ *экстратоками* называютъ тѣ токи, которые вызваны означенными электровозбудительными силами (напр. при замыканіи или размыканіи цѣпи[1]). Но надобности въ этихъ неудачныхъ терминахъ нѣтъ, и въ особенности неудобно (какъ это обыкновенно дѣлается) говорить объ усиленіи или ослабленіи первичнаго или вторичнаго тока возникающими экстратоками, ибо не логично допускать, что каждая изъ электровозбудительныхъ силъ, одновременно дѣйствующихъ въ одной и той же цѣпи, развиваетъ самостоятельные токи, алгебраически суммирующіеся. Мы правильно поступали всюду, говоря лишь о суммированіи электровозбудительныхъ силъ и разсматривая результирующую электровозбудительную силу, какъ причину возникающаго въ цѣпи результирующаго индукціоннаго тока.

Сказанное здѣсь считаемъ не лишнимъ пояснить примѣромъ. Въ главѣ объ измѣняющемся состояніи тока при дѣйствіи въ цѣпи постоянной электровозбудительной силы, мы говорили

---

[1]) *Экстратоки замыканія и размыканія.*

(§ 1015), что токъ, вслѣдъ за замыканіемъ цѣпи, усиливается въ видѣ кривой

$$I' = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right) = I\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)$$

гдѣ I есть конечная сила тока. Разсматривая эту формулу, мы видимъ, что въ цѣпи дѣйствуютъ другъ противъ друга двѣ электровозбудительныя силы, одна постоянная

$$E = IW$$

и другая измѣняющаяся электровозбудительная сила самоиндукціи

$$E_S = -W \, . \, Ie^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$$

Алгебраическая сумма этихъ двухъ электровозбудительныхъ силъ и производитъ измѣняющійся результирующій токъ

$$I' = \frac{IW - W \, . \, Ie^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}}{W} = I\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)$$

Но мы могли бы, что въ сущности неправильно, допустить, что въ цѣпи циркулируютъ одновременно два противоположные по направленію тока: постоянный токъ I и измѣняющійся экстратокъ

$$= -Ie^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}$$

Тогда мы получимъ, какъ и выше, ту же результирующую силу тока:

$$I' = I - Ie^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1} = I\left(1 - e^{-\frac{W}{\mathfrak{L}}\tau_1}\right)$$

Дальнѣйшіе аналогичные примѣры безполезны. Но не лишнее указать на то, что экстратоки (т. е. токи вызванные самоиндукціей или индукціей первичной цѣпи со стороны вторичной)

можно наблюдать и въ болѣе или менѣе чистомъ видѣ. Такъ напр., та искра, которая появляется въ моментъ перерыва не слишкомъ слабаго тока, обусловливается почти всецѣло дѣйствіемъ электровозбудительной силы самоиндукціи: въ моментъ перерыва цѣпи, токъ I почти мгновенно падаетъ на нуль, а потому электровозбудительная сила самоиндукціи, пропорціональная, какъ намъ извѣстно, той скорости, съ которою происходятъ измѣненія въ напряженіи магнитнаго поля тока, пронизывающаго площадь проводника, — достигаетъ значительной высоты (многихъ тысячъ вольтъ), въ результатѣ чего является весьма значительное напряженіе противоположныхъ электричествъ на оконечностяхъ разъединяемыхъ частей проводника и слѣдующее за тѣмъ соединеніе зарядовъ чрезъ воздухъ въ формѣ искры. Если полюсы гальванической батареи (или даже одного гальваническаго элемента) соединить проводниками съ зажимами многослойной спирали (катушки), зажимы эти взять увлажненными руками и затѣмъ прервать соединеніе катушки съ батареей, то мы ощутимъ въ рукахъ сильное сотрясеніе вслѣдствіе того, что экстратокъ, протекавшій ранѣе въ видѣ искры, теперь внезапно устремляется чрезъ наше тѣло.

LXI. Коэффиціентъ взаимной индукціи.

1080. Послѣ сказаннаго въ предшествующей главѣ о явленіи взаимной индукціи, очевидно, что все извѣстное намъ относительно измѣреній электровозбудительной силы самоиндукціи, можетъ быть отнесено и къ измѣренію электровозбудительной силы взаимной индукціи. Такимъ образомъ, если противопоставить другъ другу два круговые проводника или два соленоида, изъ коихъ въ первомъ течетъ токъ I, то при измѣненіи силы этого тока въ теченіе времени $d\tau$ на dI абсолютныхъ электромагнитныхъ единицъ, во второмъ индуктируется электровозбудительная сила, равная (§ 881)

$\frac{d\Phi}{d\tau} = \mathcal{M}\frac{dI}{d\tau}$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,

гдѣ $d\Phi$ есть то число, на которое измѣняется общее количество (Φ) индуктирующихъ магнитныхъ силовыхъ линій, исходящихъ изъ площади индуктирующаго проводника и пронизывающихъ площадь индуктируемаго, — при измѣненіи силы индуктирующаго тока на величину dI; отсюда видно, что $\mathcal{M}$ *есть то число, на которое измѣняется общее количество индуктирующихъ силовыхъ линій при измѣненіи силы тока въ индуктирующемъ проводникѣ на одну абсолютную электромагнитную единицу*. Слѣдовательно величина $\mathcal{M}$ можетъ быть названа *коэффиціентомъ взаимной индукціи;* она, по отношенію къ индуктируемому проводнику, играетъ ту же роль, что и коэффиціентъ $\mathcal{L}$ самоиндукціи по отношеніи къ первичной цѣпи, и потому можетъ быть выражена въ тѣхъ же единицахъ измѣренія, что и послѣдняя величина (сравн. § 881 и § 883).

Желая измѣрить электровозбудительную силу взаимной индукціи $\mathcal{M}\frac{dI}{d\tau}$ въ вольтахъ, мы опредѣляемъ силу тока въ амперахъ и дѣлимъ на 10^9 абсолютную величину коэффиціента $\mathcal{M}$, другими словами, выражаемъ этотъ коэффиціентъ въ той же практической единицѣ измѣренія, что и коэффиціентъ $\mathcal{L}$ самоиндукціи, т. е. въ единицѣ, извѣстной подъ названіемъ секомъ, генри или квадрантъ.

1081. Какъ мы только что видѣли, электровозбудительная сила взаимной индукціи, подобно всякой индуктированной электровозбудительной силѣ, не есть величина постоянная, а измѣняется въ зависимости отъ измѣняющейся силы индуктирующаго тока, исчезая вмѣстѣ съ прекращеніемъ этихъ измѣненій и удерживаясь на данной высотѣ лишь въ теченіе безконечно малаго времени. — *Если индуктирующій токъ падаетъ или возрастаетъ въ теченіе любаго времени на нѣкоторую величину I, то интегральный токъ, обусловленный взаимною индукціей* (подобно интегральному току обусловленному самоиндукціей) *равенъ*

$$Q = \frac{\Phi'}{W} \text{ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ,}$$

гдѣ Φ' есть то число, на которое измѣнилось общее количество индуктирующихъ силовыхъ линій, пронизывающихъ площадь индуктируемаго проводника, за все время измѣненія силы индуктирующаго тока. Такъ какъ

$$\Phi' = \mathcal{M}I \text{ абсолютнымъ силовымъ линіямъ,}$$

то

$$Q = \frac{\mathcal{M}I}{W}$$

гдѣ $\mathcal{M}I$ *есть электровозбудительная сила интегральнаго тока взаимной индукціи.* При измѣреніи величины $\mathcal{M}$ въ квадрантахъ, I — въ амперахъ и W — въ омахъ, мы опредѣляемъ Q въ кулонахъ, а величину $\mathcal{M}I$ въ вольтахъ.

1082. Очевидно, что коэффиціентъ $\mathcal{M}$ измѣняется въ зависимости отъ размѣровъ площадей, окружаемыхъ обоими проводниками, а также отъ разстоянія между ними и отъ расположенія ихъ относительно другъ друга.

Относительно вліянія положенія проводниковъ, мы можемъ лишь повторить здѣсь то, что было сказано въ § 1077: если два простыхъ круговыхъ тока расположить конаксіально и параллельно другъ къ другу, то коэффиціентъ взаимной индукціи ихъ будетъ, для даннаго между ними разстоянія, максималенъ. Коэффиціентъ этотъ будетъ убывать при вращеніи одного изъ проводниковъ вокругъ оси и упадетъ до нуля въ тотъ моментъ, когда площадь одного станетъ подъ прямымъ угломъ къ площади другаго, такъ какъ въ этотъ моментъ линіи силъ магнитнаго поля индуктирующаго проводника не могутъ пересѣкать площади индуктируемаго. Вообще же, при увеличеніи угла вращенія φ отъ 0 до 90°, коэффиціентъ $\mathcal{M}$ уменьшается приблизительно пропорціонально косинусу угла вращенія (см. § 866), т. е. приближенно

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{(\max)} \cos\varphi$$

Если вмѣсто двухъ простыхъ проводниковъ мы возьмемъ два

соленоида, то, по мѣрѣ увеличенія длины ихъ, измѣненія величины $\mathcal{M}$ будутъ все менѣе и менѣе пропорціональны увеличенію косинуса угла φ. Для обыкновенныхъ индукціонныхъ спиралей, употребляемыхъ въ физіологической практикѣ, уже нельзя допустить, что коэффиціентъ взаимной индукціи, а слѣдовательно и индуктированный токъ, пропорціональны косинусу угла, образуемаго осью вторичной катушки съ осью первичной (это допущеніе, тѣмъ не менѣе, дѣлается незнающими экспериментаторами).

1083. При сближеніи проводниковъ коэффиціентъ ихъ взаимной индукціи увеличивается. Но, если коэффиціенты самоиндукціи проводниковъ равны $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$, т. е. если таково число силовыхъ линій, пронизывающихъ площади ихъ, при силѣ тока въ проводникахъ равной единицѣ, то даже при наивозможномъ сближеніи двухъ параллельныхъ и конаксіональныхъ проводниковъ коэффиціенты взаимной индукціи ихъ будутъ необходимо менѣе ариѳметической или геометрической средней ихъ коэффиціентовъ самоиндукціи, т. е.

$$\mathcal{M} < \frac{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2}{2}$$

$$\mathcal{M} < \sqrt{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}$$

ибо при любомъ положеніи проводниковъ (даже надвинутыхъ другъ на друга) часть силовыхъ линій, исходящихъ изъ площади одного изъ нихъ, распространится въ пространствѣ, минуя площадь другаго проводника. Поэтому

$$\sqrt{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2} - \mathcal{M}$$

выразитъ собою магнитную утечку разсматриваемой системы (§ 830).

1084. Что между проводниками свободными отъ самоиндукціи (бифилярно свернутыми), rspct. между однимъ проводникомъ свободнымъ и другимъ несвободнымъ отъ самоиндукціи, явленіе взаимной индукціи невозможно — не требуетъ особаго разъясненія: коэффиціентъ взаимной индукціи такой системы равенъ нулю. Далѣе, очевидно, что взаимная индукція должна от-

сутствовать въ случаѣ, если одинъ и тотъ же токъ протекаетъ чрезъ оба проводника въ противоположныхъ направленіяхъ. Въ самомъ дѣлѣ, если соединить послѣдовательно двѣ расположенныя на одной линіи катушки A и B (рис. 258, въ которомъ предполагается, что катушки обмотаны въ противоположныхъ направленіяхъ) такимъ образомъ, чтобы токъ въ нихъ протекалъ въ

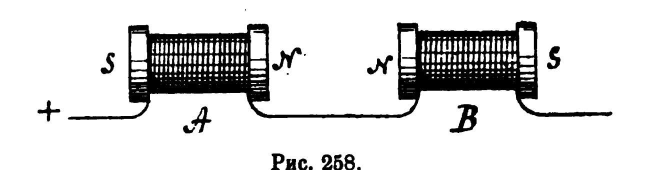


Рис. 258.

противоположныхъ направленіяхъ, то другъ къ другу обращены будутъ одноименные полюсы спиралей, а потому силовыя линіи, исходящія изъ одной спирали, не будутъ пронизывать другую вслѣдствіе взаимнаго отталкиванія; слѣдовательно и въ этомъ случаѣ коэффиціентъ взаимной индукціи системы будетъ равенъ нулю.

Напротивъ, если токъ въ обоихъ спираляхъ течетъ въ одномъ направленіи, то коэффиціентъ взаимной индукціи ихъ будетъ равенъ нѣкоторой величинѣ $\mathcal{M}$, которая будетъ измѣняться въ зависимости отъ разстоянія между спиралями, въ зависимости отъ относительнаго положенія ихъ и въ зависимости отъ того, содержатъ ли спирали желѣзныя сердечники и есть ли въ сосѣдствѣ съ ними магнитныя тѣла.

1085. Такъ какъ коэффиціентъ взаимной индукціи играетъ ту же роль, что и коэффиціентъ самоиндукціи, то дѣйствія этихъ величинъ суммируются. Такимъ образомъ, если коэффиціенты самоиндукціи двухъ послѣдовательно соединенныхъ катушекъ равны $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$, коэффиціентъ же взаимной индукціи, при данномъ положеніи катушекъ, равенъ $\mathcal{M}$, то каждый изъ коэффиціентовъ самоиндукціи увеличивается еще на величину $\mathcal{M}$, такъ что *общій коэффиціентъ индукціи цѣпи*

$$\Pi = \mathcal{L}_1 + 2\,\mathcal{M} + \mathcal{L}_2$$

предполагая, что токъ въ обѣихъ катушкахъ имѣетъ одно и то же направленіе. Если же, какъ въ приведенномъ въ § 1084 примѣрѣ, токъ въ катушкахъ имѣетъ противоположное направленіе, то общій коэффиціентъ индукціи

$$\Pi = \mathcal{L}_1 + \dot{\mathcal{L}}_2$$

Далѣе, если мы вдвинемъ въ катушку A желѣзный сердечникъ, то въ первомъ случаѣ

$$\Pi = \mathcal{L}_1' + 2\,\mathcal{M}' + \mathcal{L}_2'$$

ибо при присутствіи желѣза измѣнится не только коэффиціентъ самоиндукціи катушки A, rspct. коэффиціентъ взаимной индукціи катушекъ, но измѣнится и величина коэффиціента самоиндукціи катушки B (см. § 888 и рис. 258). Если мы теперь измѣнимъ разстояніе между катушками, то получимъ

$$\Pi = \mathcal{L}_1' + 2\,\mathcal{M}'' + \mathcal{L}_2''$$

ибо, при измѣненіи положенія проводника B по отношенію къ расположенной вблизи его магнитной массѣ, измѣнится и коэффиціентъ самоиндукціи проводника B: въ нашемъ случаѣ, слѣдовательно, измѣняется лишь $\mathcal{L}_2$ (rspct. $\mathcal{M}$), ибо катушка A не измѣняетъ своего положенія по отношенію къ своему собственному сердечнику.

Такимъ образомъ, *измѣняя разстояніе между двумя катушками, положеніе ихъ осей по отношенію другъ къ другу, снабжая одну или обѣ желѣзными сердечниками и, наконецъ, измѣняя направленіе тока въ одной изъ нихъ, — мы можемъ, не измѣняя сопротивленія цѣпи, измѣнять въ широкихъ предѣлахъ коэффиціентъ индукціи послѣдней.*

1086. Изъ всего до сихъ поръ сказаннаго ясно, что во всѣхъ тѣхъ вычисленіяхъ, которыя мы провели въ предшествующихъ главахъ по отношенію къ вліянію самоиндукціи на дѣйствіе періо-

дическихъ электровозбудительныхъ силъ, въ случаѣ одновременнаго существованія въ цѣпи взаимной индукціи отдѣльныхъ частей ея, коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи долженъ быть замѣненъ коэффиціентомъ индукціи П. Мы видѣли, что въ неразвѣтвленной цѣпи коэффиціентъ общей индукціи $\Pi = \mathcal{L}_1 + 2\mathcal{M} + \mathcal{L}_2 \ldots$, или, въ частномъ случаѣ, $\Pi = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 \ldots$, предполагая, конечно, что $\mathcal{M}$ есть величина постоянная для разсматриваемыхъ условій опыта. Взаимную индукцію между *вѣтвями* цѣпи мы считаемъ излишнимъ разсматривать, ибо на практикѣ всегда избѣгаемъ таковую: напр. отвѣтвленіе къ электродинамометру дѣлаемъ свободнымъ отъ индукціи; расположенной въ мостикѣ параллелограмма Уитстона подвижной катушкѣ зеркальнаго электродинамометра даемъ отклоняться лишь на ничтожно малый уголъ изъ того положенія покоя, при которомъ взаимная индукція между подвижною и неподвижными катушками инструмента равна нулю, и т. д.

1087. Что касается опредѣленія величины коэффиціента M взаимной индукціи, то на практикѣ всегда прибѣгаютъ къ опытному опредѣленію (методы коего существенно не отличаются отъ методовъ опредѣленія коэффиціентовъ самоиндукціи), ибо, если значительныя затрудненія представляетъ теоретическое вычисленіе коэффиціента самоиндукціи, то, по легко понятнымъ причинамъ, сколько-нибудь точное вычисленіе коэффиціента взаимной индукціи еще болѣе затруднительно.

Не вдаваясь въ самый ходъ подобныхъ вычисленій, мы приведемъ лишь тѣ приближенныя формулы, которыми можно воспользоваться при построеніи приборовъ. При этомъ мы имѣемъ въ виду лишь одинъ наиболѣе важный въ практическомъ отношеніи случай: двѣ конаксіальныя катушки, равной длины, вполнѣ надвинутыя одна на другую (индукторъ Румкорфа, надвинутыя катушки аппарата Дю-Буа-Реймона).

Пусть въ индуктирующей катушкѣ на единицу длины (на 1 сантиметръ) приходится въ одномъ слоѣ обмотки n_1 оборотовъ проволоки или n_1^2 оборотовъ на квадратный сантиметръ осеваго

сѣченія катушки. Далѣе, на 1 кв. сантиметръ осеваго сѣченія индуктируемой катушки пусть приходится n_2^2 оборотовъ проволоки. Тогда коэффиціентъ взаимной индукціи

$$\mathcal{M} = {}^4/_3\,\pi^2 n_1^2 n_2^2 l\,(y_2 - x_2)\,(y_1^3 - x_1^3)$$

гдѣ l — длина катушекъ, y_1 — внѣшній радіусъ индуктирующей катушки, x_1 — ея внутренній радіусъ, y_2 — внѣшній радіусъ индуктируемой катушки и x_2 — ея внутренній радіусъ. Означивъ діаметры проволокъ (измѣренные въ сантиметрахъ) чрезъ d_1 и d_2, имѣемъ

$$n_1^2 = \frac{1}{d_1^2}.$$

$$n_2^2 = \frac{1}{d_2^2}$$

Въ случаѣ если индуктирующая катушка содержитъ желѣзный сердечникъ, то коэффиціентъ

$$\mathcal{M} = {}^4/_3\,\pi^2 n_1^2 n_2^2 l\,(y_2 - x_2)\,[y_1^3 - x_1^3 + 12\,\pi k r^2 (y_1 - x_1)]$$

гдѣ r — радіусъ сердечника, а k коэффиціентъ, колеблющійся, при условіяхъ практики, для сердечника, изготовленнаго изъ мягкаго желѣза, между 30 и 40.

Если катушки устроены такимъ образомъ, что индуктирующая спираль плотно охватываетъ сердечникъ, а индуктируемая въ свою очередь плотно охватываетъ индуктирующую спираль, то означивъ

$r = x_1 = x =$ радіусъ сердечника,
$x_2 = y_1 = y =$ » внутренней спирали
$y_2 = z =$ » внѣшней »

находимъ

$$\mathcal{M} = {}^4/_3\,\pi^2 n_1^2 n_2^2 l\,(z - y)\,(y - x)\,[y^2 + xy + x^2 + 12\,\pi k x^2]$$

Для коэффиціентовъ самоиндукціи въ этомъ случаѣ имѣемъ

$$\mathfrak{L}_1 = {}^4/_3\,\pi^2 n_1^4 l (y - x)^2 [y^2 + xy + x^2 + 12\,\pi k x^2]$$
$$\mathfrak{L}_2 = {}^4/_3\,\pi^2 n_2^4 l (z - y)^2 [z^2 + zy + y^2 + 12\,\pi k x^2]$$

Еще менѣе точны слѣдующія простыя формулы:

$$\mathcal{M} = ({}^{19}/_{12} + 4\,\pi k)\,\frac{\pi^2 N_1 N_2 s^2}{l}$$
$$\mathfrak{L}_1 = ({}^{19}/_{12} + 4\,\pi k)\,\frac{\pi^2 N_1^2 y^2}{l}$$
$$\mathfrak{L}_2 = ({}^{19}/_{12} + 4\,\pi k)\,\frac{\pi^2 N_2^2 z^2}{l}$$

гдѣ N_1 и N_2 суть общія числа оборотовъ проволокъ, образующихъ индуктирующую и индуктируемую катушки.

LXII. Трансформаторы.

1088. Аппараты, состоящіе изъ индуктирующей и индуктируемой спиралей, носятъ названіе *трансформаторовъ*, ибо въ нихъ энергія, развиваемая измѣняющимся въ силѣ первичнымъ токомъ, трансформируется, путемъ индукціи, въ энергію вторичнаго тока. При этомъ возможна двоякаго рода трансформація: 1) если первичная катушка состоитъ изъ небольшаго числа оборотовъ толстой проволоки, вторичная же изъ большаго числа оборотовъ тонкой проволоки, то, даже при сильномъ первичномъ токѣ, мы имѣемъ относительно незначительную разность потенціаловъ у оконечностей первичной спирали, тогда какъ относительно весьма слабый вторичный токъ будетъ обусловленъ значительною электровозбудительною силою индукціи во вторичной спирали: слѣдовательно «сильный первичный токъ слабаго напряженія» трансформируется въ «слабый вторичный токъ высокаго напряженія» (см. § 374). 2) Если, наоборотъ, первичная спираль состоитъ изъ большаго числа оборотовъ тонкой проволоки, вторичная же образуется малымъ числомъ оборотовъ толстой прово-

локи, то относительно слабый первичный токъ (возникающій все же лишь при значительной разности потенціаловъ у зажимовъ первичной спирали) хотя и вызоветъ во вторичной небольшую электровозбудительную силу, но послѣдняя разовьетъ индукціонный токъ значительной силы, вслѣдствіе незначительнаго сопротивленія вторичной спирали (предполагается, что въ обоихъ случаяхъ вторичныя спирали замкнуты проводниками ничтожнаго сопротивленія): «слабый первичный токъ высокаго напряженія» трансформируется въ «сильный вторичный токъ слабаго напряженія».

1089. Измѣненія силы первичнаго тока, обусловливающія все явленіе индукціи, достигаются періодическими усиленіями и ослабленіями первичнаго тока, — въ частности, слѣдовательно: 1) періодическимъ уничтоженіемъ и возстановленіемъ тока, т. е. замыканіемъ и размыканіемъ первичной цѣпи, rspct. дѣйствіемъ въ ней прерывистаго тока одного направленія; 2) дѣйствіемъ въ первичной цѣпи прерывистаго тока перемѣннаго направленія; 3) дѣйствіемъ въ первичной цѣпи синусовиднаго тока одного направленія и 4) дѣйствіемъ синусовиднаго тока перемѣннаго направленія. Мы разсмотримъ только первый способъ возбужденія трансформатора, такъ какъ 2-й и 3-й способы интереса вообще не представляютъ, 4-й же способъ имѣетъ примѣненіе лишь въ промышленной электротехникѣ (хотя, по разнымъ причинамъ можетъ когда-нибудь представить интересъ и для физіолога).

Въ физіологическихъ лабораторіяхъ излюбленнымъ индукціоннымъ аппаратомъ, разсматриваемаго здѣсь типа, служитъ нѣсколько видоизмѣненный Дю-Буа-Реймономъ трансформаторъ Румкорфа («спираль» Румкорфа), въ коемъ индукція вызывается замыканіями и перерывами или усиленіемъ и ослабленіемъ первичнаго тока. Многочисленныя дальнѣйшія видоизмѣненія этого прибора, описанныя различными авторами[1]), суть ничто иное,

[1]) Упомянемъ лишь приборы, описанные Вреденомъ, Введенскимъ, аппаратъ Шпамера, Валентина, Крюгера и т. п.

какъ не имѣющія никакого значенія модификаціи основнаго аппарата Румкорфа и Дю-Буа-Реймона. Обширнымъ распространеніемъ приборы этого рода пользовались и продолжаютъ пользоваться до сихъ поръ во первыхъ потому, что, при дешевизнѣ своей, представляютъ большія удобства въ техническомъ смыслѣ, — во вторыхъ же потому, что физіологи пользуются ими, игнорируя теорію ихъ, и потому не понимаютъ, что имѣютъ дѣло съ приборами, негодными для тѣхъ «точныхъ» изслѣдованій, которыя мнятъ при помощи ихъ произвести. Хотя задача первой части настоящаго труда состоитъ лишь въ изложеніи теоріи электрическихъ явленій, а не въ разсмотрѣніи физическихъ приборовъ, тѣмъ не менѣе, мы позволяемъ себѣ уже здѣсь сказать все нужное о трансформаторѣ Румкорфа, такъ какъ болѣе къ разсмотрѣнію этого прибора не возвратимся. Впрочемъ, и здѣсь мы коснемся не общеизвѣстной и крайне простой конструкціи прибора, а лишь теоретически интересныхъ свойствъ его.

1090. Разсматривая вліяніе самоиндукціи на ходъ измѣненій индуктирующаго и индуктируемаго токовъ въ обѣихъ катушкахъ трансформатора, мы видимъ слѣдующее (сравн. § 1073): при замыканіи цѣпи первичной спирали токъ въ ней подъ вліяніемъ

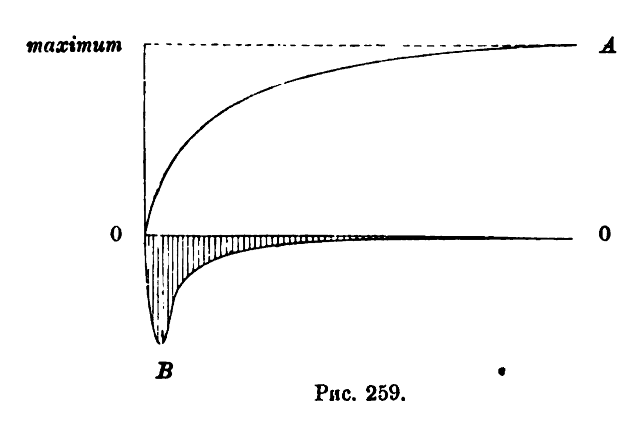


Рис. 259.

самоиндукціи и взаимной индукціи не достигаетъ сразу нормальной силы, а возрастаетъ лишь постепенно, какъ это показываетъ кривая *OA* рис. 259. Вслѣдствіе этого первичный токъ возбуж-

даетъ во вторичной спирали *индукціонный токъ замыканія*, возрастающій въ силѣ тѣмъ медленнѣе, чѣмъ болѣе коэффиціентъ самоиндукціи первичной спирали. Это возрастаніе силы индукціоннаго тока еще болѣе замедляется электровозбудительною силою самоиндукціи во вторичной спирали, каковая сила вмѣстѣ съ тѣмъ препятствуетъ достиженію электровозбудительною силой индукціоннаго тока той величины, которую она могла бы получить при отсутствіи самоиндукціи. По мѣрѣ того, какъ первичный токъ приближается къ максимуму своей силы, сила индукціоннаго уменьшается и становится равною нулю тогда, когда сила тока въ первичной спирали окончательно установится. Ходъ измѣненій индукціоннаго тока замыканія виденъ на кривой *OBO*, причемъ кривая получается тѣмъ болѣе растянутой, чѣмъ значительнѣе коэффиціенты самоиндукціи обѣихъ спиралей. Заштрихованная площадь, ограниченная кривою *OBO* и нулевою абсциссою чертежа, представляетъ собою результирующій интегральный токъ Q_1 *(интегральную силу индукціоннаго тока замыканія)*.

1091. Если мы разомкнемъ первичный токъ и если при этомъ искры въ мѣстѣ размыканія не происходитъ, то сила этого тока съ данной величины I (рис. 260) почти внезапно падаетъ на нуль (толстая ломанная линія на рисункѣ). Въ то же время во вторичной спирали возникаетъ индукціонный токъ размыканія, почти внезапно возрастающій до максимума силы и затѣмъ тотчасъ же (вслѣдствіе внезапнаго исчезновенія причины обусловливающей появленіе его) начинающій менѣе круто падать на нуль. Какъ амплитуда, такъ и крутизна паденія индукціоннаго тока, уменьшаются самоиндукціею во вторичной спирали,

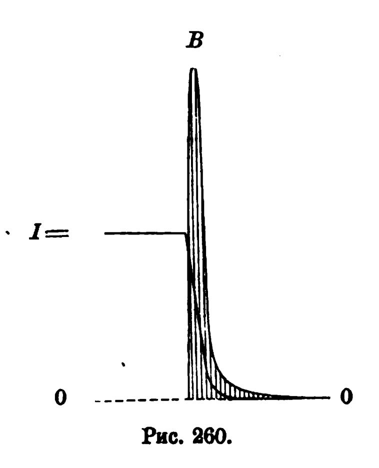


Рис. 260.

ибо послѣдняя вначалѣ не даетъ индукціонному току размыканія достигнуть того максимума, который онъ бы получилъ при отсут-

ствіи самоиндукціи, далѣе же, усиливая возбужденный токъ въ стадіи угасанія его, самоиндукція препятствуетъ внезапному паденію его (растягиваетъ кривую силы тока). Въ результатѣ получается кривая *OBO* рис. 260), гдѣ заштрихованною площадью измѣряется результирующій интегральный токъ Q_2 *(интегральная сила результирующаго индукціоннаго тока размыканія)*[1]).

1092. Если въ моментъ перерыва тока *I* въ мѣстѣ перерыва образуется искра, какъ результатъ самоиндукціи въ первичной спирали, то сила индуктирующаго тока падаетъ на нуль хотя и скоро, но все же значительно медленнѣе чѣмъ въ томъ случаѣ, когда искры не образуется (толстая линія на рис. 261). Поэтому и вторичный токъ въ этомъ случаѣ медленнѣе достигаетъ своего максимума и максимумъ этотъ ниже того, который мы имѣли при отсутствіи искры (см. рисунокъ, кривая *OBO*).

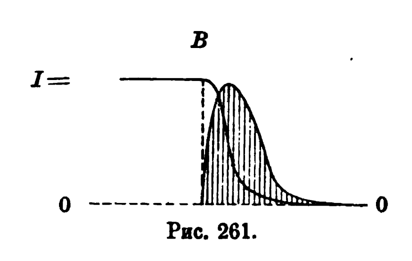


Рис. 261.

1093. Во всѣхъ случаяхъ, интегральная сила индукціоннаго тока Q_1, возбужденнаго при замыканіи первичной спирали, равна интегральной силѣ индукціоннаго тока Q_2, возбужденнаго при размыканіи ея, такъ какъ при замыканіи и размыканіи первичной цѣпи индуктирующее магнитное поле первичной спирали претерпѣваетъ количественно одно и то же измѣненіе, совершающееся въ обоихъ случаяхъ лишь въ разныхъ направленіяхъ и съ различною скоростью. За то, какъ видно изъ приведенныхъ чертежей, максимумъ *дифференціальной силы индукціоннаго тока* (паи-

[1]) Чуть ли не во всѣхъ руководствахъ форма кривой индукціоннаго тока размыканія изображается принципіально неправильно, а именно такъ, что *токъ прямо начинается съ максимума* и отсюда падаетъ на нуль. Между тѣмъ ясно, что если до момента перерыва первичной цѣпи сила вторичнаго тока была равна нулю, то вслѣдъ за тѣмъ прямо максимуму она равна быть не можетъ, а должна еще съ нуля подняться до этого максимума, каковое поднятіе мгновенно произойти также не можетъ вслѣдствіе противодѣйствія самоиндукціи вторичной цѣпи.

большая высота кривой), возбужденнаго при размыканіи первичной спирали (resp. электровозбудительная сила этого тока), значительно превосходитъ максимумъ дифференціальной силы индукціоннаго тока, вызваннаго замыканіемъ спирали. Очевидно, что точно также и *средняя сила отдѣльнаго индукціоннаго импульса* (т. е. высота той прямоугольной площади, равной заштрихованнымъ на рисункахъ площадямъ, основаніемъ коей служитъ нулевая абсцисса между моментами возникновенія и угасанія индукціоннаго тока) въ токѣ размыканія будетъ значительно превосходить среднюю силу индукціоннаго тока замыканія, такъ какъ одно и то же количество индуктированнаго электричества въ первомъ случаѣ протекаетъ въ цѣпи въ гораздо болѣе короткое время, нежели во второмъ. Отсюда понятно, почему, при достаточной силѣ первичнаго тока, между сближенными до извѣстной степени концами обмотки вторичной спирали перескакиваетъ искра лишь въ моментъ размыканія первичной цѣпи, но не перескакиваетъ вовсе въ моментъ замыканія ея, или же длина первой искры во много разъ превосходитъ длину второй.

1094. Разсматривая чертежи 259 и 260, мы видимъ, что, при рядѣ слѣдующихъ другъ за другомъ съ различною скоростью замыканій и размыканій первичной цѣпи, *средняя сила всего индукціоннаго тока* (количество электричества, протекающаго въ цѣпи въ единицу времени) хотя и должна возрастать съ увеличеніемъ числа перерывовъ цѣпи въ единицу времени, но лишь до извѣстнаго предѣла, послѣ чего, напротивъ, будетъ наблюдаться уменьшеніе средней силы тока. Въ самомъ дѣлѣ, если напр., вслѣдъ за замкнутіемъ первичной цѣпи, послѣдняя будетъ разомкнута вновь ранѣе, чѣмъ сила первичнаго тока успѣетъ достигнуть своего нормальнаго развитія, то и во вторичной цѣпи индуктируется меньшее количество электричества, чѣмъ въ случаѣ полнаго развитія тока. Это же соображеніе относится, конечно, и къ слѣдующей затѣмъ индукціи вслѣдствіе перерыва цѣпи. При постепенномъ увеличеніи числа перерывовъ цѣпи неполность развитія интегральнаго тока долгое время со значитель-

нымъ избыткомъ компенсируется увеличеніемъ суммы періодовъ, протекающихъ въ единицу времени, и это тѣмъ болѣе, что наиболѣе рѣзкія измѣненія первичный токъ претерпѣваетъ въ теченіе первой части фазы своего развитія; слѣдовательно, рѣзкое измѣненіе интегральной силы индуктированнаго тока будетъ замѣтно лишь при значительномъ уменьшеніи продолжительности замыканій первичной цѣпи (при очень значительномъ числѣ перерывовъ цѣпи). Тѣмъ не менѣе, при дальнѣйшемъ увеличеніи частоты перерывовъ, средняя сила индукціоннаго тока должна ослабнуть, во-первыхъ вслѣдствіе неполности только что упомянутой компенсаціи, во-вторыхъ же потому, что, какъ мы уже знаемъ (§ 1011), въ теченіе наиболѣе рѣзкихъ измѣненій силы перемѣннаго (вторичнаго) тока густота его не одинакова во всѣхъ точкахъ поперечнаго сѣченія проводника, другими словами, сила тока ослабляется кажущимся значительнымъ сопротивленіемъ вторичной цѣпи (относительно частоты перерывовъ см. еще стр. 1026).

1095. Возвращаясь къ сказанному выше, мы видимъ, что характерною особенностью индукціоннаго тока, развиваемаго трансформаторами, возбуждаемыми прерывистымъ токомъ, является значительная разница въ величинѣ электровозбудительной силы результирующаго тока замыканія и размыканія (въ одномъ изслѣдованномъ мною случаѣ имѣлось отношеніе 7 : 100). Такъ какъ замыкательные импульсы направлены въ одну, а размыкательные въ другую сторону, то всякій проводникъ такъ или иначе испытываетъ одностороннюю разность замыкательныхъ и размыкательныхъ импульсовъ. Такъ напр., во многихъ случаяхъ (§ 490) отъ указаннаго обстоятельства зависятъ неодинаковыя измѣненія электролита у электродовъ соединеннаго съ трансформаторомъ вольтаметра, неодинаковое ощущеніе, вызываемое у того и другого электрода, приложенныхъ къ языку, иногда различіе въ дѣйствіи индукціоннаго тока на обнаженный нервъ, въ зависимости отъ центробѣжнаго или центростремительнаго направленія размыкательныхъ импульсовъ (слѣдовательно въ зависимости отъ направленія тока въ первичной спирали) и т. п.

1096. Если въ первичной цѣпи токъ не прерывать, а лишь ослаблять его, путемъ ли періодическаго введенія въ цѣпь сопротивленія, или путемъ введенія побочнаго замыканія къ первичной спирали, способъ, предложенный Гельмгольцемъ[1]), то форма

[1]) Какъ извѣстно, при способѣ, предложенномъ Гельмгольцемъ, измѣненія силы тока въ первичной спирали достигаются тѣмъ, что передъ ней періодически включается и выключается побочная вѣтвь *cd* (рис. 262) весьма малаго сопротивленія. Впослѣдствіи было предложено самую первичную спираль включить, какъ вѣтвь, къ нѣкоторой постоянно замкнутой части *ab* (рис. 263) прерываемой главной цѣпи (способы Бернштейна и Сѣченова). Цѣлесообразнѣе всего было бы, конечно, часть *ab* образовать изъ свободнаго отъ индукціи реостата, сопротивленіе коего можетъ быть произвольно измѣняемо до тѣхъ поръ, пока не исчезнетъ или не уменьшится до минимума искра въ мѣстѣ перерыва главной цѣпи. Такой реостатъ, будучи включенъ при способѣ Гельмгольца между точками *cd*, далъ бы возможность измѣнять по произволу амплитуду колебаній силы тока въ первичной спирали. Во всякомъ случаѣ, никакими приспособленіями нельзя достигнуть того «выравниванія» индукціонныхъ токовъ замыканія и размыканія, о которомъ трактуется въ физіологическихъ сочиненіяхъ, ибо крутизна кривой усиленія первичнаго тока всегда будетъ разниться отъ крутизны паденія его (сравн. рис. 264 стр. 1046). Для полнаго уравненія обѣихъ кривыхъ нужно было бы, одновременно съ введеніемъ побочныхъ вѣтвей, измѣнять коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи въ теченіе времени ослабленія первичнаго тока, дабы тѣмъ самымъ по произволу растягивать кривую его. Мы считаемъ совершенно излишнимъ останавливаться долѣе на этомъ предметѣ, такъ какъ возможныя здѣсь теоретическіе расчеты все же не будутъ согласоваться съ практикой, вслѣдствіе различныхъ побочныхъ обстоятельствъ, на которые ниже будетъ указано. Интересующіеся вычисленіемъ измѣненій индуктирующаго тока, найдутъ все необходимое въ §§ 1015, 1025—1026.

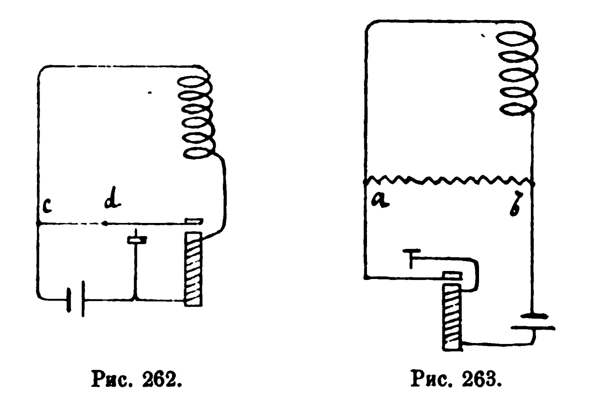


Рис. 262. Рис. 263.

кривой индукціоннаго тока размыканія нѣсколько приблизится къ формѣ кривой тока замыканія, такъ какъ уменьшеніе силы индуктирующаго тока теперь происходитъ (при данномъ коэффиціентѣ самоиндукціи первичной цѣпи) съ значительно большею постепенностью (см. рис. 264, гдѣ приведены для сравненія кривыя замыканія и размыканія). На рисункѣ кривыя усиленія и

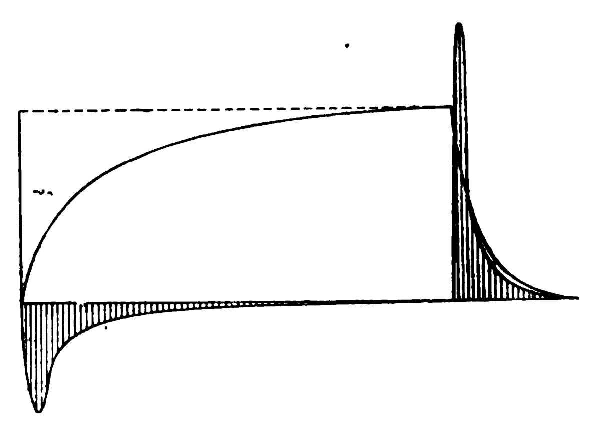


Рис. 264.

ослабленія первичнаго тока (толстая черта) соотвѣтствуютъ дѣйствительности, будучи взяты изъ практики, тогда какъ кривыя индукціоннаго тока суть простыя схемы. Точно также и всѣ другія, приведенныя въ этой главѣ кривыя (за исключеніемъ кривой первичнаго тока, рис. 259), представляютъ ничто иное, какъ общепринятыя схемы, притомъ, какъ ниже увидимъ, схемы, лишь мало имѣющія общаго съ дѣйствительностью [1]).

Въ самомъ дѣлѣ, не трудно понять, что сколько-нибудь точное вычисленіе измѣненій силы индукціоннаго тока замыканія и размыканія не представляется возможнымъ. Попытки такихъ

[1]) При черченіи такихъ схемъ должно придерживаться простаго принципа: высота кривой индукціоннаго тока пропорціональна послѣдовательнымъ разностямъ высотъ кривой индуктирующаго тока; но разъ какъ ходъ кривой индуктирующаго тока неизвѣстенъ (напр. въ случаѣ полнаго размыканія первичной цѣпи), то и кривыя индукціоннаго тока сколько-нибудь правильно начерчены быть не могутъ.

вычисленій были дѣлаемы нѣсколько разъ[1]), но, какъ заранѣе можно было предвидѣть, не могли привести къ результатамъ соотвѣтствующимъ дѣйствительности, ибо при всѣхъ вычисленіяхъ приходилось дѣлать невозможныя въ практикѣ допущенія. Приходилось допускать, что 1) электроемкость первичной и вторичной цѣпи равняются нулю, или что электроемкость не распредѣлена на всю катушку, а лишь на полюсы ея (т. е. катушка какъ бы лишена электроемкости, а зажимы ея соединены съ воображаемымъ конденсаторомъ, по электроемкости равнымъ таковой катушки); 2) что коэффиціенты самоиндукціи и взаимной индукціи обѣихъ спиралей суть величины постоянныя, не смотря на присутствіе желѣзнаго сердечника въ первичной спирали; 3) что индукціей вторичнаго тока на первичную катушку можно пренебречь; 4) что гистерезисъ отсутствуетъ; 5) что въ цѣпи, помимо той энергіи, которая затрачивается на нагрѣваніе проводниковъ, согласно закону Джауля и Ленца, никакой другой энергіи вообще не тратится; 6) что индукціонный токъ, не смотря на скорость, съ которою онъ протекаетъ, распредѣляется равномѣрно во всей плоскости поперечнаго сѣченія проводника и, слѣдовательно, для этого тока сопротивленіе, представляемое цѣпью, есть то самое, какимъ оно было опредѣлено при помощи непрерывнаго тока; 7) что замыканіе и размыканіе первичной цѣпи происходитъ мгновенно и, слѣдовательно, при замыканіи мгновенно устанавливается опредѣленное сопротивленіе цѣпи, а при размыканіи — сопротивленіе это мгновенно увеличивается до безконечности; 8) что искры при размыканіи первичной цѣпи не происходитъ (иначе уже совершенно невозможно было бы и 7-ое допущеніе). Сдѣлавъ всѣ или часть этихъ несоотвѣтствующихъ дѣйствительности допущеній, авторы приходили къ выводамъ различнымъ, въ зависимости отъ разницы въ принятыхъ допущеніяхъ, — во всякомъ случаѣ къ выводамъ, дѣйствительности далеко не соотвѣтствующимъ.

---

[1]) Du-Bois-Raymond, v. Helmholz, Schiller, Mascart, Colley. Наименѣе удовлетворительно вычисленіе Du-Bois-Raymond'a.

1097. Но, если невозможно точное теоретическое исчисленіе хода измѣненій индукціоннаго тока замыканія и размыканія въ трансформаторѣ Румкорфа, то посмотримъ, не возможно ли съ достаточною точностью произвести экспериментальное опредѣленіе этихъ измѣненій.

Очевидно, что измѣрить баллистическимъ гальванометромъ отдѣльный «индукціонный толчекъ», т. е. отдѣльный интегральный индукціонный токъ замыканія или размыканія, не представляетъ трудности, если замыкать и прерывать первичную цѣпь мы будемъ рукою. Но отсюда мы не можемъ сдѣлать никакихъ выводовъ относительно интегральной силы тѣхъ отдѣльныхъ импульсовъ, которые разовьетъ трансформаторъ при автоматическомъ дѣйствіи прерывателя его, ибо 1) прерыватели слишкомъ часто дѣйствуютъ крайне неравномѣрно и 2) замыкая и размыкая первичный токъ рукою, мы даемъ послѣднему время для полнаго его развитія, тогда какъ, при быстро слѣдующихъ автоматическихъ перерывахъ тока, время для полнаго развитія первичнаго тока можетъ оказаться недостаточнымъ (§ 1094) и потому всѣ дальнѣйшія исчисленія — невѣрными. Если, къ тому же, въ моментъ перерыва первичной цѣпи образуется искра, то и рядъ измѣреній, сдѣланныхъ баллистическимъ гальванометромъ повидимому при одинаковыхъ условіяхъ, даетъ несогласные результаты, такъ какъ на практикѣ условія образованія искры безпрерывно измѣняются.

Очевидно, далѣе, что если бы измѣренія баллистическимъ гальванометромъ и могли привести къ цѣли, то изъ произведенныхъ измѣреній мы не можемъ еще сдѣлать никакихъ выводовъ касательно измѣненій дифференціальной силы того результирующаго тока, интегральную силу коего мы измѣрили. Между тѣмъ, именно эти то измѣренія, т. е. опредѣленіе кривой отдѣльныхъ импульсовъ, и представляютъ интересъ для экспериментальной физіологіи. Для опредѣленія интересующихъ насъ кривыхъ пришлось бы прибѣгнуть къ измѣренію отдѣльныхъ частей интегральнаго тока, но 1) способы такихъ измѣреній не точны и очень

затруднительны, 2) результатъ измѣреній опять таки не можетъ быть перенесенъ на случай автоматическаго дѣйствія индуктора.

Можно, далѣе, измѣрить среднюю силу индукціоннаго тока, включивъ во вторичную цѣпь электродинамометръ, но здѣсь возникаетъ новый рядъ затрудненій: 1) вслѣдствіе относительно малой чувствительности электродинамометровъ, мы не можемъ измѣрить очень слабыхъ индукціонныхъ токовъ [1]), при возбужденіи же болѣе сильныхъ токовъ прерыватель даетъ искры, и тогда средняя сила индукціоннаго тока перестаетъ быть равномѣрною, въ чемъ легко убѣдиться, употребляя электродинамометръ, подвижная катушка коего имѣетъ малый моментъ инерціи и слѣдовательно свободно слѣдитъ за колебаніями средней силы тока. 2) Даже и при наиболѣе благопріятныхъ условіяхъ мы изъ измѣренной средней силы тока не можемъ сдѣлать никакихъ выводовъ, ни относительно интегральной силы отдѣльныхъ импульсовъ, ни относительно періодическихъ измѣненій дифференціальной силы результирующаго тока, такъ какъ индуктированный въ трансформаторѣ Румкорфа (rspct. Дю-Буа-Реймона) токъ не представляетъ синусовидныхъ волнъ и потому къ нему не примѣнимы вычисленія, проведенныя въ главахъ L и LI (см. § 934). Такимъ образомъ, измѣренія электродинамометромъ средней силы тока, развиваемаго аппаратами, построенными по типу трансформаторовъ Румкорфа, — для насъ безполезно.

1098. Различныя градуированія разсматриваемыхъ трасформаторовъ, произведенныя по настоящее время въ физіологическихъ лабораторіяхъ, должно, на основаніи только что сказаннаго, признать за совершенно безполезныя и никакого значенія не имѣющія, тѣмъ болѣе, что всѣ они были производимы при помощи крайне недостаточныхъ приборовъ и лицами, къ работамъ такого рода неподготовленными; крупныхъ ошибокъ не лишены

---

[1]) Нѣкоторыми инструментами (напр. электродинамометромъ Bellati-Giltay) можно *обнаружить* весьма слабые индукціонные токи, но въ качествѣ *измѣрителей* тока инструменты эти ненадежны.

были самые принципы, на основаніи коихъ градуаціи производились [1]).

Такимъ образомъ, мы должны придти къ тому выводу, что индукціонные аппараты Румкорфа и Дю-Буа-Реймона должно совершенно изъять при производствѣ физіологическихъ опытовъ, сколько-нибудь претендующихъ на названіе «точныхъ изслѣдованій», ибо крайне трудно достигнуть равномѣрнаго ихъ дѣйствія и невозможно ни вычислить, ни измѣрить кривой развиваемыхъ ими индукціонныхъ токовъ.

1099. Въ заключеніе мы считаемъ не лишнимъ указать на то, что въ послѣднее время экспериментаторами, не считавшими нужнымъ ближе ознакомиться съ физическою стороною дѣла, было сдѣлано не мало курьезныхъ ошибокъ при изслѣдованіи вліянія частоты индукціонныхъ толчковъ на раздраженіе нервовъ и мышцъ. Я разсмотрю здѣсь вкратцѣ опыты г. Введенскаго [2]), произведенные приборами, принадлежащими Физіологической Лабораторіи Академіи Наукъ, благодаря чему я имѣлъ возможность опредѣлить свойства этихъ приборовъ. Схема опытовъ г. Введенскаго была слѣдующая: въ первичную цѣпь включались послѣдовательно батарея изъ элементовъ Даніэля, молоточекъ Гальске или электромагнитные камертонные прерыватели съ однимъ простымъ платиновымъ контактомъ [3]) и, далѣе, перевичная спираль аппарата Дю-Буа-Реймона, содержащая желѣзный сердечникъ; во вторичную цѣпь включался подлежащій раздраженію нервъ. Предполагая, что, при данномъ разстояніи катушекъ, сила индукціонныхъ толчковъ измѣняется лишь весьма незначительно при имѣвшей мѣсто разницѣ въ частотѣ перерывовъ первичной цѣпи, г. Введенскій считаетъ себя въ правѣ говорить о вліяніи на нервъ частоты перерывовъ тока *неизмѣняющейся силы* [4]) (правильно слѣдовало бы сказать: вліяніе измѣненія въ единицу времени числа періодовъ индукціи одинаковой силы). Посмотримъ, насколько оправдывается подобное допущеніе. Если принять, что среднимъ числомъ продолжительность контакта, производимаго прерывателемъ, составляетъ $^1/_{20}$ продолжительности полной амплитуды одного колебанія его (что для камертоновъ и молоточка Гальске близко подходитъ къ дѣйствительности), то, при употребленіи молоточка Гальске, совер-

---

[1]) Выпускаемые въ послѣднее время фирмою Эдельманна подъ названіемъ «фарадиметровъ» градуированные индукціонные приборы Дю-Буа-Реймона трудно поставить выше приборовъ ранѣе существовавшихъ. Для сколько нибудь точныхъ изслѣдованій они совершенно не пригодны (сравн. стр. 1026).

[2]) См. Введенскій, «О соотношеніяхъ между раздраженіемъ и возбужденіемъ при тетанусѣ». Приложеніе къ 54-му тому Записокъ Академіи Наукъ 1886 г.

[3]) Крайне грубой работы Verdin въ Парижѣ.

[4]) На этомъ допущеніи построена вся цитируемая работа; подробнѣе см. l. c., стр. 19 — 20 и 147 — 148.

шающаго отъ 5 до 80 колебаній въ секунду, продолжительность контакта измѣняется отъ 0,01 до 0,0006 секунды, при употребленіи же камертоновъ въ 100 и 250 полныхъ колебаній въ секунду [1]) — продолжительность контакта равна 0,0005 resp. 0,0002 секунды. Такъ какъ, въ разсматриваемомъ случаѣ, коэффиціентъ самоиндукціи первичной цѣпи былъ весьма значителенъ [2]), сопротивленіе же мало [3]), то постоянная времени цѣпи была очень велика, а потому первичный токъ въ теченіе 0,01, 0,0005 и 0,0002 секунды долженъ былъ достигать весьма различной степени развитія, вслѣдствіе чего и интенсивность отдѣльныхъ индукціонныхъ толчковъ должна была быть въ разсматриваемыхъ трехъ случаяхъ совершенно различна. Итакъ, въ опытахъ г. Введенскаго ни дифференціальная, ни интегральная, ни средняя сила индукціоннаго тока не могла быть даже приближенно одинакова при различной частотѣ перерывовъ первичной цѣпи. Если теперь еще принять въ соображеніе, что для того, чтобы привести въ дѣйствіе камертонный прерыватель нужна такая сила тока, при которой постоянно получается искра въ мѣстѣ перерыва, то понятно, что и самая работа инструмента (при крайне плохой конструкціи) не могла совершаться правильно [4]); а потому, если въ опытахъ г. Введенскаго дѣйствительно безъ натяжки получались согласные результаты, то приводимая имъ причина наблюдавшихся физіологическихъ явленій не можетъ быть признана.

1100. Если полюсы работающаго индуктора остаются разомкнутыми, то электровозбудительная сила индукціи, возникающая и исчезающая во вторичной спирали, не можетъ, конечно, вызвать тока въ послѣдней, а производитъ лишь періодически измѣняющуюся разность потенціаловъ полюсовъ, заряжая ихъ электростатически электричествами перемѣннаго знака. При этомъ, вслѣдствіе отсутствія вторичнаго тока, не происходитъ и индуктирующаго дѣйствія послѣдняго на первичную спираль, искра въ прерывателѣ первичной цѣпи уменьшается и звукъ, производимый прерывателемъ, становится глуше.

---

1) Таковы были употреблявшіеся камертоны.

2) Напомнимъ, что токъ проходилъ послѣдовательно чрезъ электромагнитъ прерывателя и содержащую желѣзный сердечникъ первичную спираль индуктора.

3) Не болѣе одного или двухъ омъ, ибо обмотка электромагнитовъ прерывателей и первичной спирали индуктора состояла изъ не длинной толстой проволоки.

4) Послѣ опубликованія работы г. Введенскаго, я, какъ уже выше замѣчено, изслѣдовалъ при помощи зеркальнаго электродинамометра среднюю силу индукціоннаго тока, получаемаго отъ индуктора Дю-Буа-Реймона при примѣненіи упомянутыхъ здѣсь камертоновъ, и могъ при этомъ убѣдиться, что сила тока колебалась въ столь широкихъ предѣлахъ, что изображеніе шкалы передвигалось передъ глазами почти непрерывно отъ нуля до конечныхъ дѣленій.

Разность потенціаловъ, получаемая у полюсовъ вторичной спирали, вообще весьма значительна, что въ особенности относится къ разности потенціаловъ, возникающей въ моменты перерыва первичной цѣпи. О величинѣ этой разности потенціаловъ мы можемъ себѣ составить понятіе, принявъ въ соображеніе, что для образованія искры между концами проволокъ, сближенными на 0,2 миллиметра, уже необходима разность потенціаловъ около 1000 вольтъ, а между тѣмъ искра легко перескакиваетъ между двумя проводниками, идущими отъ полюсовъ весьма малаго индуктора, уже при разстояніи въ 5 — 10 миллиметровъ, что соотвѣтствуетъ разности потенціаловъ въ 15000—22000 вольтъ; большіе трансформаторы могутъ дать искру до метра длиною.

Легко понять, что при столь большой разности потенціаловъ довольно значительныя количества электричествъ противоположнаго знака соединяется въ массѣ самой катушки чрезъ изолирующіе слои ея; въ особенности же легко нейтрализація зарядовъ происходитъ на поверхности индукціонной катушки. Чѣмъ хуже изолируютъ тѣ деревянныя или эбонитовыя части спирали, къ которымъ привинчены полюсные зажимы (*борны*), и чѣмъ хуже изолируетъ деревянное основаніе, на которомъ укрѣплена спираль, тѣмъ легче происходитъ нейтрализація электростатическихъ зарядовъ борновъ. При плохой изоляціи, заряды съ борновъ распространяются по поверхности стола, на которомъ стоитъ спираль, на полъ комнаты и т. д., причемъ всюду здѣсь происходитъ нейтрализація противоположныхъ электричествъ: въ поверхностныхъ слояхъ всѣхъ этихъ частей протекаетъ слабый перемѣнный токъ.

1101. Въ § 567 мы уже говорили, что въ случаѣ если индукторъ недостаточно хорошо изолированъ (а это на практикѣ представляетъ не исключеніе, а правило), то, коснувшись рукою лишь одного борна его, мы уже ощущаемъ сокращеніе мускуловъ руки. Въ этомъ случаѣ токъ идетъ изъ борна въ руку, чрезъ тѣло въ полъ, оттуда въ столъ, на которомъ стоитъ индукторъ, и въ другой борнъ его. Если другою рукою коснуться стола или

деревяннаго основанія индуктора, то ощущеніе судорожныхъ сокращеній мышцъ значительно усилится, такъ какъ усилится токъ въ тѣлѣ, вслѣдствіе уменьшенія общаго сопротивленія цѣпи. Если индукторъ поставить на хорошій изоляторъ, или если самъ экспериментаторъ встанетъ на таковой, то тока въ тѣлѣ уже не будетъ и потому исчезнетъ и сокращеніе мышцъ. То же будетъ и въ томъ случаѣ, если соединить проводникомъ оба борна индуктора. Описанное явленіе раздраженія мышцъ при прикосновеніи къ одному изъ борновъ плохо изолированнаго индуктора извѣстно въ физіологіи подъ названіемъ *униполярнаго раздраженія,* причемъ, для объясненія этого явленія, создана особая теорія. Но «униполярнаго» раздраженія не существуетъ и вся теорія есть лишь ложное толкованіе простаго физическаго явленія.

То, что мы ощущаемъ субъективно, показываетъ намъ и телефонъ при соотвѣтствующей постановкѣ опыта. Такъ напр., если одинъ зажимъ телефона соединить съ однимъ борномъ недостаточно изолированнаго индуктора, а другой зажимъ телефона со столомъ или съ землею (напр. коснувшись его рукою), то телефонъ дастъ рѣзкій дребезжащій тонъ. Токъ въ тѣлѣ экспериментатора и въ телефонѣ при всѣхъ этихъ опытахъ достаточно силенъ, несмотря на весьма значительное общее сопротивленіе цѣпи, такъ какъ электровозбудительная сила, развиваемая индукторомъ, очень велика (§ 1100).

Изъ сказаннаго видно, что телефоническіе опыты, производимые съ индукціонными спиралями, должны быть обставлены съ величайшею осмотрительностью; малѣйшая ошибка или простой недосмотръ въ постановкѣ опыта могутъ вести къ «открытію» такихъ явленій, которыхъ на самомъ дѣлѣ не существуетъ.

Для примѣра, еще разъ демонстрирующаго всю несостоятельность теоріи такъ называемыхъ «униполярныхъ раздраженій», я приведу здѣсь тѣ крайне курьезныя наблюденія, которыя г. Введенскій сообщаетъ въ своихъ «телефоническихъ изслѣдованіяхъ» [1]).

---

[1]) «Телефоническія изслѣдованія надъ электрическими явленіями въ мышечныхъ и нервныхъ аппаратахъ». СПБ. 1884, стр. 87 — 89.

Соединивъ одинъ изъ борновъ вторичной катушки индукціонной спирали съ проволокою, распадающеюся далѣе на двѣ вѣтви, ведущія къ противоположнымъ зажимамъ телефона (рис. 265), г. Введенскій нашелъ, какъ и слѣдовало ожидать, что телефонъ остается въ покоѣ. Если же одну изъ вѣтвей г. Введенскій перерѣзалъ (рис. 266), то телефонъ начиналъ звучать. Если центральную часть вѣтви онъ соединялъ съ какою-либо катушкою (рис. 267), напр. гальванометрическою, то звукъ въ телефонѣ ослабѣвалъ; если же периферическая часть вѣтви соединялась съ тою же катушкою (рис. 268), то телефонъ, напротивъ, начиналъ звучать очень сильно. Это были по мнѣнію г. Введенскаго, вѣроятно, раздѣляемому всѣми спеціалистами по физіологіи, «униполярныя дѣйствія индуктора». Но «входить въ разборъ чисто физическаго вопроса, почему спираль (напр. гальванометрическая катушка) можетъ играть означенную роль по отношенію къ униполярнымъ разрядамъ», проф. Введенскій считаетъ въ своей работѣ «неумѣстнымъ, тѣмъ болѣе, что къ этому вопросу надѣется въ будущемъ времени возвратиться съ новыми эксперименталь-

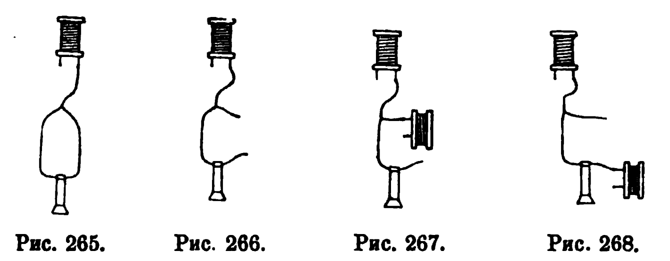


Рис. 265. Рис. 266. Рис. 267. Рис. 268.

ными данными» [1]). Пока же авторъ сообщаетъ намъ лишь, что «телефонъ, должно думать, потому лишь и чувствителенъ къ униполярнымъ дѣйствіямъ, что онъ представляетъ также спираль съ извѣстнымъ числомъ оборотовъ» [2]). Благодаря защитѣ Дю-Буа-Реймона, г. Введенскій избавляетъ отъ этихъ свойствъ гальванометръ, не смотря на то, что катушки его вѣдь тоже «представляютъ спирали съ извѣстнымъ числомъ оборотовъ», ибо, говоритъ г. Введенскій, «Дю-Буа-Реймономъ приведены удовлетворительные доводы въ пользу того, что и довольно сильные униполярные разряды не могутъ отразиться на иглѣ мультипликатора» [3]).—Тщетно ожидая разъясненія «физики униполярныхъ разрядовъ въ спирали», мнѣ пришлось повторить опыты г. Введенскаго, которыя, при правильной постановкѣ, показали слѣдующее: Если индукторъ во всѣхъ своихъ частяхъ хорошо изолированъ (таковой имѣется въ моемъ распоряженіи), то ни одного изъ явленій, описанныхъ г. Введенскимъ, какъ это и слѣдуетъ, конечно, a priori ожидать, не наблюдается. Не безъинтересно было, однако, повторить опыты и при плохо изолированномъ индукторѣ. Подвѣсимъ телефонъ на пропитанной параффиномъ бичевкѣ и отъ него проведемъ къ уху гутаперчевую трубку. При расположеніи фиг. 265 звуковъ въ те-

---

[1]) l. c., стр. 89.
[2]) l. c., стр. 88.
[3]) l. c., стр. 89.

лефонѣ вообще быть не можетъ, такъ какъ ни при какихъ условіяхъ не можетъ быть разности потенціаловъ у зажимовъ его [1]). При расположеніи фиг. 266 звука въ телефонѣ также нѣтъ, если только телефонъ и периферическая часть разрѣзанной вѣтви остаются изолированными; если же дотронуться рукою до периферической вѣтви *или до телефона*, то послѣдній начинаетъ звучать: токъ по соединительной проволокѣ идетъ отъ борна индуктора въ телефонъ, далѣе въ руку экспериментатора и, наконецъ, чрезъ полъ комнаты, столъ и т. п. къ другому борну индуктора. Силу этого тока, resp. силу звука издаваемаго телефономъ, легко увеличить, уменьшивъ общее сопротивленіе цѣпи, для чего достаточно *другому лицу* дотронуться до поверхности вторичной катушки индуктора: тогда индукціонный токъ встрѣчаетъ значительное сопротивленіе лишь распространяясь по полу комнаты, и телефонъ звучитъ громко. Разстояніе между обоими экспериментаторами не играетъ при этомъ роли, ибо сопротивленіе отводящей токъ земли не измѣняется съ увеличеніемъ разстоянія между точками соприкосновенія проводниковъ съ землею; въ нашемъ случаѣ разстояніе равнялось 12 метрамъ, причемъ полъ состоялъ изъ мраморной мозаики, непосредственно настланной на землѣ. Но и въ случаѣ деревяннаго пола, расположеннаго на балкахъ, описанныя явленія не измѣняются.—При расположеніи фиг. 267 звукъ ослабѣваетъ, ибо теперь токъ вѣтвится по выходѣ изъ индуктора, еще не достигнувъ телефона: часть тока идетъ чрезъ *недостаточно изолированную* спираль, присоединенную къ центральной части перерѣзанной вѣтви, въ столъ, полъ и обратно къ противоположному борну индуктора, — другая часть тока принимаетъ описанное выше направленіе чрезъ телефонъ, котораго касается рукою экспериментаторъ. Чѣмъ хуже изолирована спираль, соединенная съ центральною частью разрѣзанной вѣтви, тѣмъ слабѣе звукъ; при хорошей изоляціи телефона, звукъ, конечно, исчезаетъ, тогда какъ при плохой изоляціи телефона, но хорошей изоляціи спирали, присоединенной къ вѣтви, звукъ усиливается.—При расположеніи фиг. 268 звукъ усиливается, но лишь въ томъ случаѣ, если сопротивленіе между спиралью и свободнымъ борномъ индуктора меньше, чѣмъ то сопротивленіе, которое мы имѣли при расположеніи фиг. 266. Такимъ образомъ, изолировавъ хорошо присоединенную къ вѣтви спираль и телефонъ, мы не слышимъ никакого звука; помѣстивъ спираль на старый крашеный деревянный столъ, соединенный съ водопроводомъ, мы слышимъ уже слабый звукъ; помѣстивъ спираль на металлическую подставку, соединенную съ водопроводомъ сопротивленіемъ въ 1000 омъ (причемъ зажимы спирали металла нигдѣ не касаются), мы слышимъ въ телефонѣ болѣе рѣзкій звукъ; соединивъ металлическую подставку съ водопроводомъ короткою проволокой, мы слышимъ очень рѣзкій звукъ. Звукъ этотъ еще болѣе усиливается, если въ то же время другое лицо касается рукою поверхности вторичной катушки индуктора.—Этими простыми явленіями и исчерпывается «физика униполярныхъ разрядовъ въ спирали» г. Введенскаго.

---

[1]) Проф. Введенскій полагаетъ, что въ замкнутомъ кругѣ, соединенномъ съ *единичнымъ* борномъ индуктора (рис. 265), циркулируетъ *токъ* (!), но только телефонъ на токъ этотъ не реагируетъ. Въ *разомкнутой* же вторичной спирали индуктора г. Введенскій предполагаетъ даже *«самый сильный индукціонный токъ»*! (l. c., стр. 87).

1102. Если принять въ соображеніе, что всякаго рода изоляція вообще нарушается крайне легко при загрязненіи поверхности изолятора, индукціонными же аппарами въ физіологическихъ лабораторіяхъ во время опытовъ съ животными не считается предосудительнымъ управлять руками, запачканными кровью, мочею, слюною и т. п., то легко понять, что не только здѣсь описанныя невозможнѣйшія «униполярныя» телефоническія явленія, но и поводы къ открытію всякаго рода невозможнѣйшихъ физическихъ законовъ могутъ встрѣтиться физіологу на каждомъ шагу.

LXIII. Возбужденіе электромагнитовъ прерывистыми и перемѣнными токами. Телефонъ.

1103. При возбужденіи электромагнитовъ прерывистымъ токомъ съ весьма большимъ числомъ періодовъ, или просто токомъ, замыкаемымъ на весьма короткое время, замѣчается та характерная особенность, что притягательная сила электромагнита вообще не достигаетъ той степени развитія, которую бы она получила въ случаѣ непрерывнаго дѣйствія данной электровозбудительной силы въ той же цѣпи въ теченіе болѣе продолжительнаго времени. Это явленіе, какъ мы знаемъ, обусловливается тѣмъ обстоятельствомъ, что магнитящій токъ, при значительной самоиндукціи цѣпи, вообще не въ состояніи достигнуть полнаго развитія своего въ теченіи весьма короткаго времени. Но, разбирая разсматриваемое здѣсь обстоятельство ближе, мы видимъ слѣдующее: въ случаѣ отдѣльнаго кратковременнаго замкнутія цѣпи, токъ по прошествіи нѣкотораго времени τ достигаетъ $a\%$ своей конечной силы, и если лишь при конечной силѣ тока I электромагнитъ можетъ развить ту притягательную силу, которая необходима для данной механической работы его, то очевидно, что работы этой, при замкнутіи тока на время τ, электромагнитъ произвести въ состояніи не будетъ; если, однако, не измѣняя сопротивленія цѣпи, мы увеличимъ дѣйствующую электровозбуди-

тельную силу съ величины E на величину E', то сила тока и по прошествіи прежняго времени τ можетъ возрасти до той абсолютной величины I, которая достаточна для того, чтобы возбудить электромагнитъ до желаемой степени. Поэтому, *чѣмъ больше электровозбудительная сила, дѣйствующая въ цѣпи, тѣмъ скорѣе электромагнитъ, въ случаѣ единичнаго кратковременнаго замкнутія цѣпи, достигнетъ того возбужденія, которое необходимо для того, чтобы приборъ произвелъ требуемую отъ него работу.*

При размыканіи цѣпи, сила тока, какъ мы знаемъ, въ сущности никогда не падаетъ *мгновенно* до нуля; въ случаѣ же появленія искры въ мѣстѣ размыканія, время, въ теченіе котораго сила тока падаетъ до нуля, можетъ даже оказаться относительно значительнымъ; поэтому и электромагнитъ мгновенно никогда размагнититься не можетъ. Помимо указанной причины задержки въ размагничиваніи, должно замѣтить, что биполярные молекулы, будучи разъ оріентированы въ сердечникѣ электромагнита, ни коимъ образомъ не могутъ дезоріентироваться мгновенно. Если и вслѣдъ за почти внезапнымъ исчезновеніемъ магнитящаго тока не тотчасъ же исчезаетъ намагниченіе сердечника, то тѣмъ менѣе совершенно измѣненія намагниченія могутъ слѣдить за прогрессивнымъ ослабленіемъ тока[1]).

1104. Въ случаѣ прерывистаго тока повторяется въ общемъ тоже, что и при токѣ замыкаемомъ на короткое время. Поэтому не трудно понять, что якорь электромагнита далеко не всегда будетъ въ состояніи слѣдить за колебаніями абсолютной силы прерывистаго тока; при значительной частотѣ перерывовъ и извѣстной средней силѣ тока, можетъ получиться либо такая средняя степень возбужденія, при которой якорь электромагнита будетъ ста-

[1]) Нѣкоторые физіологи пытались опредѣлить продолжительность «скрытаго состоянія» возбужденія электромагнитовъ, т. е. опредѣлить продолжительность того времени, которое необходимо для того, чтобы привести въ дѣйствіе данный электромагнитный приборъ. При этомъ, какъ это легко было бы предвидѣть, для замыканія цѣпи получены были совершенно непостоянные результаты, а для размыканія цѣпи — результаты мало постоянные. См. Langendorff, Physiologische Graphik, 1891, pag. 156.

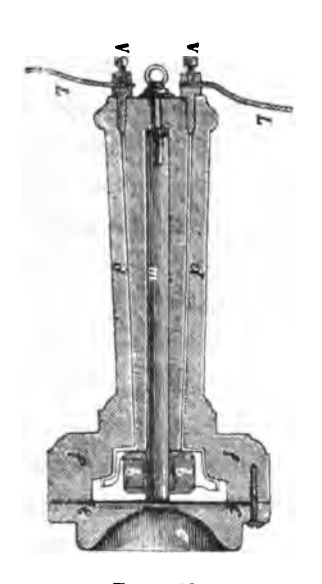
ціонарно притянутъ полярными плоскостями и такимъ образомъ приборъ совершенно перестанетъ слѣдить за колебаніями тока,— либо такая средняя степень возбужденія, при которой электромагнитъ вообще не будетъ въ состояніи притянуть якоря.

1105. *Если въ цѣпь, въ коей дѣйствуетъ электровозбудительная сила перемѣннаго направленія или въ коей какимъ-либо образомъ извращается направленіе тока, включить электромагнитъ, то средняя и абсолютная силы тока рѣзко падаютъ, хотя бы истинное сопротивленіе цѣпи при этомъ и не измѣнилось въ сколько-нибудь значительной степени.* Причина этого явленія лежитъ въ значительномъ повышеніи самоиндукціи цѣпи; такъ какъ коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи въ случаѣ включенія электромагнита вообще весьма великъ, то, для поддержанія въ цѣпи тока перемѣннаго направленія сколько-нибудь значительной силы, необходима была бы весьма высокая электровозбудительная сила. Чѣмъ значительнѣе число оборотовъ обмотки сердечника, тѣмъ значительнѣе будетъ, конечно, та электровозбудительная сила самоиндукціи, преодолѣвать которую приходится, и тѣмъ сильнѣе, между прочимъ, будутъ тѣ искры, которыя, при размыканіи цѣпи, производитъ индукціонный токъ размыканія.

1106. Такъ какъ перемѣнный токъ возбуждаетъ индукціонные токи въ массѣ самого сердечника электромагнита, ибо сердечникъ представляетъ ничто иное, какъ проводникъ, помѣщенный въ измѣняющемся магнитномъ полѣ, то эти токи 1) еще больше ослабляютъ силу тока, циркулирующаго въ обмоткѣ, и 2) нагрѣваютъ сердечникъ. Нагрѣваніе это можетъ быть весьма значительно, такъ что для предупрежденія его приходится прибѣгать къ мѣрамъ, способнымъ предотвратить самое возникновеніе индукціонныхъ токовъ въ массѣ сердечника. Для этого изготовляютъ сердечники электромагнитовъ, питаемыхъ перемѣнными токами, либо изъ пучковъ оксидированныхъ, лакированныхъ, покрытыхъ краской, залитыхъ въ сургучъ и т. п. проволокъ, либо изготовляютъ сердечникъ изъ тонкихъ желѣзныхъ пластинокъ (жести), отдѣленныхъ другъ отъ друга прослойками

бумаги. Всѣ эти изолирующія прослойки нарушаютъ непрерывность той цѣпи, въ коей циркулировали бы индукціонные токи, но за то и уменьшаютъ намагничиваемую массу. Менѣе ведетъ къ цѣли сердечникъ, состоящій изъ тонкой, иногда расщепленной во всю длину, желѣзной трубки.

1107. Общеизвѣстный *телефонъ* представляетъ въ общемъ ничто иное, какъ электромагнитъ, питаемый перемѣнными токами, съ тою разницею, что сердечникъ телефона изготовленъ не изъ мягкаго желѣза, а представляетъ постоянный стальной магнитъ, магнитный моментъ коего измѣняется подъ вліяніемъ токовъ, циркулирующихъ въ его обмоткѣ (рис. 269). Передъ полярною



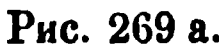


Рис. 269 a.

Рис. 269 b.

или полярными оконечностями прямолинейнаго (рис. 269 a) или подковообразнаго магнита (рис. 269 b), составляющаго сердечникъ телефона, находится тонкая желѣзная пластинка (діафрагма), которая можетъ быть приведена въ колебанія либо подъ вліяніемъ измѣняющейся силы притяженія со стороны сердечника, либо внѣшнею силою, напр. колебаніями воздуха, звуковою волною.

Положимъ, что діафрагма колеблется подъ вліяніемъ звуковой волны: тогда, приближаясь и удаляясь отъ сердечника, она измѣняетъ магнитный моментъ его, rspct. число абсолютныхъ магнитныхъ линій силъ, пронизывающихъ сердечникъ, вслѣдствіе чего возникаютъ электровозбудительныя силы индукціи въ обмоткѣ телефона. Если борны прибора соединены съ борнами другаго такого же телефона, то въ цѣпи возникаютъ индукціонные токи, которые, протекая въ обмоткѣ втораго телефона, опять таки измѣняютъ магнитный моментъ сердечника послѣдняго синхронично съ первымъ, вслѣдствіе чего происходятъ усиленія или ослабленія въ притяженіи діафрагмы втораго телефона, которая, такимъ образомъ, колеблется болѣе или менѣе синхронично съ первою. Поэтому барабанная перепонка уха наблюдателя получаетъ приблизительно тѣ же звуковые импульсы, что и діафрагма перваго телефона: наблюдатель слышитъ въ своемъ телефонѣ тотъ же звукъ, волны коего приводятъ въ движеніе діафрагму пріемнаго телефона. Интересно, что «звучитъ» въ телефонѣ не только діафрагма, но и самъ сердечникъ подъ вліяніемъ значительной частоты измѣненій магнитнаго его состоянія; поэтому звукъ слышенъ, если даже удалить діафрагму или замѣнить ее немагнитною перепонкой. Точно также и пріемный телефонъ можно возбудить и по удаленіи его діафрагмы, такъ какъ магнитный моментъ его магнита измѣняется и подъ вліяніемъ однихъ сотрясеній, получаемыхъ имъ со стороны звуковыхъ волнъ (сравн. § 736).

Обыкновенно обмотку и сердечникъ телефоновъ устраиваютъ такъ, чтобы приборъ былъ вполнѣ чувствителенъ для звуковъ умѣренной силы, причемъ въ цѣпи, соединяющей два телефона, циркулируютъ весьма слабые индукціонные токи.

1108. Само собою понятно, что въ случаѣ, если мы приборъ включимъ въ цѣпь, въ коей дѣйствуетъ какая бы то ни было періодическая электровозбудительная сила, или если мы цѣпь, въ коей дѣйствуетъ постоянная электровозбудительная сила, просто будемъ періодически размыкать и замыкать, то, при каждомъ возникновеніи и прекращеніи тока, телефонъ долженъ будетъ

звучать. Тоже должно быть и при простомъ усиленіи и ослабленіи силы тока въ цѣпи, напр. вслѣдствіе выключенія и включенія въ цѣпь нѣкотораго сопротивленія. Но, въ дѣйствительности, ожидаемое явленіе не всегда будетъ наблюдаться: замыкаемый и прерываемый токъ можетъ быть настолько слабъ, что измѣненія, претерпѣваемыя подъ вліяніемъ его магнитнымъ моментомъ сердечника телефона, не будутъ достаточны для того, чтобы вызвать ощутительныя движенія діафрагмы прибора; тоже относится и къ недостаточно значительнымъ ослабленіямъ и усиленіямъ тока. Наконецъ, усиленія и ослабленія тока, хотя бы и значительныя, могутъ протекать столь медленно, что соотвѣтственно медленныя движенія діафрагмы телефона звуковой волны не вызовутъ. Изъ сказаннаго ясно, что весьма трудно опредѣлить понятіе о *чувствительности телефона* къ колебаніямъ тока. Во всякомъ случаѣ, всегда должно имѣть въ виду, что опредѣленія вродѣ слѣдующаго — «телефонъ еще реагируетъ на токъ такой то силы» — смысла не имѣютъ. *Телефонъ не реагируетъ на токъ существующей силы, а лишь на ту или иную степень измѣненія силы тока, rspct. разности потенціаловъ у зажимовъ прибора, причемъ необходима еще извѣстная скорость въ указанныхъ измѣненіяхъ.* «Реакцію на данную силу тока», о которой говорятъ авторы, должно понимать въ томъ смыслѣ, что телефонъ отвѣчаетъ на болѣе или менѣе внезапное паденіе указываемой силы тока до нуля, или повышеніе съ нуля до данной силы; при измѣненіяхъ же силы тока въ тѣхъ же предѣлахъ, но уже не между 0 и силою I, а между силами I_1 и I_2, телефонъ можетъ и не звучать вслѣдствіе того, что магнитный моментъ сердечника его не измѣняется одинаково при одинаковыхъ измѣненіяхъ тока, совершающихся въ различныхъ предѣлахъ его абсолютной силы. Попытки, сдѣланныя до сихъ поръ нѣкоторыми физиками и электротехниками съ цѣлью опредѣленія чувствительности телефона, — вообще неудовлетворительны. Въ указанномъ только что смыслѣ, опредѣлена слѣдующая чувствительность телефона (Сименса и Белля):

Warren'омъ de la Rue для токовъ въ $1{,}116 . 10^{-9}$ ампера,
Brough'омъ » » » $1{,}000 . 10^{-9}$ »

Далѣе Pellat нашелъ, что телефонъ еще звучитъ при разрядѣ чрезъ него конденсатора емкостью въ $^1/_3$ микрафорады, заряженнаго до разности потенціаловъ обложекъ въ 0,0005 вольта, причемъ, слѣдовательно, въ разрядѣ протекало количество электричества $= 0{,}000167$ микрокулона.

Наконецъ Wietlisbach нашелъ, что чувствительность телефона къ разряду конденсатора опредѣляется, какъ это и слѣдовало ожидать, исключительно количествомъ электричества, протекающаго въ разрядѣ, т. е. величиною

$$Q = C(V - V_1)$$

независимо отъ соотношеній электроемкости (C) конденсатора и разности потенціаловъ ($V - V_1$), до которой обложки его были заряжены. При этомъ, только въ случаѣ очень значительнаго сопротивленія цѣпи, необходима нѣкоторая опредѣленная величина $V - V_1$, ниже которой эффекта не получается, такъ какъ при очень большомъ сопротивленіи цѣпи сильно замедляется ходъ разряда конденсатора.

Попытки опредѣленія чувствительности телефона дѣлались и физіологами, или приводились ими въ ихъ работахъ съ чужихъ словъ, притомъ съ обычнымъ чрезмѣрнымъ незнаніемъ дѣла. Такъ напр. въ своихъ «Телефоническихъ изслѣдованіяхъ» (стр. 2—3) г. Введенскій намъ сообщаетъ, что «наименьшее *напряженіе тока* для произведенія звуковъ въ телефонѣ можетъ быть ниже 0,0001 *Даніэля*»; «*токъ силы* 0,0000087 *Даніэля* производитъ уже чувствительные звуки»; «достаточенъ *токъ одного Даніэля*, пробѣжавшій по телеграфной проволокѣ 290 разъ вокругъ земнаго экватора» и т. п.!

1109. Относительно предосторожностей, которыя должно имѣть въ виду при опытахъ съ телефономъ, будетъ указано во второй части настоящаго труда. Отчасти вопросъ этотъ былъ, впрочемъ, затронутъ въ гл. LXII. Здѣсь мы можемъ еще только замѣтить, что не трудно понять, что телефонъ можетъ звучать и не будучи введенъ въ какую либо гальваническую цѣпь, а бу-

дучи просто помѣщенъ въ быстро измѣняющемся (колеблющемся) магнитномъ полѣ (напр. помѣщенъ вблизи катушки, въ коей протекаетъ прерывистый токъ).

LXIV. Ходъ заряженія и разряженія конденсатора въ цѣпи, обладающей и необладающей самоиндукціей.

1110. Для того, чтобы читателю дать возможность легче оріентироваться, мы дѣлимъ эту главу на три отдѣла.

I. Заряженіе и разряженіе конденсатора при отсутствіи самоиндукціи.

Если полюсы гальваническаго элемента соединить проводниками съ противоположными обложками конденсатора, то заряженіе послѣднихъ до той разности потенціаловъ, которую представляютъ полюсы элемента, очевидно, не можетъ произойти мгновенно: понадобится нѣкоторое, хотя бы и весьма малое, время для того, чтобы гальваническій элементъ могъ развить то количество электричества, которое вмѣщаетъ конденсаторъ при зарядѣ обложекъ его до соотвѣтствующей разности потенціаловъ. Если въ данный моментъ разность потенціаловъ обложекъ конденсатора достигла величины $(V-V_1)'$, то количество электричества, заряжающее конденсаторъ, равно (§ 198)

$$Q_1 = C.(V-V_1)'$$

Если въ теченіе безконечно малаго времени $d\tau$ зарядъ усиливается далѣе на величину dQ, то заряжающій токъ въ это время

$$= I = \frac{dQ}{d\tau} = C.\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}$$

Такъ какъ разность потенціаловъ, пріобрѣтаемая обложками конденсатора, по направленію дѣйствія своего, противоположна электровозбудительной силѣ E соединеннаго съ конденсаторомъ галь-

ваническаго элемента, то, согласно закону Ома, имѣемъ также (при отсутствіи самоиндукціи)

$$I = \frac{E-(V-V_1)'}{W}$$

гдѣ W есть сумма сопротивленій соединительныхъ проводовъ и самого гальваническаго элемента. Всѣ приведенныя уравненія понятны безъ особыхъ разъясненій. Изъ послѣдняго уравненія находимъ далѣе, что, въ случаѣ отсутствія самоиндукціи, электровозбудительная сила гальваническаго элемента E въ каждый моментъ можетъ быть опредѣлена изъ уравненія

$$E = IW + (V-V_1)'$$

1111. Изъ уравненія

$$I = \frac{E-(V-V_1)'}{W}$$

мы видимъ, что, по мѣрѣ того, какъ возрастаетъ зарядъ конденсатора, т. е. по мѣрѣ того, какъ уменьшается разность $E-(V-V_1)'$, сила заряжающаго тока падаетъ; когда $(V-V_1)'$ дойдетъ до максимума, т. е. до величины E, сила тока I упадетъ до нуля. Такимъ образомъ въ начальный моментъ, когда $(V-V_1)'$ еще равно нулю, сила тока

$$I = \frac{E}{W}$$

и съ этой величины падаетъ далѣе на нуль.

Подставляя въ уравненіе

$$E = IW + (V-V_1)'$$

найденное выше для I значеніе

$$I = C.\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}$$

получаемъ

$$E = CW \frac{d(V - V_1)'}{d\tau} + (V - V_1)'$$

Отсюда интегральное исчисленіе даетъ для величины $(V - V_1)'$, существующей въ моментъ τ, выраженіе

$$(V - V_1)' = E + Ae^{-\frac{\tau}{CW}}$$

При $\tau = 0$ (начальный моментъ) вся величина $(V - V_1)' = 0$, слѣдовательно постоянная интегрированія

$$A = -E$$

и тогда *въ моментъ* τ

$$(V - V_1)' = E + (-E) . e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

$$= E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CW}}\right)$$

каковое выраженіе характеризуетъ кривую увеличенія разности потенціаловъ обложекъ заряжаемаго конденсатора.

1112. Не трудно вычислить и *кривую паденія силы заряжающаго конденсаторъ тока I.* — Такъ какъ

$$I = \frac{E - (V - V_1)'}{W}$$

то, подставляя сюда найденное только что для $(V - V_1)'$ значеніе, находимъ

$$I = \frac{E - E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CW}}\right)}{W}$$

$$= \frac{E}{W} e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

Такъ какъ при $\tau = 0$ все выраженіе $e^{-\frac{\tau}{CW}} = 1$, съ увеличеніемъ же τ — приближается къ 0, то мы видимъ, что *въ случаѣ отсутствія самоиндукціи, появляющійся вслѣдъ за замкнутіемъ*

цѣпи токъ, заряжающій конденсаторъ, начинается прямо съ максимума силы $=\frac{E}{W}$ *и отсюда ассимптотично падаетъ на нуль.*

1113. Остается опредѣлить еще одну величину — это *количество электричества, которое сообщено конденсатору за время* τ, *считая съ момента соединенія обложекъ его съ полюсами гальваническаго элемента.* Такъ какъ вообще зарядъ конденсатора

$$Q_1 = C(V - V_1)'$$

въ моментъ же τ

$$(V - V_1)' = E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CW}}\right)$$

то за время τ конденсаторъ получилъ зарядъ

$$Q_1 = CE\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CW}}\right)$$

очевидно, что Q_1 *есть вмѣстѣ съ тѣмъ то количество электричества, которое протекло въ цѣпи за разсматриваемое время* τ.

1114. Спеціальный интересъ можетъ представить задача: *опредѣлить, по прошествіи какого времени* τ *конденсаторъ получитъ* $a\%$ *конечнаго заряда,* равнаго

$$Q = CE$$

слѣдовательно, когда

$$a/_{100}\, CE = CE\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CW}}\right)$$

$$a/_{100} = 1 - e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

Такъ какъ

$$e^{-\frac{\tau}{CW}} = 1 - a/_{100}$$

и

$$-\frac{1}{CW}\tau . \log e = \log(1 - a/_{100})$$

то искомое время

$$\tau = -CW.\frac{\log(1 - a/_{100})}{\log e}$$

$$= -CW.\frac{\log(1 - a/_{100})}{0{,}43429}$$

1115. Точно также можетъ быть рѣшена задача: *по прошествіи какого времени* τ *сила заряжающаго тока будетъ* $= a^0/_0$ *своей начальной величины, равной* $\frac{E}{W}$, т. е. когда

$$a/_{100}\, I = \frac{E}{W}.e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

$$a/_{100} = e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

Такъ какъ

$$-\frac{1}{CW}\tau.\log e = \log\frac{a}{100}$$

то искомое время

$$\tau = -CW.\frac{\log a/_{100}}{0{,}43429}$$

1116. При численныхъ вычисленіяхъ, мы должны брать величину C въ фарадахъ (1 микрофарада $= 10^{-6}$ фарады), коль скоро сопротивленіе W дано въ омахъ, сила тока I — въ амперахъ, разность потенціаловъ $V - V_1$, rspct. E, — въ вольтахъ, а время τ — въ секундахъ.

Приводимъ числовые примѣры:

Примѣръ 1.

По прошествіи какого времени зарядъ конденсатора достигнетъ 99,99% конечной величины, если емкость его = 1 микрофарадѣ, а сопротивленіе гальванической батареи и соединительныхъ проводовъ = 100 омамъ?

$$\tau = -10^{-6}.100.\frac{\log\left(1 - \frac{99{,}99}{100}\right)}{0{,}43429}$$

$$= -10^{-4}.\frac{\log 0{,}0001}{0{,}43429} = -10^{-4}.\frac{-4}{0{,}43429}$$

$\tau = 0{,}000921$ секунды.

Примѣръ 2.

По прошествіи какого времени зарядъ конденсатора достигнетъ 50% въ случаѣ, если мы включимъ въ цѣпь свободное отъ индукціи сопротивленіе въ 10 мегомъ?

$$\tau = -10^{-6}.10^7 \frac{\log\left(1 - \frac{50}{100}\right)}{0{,}43429}$$

$$= -10 \frac{\log 0{,}5}{0{,}43429} = -10.\frac{-0{,}30103}{0{,}43429}$$

$\tau = 6{,}93$ секунды.

Примѣръ 3.

По прошествіи какого времени сила заряжающихъ токовъ въ обоихъ предшествующихъ примѣрахъ упадетъ до 50% своей первоначальной величины?

Искомое время

въ случаѣ примѣра 1-го

$$\tau = -10^{-6}.100.\frac{\log 0{,}5}{0{,}43429} = 0{,}000069 \text{ секунды}$$

въ случаѣ примѣра 2-го

$$\tau = -10^{-6}.10^7 \frac{\log 0{,}5}{0{,}43429} = 6{,}93 \text{ секунды.}$$

Примѣръ 4.

По прошествіи какого времени, въ случаѣ примѣра 1-го, сила заряжающаго тока упадетъ на 99,99%, т. е. *будетъ составлять 0,01% первоначальной величины?*

Искомое время

$$\tau = -10^{-6}.100 \frac{\log \frac{0{,}01}{100}}{0{,}43429}$$

$$= -10^{-4}.\frac{-4}{0{,}43429}$$

$\tau = 0{,}000921$ секунды.

1117. Если *изоляція конденсатора недостаточна,* т. е. если нельзя принять, что сопротивленіе діэлектрика, разъединяющаго обложки, $=\infty$, а извѣстно, что сопротивленіе это $= w$, то болѣе или менѣе значительная часть заряжающаго конденсаторъ тока протекаетъ въ діэлектрикѣ послѣдняго. При этомъ очевидно, что сила тока въ діэлектрикѣ

$$I_1 = \frac{E}{W + w}$$

а *наибольшая разность потенціаловъ у зажимовъ конденсатора равна уже не* E, *а лишь*

$$= I_1 w = \frac{Ew}{W + w}$$

каковая величина съ теченіемъ времени τ, *измѣняется согласно уравненію*

$$(V - V_1)' = \frac{Ew}{W + w}\left[1 - e^{-\frac{\tau}{C}\left(\frac{1}{W} + \frac{1}{w}\right)}\right]$$

Достигнувъ максимума, величина $(V - V_1)' = \frac{Ew}{W + w}$, *не остается однако таковою, если разобщимъ конденсаторъ и заряжающій его гальваническій элементъ, — а будетъ болѣе или менѣе быстро уменьшаться,* такъ какъ противоположныя заряды обложекъ конденсатора будутъ теперь нейтрализоваться чрезъ проводящій діэлектрикъ; поэтому, *по прошествіи времени* τ, *разность потенціаловъ* $\frac{Ew}{W + w}$ *упадетъ до величины*

$$(V - V_1)'' = \frac{Ew}{W + w}\, e^{-\frac{\tau}{Cw}}$$

Напротивъ, при хорошей изоляціи, т. е. при величинѣ w, приближающейся къ ∞, нормальная разность потенціаловъ E обложекъ сохранится относительно весьма долго.

1118. *Процессъ разряда конденсатора* вычисляется аналогично процессу заряда. Имѣемъ извѣстныя уже намъ уравненія

$$Q = C(V - V_1)'$$

$$- I = - \frac{dQ}{d\tau} = C.\frac{d(V - V_1)}{d\tau}$$

гдѣ отрицательный знакъ означаетъ дѣйствіе разряжающаго тока въ направленіи обратномъ заряжающему. Такъ какъ, при отсутствіи самоиндукціи, сила разряжающаго тока

$$- I_1 = \frac{(V - V_1)'}{W}$$

то

$$(V-V_1)'=-I_1 W$$

и слѣдовательно

$$-I_1 W+(V-V_1)'=0$$

или

$$CW\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}+(V-V_1)'=0$$

откуда

$$(V-V_1)'=A_1 e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

Такъ какъ при $\tau=0$ величина $(V-V_1)'=E$ (начальный моментъ), то постоянная интегрированія $A_1=E$ и тогда

$$(V-V_1)'=E.e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

каковое выраженіе опредѣляетъ кривую паденія разности потенціаловъ обложекъ разряжаемаго конденсатора.

1119. Отсюда, *сила разряжающаго тока въ моментъ τ равна*

$$I_1=\frac{E}{W}e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

т. е. *кривая тока, разряжающаго конденсаторъ, та же, что и кривая тока заряжающаго* (сравн. сказанное въ § 1112); какъ мы увидимъ ниже, правило это относится и къ случаю самоиндукціи въ цѣпи.

1120. Такъ какъ, далѣе, общее количество электричества заряжающаго конденсаторъ

$$Q=CE$$

то *въ моментъ τ конденсаторъ еще содержитъ зарядъ*

$$Q_1=CE.e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

Слѣдовательно, *въ разрядномъ токѣ протекло за время* τ *количество электричества*

$$Q' = CE - CE.e^{-\frac{\tau}{CW}}$$

$$= CE\left(1 - e^{-\frac{\tau}{CW}}\right)$$

II. Заряженіе конденсатора при самоиндукціи.

1121. Если соединительные провода обладаютъ коэффиціентомъ самоиндукціи $\mathfrak{L}$, то имѣемъ общія уравненія

$$Q = C(V - V_1)'$$

$$I = \frac{dQ}{d\tau} = C\,\frac{d(V - V_1)'}{d\tau}$$

$$E = IW + \mathfrak{L}\,\frac{dI}{d\tau} + (V - V_1)'$$

или, замѣняя въ послѣднемъ уравненіи I выраженіемъ $C\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}$,

$$E = WC\,\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} + \mathfrak{L}C\,\frac{d^2(V - V_1)'}{d\tau^2} + (V - V_1)'$$

Мы приводимъ здѣсь ходъ интегрированія послѣдняго уравненія, такъ какъ всѣ дальнѣйшія аналогичныя вычисленія въ этой главѣ производятся, слѣдуя этому ходу.

Для интегрированія, лѣвую часть разсматриваемаго уравненія приравниваніемъ нулю

$$WC\,\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} + \mathfrak{L}C\,\frac{d^2(V - V_1)'}{d\tau^2} + (V - V_1)' = 0$$

и замѣняемъ

$(V - V_1)'$ величиною $x^0 = 1$

$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau}$ » x

$\frac{d^2(V - V_1)'}{d\tau^2}$ » x^2

Тогда имѣемъ

$$WCx + \mathfrak{L}Cx^2 + 1 = 0$$

Корни этого квадратнаго уравненія будутъ, какъ видимъ,

$$x = -\frac{W}{2\mathfrak{L}} \pm \sqrt{\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2} - \frac{1}{C\mathfrak{L}}}$$

$$= -\frac{W}{2\mathfrak{L}} \pm \frac{1}{2\mathfrak{L}C}\sqrt{W^2C^2 - 4\mathfrak{L}C}$$

$$= \frac{-WC \pm \sqrt{W^2C^2 - 4\mathfrak{L}C}}{2\mathfrak{L}C}$$

Обозначимъ, для краткости, эти корни чрезъ a и a': чрезъ a въ случаѣ положительнаго значенія выраженія $\frac{1}{2\mathfrak{L}C}\sqrt{W^2C^2 - 4\mathfrak{L}C}$ и чрезъ a' въ случаѣ его отрицательнаго значенія, т. е. положимъ

$$a = \frac{-WC + \sqrt{W^2C^2 - 4\mathfrak{L}C}}{2\mathfrak{L}C}$$

$$a' = \frac{-WC - \sqrt{W^2C^2 - 4\mathfrak{L}C}}{2\mathfrak{L}C}$$

1122. Разсматривая найденныя для a и a' выраженія, мы видимъ, что

1) *при условіи*

$$W^2C^2 - 4\mathfrak{L}C > 0$$

$$W^2C - 4\mathfrak{L} > 0$$

или

$$4\mathfrak{L} < W^2C$$

$$\mathfrak{L} < \frac{W^2C}{4}$$

корни a и a' представляютъ величины реальныя. Въ этомъ случаѣ рѣшеніе уравненія

$$WC\frac{d(V-V_1)'}{d\tau} + \mathfrak{L}C\frac{d^2(V-V_1)'}{d\tau^2} + (V-V_1)' = E$$

приметъ видъ

$$(V-V_1)'=E+Ae^{a\tau}+A_1e^{a'\tau}$$

2) *При условіи*

$$W^2C^2-4\mathcal{L}C=0$$

$$W^2C=4\mathcal{L}$$

или

$$\mathcal{L}=\frac{W^2C}{4}$$

корни

$$a=a'$$

Тогда интегралъ выраженія $(V-V_1)'$ будетъ

$$(V-V_1)'=E+(A\tau+A_1)e^{a\tau}$$

3) *При условіи*

$$W^2C^2-4\mathcal{L}C<0$$

или

$$\mathcal{L}>\frac{W^2C}{4}$$

корни a и a' представляютъ величины мнимыя, такъ что ихъ можно приравнять выраженію

$$\beta\pm m\sqrt{-1}$$

Тогда интегралъ выраженія $(V-V_1)'$ будетъ

$$(V-V_1)'=E+e^{-\beta\tau}(B\cos m\tau+B'\sin m\tau)$$

Во всѣхъ этихъ случаяхъ A, A_1, B и B' суть произвольныя постоянныя интеграла; при условіи же, что при $\tau=0$ (начальный моментъ) величины $(V-V_1)'$ и I равны нулю, постоянныя A, A_1, B и B' принимаютъ опредѣленныя значенія.

1123. Случай 1-й: $\mathfrak{L} < \frac{W^2 C}{4}$ *и потому корни a и a' реальны.*
Имѣемъ уравненіе

$$(V - V_1)' = E + Ae^{a\tau} + A_1 e^{a'\tau}$$

или, такъ какъ при $\tau = 0$ величина $(V - V_1)' = 0$

$$E + A + A_1 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

Далѣе, при $\tau = 0$

$$I = C\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = 0$$

слѣдовательно

$$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = 0$$

а потому изъ уравненія

$$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = Aae^{a\tau} + A_1 a' e^{a'\tau}$$

находимъ

$$Aa + A_1 a' = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

Изъ уравненій 1) и 2) можемъ опредѣлить величины A и A_1. Рѣшая эти уравненія, получаемъ во-первыхъ

$$A_1 = -E - A$$

и далѣе

$$Aa - Ea' - Aa' = 0$$

$$Ea' = A(a - a')$$

слѣдовательно

$$A = \frac{Ea'}{a - a'}$$

и тогда

$$A_1 = -E - \frac{Ea'}{a - a'}, = \frac{-Ea + Ea' - Ea'}{a - a'}$$

$$= \frac{-Ea}{a - a'}$$

Слѣдовательно имѣемъ

$$(V-V_1)'=E+\frac{Ea'}{a-a'}\,e^{a\tau}-\frac{Ea}{a-a'}\,e^{a'\tau}$$

или

$$(V-V_1)'=E\left\{1+\frac{a'}{a-a'}\,e^{a\tau}-\frac{a}{a-a'}\,e^{a'\tau}\right\}$$

каковое выраженіе представляетъ кривую возрастанія разности потенціаловъ обложекъ при заряженіи конденсатора въ случаѣ $\mathfrak{L}<\frac{W^2C}{4}$.

1124. Такъ какъ

$$I=C\,\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}$$

а

$$\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=Aae^{a\tau}+A_1\,a'\,e^{a'\tau}$$

rspct.

$$\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=\frac{Ea'a}{a-a'}\,e^{a\tau}-\frac{Eaa'}{a-a'}\,e^{a'\tau}$$

$$=E\,\frac{aa'}{a-a'}\,(e^{a\tau}-e^{a'\tau})$$

то находимъ

$$I=CE\,\frac{aa'}{a-a'}\,(e^{a\tau}-e^{a'\tau})$$

каковое выраженіе представляетъ кривую силы заряжающаго тока въ случаѣ $\mathfrak{L}<\frac{W^2C}{4}$ (см. § 1126).

1125. Такъ какъ, наконецъ, зарядъ конденсатора Q_1 въ моментъ τ

$$=C(V-V_1)'$$

причемъ величина $(V-V_1)'$ опредѣлена уже выше, то находимъ

$$Q_1=CE\left\{1+\frac{a'}{a-a'}\,e^{a\tau}-\frac{a}{a-a'}\,e^{a'\tau}\right\}$$

каковое выраженіе опредѣляетъ количество электричества, полученнаго конденсаторомъ за время τ, rspct. количество электри-

чества, протекшаго за время τ *въ заряжающемъ конденсаторъ токъ; — все при условіи* $\mathfrak{L} < \frac{W^2 C}{4}$.

1126. Относительно кривой силы тока I должно замѣтить слѣдующее: такъ какъ численно $a' > a$ и обѣ величины отрицательны, то величина $e^{a'\tau}$ меньше $e^{a\tau}$ и съ возрастаніемъ τ убываетъ скорѣе чѣмъ $e^{a\tau}$; слѣдовательно разность $e^{a\tau} - e^{a'\tau}$ сначала должна возрастать, а затѣмъ уменьшаться, вслѣдствіе чего *въ случаѣ самоиндукціи, и притомъ при* $\mathfrak{L} < \frac{W^2 C}{4}$, *появляющійся вслѣдъ за замкнутіемъ цѣпи токъ, заряжающій конденсаторъ, начинается съ минимума силы, т. е. съ нуля, затѣмъ возрастаетъ до нѣкотораго максимума и отсюда снова падаетъ на нуль* (см. рис. 270).

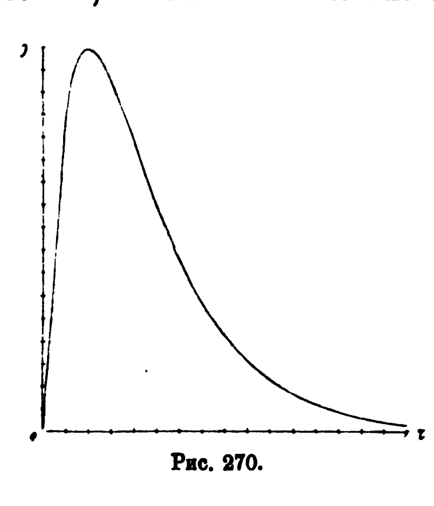


Рис. 270.

Представляется интереснымъ *опредѣленіе того момента времени, когда величина*

$$I = CE \frac{aa'}{a - a'} (e^{a\tau} - e^{a'\tau})$$

достигаетъ своего максимума.

Такъ какъ перемѣнною величиною здѣсь является лишь τ, то максимумъ отъ этой величины и зависитъ; чтобы его опредѣлить, надо взять производную по τ и приравнять ее нулю. Производная эта будетъ

$$CE \frac{aa'}{a - a'} (ae^{a\tau} - a' e^{a'\tau})$$

Приравнявъ нулю это послѣднее выраженіе, получимъ уравненіе

$$CE \frac{aa'}{a - a'} (ae^{a\tau} - a' e^{a'\tau}) = 0$$

изъ котораго можно опредѣлить искомое значеніе τ. Такъ какъ множитель $CE\frac{aa'}{a-a'}$ при условіяхъ задачи нулю равенъ быть не можетъ (a не равно a'), то все выраженіе равно нулю лишь при равенствѣ

$$ae^{a\tau} - a'e^{a'\tau} = 0$$

Логариѳмируя это уравненіе, получаемъ

$$\log a + a\tau \log e - \log a' - a'\tau \log e = 0$$

$$\tau(a \log e - a' \log e) = \log a' - \log a$$

откуда

$$\tau = \log\frac{a'}{a} : (a - a') \log e$$

или

$$\tau = \frac{1}{a-a'} \log\frac{a'}{a} \cdot \frac{1}{\log e}$$

$$= \frac{1}{a-a'} \log\frac{a'}{a} . 2{,}302609$$

Примѣръ:

Конденсаторъ, емкость коего $C = 10$ микрофарадамъ ($= 0{,}00001$ фарады), заряжается отъ гальванической батареи въ 10 вольтъ электровозбудительной силы, причемъ сопротивленіе батареи и соединительныхъ проводниковъ $W = 50$ омамъ, а коэффиціентъ самоиндукціи цѣпи $= 0{,}005$ квадранта. При этихъ условіяхъ

$$\frac{W^2 C}{4} = \frac{50^2 . 0{,}00001}{4} = 0{,}00625$$

и слѣдовательно

$$\mathfrak{L} < \frac{W^2 C}{4}$$

Вычисляя значеніе величинъ a и a', получаемъ

$$a = \frac{-0{,}0005 + \sqrt{0{,}00000025 - 0{,}0000002}}{0{,}0000001} = -3236{,}1$$

$$a' = \frac{-0{,}0005 - \sqrt{0{,}00000025 - 0{,}0000002}}{0{,}0000001} = -7236{,}1$$

откуда

$$\frac{aa'}{a-a'} = \frac{23416743{,}21}{4000} = 5854{,}19$$

и

$$CE\frac{aa'}{a-a'} = 0{,}585419$$

Вычисляемъ далѣе $e^{a\tau}$, $e^{a'\tau}$ и $e^{a\tau} - e^{a'\tau}$ при различныхъ значеніяхъ τ:

При	$e^{a\tau}$	$e^{a'\tau}$	$e^{a\tau} - e^{a'\tau}$
$\tau = 0{,}0001$ сек.	0,7235	0,4850	0,2385
$= 0{,}0002$ »	0,5235	0,2352	0,2883
$= 0{,}0004$ »	0,2741	0,0553	0,2188
$= 0{,}0006$ »	0,1435	0,01301	0,1305
$= 0{,}0008$ »	0,07565	0,0030616	0,0726
$= 0{,}0010$ »	0,03932	0,00072018	0,0386
$= 0{,}0012$ »	0,02062	0,0001694	0,0204
$= 0{,}0014$ »	0,010775	0,0000398	0,0107
$= 0{,}0016$ »	0,005647	0,00000937	0,0056

откуда

въ моментъ $\tau = 0{,}0001$ секунды, сила тока $I = 0{,}1396$ ампера
» » $= 0{,}0002$ » » » $= 0{,}1688$ »
» » $= 0{,}0004$ » » » $= 0{,}1281$ »
» » $= 0{,}0006$ » » » $= 0{,}0764$ »
» » $= 0{,}0008$ » » » $= 0{,}0425$ »
» » $= 0{,}0010$ » » » $= 0{,}0226$ »
» » $= 0{,}0012$ » » » $= 0{,}0119$ »
» » $= 0{,}0014$ » » » $= 0{,}0063$ »
» » $= 0{,}0016$ » » » $= 0{,}0033$ »

Слѣдовательно, максимумъ I лежитъ между 0,1396 и 0,1688 или между 0,1688 и 0,1281 ампера, т. е. между $\tau = 0{,}0001$ и 0,0002 или между $\tau = 0{,}0002$ и 0,0004. Вычисляя по формулѣ

$$\tau = \frac{1}{a - a'} \log \frac{a'}{a} . 2{,}302609$$

мы находимъ, что максимума своего сила тока достигаетъ въ моментъ

$$\tau = \frac{1}{4000} \log \frac{-7236{,}1}{-3236{,}1} . 2{,}302609 = 0{,}00020118 \text{ секунды.}$$

Дѣйствительно, вычисляя вершину кривой для меньшихъ промежутковъ времени, получаемъ:

въ моментъ $\tau = 0{,}00016$ секунды $I = 0{,}1648$ ампера
$= 0{,}00018$ » $= 0{,}1678$ »
$= 0{,}0002$ » $= 0{,}1688$ »
$= 0{,}00022$ » $= 0{,}1681$ »
$= 0{,}00025$ » $= 0{,}1661$ »

Полученныя данныя даютъ намъ возможность построить *кривую заряжающаго тока* (сравн. § 1126), въ которой дѣленія абсциссы соотвѣтствуютъ десятитысячнымъ секунды (рис. 270).

1127. Случай 2-й: $\mathfrak{L} = \frac{W^2 C}{4}$ *и потому корни* $a = a'$.

Имѣемъ основное уравненіе

$$(V - V_1)' = E + (A\tau + A_1)\, e^{a\tau}$$

Такъ какъ при $\tau = 0$

$$(V - V_1)' = 0$$

$$I = C\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = 0$$

rspct.

$$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = 0$$

то

$$E + (A\tau + A_1)\, e^{a\tau} = 0$$

$$E + A_1 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

Далѣе изъ уравненія

$$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = (A\tau + A_1)\, a e^{a\tau} + A e^{a\tau}$$

находимъ

$$A_1 a + A = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

Изъ уравненія 1) опредѣляемъ, что

$$A_1 = -E$$

и, подставивъ значеніе A_1 въ уравненіе 2), находимъ

$$-Ea + A = 0$$

откуда

$$A = Ea$$

Слѣдовательно имѣемъ

$$(V - V_1)' = E + (Ea\tau - E)\, e^{a\tau}$$

$$= E\{1 + (a\tau - 1)\, e^{a\tau}\}$$

каковое выраженіе представляетъ кривую возрастанія разности потенціаловъ обложекъ при заряженіи конденсатора въ случаѣ $\mathfrak{L} = \frac{W^2C}{4}$.

1128. Далѣе, аналогично предшествующему, имѣемъ

$$I = CEa^2 . e^{a\tau} . \tau$$

каковое выраженіе представляетъ кривую паденія силы заряжающаго тока въ случаѣ $\mathfrak{L} = \frac{W^2C}{4}$, причемъ кривая эта имѣетъ тѣ же свойства что и кривая въ случаѣ $\mathfrak{L} < \frac{W^2C}{4}$.

1129. Наконецъ видимъ, что

$$Q = CE\left\{1 + (a\tau - 1)\, e^{a\tau}\right\}$$

каковое выраженіе опредѣляетъ количество электричества, протекшее еще въ заряжающемъ токѣ, rsp. сообщенное обложкамъ конденсатора, за время τ.

1130. **Случай 3-й:** $\mathfrak{L} > \frac{CW^2}{4}$ *и потому корни* a *и* a' *представляютъ величины мнимыя.*

Положимъ, какъ мы выше въ этомъ случаѣ (§ 1122 з.) условились,

$$\left.\begin{matrix} a \\ a' \end{matrix}\right\} = -\beta \pm m\sqrt{-1}$$

Такъ какъ вообще (§ 1121)

$$\left.\begin{matrix} a \\ a' \end{matrix}\right\} = -\frac{W}{2\mathfrak{L}} \pm \frac{1}{2\mathfrak{L}C}\sqrt{W^2C^2 - 4\mathfrak{L}C}$$

или

$$= -\frac{W}{2\mathfrak{L}} \pm \sqrt{\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2} - \frac{1}{\mathfrak{L}C}}$$

или

$$= -\frac{W}{2\mathfrak{L}} \pm \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{L}C}}\sqrt{\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}} - 1} = -\beta \pm m\sqrt{-1}$$

то

$$\beta = \frac{W}{2\mathfrak{L}}$$

$$m\sqrt{-1} = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{L}C}}\sqrt{\frac{W^2 C}{4\mathfrak{L}} - 1}$$

и

$$m = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{L}C}}\sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4\mathfrak{L}}} = \sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C} - \frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}$$

Далѣе имѣемъ (§ 1122 в.) въ разсматриваемомъ случаѣ основное выраженіе

$$(V - V_1)' = E + e^{-\beta\tau}(B\cos m\tau + B'\sin m\tau)$$

откуда мы должны опредѣлить постоянныя величины B и B'.

Такъ какъ при $\tau = 0$ величина $(V - V_1)' = 0$, то имѣемъ

$$(V - V_1)' = E + B = 0$$

откуда

$$B = -E$$

Далѣе имѣемъ

$$B'm - B\beta = 0$$

или

$$B'm + E\beta = 0$$

откуда

$$B' = -\frac{E\beta}{m}$$

Подставляя въ выраженіе для $(V - V_1)'$ найденныя для B и B' значенія, имѣемъ

$$(V - V_1)' = E + e^{-\beta\tau}\left[-E\cos m\tau - \frac{E\beta}{m}\sin m\tau\right]$$

или

$$(V - V_1)' = E - Ee^{-\beta\tau}\left(\cos m\tau + \frac{\beta}{m}\sin m\tau\right)$$

Подставляя, далѣе, значенія, найденныя для β и m, находимъ

$$(V-V_1)' = E - Ee^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}\left[\cos\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau + \frac{\frac{W}{2\mathfrak{L}}}{\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau\right]$$

$$= E - Ee^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}\left[\frac{2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}{2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\cos\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau + \frac{W}{2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau\right]$$

$$= E - \frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\left[2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\cos\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau + W\sin\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau\right]$$

Это выраженіе можно преобразовать слѣдующимъ образомъ:

$$(V-V_1)' = E - \frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}}}{\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin\left[\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau + \text{arc. tang.}\frac{2\mathfrak{L}}{W}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\right]$$

и тогда, полагая

$$\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}} = 2\pi n$$

$$\text{arc. tang.}\frac{2\mathfrak{L}}{W}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}} = K$$

получаемъ

$$(V-V_1)' = E - \frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}.\sin(2\pi n\tau + K)$$

Въ начальный моментъ, т. е. въ моментъ времени $\tau = 0$, разность потенціаловъ $(V - V_1)'$ обложекъ конденсатора должна быть равна нулю. А такъ какъ при $\tau = 0$ величина $e^{-\frac{W}{2\mathcal{L}}\tau} = 1$, а величина $2\pi n \tau = 0$, то имѣемъ

$$(V - V_1)' = E - \frac{E}{\sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4\mathcal{L}}}} \sin K = 0$$

откуда необходимо слѣдуетъ, что

$$\sin K = \sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4\mathcal{L}}}$$

Что $\sin K$ дѣйствительно долженъ быть равенъ $\sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4\mathcal{L}}}$ видно изъ слѣдующаго разсужденія: изъ выраженія

$$\text{arc. tang.} \frac{2\mathcal{L}}{W} \sqrt{\frac{1}{\mathcal{L}C} - \frac{W^2}{4\mathcal{L}^2}} = K$$

слѣдуетъ, что K есть дуга, которой тангенсъ $= \frac{2\mathcal{L}}{W} \sqrt{\frac{1}{\mathcal{L}C} - \frac{W^2}{4\mathcal{L}^2}}$

$$\operatorname{tg} K = \frac{2\mathcal{L}}{W} \sqrt{\frac{1}{\mathcal{L}C} - \frac{W^2}{4\mathcal{L}^2}}$$

Означивъ

$$\operatorname{tg} K = z$$

имѣемъ

$$\frac{\sin K}{\cos K} = z$$

$$\sin K = z . \cos K$$

$$\sin^2 K = z^2 (1 - \sin^2 K)$$

$$\sin^2 K + z^2 \sin^2 K = z^2$$

$$\sin^2 K (1 + z^2) = z^2$$

откуда

$$\sin K = \frac{z}{\sqrt{1+z^2}}$$

и подставляя сюда значеніе Z:

$$\sin K = \frac{\frac{2\mathfrak{L}}{W}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}{\sqrt{1+\frac{4\mathfrak{L}^2}{W^2}\left(\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}\right)}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}{\frac{1}{\mathfrak{L}C}}}$$

$$= \sqrt{\frac{4\mathfrak{L}^2 - W^2\mathfrak{L}C}{4\mathfrak{L}^2}}$$

$$= \sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}$$

Итакъ имѣемъ: при $\tau = 0$

$$(V-V_1)' = E - \frac{E.1.\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}$$

$$= E - E = 0$$

Изъ выраженія

$$(V-V_1)' = E - \frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}.\sin(2\pi n\tau + K)$$

мы прежде всего видимъ, что разность потенціаловъ обложекъ конденсатора измѣняется періодически съ теченіемъ времени τ въ видѣ нѣкоторой кривой, близкой къ синусоидѣ [1]). *Продолжительность полнаго періода* въ разсматриваемой кривой находимъ, придавая времени τ такія значенія, при которыхъ все выраженіе пріобрѣтаетъ послѣдовательно однородныя значенія, напр. значе-

[1]) Настоящую синусоиду мы имѣли бы лишь въ случаѣ, если бы не существовало измѣняющейся съ теченіемъ времени величины $e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}$.

нія, наиболѣе отличающіяся отъ конечной величины $(V-V_1)'=E'$
Искомыя значенія τ въ послѣдовательномъ порядкѣ будутъ:

$$\tau_0 = \frac{1}{2\pi n}.0 = 0$$

$$\tau_1 = \frac{1}{2\pi n}.\pi = \frac{1}{2n}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{2\pi n}.2\pi = \frac{1}{n}$$

$$\tau_3 = \frac{1}{2\pi n}.3\pi = \frac{3}{2n}$$

и т. д.

Подставляя эти значенія въ выраженіе $2\pi n\tau$, получимъ:

при $\tau_0 = 0$ величина $2\pi n\tau = 0$
» $\tau_1 = \frac{1}{2n}$ » $= \pi$
» $\tau_2 = \frac{1}{n}$ » $= 2\pi$
» $\tau_3 = \frac{3}{2n}$ » $= 3\pi$

и т. д.

а такъ какъ

$$\sin(2\pi n\tau + K) = \sin 2\pi n\tau . \cos K + \sin K . \cos 2\pi n\tau$$

то имѣемъ

при $\tau_0 = 0$ $\sin 0 . \cos K + \sin K . \cos 0 = \sin K$
» $\tau_1 = \frac{1}{2n}$ $\sin \pi . \cos K + \sin K . \cos \pi = -\sin K$
» $\tau_2 = \frac{1}{n}$ $\sin 2\pi \cos K + \sin K . \cos 2\pi = \sin K$
» $\tau_3 = \frac{3}{2n}$ $\sin 3\pi \cos K + \sin K . \cos 3\pi = -\sin K$

Слѣдовательно, *въ моменты, разнящіеся на періодъ* $=\frac{1}{2n}$,

считая со времени $\tau=0$, *вся величина* $(V-V_1)'$ *достигаетъ нѣкоторыхъ предѣловъ*

$$=E\pm E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}=E\left(1\pm e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}\right)$$

наиболѣе разнящихся отъ конечной величины $(V-V_1)'=E$. А такъ какъ въ теченіе полнаго періода, слѣдуя кривой близкой къ синусоидѣ, величина $(V-V_1)'$ должна два раза пройти чрезъ однородныя значенія, то *полный періодъ колебаній величины* $(V-V_1)$ *равенъ* $\frac{1}{n}$, такъ что n *есть ни что иное какъ число періодическихъ измѣненій, претерпѣваемыхъ разностью потенціаловъ обложекъ конденсатора въ единицу времени.*

Очевидно, что въ моменты, раздѣляющіе только что разсмотрѣнные полуперіоды пополамъ, т. е. въ моменты

$$\tau'=\frac{1}{2n}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4n}$$

$$\tau''=\frac{1}{4n}+\frac{1}{2n}=\frac{3}{4n}$$

$$\tau'''=\frac{3}{4n}+\frac{1}{2n}=\frac{5}{4n}$$

и т. д.

величина $(V-V_1)'$ должна имѣть значенія, мало разнящіяся отъ конечной, равной E; а именно, подставляя значенія τ', τ'', τ''' въ выраженіе

$$(V-V_1)'=E-\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}.\sin(2\pi n\tau+K)$$

и принимая въ соображеніе, что въ означенные моменты времени

$$\sin(2\pi n\tau+K)=\sin 2\pi n\tau.\cos K+\sin K.\cos 2\pi n\tau$$

$$=\pm 1.\cos K+0$$

$$=\pm\cos K$$

гдѣ

$$\pm \cos K = \pm \frac{\sin K}{\operatorname{tg} K} = \pm \frac{\sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4 \mathfrak{L}}}}{\frac{2 \mathfrak{L}}{W} \sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L} C} - \frac{W^2}{4 \mathfrak{L}^2}}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{W^2 C}{4 \mathfrak{L}}}$$

мы получаемъ

$$(V - V_1)' = E - \frac{E . e^{-\frac{W}{2 \mathfrak{L}} \tau} . \pm \sqrt{\frac{W^2 C}{4 \mathfrak{L}}}}{\sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4 \mathfrak{L}}}}$$

$$= E - E e^{-\frac{W}{2 \mathfrak{L}} \tau} . \pm \sqrt{\frac{W^2 C}{4 \mathfrak{L} - W^2 C}}$$

Какъ изъ послѣдняго выраженія, такъ и изъ выраженія

$$(V - V_1)' = E \pm E e^{-\frac{W}{2 \mathfrak{L}} \tau}$$

мы видимъ, что вся величина $(V - V_1)'$ никогда не можетъ быть отрицательна, ибо множители $e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}} \tau}$ и $\sqrt{\frac{W^2 C}{4 \mathfrak{L} - W^2 C}}$ въ нашемъ случаѣ, всегда менѣе единицы. Такимъ образомъ, *хотя въ случаѣ* $\mathfrak{L} > \frac{C W^2}{4}$ *и имѣетъ мѣсто колебательное заряженіе конденсатора, но обложки его при этомъ отнюдь не перезаряжаются въ послѣдовательные полупеpіоды электричествами противоположныхъ знаковъ, какъ это бываетъ при разрядѣ конденсатора* (см. ниже); *разности потенціаловъ обложекъ лишь колеблятся между величинами попеременно меньшими и большими противъ конечной величины* $= E$, *причемъ амплитуды колебаній постепенно уменьшаются.*

Приводимъ числовой примѣръ:

Конденсаторъ, емкостью въ 10 микрофарадъ (= 0,00001 фарады), соединяемъ проводниками, обладающими коэффиціентомъ самоиндукціи = 10 квадрантамъ, съ гальваническою батареею въ 10 вольтъ электровозбудительной

силы, причемъ сопротивленіе проводовъ и батареи = 50 омъ. Тогда находимъ, что разность потенціаловъ обложекъ конденсатора въ вольтахъ равна

въ конечные моменты послѣдовательныхъ полуперіодовъ,	
считаемыхъ со времени $\tau = 0$ (въ моменты $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3 \ldots$),	считаемыхъ со времени $\tau = \frac{1}{4n}$ (въ моменты $\tau', \tau'', \tau''' \ldots$),
19,245	9,759
1,453	10,223
17,901	9,794
2,696	10,191
16,752	9,824
3,758	10,163
15,771	9,849
4,665	10,139
14,932	9,871
5,441	10,119
14,215	9,890
6,103	10,102
13,602	9,906
6,670	10,087
13,079	9,920
7,154	10,074
12,631	9,931
7,568	10,064
и т. д.	и т. д.

Причемъ продолжительность полнаго періода колебаній величины $(V - V_1)$, находимъ

$$\frac{1}{n} = 0{,}062832 \text{ секунды}$$

а число періодовъ

$$n = 15{,}915 \text{ въ секунду.}$$

Приведенное вычисленіе даетъ намъ возможность построить *кривую разностей потенціаловъ обложекъ заряжаемаго конденсатора* (рис. 271 на стр. 1089), въ которой дѣленія абсциссы 0τ выражаютъ полупеpіоды.

Какъ мы видимъ, разность потенціаловъ колеблется около линіи ab, высота коей представляетъ конечную разность потенціаловъ обложекъ; при этомъ, измѣняющаяся величина $(V - V_1)'$ достигаетъ попеременно значеній большихъ и меньшихъ конечной разности потенціаловъ, но измѣненій въ токѣ не происходитъ: кривая начинается съ нуля, но отрицательныхъ значеній не при-

нимаетъ (все время колеблется въ предѣлахъ выше нуля). Если вершины волнъ, образующихъ кривую, соединить между собою, то мы получимъ ассимптоты, слѣдуя коимъ, максимумы и мини-

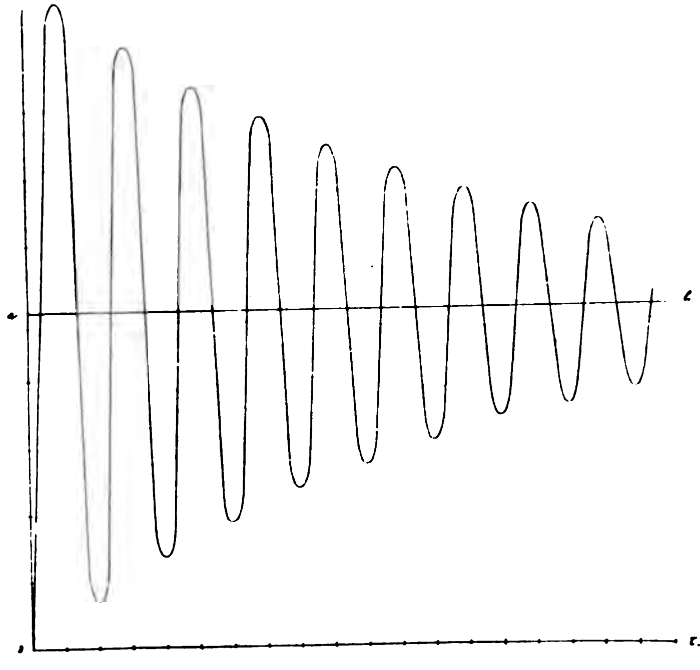


Рис. 271.

мумы величины $(V - V_1)'$ приближаются къ конечному значенію $V - V_1$.

1131. Такъ какъ полный періодъ колебаній $= \frac{1}{n}$, а выше (стр. 1082) мы положили

$$\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C} - \frac{W^2}{4\,\mathfrak{L}^2}} = 2\,\pi n$$

то видимъ, что *число періодовъ въ единицу времени*

$$n = \frac{\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C} - \frac{W^2}{4\,\mathfrak{L}^2}}}{2\,\pi}$$

и, отсюда, *продолжительность* полнаго періода колебаній

$$\frac{1}{n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C} - \frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}.$$

Если сопротивленіе W столь мало, что величиною $\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}$ можно пренебречь предъ величиною $\frac{1}{\mathfrak{L}C}$, то, какъ видимъ,

$$\frac{1}{n} = 2\pi\sqrt{\mathfrak{L}C}$$

и

$$n = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mathfrak{L}C}}.$$

Послѣдними формулами мы пользовались при вычисленіи только что приведеннаго примѣра.

1132. *Силу заряжающаго конденсаторъ тока I въ моментъ* τ опредѣляемъ, какъ и въ предшествующихъ случаяхъ, изъ уравненія

$$I = C\frac{d(V - V_1)'}{d\tau}$$

Такъ какъ

$$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = -\beta e^{-\beta\tau}(B.\cos m\tau + B'.\sin m\tau) + $$
$$+ e^{-\beta\tau}(-Bm.\sin m\tau + B'm.\cos m\tau)$$
$$= e^{-\beta\tau}(-\beta B.\cos m\tau - \beta B'.\sin m\tau - Bm.\sin m\tau + $$
$$+ B'm.\cos m\tau)$$
$$= e^{-\beta\tau}[(B'm - \beta B)\cos m\tau - (\beta B' + Bm)\sin m\tau]$$

гдѣ, какъ мы знаемъ,

$$\beta = \frac{W}{2\mathfrak{L}}$$
$$m = \sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}} - \frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}$$
$$B = -E$$
$$B' = -\frac{E\beta}{m}$$

то, подставляя сначала значенія B и B', имѣемъ

$$\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=e^{-\beta\tau}\left[\left(-\frac{E\beta m}{m}+E\beta\right)\cos m\tau-\right.$$

$$\left.-\left(-\frac{E\beta.\beta}{m}-Em\right)\sin m\tau\right]$$

$$=Ee^{-\beta\tau}\left[0+\frac{\beta^2+m^2}{m}\sin m\tau\right]$$

или, подставляя значенія для β и m,

$$\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=Ee^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}\cdot\frac{\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}+\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}{\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\cdot\tau$$

$$=\frac{Ee^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{C\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\cdot\tau$$

откуда *сила тока заряжающаго конденсаторъ*

$$I=C\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=\frac{CE.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{C\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\cdot\tau$$

$$=\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\cdot\tau$$

или, полагая, какъ выше (стр. 1082),

$$\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}=2\pi n$$

получаемъ окончательно

$$I=\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin 2\pi n\tau$$

Отсюда мы видимъ, что въ начальный моментъ, т. е. при $\tau=0$, все найденное для силы тока выраженіе

$$I=0$$

ибо при $\tau=0$ величина $\sin 2\pi n\tau=0$. Точно также и въ конечный моментъ, т. е. при $\tau=\infty$

$$I=0$$

ибо при $\tau=\infty$ величина $e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}=0$.

Такимъ образомъ, *въ моментъ замкнутія цѣпи сила заряжающаго конденсаторъ тока равна нулю, далѣе же измѣняется періодически въ видѣ близкой къ синусоидѣ кривой,* причемъ максимальныя амплитуды послѣдовательныхъ періодовъ уменьшаются постепенно до нуля. Придавая, какъ выше (стр. 1085), времени τ значенія

$$\tau_0=0$$

$$\tau_1=\frac{1}{2n}$$

$$\tau_2=\frac{1}{n}$$

$$\tau_3=\frac{3}{2n}$$

и т. д.

мы находимъ, что въ разсматриваемые моменты сила тока

$$I=\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}.\sin 2\pi n\tau=0$$

Придавая же времени τ значенія

$$\tau' = \frac{1}{4n}$$

$$\tau'' = \frac{3}{4n}$$

$$\tau''' = \frac{5}{4n}$$

$$\tau'''' = \frac{7}{4n}$$

и т. д.

мы видимъ, что въ эти моменты сила тока достигаетъ своихъ послѣдовательныхъ максимумовъ

$$I = \pm \frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathcal{L}}\tau}}{\mathcal{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathcal{L}} - \frac{W^2}{4\mathcal{L}^2}}}$$

ибо

при $\tau' = \frac{1}{4n}$ величина $\sin 2\pi n\tau = +1$

» $\tau'' = \frac{3}{4n}$ » » $= -1$

» $\tau''' = \frac{5}{4n}$ » » $= +1$

» $\tau'''' = \frac{7}{4n}$ » » $= -1$

и т. д.

и слѣдовательно

въ моментъ τ' сила тока $I = + \frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathcal{L}}\cdot\frac{1}{4n}}}{\mathcal{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathcal{L}} - \frac{W^2}{4\mathcal{L}^2}}}$

» » τ'' » » $I = - \frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathcal{L}}\cdot\frac{3}{4n}}}{\mathcal{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathcal{L}} - \frac{W^2}{4\mathcal{L}^2}}}$

въ моментъ τ''' сила тока $I = + \dfrac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\cdot\frac{5}{4n}}}{\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}$

» » τ'''' » » $I = - \dfrac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\cdot\frac{7}{4n}}}{\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}$

Такимъ образомъ, *для силы заряжающаго конденсаторъ тока мы получаемъ кривую, въ общемъ сходную съ кривою разностей потенціаловъ обложекъ заряжаемаго конденсатора, но, въ то*

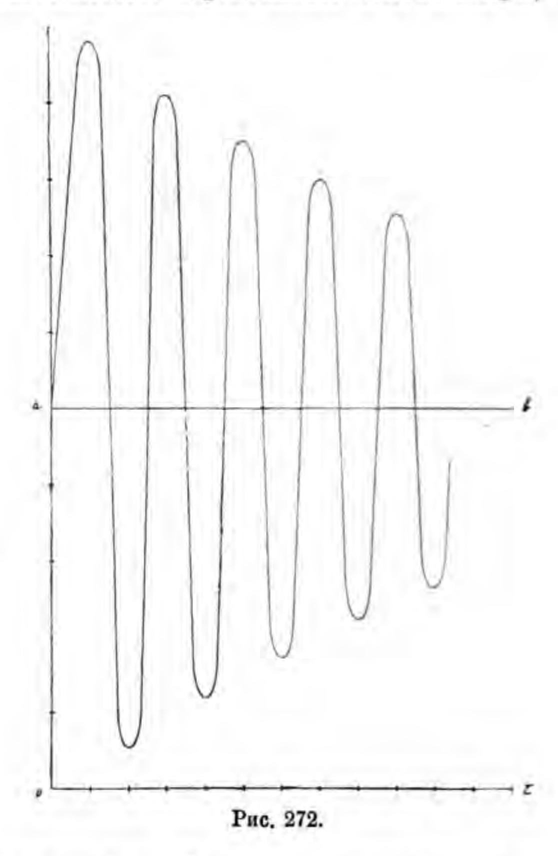


Рис. 272.

время, какъ потенціалы обложекъ все время сохраняютъ свой знакъ (стр. 1088—1089), *токъ въ соединительныхъ проводахъ въ теченіе*

каждаго періода $\left(=\frac{1}{n}\right)$ *2 раза измѣняетъ свое направленіе: повышенію разностей потенціаловъ обложекъ соотвѣтствуетъ токъ нормальнаго направленія, пониженію же разностей потенціаловъ — токъ обратнаго направленія.*

Вычисляя абсолютную силу тока для моментовъ τ', τ'', τ'''... въ случаѣ примѣра, приведеннаго на стр. 1087—1088, мы находимъ, что послѣдовательные максимумы силы тока суть

+ 0,00962	ампера	+ 0,00438	ампера
— 0,00889	»	— 0,00405	»
+ 0,00822	»	+ 0,00375	»
— 0,00760	»	— 0,00346	»
+ 0,00702	»	+ 0,00320	»
— 0,00649	»	— 0,00296	»
+ 0,00600	»	+ 0,00274	»
— 0,00555	»	— 0,00253	»
+ 0,00513	»	+ 0,00234	»
— 0,00474	»	— 0,00216	»

что даетъ намъ возможность построить *кривую силы заряжающаго тока* (рис. 272 на стр. 1094).

1133. То *количество электричества* Q_1, *которое составляетъ зарядъ конденсатора въ моментъ* τ, находимъ изъ извѣстнаго уравненія

$$Q_1 = C(V - V_1)'$$

$$Q_1 = CE - \frac{CE.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}.\sin(2\pi n\tau + K)$$

$$= CE\left\{1 - \frac{e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}.\sin(2\pi n\tau + K)\right\}$$

откуда видно, что при $\tau = 0$

$$Q_1 = CE - CE = 0$$

[illegible]

Для опредѣленія постоянныхъ A и A_1 [illegible]

что при $t = 0$ разность потенціаловъ [illegible]

[illegible]

...емъ отрицательный знакъ передъ dQ указываетъ на то, что ...ащеніе dQ при разрядѣ отрицательно (зарядъ убываетъ).

...Итакъ, въ моментъ $\tau = 0$

$$(V - V_1)' = E = A + A_1$$

...довательно

$$A = E - A_1$$

...имѣемъ

$$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = Aae^{a\tau} + A_1 a' e^{a'\tau}$$

...у

$$Ea - A_1 a + A_1 a' = 0$$

$$Ea = A_1 (a - a')$$

... и

$$A_1 = \frac{Ea}{a - a'}$$

... находимъ

$$A = E - A_1$$

$$A = E - \frac{Ea}{a - a'} = \frac{Ea'}{a - a'}$$

...ѣемъ

$$(V - V_1)' = -\frac{Ea'}{a - a'} e^{a\tau} + \frac{Ea}{a - a'} e^{a'\tau}$$

$$(V - V_1)' = E . \frac{1}{a - a'} \{ae^{a'\tau} - a' e^{a\tau}\}$$

...женіе представляетъ кривую паденія разности по-...бложекъ при разряженіи конденсатора въ случаѣ

...кающаго конденсаторъ тока выводимъ изъ

$$\ldots - C \frac{d(V - V_1)'}{d\tau}$$

Какъ мы уже имѣли

$$\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=Aae^{a\tau}+A_1a'e^{a'\tau}=-\frac{Ea'a}{a-a'}e^{a\tau}+\frac{Eaa'}{a-a'}e^{a'\tau}$$
$$=E\frac{a'a}{a-a'}(e^{a'\tau}-e^{a\tau})$$

и слѣдовательно

$$I=-CE\frac{aa'}{a-a'}(e^{a'\tau}-e^{a\tau})$$

каковое выраженіе представляетъ кривую силы разряжающаго конденсаторъ тока въ случаѣ $\mathfrak{L}<\frac{W^2C}{4}$.

Такъ какъ извѣстные уже намъ корни a и a' представляютъ въ данномъ случаѣ отрицательныя реальныя величины (см. стр. 1072), и при томъ по абсолютной величинѣ $a<a'$, то разность $a-a'>0$ и притомъ величина положительная, тогда какъ степень $e^{a\tau}>e^{a'\tau}$ и, напротивъ, $ae^{a'\tau}<a'e^{a\tau}$. Такъ какъ обѣ послѣднія величины отрицательны, то разность $e^{a'\tau}-e^{a\tau}$ отрицательна, тогда какъ разность $ae^{a'\tau}-a'e^{a\tau}$ положительна. Отсюда ясно, что выраженія, найденныя для $(V-V_1)'$ и I (а также приводимое ниже для Q_1),— всѣ положительны.

1136. Такъ какъ *зарядъ конденсатора* Q_1 *въ моментъ* τ

$$=C(V-V_1)'$$

то имѣемъ

$$Q_1=CE.\frac{1}{a-a'}\{ae^{a'\tau}-a'e^{a\tau}\}$$

Отсюда *количество электричества, протекшаго за время* τ *въ разрядномъ токѣ,*

$$=CE-CE\frac{1}{a-a'}\{ae^{a'\tau}-a'e^{a\tau}\}$$
$$=CE\left\{1-\frac{1}{a-a'}(ae^{a'\tau}-a'e^{a\tau})\right.$$

каковое выраженіе тождественно съ приведеннымъ для количества электричества, протекшаго за время τ въ токѣ, заряжаю-

щемъ конденсаторъ. Такъ какъ тоже относится, конечно, и къ величинѣ I, то мы видимъ, что *разрядный и зарядный токи протекаютъ тождественно. Это, какъ ниже увидимъ, относится ко всѣмъ случаямъ заряженія и разряженія конденсатора.*

1137. **Случай 2-й:** $\mathfrak{L} = \frac{W^2 C}{4}$ *и потому корни* $a = a'$; тогда имѣемъ уравненіе

$$(V - V_1)' = (A\tau + A_1) e^{a\tau}$$

Такъ какъ, при $\tau = 0$, разность потенціаловъ $(V - V_1)' = E$, а

$$I = -C \frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = 0, \text{ rspct. } \frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = 0,$$

то

$$(V - V_1)' = E = A_1$$

или

$$A + A_1 a = 0$$
$$A + Ea = 0$$

откуда

$$A = -Ea$$

Слѣдовательно

$$(V - V_1)' = [-Ea\tau + E] e^{a\tau}$$
$$= E(1 - a\tau) e^{a\tau}$$

каковое выраженіе представляетъ кривую паденія разности потенціаловъ обложекъ при разряженіи конденсатора въ случаѣ $\mathfrak{L} = \frac{W^2 C}{4}$.

1138. Сила разряднаго тока

$$I = -C \frac{d(V - V_1)'}{d\tau}$$

а такъ какъ

$$\frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = -Eae^{a\tau} + (-Ea\tau + E) ae^{a\tau}$$
$$= Eae^{a\tau}(-1 + 1 - a\tau)$$
$$= -Ea^2 \tau e^{a\tau}$$

то

$$I = -C. - Ea^2 \tau e^{a\tau}$$
$$= CEa^2 \tau . e^{a\tau}$$

каковое выраженіе представляетъ кривую паденія силы разряднаго тока въ случаѣ $\mathfrak{L} = \frac{W^2 C}{4}$, причемъ кривая эта тождественна съ кривой заряжающаго конденсаторъ тока (стр. 1080).

1139. Точно также находимъ, что и *количество электричества въ разрядномъ токѣ за время* τ, *равно*

$$Q_1 = CE\{1 + (a\tau - 1) e^{a\tau}\}$$

1140. Случай 3-й: $\mathfrak{L} > \frac{CW^2}{4}$ *и потому корни* a *и* a' *представляютъ величины мнимыя.*

Въ этомъ случаѣ (сравн. стр. 1081) имѣемъ уравненіе

$$(V - V_1)' = E + e^{-\beta\tau}(B \cos m\tau + B' \sin m\tau)$$

Какъ уже сказано, при $\tau = 0$

$$(V - V_1)' = E \quad \text{rspct.} \quad \frac{d(V - V_1)'}{d\tau} = 0$$

слѣдовательно

$$B'm - B\beta = 0$$
$$B'm - E\beta = 0$$

и

$$B' = \frac{E\beta}{m}$$

откуда

$$(V - V_1)' = e^{-\beta\tau}\left(E \cos m\tau + \frac{E\beta}{m} \sin m\tau\right)$$
$$= Ee^{-\beta\tau}\left(\cos m\tau + \frac{\beta}{m} \sin m\tau\right)$$

Подставимъ сюда извѣстныя намъ (§ 1130) значенія для β и m:

$$\beta = \frac{W}{2\mathfrak{L}}$$
$$m = \sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}} - \frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}$$

тогда получаемъ

$$(V-V_1)'=Ee^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}\left[\cos\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau+\right.$$

$$\left.+\frac{W}{2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau\right]$$

$$=E\frac{e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\left[2\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\cos\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau+\right.$$

$$\left.+W.\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau\right]$$

или,

$$(V-V_1)'=\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}.\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}}}{\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin\left\{\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau+\right.$$

$$\left.+\text{arc. tang.}\frac{2\mathfrak{L}}{W}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}\right\}$$

Полагая, какъ въ § 1130,

$$\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}=2\pi n$$

и

$$\text{arc.. tang.}\frac{2\mathfrak{L}}{W}\sqrt{\frac{1}{\mathfrak{L}C}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}=K$$

получаемъ, наконецъ,

$$(V-V_1)'=\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}.\sin(2\pi n\tau+K)$$

каковое выраженіе представляетъ кривую паденія разности потенціаловъ обложекъ разряжаемаго конденсатора въ случаѣ $\mathfrak{L}>\frac{W^2C}{4}$.

При $\tau = 0$ величина $e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau} = 1$ и далѣе, какъ было показано въ § 1130, въ выраженіи

$$\frac{E}{\sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4\mathfrak{L}}}} . \sin K$$

величина

$$\sin K = \sqrt{1 - \frac{W^2 C}{4\mathfrak{L}}}$$

такъ что при $\tau = 0$

$$(V - V_1)' = E$$

Напротивъ при $\tau = \infty$

$$(V - V_1)' = 0$$

Точно такъ же, какъ и въ случаѣ заряженія конденсатора, *въ моменты, разнящіеся на періодъ* $= \frac{1}{2n}$, *считая со времени* $\tau = 0$, *вся величина* $(V - V_1)'$ *достигаетъ нѣкоторыхъ максимальныхъ предѣловъ*

$$= \pm E . e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}$$

падающихъ постепенно отъ $\pm E$ до нуля, причемъ, между означенными предѣлами, разность потенціаловъ измѣняется въ видѣ кривой, близкой къ синусоидѣ. Но вмѣстѣ съ тѣмъ мы видимъ, что *при колебательномъ разрядѣ конденсатора обложки перезаряжаются въ послѣдовательные полуперіоды электричествами противоположныхъ знаковъ, тогда какъ при колебательномъ заряженіи того же конденсатора имѣли мѣсто лишь повышенія и пониженія разности потенціаловъ обложекъ, — безъ измѣненій знаковъ зарядовъ.*

1141. Величина n при разрядѣ, какъ и при заряженіи, представляетъ число періодическихъ измѣненій, претерпѣваемыхъ разностью потенціаловъ обложекъ конденсатора въ единицу времени.

1142. *Силу тока I разряжающаго конденсаторъ*, вычисляемъ изъ уравненія

$$(V-V_1)'=Ee^{-\beta\tau}\left(\cos m\tau+\frac{\beta}{m}\sin m\tau\right)$$

Такъ какъ

$$I=-C\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}$$

а

$$\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=Ee^{-\beta\tau}(-m\sin m\tau+\beta\cos m\tau)-$$
$$-E\beta e^{-\beta\tau}\left(\cos m\tau+\frac{\beta}{m}\sin m\tau\right)$$
$$=Ee^{-\beta\tau}\left[(\beta-\beta)\cos m\tau-\left(m+\frac{\beta^2}{m}\right)\sin m\tau\right]$$
$$=-Ee^{-\beta\tau}.\frac{m^2+\beta^2}{m}\sin m\tau$$

то

$$I=-C\frac{d(V-V_1)'}{d\tau}=CEe^{-\beta\tau}.\frac{m^2+\beta^2}{m}\sin m\tau$$

и, подставляя значенія m и β (стр. 1100),

$$I=CEe^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}.\frac{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}+\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}{\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau$$

$$=\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}.\sin\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}.\tau$$

наконецъ, полагая

$$\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}=2\pi n$$

находимъ, что *сила тока разряжающаго конденсаторъ, въ моментъ* τ *равна*

$$I=\frac{E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}}-\frac{W^2}{4\mathfrak{L}^2}}}\sin 2\pi n\tau$$

т. е. *кривая тока разряда тождественна съ кривою тока заряда* (сравн. § 1132).

1143. Отсюда и безъ дальнѣйшихъ вычисленій видно, что *количество электричества, которое составляетъ зарядъ конденсатора въ моментъ* τ_1 *равно*

$$Q_1 = C.\frac{Ee^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}}{\sqrt{1-\frac{W^2C}{4\mathfrak{L}}}}.\sin(2\pi n\tau + K)$$

такъ что послѣдовательные *максимумы зарядовъ* суть

$$Q = \pm CE.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}$$

1144. Особый интересъ можетъ представить опредѣленіе того времени τ, которое необходимо для того, чтобы разность потенціаловъ обложекъ разряжаемаго конденсатора упала до $a\%$ начальной величины, другими словами, *опредѣленіе того времени, по прошествіи котораго зарядъ конденсатора будетъ составлять* $a\%$ *первоначальной величины.* Искомое время τ опредѣлится, очевидно, если мы въ выраженіи

$$(V - V_1)' = \pm E.e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau}$$

приравняемъ

$$e^{-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau} = a\% = \frac{a}{100}$$

откуда

$$-\frac{W}{2\mathfrak{L}}\tau.\log e = \log\frac{a}{100}$$

$$\tau = -\frac{2\mathfrak{L}}{W}\cdot\frac{\log\frac{a}{100}}{\log e}$$

$$= -\frac{2\mathfrak{L}}{W}\cdot\frac{\log\frac{a}{100}}{0{,}43429}$$

Примѣръ. Въ разсмотрѣнномъ нами выше (стр. 1087—1088) примѣрѣ ($W = 50$, $\mathfrak{L} = 10$), зарядъ упадетъ до 25% первоначальной величины по прошествіи времени

$$\tau = -\frac{2.10}{50} \cdot \frac{\log 0{,}25}{0{,}43429} = -0{,}4\,\frac{\bar{1}{,}39794}{0{,}43429} = -0{,}4 . \frac{-0{,}60206}{0{,}43429}$$

$= 0{,}55$ секунды.

Зарядъ упадетъ до 50% первоначальной величины по прошествіи 0,277 секунды и, если, какъ мы приняли (стр. 1087), въ разсматриваемомъ случаѣ электроемкость конденсатора = 10 микрофарадамъ и потому число періодовъ колебательнаго разряда

$$n = 15{,}915 \text{ въ секунду}$$

(вычисленіе на стр. 1088), то до 50% начальной величины зарядъ упадетъ послѣ того, какъ въ цѣпи протекутъ

$$\frac{15{,}915 . 0{,}277}{1} = 4{,}4 \text{ полнаго періода}$$

перемѣннаго тока, resp. 8,8 (почти 9) простыхъ колебаній.

IV. Работа тока, заряжающаго и разряжающаго конденсаторъ.

1145. Мы знаемъ (§ 580), что работа непрерывнаго постояннаго тока опредѣляется произведеніемъ

$$f = Q(V - V_1)$$

гдѣ Q есть количество электричества, протекшаго за данное время, а $V - V_1$ есть постоянная разность потенціаловъ между данными точками цѣпи. Поэтому и работа, производимая въ теченіе даннаго времени разрядомъ конденсатора, была бы

$$f = Q(V - V_1)$$

(гдѣ въ этомъ случаѣ $V - V_1$ есть начальная разность потенціаловъ обложекъ), если бы величина $V - V_1$ отъ начала до конца разряда могла остаться неизмѣнною. Но такъ какъ разность потенціаловъ обложекъ падаетъ въ теченіе разряда съ величины $V - V_1$ на нуль, то средняя величина разности потенціаловъ за все время разряда $= \frac{1}{2}(V - V_1)$, откуда вся работа, производимая разрядомъ,

$$f = \frac{1}{2}(V - V_1)\,Q$$

Такъ какъ количество электричества, заряжающаго обложки до разности потенціаловъ, равной $V - V_1$, опредѣляется, какъ мы знаемъ, уравненіемъ

$$Q = C(V - V_1)$$

гдѣ C есть емкость конденсатора, то для работы, совершаемой разрядомъ,

$$f = \frac{1}{2}(V - V_1)\, Q$$

получаемъ новое выраженіе

$$f = \frac{1}{2}(V - V_1) . C(V - V_1)$$
$$= \frac{1}{2}(V - V_1)^2\, C$$

Такъ какъ

$$Q = (V - V_1)\, C$$

и

$$Q^2 = (V - V_1)^2\, C^2$$

то, далѣе,

$$f = \frac{1}{2}(V - V_1)^2\, C = \frac{1}{2}\frac{(V - V_1)^2\, C^2}{C}$$
$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Изъ сопоставленія выраженій

$$f = \frac{1}{2}(V - V_1)\, Q \ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$
$$= \frac{1}{2}(V - V_1)^2\, C \ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$
$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \ldots\ldots\ldots\ldots 3)$$

видно, что

1) *При данной емкости конденсатора, производимая разрядомъ его работа пропорціональна квадрату количества электричества, протекающаго въ разрядѣ, rspct. пропорціональна квадрату разностей потенціаловъ обложекъ конденсатора* (слѣдствіе, выводимое изъ формулъ 2 и 3).

2) *При данномъ количествѣ электричества, протекающаго въ разрядѣ, совершаемая послѣднимъ работа прямо пропорціональна разности потенціаловъ обложекъ, rspct. обратно пропорціональна электроемкости конденсатора* (слѣдствіе, выводимое изъ формулъ 1 и 3).

3) *При данной разности потенціаловъ обложекъ конденсатора, производимая разрядомъ его работа прямо пропорціональна протекающему въ разрядѣ количеству электричества, rspct. электроемкости конденсатора* (слѣдствіе, выводимое изъ формулъ 1 и 2).

1146. Такъ какъ потенціальная энергія опредѣляется вообще величиною всей работы, на счетъ этой энергіи произведенной, то и работа, совершаемая разрядомъ конденсатора, опредѣляетъ *энергію заряда его*, rspct. и ту работу, которую нужно потратить на заряженіе конденсатора даннымъ количествомъ электричества или до данной разности потенціаловъ обложекъ.

Если мы желаемъ работу и энергію выразить въ абсолютныхъ единицахъ, то въ той же мѣрѣ мы должны опредѣлить и величины Q, $V-V_1$ и C; выражая же величины эти въ кулонахъ, вольтахъ и фарадахъ (не въ микрофарадахъ!), мы опредѣляемъ работу и энергію въ вольтъ-кулонахъ (джауляхъ).

LXV. Возникновеніе электровозбудительной силы электромагнитной индукціи въ нелинейныхъ проводникахъ. Магнитные успокоители.

1147. Если въ измѣняющемся магнитномъ полѣ находится неподвижный нелинейный проводникъ (§ 432), или если такой проводникъ движется въ нѣкоторомъ магнитномъ полѣ, то въ немъ, совершенно подобно тому, какъ въ проводникѣ линейномъ, возникаетъ электровозбудительная сила электромагнитной индукціи. При этомъ, въ нѣкоторыхъ случаяхъ, упомянутая электровозбудительная сила можетъ поддерживать индукціонные токи въ массѣ самого проводника. Такъ напр., въ моментъ возникновенія

и прекращенія тока въ обмоткѣ электромагнита, въ массивномъ сердечникѣ его возникаютъ токи, имѣющіе такое же круговое направленіе, какъ и токи въ обмоткѣ; далѣе, при движеніи магнита внутри нѣкоторой металлической массы, въ послѣдней возникаютъ также круговые токи, протекающіе въ плоскостяхъ параллельныхъ плоскостямъ движенія магнита. Эти индуктированные токи, описанные Фуко, носятъ его имя *(токи Фуко)*. Подробное изслѣдованіе законовъ образованія токовъ Фуко не представляетъ для насъ практическаго интереса; напротивъ, важно нѣсколько ближе ознакомиться съ одною изъ частностей въ указанномъ явленіи, а именно съ дѣйствіемъ токовъ Фуко на движеніе того магнита, которому названные токи обязаны своимъ возникновеніемъ.

1148. Представимъ себѣ, что магнитъ, подвѣшенный горизонтально на коконовой нити, движется въ каналѣ, высверленномъ въ нѣкоторой немагнитной, металлической, напр. мѣдной, массѣ, развивая въ ней индукціонный токъ, по направленію своему, очевидно, обратный направленію движенія магнита. Тогда, вслѣдствіе извѣстнаго уже намъ взаимодѣйствія силовыхъ линій магнитнаго поля тока и магнитнаго поля магнита, послѣдній долженъ испытывать силу, противодѣйствующую его движенію; слѣдовательно мѣдная масса, окружающая магнитъ, дѣйствуетъ какъ тормазъ на движенія послѣдняго, успокоиваетъ эти движенія, и потому можетъ быть названа *магнитнымъ успокоителемъ*. Не трудно понять, что успокоивающее дѣйствіе магнитъ будетъ испытывать не только со стороны токовъ, возбужденныхъ въ сплошной мѣдной массѣ, его окружающей, но и со стороны тѣхъ токовъ, которые онъ индуктируетъ при своемъ движеніи въ близлежащихъ *замкнутыхъ* линейныхъ проводникахъ; такъ напр., если, возбудивъ какимъ либо образомъ мгновенный токъ опредѣленной силы въ мультипликаторѣ простаго гальванометра, опредѣлить уголъ отклоненія магнита его 1) при разомкнутомъ вслѣдъ за тѣмъ мультипликаторѣ и 2) при замкнутомъ, то мы увидимъ, что въ послѣднемъ случаѣ магнитъ отклонится на меньшій уголъ,

такъ какъ движенію его противодѣйствуетъ тотъ токъ, который, вслѣдъ за прекращеніемъ мгновеннаго тока, возбужденъ въ мультипликаторѣ движеніемъ магнита. Практическое значеніе представляетъ именно изученіе вліянія магнитнаго успокоителя на отклоненіе магнита вслѣдъ за мгновенно подѣйствовавшей на него силой, притомъ наибольшее значеніе имѣетъ изученіе вліянія массивнаго успокоителя.

1149. Намъ извѣстно (§ 761), что моментъ вращенія, испытываемый магнитною стрѣлкою со стороны горизонтальной составляющей магнитнаго поля земли, $= MH \sin\varphi$, гдѣ M — магнитный моментъ стрѣлки, H — напряженіе горизонтальной составляющей въ мѣстѣ наблюденія, а φ — уголъ отклоненія стрѣлки изъ плоскости магнитнаго меридіана. Далѣе (§ 801) мы знаемъ, что ускореніе, пріобрѣтаемое свободно вращающимся магнитомъ

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{MH}{T} \sin\varphi$$

гдѣ T есть моментъ инерціи магнита. Точнѣе мы должны написать

$$\frac{dv}{d\tau} = -\frac{MH}{T} \sin\varphi$$

ибо, если углы отклоненія влѣво отъ положенія покоя (отъ нуля шкалы) считать за положительные, а вправо за отрицательные, и точно также ускоренія, направленныя влѣво, считать положительными, а направленныя вправо — отрицательными, то, въ то время, какъ магнитъ отклоненъ влѣво на $+\varphi^\circ$, ускореніе дѣйствуетъ вправо, составляя величину отрицательную, тогда какъ, при отклоненіи вправо, ускореніе положительно, но уголъ φ отрицателенъ.

Замѣняя скорость v угловою скоростью, а синусъ угла φ, предполагая послѣдній весьма малымъ, величиною самого угла, получаемъ

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = -\frac{MH}{T}\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

Опытъ и простое теоретическое разсужденіе показываютъ, что въ случаѣ, если магнитъ подвергнуть дѣйствію успокоителя, ускореніе, пріобрѣтаемое магнитомъ, уменьшится на величину, возрастающую съ увеличеніемъ угловой скорости движенія магнита (такъ какъ сила токовъ, индуктируемыхъ въ успокоителѣ, должна возрастать прямо пропорціонально увеличенію угловой скорости движенія магнита). Если поэтому величину, на которую уменьшается $\frac{MH}{T}\varphi$, приравнять $2a$ въ случаѣ, когда угловая скорость равна единицѣ, то, при данной угловой скорости, получимъ уравненіе

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = -\frac{MH}{T}\varphi - 2a\frac{d\varphi}{d\tau} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

или, приравнявъ $\frac{MH}{T} = \beta^2$,

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = -\beta^2\varphi - 2a\frac{d\varphi}{d\tau}$$

rspct.

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \beta^2\varphi + 2a\frac{d\varphi}{d\tau} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3)$$

Придавъ послѣднему уравненію видъ

$$z^2 + 2az + \beta^2 = 0$$

мы находимъ, что корни z этого квадратнаго уравненія[1])

$$z = -a \pm \sqrt{a^2 - \beta^2} = -a \pm \rho\sqrt{-1} \ldots\ldots\ldots 4)$$

[1]) Мы слѣдуемъ здѣсь тому рѣшенію, которое дано разсматриваемой проблемѣ Дю-Буа-Реймономъ; но уже здѣсь считаемъ нужнымъ оговорить, что рѣшеніе это есть лишь приближенное, такъ какъ, во-первыхъ, мы вмѣстѣ съ Дю-Буа-Реймономъ замѣнили во второмъ членѣ уравненія

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \beta^2 \sin\varphi + 2a\frac{d\varphi}{d\tau} = 0$$

$\sin\varphi$ чрезъ уголъ φ, а во-вторыхъ, относительно третьяго члена допустили, что вліяніе успокоителя на магнитъ остается независимымъ отъ угла отклоненія послѣдняго. Впослѣдствіи выяснилось, что во многихъ случаяхъ рѣшеніе Дю-Буа-Реймона весьма неудовлетворительно и потому задача была вновь

если положимъ, что

$$(\beta^2 - a^2) < 0$$

напр.

$$\beta^2 - a^2 = \rho^2$$

если, слѣдовательно, положимъ, что $a < \beta$, т. е. что сила, успокоивающая магнитъ, не велика.

Будемъ разсматривать движеніе магнита, возвращающагося къ положенію своего покоя изъ отклоненія на нѣкоторый уголъ; слѣдовательно, время τ будемъ считать съ того момента, когда уголъ отклоненія φ имѣлъ наибольшее значеніе $= \varphi_0$.

Итакъ, въ моментъ $\tau = 0$

$$\varphi = \varphi_0$$

Интегрируя уравненіе (4), получаемъ

$$\varphi = A_1 e^{-a\tau} (\cos \rho\tau + \sqrt{-1} \sin \rho\tau) + \\ + A_2 e^{-a\tau} (\cos \rho\tau - \sqrt{-1} \sin \rho\tau)$$

отсюда, при $\tau = 0$, имѣемъ

$$\varphi = \varphi_0 = A_1 + A_2$$

и, слѣдовательно, постоянная интегрированія

$$A_1 = \varphi_0 - A_2$$
$$A_2 = \varphi_0 - A_1$$

вслѣдствіе чего

$$\varphi = e^{-a\tau} [\varphi_0 \cos \rho\tau + (2 A_1 - \varphi_0) \sqrt{-1} \sin \rho\tau] \dots\dots 5)$$

разсмотрѣна Хвольсономъ («О магнитныхъ успокоителяхъ», СПБ., 1880 и «Ueber die Dämpfung von Schwingungen bei grösseren Amplituden», Mémoires de l'Académie de St. Pétersbourg, XXVI; «Allgemeine Theorie der magnetischen Dämpfer», ibidem XXVIII), выводами коего мы и воспользуемся въ своемъ мѣстѣ, тогда какъ теперь намъ удобнѣе придерживаться упрощеннаго рѣшенія.

Такъ какъ въ моментъ $\tau = 0$ и угловая скорость $\frac{d\varphi}{d\tau} = 0$, слѣдовательно дифференціалъ

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = 0 = -ae^{-a\tau}\left[\varphi_0 \cos\rho\tau + (2A_1 - \varphi_0)\sqrt{-1}\sin\rho\tau\right] +$$
$$+ e^{-a\tau}\left[-\varphi\rho\sin\rho\tau + (2A_1 - \varphi_0)\sqrt{-1}\,\rho\cos\rho\tau\right]$$

то

$$-a\varphi_0 + (2A_1 - \varphi_0)\sqrt{-1}\,\rho = 0$$

откуда

$$\frac{a\varphi_0}{2\rho\sqrt{-1}} + \frac{\varphi_0}{2} = A_1$$

или

$$A_1 = \frac{\varphi_0}{2}\left(\frac{a}{\rho\sqrt{-1}} + 1\right)$$

Подставляя найденное для A_1 значеніе въ формулу (5), получаемъ

$$\varphi = e^{-a\tau}\left[\varphi_0\cos\rho\tau + \left(\frac{\varphi_0 a}{\rho\sqrt{-1}} + \varphi_0 - \varphi_0\right)\sqrt{-1}\sin\rho\tau\right]$$
$$= \varphi_0 e^{-a\tau}\left[\cos\rho\tau + \frac{a}{\rho}\sin\rho\tau\right] \ldots\ldots\ldots\ldots 6)$$

1150. Очевидно, что послѣдовательныхъ максимумовъ уголъ φ достигаетъ въ моменты, когда все выраженіе въ скобкахъ $=1$, т. е. въ моменты $\tau' = \frac{\pi}{\rho}$ или вообще $\tau' = n.\frac{\pi}{\rho}$. Слѣдовательно, *продолжительность одного качанія магнита, при умѣренномъ успокоеніи его,*

$$\tau_0 = \frac{\pi}{\rho} = \frac{\pi}{\sqrt{\beta^2 - a^2}} \ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

Если бы магнитъ качался внѣ вліянія успокоителя, то, согласно уравненію (1), мы имѣли бы

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \beta^2\varphi = 0$$

или

$$z^2 + \beta^2 = 0$$

откуда

$$z = \pm \beta \sqrt{-1}$$

и

$$\varphi' = C \sin \beta\tau$$

откуда *продолжительность качанія магнита безъ успокоителя*

$$\tau_0' = \frac{\pi}{\beta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

Теперь мы можемъ опредѣлить *отношеніе продолжительностей простыхъ качаній одного и того же магнита, неподверженнаго и подверженнаго вліянію успокоителя:*

$$\tau_0' : \tau_0 = \frac{\pi}{\beta} : \frac{\pi}{\rho} = \rho : \beta$$

$$= \sqrt{\beta^2 - a^2} : \beta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

1151. Если, при вліяніи успокоителя, первая амплитуда наступаетъ въ моментъ $= \tau_1$, а вторая въ моментъ $= \tau_1 + \tau_0$, то отношеніе амплитудъ

$$\frac{\varphi_0 e^{-a\tau_1}}{\varphi_0 e^{-a(\tau_1+\tau_0)}} = e^{a(\tau_1+\tau_0) - a\tau_1} = e^{a\tau_0} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

Выраженіе $e^{a\tau_0}$, *представляющее,* какъ видимъ, *величину постоянную для всѣхъ слѣдующихъ другъ за другомъ амплитудъ, называется декрементомъ*[1]) *качаній, а натуральный логариѳмъ* величины $e^{a\tau_0}$ *называется логариѳмическимъ декрементомъ качаній* (натуральнымъ). Этотъ натуральный логариѳмъ

$$\Lambda = a\tau_0$$

$$= \log e^{a\tau_0} \cdot \frac{1}{0{,}43429} = \log e^{a\tau_0} \cdot 2{,}3026 \ldots\ldots\ldots \quad 11)$$

Такъ какъ абсолютныя величины послѣдовательныхъ амплитудъ $\varphi_0 e^{-a\tau_1}$, $\varphi_0 e^{-a(\tau_1+\tau_0)}$ и т. д. опредѣляются всегда прямымъ наблюденіемъ, то и отношеніе этихъ амплитудъ, $= e^{a\tau_0}$, вычи-

---

[1]) Decrementum — убываніе, уменьшеніе, ущербъ.

сляется непосредственно изъ наблюденія. Итакъ, если первая амплитуда $= \mathfrak{b}$, а вторая $= \mathfrak{c}$, то *отношеніе качаній*

$$\frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{c}} = e^{a\tau_0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 12)$$

откуда логариѳмическій декрементъ качаній

$$a\tau_0 = \Lambda = \log\frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{c}} \,.\, 2{,}3026 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 13)$$

или

$$a\tau_0 = \Lambda = (\log\mathfrak{b} - \log\mathfrak{c}) \,.\, 2{,}3026 \ldots\ldots\ldots 14)$$

или, вообще, если опытомъ опредѣлены величины нѣкоторыхъ m-наго и n-наго отклоненій, равныхъ $\mathfrak{d}$, rspct. $\mathfrak{z}$, то логариѳмическій декрементъ

$$\Lambda = \frac{\log\mathfrak{d} - \log\mathfrak{z}}{n - m} \,.\, 2{,}3026 \ldots\ldots\ldots\ldots 15)$$

Амплитуды, о которыхъ здѣсь идетъ рѣчь, представляютъ собою послѣдовательныя отклоненія магнита въ ту и другую сторону отъ положенія покоя, слѣдовательно, для точнаго опредѣленія амплитудъ нужно знать и точное положеніе покоя магнита, rspct. начинать экспериментальное опредѣленіе каждой серіи отклоненій, выждавъ полное прекращеніе движеній магнита. Дабы избѣжать этихъ существенныхъ неудобствъ, можно опредѣлять не величины полу-размаховъ магнита, а величины послѣдовательныхъ полныхъ размаховъ его, т. е. опредѣлять на шкалѣ разстоянія между послѣдовательными полными размахами магнита. Очевидно, что въ обоихъ случаяхъ логариѳмическій декрементъ будетъ одинъ и тотъ же, но вычисленіе по второму способу будетъ точнѣе.

Примѣръ. Пусть отъ нуля шкалы, при зеркальномъ методѣ отсчитыванія отклоненій, магнитъ уклоняется послѣдовательно на +500, —250 и +125 дѣленій, означая отклоненія влѣво знакомъ (+), а вправо знакомъ (—). Тогда, при первомъ способѣ вычисленія, имѣемъ

$$\frac{500}{250} = \frac{250}{125} = 2$$

и логариѳмическій декрементъ качаній

$$\Lambda = \log 2 \,.\, 2{,}3026$$

При второмъ способѣ опредѣленія отношеній качаній имѣемъ для перваго полнаго размаха $500 + 250 = 750$, а для втораго: $250 + 125 = 375$, откуда отношеніе полныхъ качаній

$$\frac{750}{375} = 2$$

$$\Lambda = \log 2 . 2{,}3026$$

Удобство втораго способа заключается въ томъ, что положенія покоя магнита знать не нужно: въ самомъ дѣлѣ, если бы, напр., положенію покоя соотвѣтствовало не 0, а $+20$ дѣленій шкалы, то мы имѣли бы послѣдовательные односторонніе размахи $+520$, -230 и $+145$, откуда полные размахи $= 750$ и 375, а отношеніе ихъ опять таки $= \frac{750}{375} = 2$.

1152. Вычисливъ логариѳмическій декрементъ качаній магнита, мы можемъ, конечно, опредѣлить всѣ величины, вошедшія въ предыдущее вычисленіе.

Такъ находимъ, что

$$\rho = \frac{\pi}{\tau_0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 16)$$

$$a = \frac{\Lambda}{\tau_0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 17)$$

$$\rho^2 = \beta^2 - a^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 18)$$

$$\beta = \sqrt{a^2 + \rho^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 19)$$

Особый практическій интересъ представляетъ рѣшеніе нѣкоторыхъ спеціальныхъ вопросовъ, напр., *опредѣленіе той продолжительности качаній* τ_0', *которую бы магнитъ имѣлъ при отсутствіи вліянія успокоителя.* Такъ какъ (стр. 1113) мы уже опредѣлили, что

$$\tau_0' : \tau_0 = \sqrt{\beta^2 - a^2} : \beta$$

то

$$\tau_0' = \frac{\tau_0 \sqrt{\beta^2 - a^2}}{\beta} = \frac{\tau_0 \rho}{\beta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 19)$$

Подставляя значенія, опредѣленныя выше для ρ и β, находимъ

$$\tau_0' = \frac{\tau_0 \cdot \frac{\pi}{\tau_0}}{\sqrt{\frac{\Lambda^2}{\tau_0^2} + \frac{\pi^2}{\tau_0^2}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\Lambda^2 + \pi^2}{\tau_0^2}}} \ldots\ldots\ldots\ldots 20)$$

или, что все равно[1]),

$$\tau_0' = \frac{\tau_0}{\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{9,8696}}} \ldots\ldots\ldots\ldots 20a)$$

1153. Теперь мы можемъ примѣнить сдѣланныя нами вычисленія къ потребностямъ практики. Прежде всего опредѣлимъ, какое вліяніе оказываетъ магнитный успокоитель на отклоненіе магнита, на который подѣйствовалъ мгновенный токъ, т. е. опредѣлимъ, какимъ образомъ вычисляется сила мгновеннаго тока при дѣйствіи магнитнаго успокоителя, притомъ, какъ было указано на стр. 1111, при не слишкомъ сильномъ успокоеніи.

Если (§ 1147) въ моментъ τ уголъ отклоненія магнита, подверженнаго дѣйствію успокоителя,

$$\varphi = \varphi_0 e^{-a\tau}\left[\cos\rho\tau + \frac{a}{\rho}\sin\rho\tau\right]$$

то $\varphi = 0$ очевидно тогда, когда

$$\cos\rho\tau + \frac{a}{\rho}\sin\rho\tau = 0$$

т. е. въ тотъ моментъ, когда имѣетъ мѣсто послѣднее условіе, магнитъ проходитъ чрезъ свое первоначальное положеніе покоя. Означимъ разсматриваемый моментъ чрезъ ϑ; тогда имѣемъ:

$$\cos\rho\vartheta + \frac{a}{\rho}\sin\rho\vartheta = 0$$

откуда

$$\cos\rho\vartheta = -\frac{a}{\rho}\sin\rho\vartheta$$

---

[1]) Другой выводъ: подставляя въ отношеніе $\tau_0' : \tau_0 = \sqrt{\beta^2 - a^2} : \beta$ значенія β и a имѣемъ

$$\tau_0' : \tau_0 = \sqrt{a^2 + \frac{\pi^2}{\tau_0^2} - a^2} : \sqrt{\frac{\Lambda^2}{\tau_0^2} + \frac{\pi^2}{\tau_0^2}}$$

$$\tau_0' : \tau_0 = \pi : \sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}$$

$$\tau_0' = \frac{\tau_0 \pi}{\sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}}$$

и

$$\frac{a}{\rho} = \frac{\cos \rho \vartheta}{\sin \rho \vartheta}$$

слѣдовательно

$$\sin \rho \vartheta = \cos \rho \vartheta . - \frac{\rho}{a}$$

и

$$\text{tang}\, \rho \vartheta = \frac{\sin \rho \vartheta}{\cos \rho \vartheta} = \frac{\cos \rho \vartheta . - \frac{\rho}{a}}{\cos \rho \vartheta} = - \frac{\rho}{a}$$

Подставимъ найденное для $\frac{a}{\rho}$ значеніе въ уравненіе

$$\varphi = \varphi_0 e^{-a\tau} \left[\cos \rho\tau + \frac{a}{\rho} \sin \rho\tau \right]$$

тогда имѣемъ

$$\varphi = \varphi_0 e^{-a\tau} \left[\cos \rho\tau + \frac{\cos \rho \vartheta}{\sin \rho \vartheta} \sin \rho\tau \right]$$

$$= \varphi_0 e^{-a\tau} \left[\frac{\sin (\rho\tau - \rho\vartheta)}{\sin \rho \vartheta} \right]$$

$$= \frac{\varphi_0 e^{-a\tau}}{\sin \rho \vartheta} . \sin \rho\, (\tau - \vartheta) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 21)$$

Опредѣлимъ отсюда прежде всего значеніе $\sin \rho \vartheta$. Выше мы имѣли

$$\frac{\sin \rho \vartheta}{\cos \rho \vartheta} = - \frac{\rho}{a}$$

откуда

$$a . \sin \rho \vartheta = - \rho . \cos \rho \vartheta$$

$$a^2 . \sin^2 \rho \vartheta = \rho^2 . \cos^2 \rho \vartheta$$

или

$$a^2 . \sin^2 \rho \vartheta = \rho^2 - \rho^2 . \sin^2 \rho \vartheta$$

откуда

$$(a^2 + \rho^2) \sin^2 \rho \vartheta = \rho^2$$

и слѣдовательно

$$\sin \rho \vartheta = \frac{\rho}{\sqrt{a^2 + \rho^2}}$$

Подставляя теперь найденное для $\sin \rho \vartheta$ значеніе въ формулу (21) имѣемъ

$$\varphi = \frac{\varphi_0 e^{-a\tau} . \sin \rho\, (\tau - \vartheta)}{\rho} . \sqrt{a^2 + \rho^2}$$

Но выше (формулы 16 и 17) мы имѣли

$$a = \frac{\Lambda}{\tau_0}$$

$$\rho = \frac{\pi}{\tau_0}$$

слѣдовательно (сравн. еще 19)

$$\sqrt{a^2 + \rho^2} = \sqrt{\frac{\Lambda^2}{\tau_0^2} + \frac{\pi^2}{\tau_0^2}} = \frac{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}}{\tau_0} = \beta$$

Такимъ образомъ мы можемъ написать

$$\varphi = \varphi_0 e^{-a\tau} . \frac{\beta}{\rho} . \sin \rho (\tau - \vartheta)$$

Выше мы означили продолжительность простого качанія магнита, подверженнаго умѣренному дѣйствію успокоителя, чрезъ τ_0 и продолжительность качанія того же магнита, не подверженнаго успокоенію, чрезъ τ_0', и нашли (форм. 9), что

$$\tau_0' : \tau_0 = \rho : \beta$$

откуда

$$\frac{\beta}{\rho} = \frac{\tau_0}{\tau_0'}$$

и такимъ образомъ

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} . \sin \frac{\pi}{\tau_0} (\tau - \vartheta) \qquad \text{..........22)}$$

Отсюда мы находимъ, что при отклоненіи магнита изъ положенія покоя до конечнаго угла φ_0, конечная угловая скорость движенія

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = 0 = \varphi_0 e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} \left[-\frac{\Lambda}{\tau_0} \sin \frac{\pi}{\tau_0} (\tau - \vartheta) + \right.$$
$$\left. + \frac{\pi}{\tau_0} \cos \frac{\pi}{\tau_0} (\tau - \vartheta) \right] \qquad \text{..23)}$$

откуда

$$\varphi_0 \frac{\Lambda}{\tau_0} \sin \frac{\pi}{\tau_0} (\tau - \vartheta) = \varphi_0 \frac{\pi}{\tau_0} \cos \frac{\pi}{\tau_0} (\tau - \vartheta)$$

и тогда

$$\operatorname{tang} \frac{\pi}{\tau_0} (\tau - \vartheta) = \frac{\pi}{\Lambda} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 24)$$

Такъ какъ для угла отклоненія выше мы имѣли выраженіе

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} \cdot \sin \frac{\pi}{\tau_0} (\tau - \vartheta)$$

то, если будемъ считать время *съ момента начинающагося отклоненія магнита*, когда $\vartheta = 0$,

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} \cdot \sin \pi \frac{\tau}{\tau_0} \ldots\ldots\ldots\ldots 25)$$

Изъ уравненія (23) находимъ, что угловая скорость движенія магнита въ моментъ $\tau = 0$ есть

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = v = \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \cdot \frac{\pi}{\tau_0} = \varphi_0 \frac{\pi}{\tau_0'}$$

откуда

$$\varphi_0 = v \frac{\tau_0'}{\pi}$$

слѣдовательно (25)

$$\varphi = v \frac{\tau_0'}{\pi} e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} \sin \pi \frac{\tau}{\tau_0} \ldots\ldots\ldots\ldots 26)$$

Для конечнаго момента отклоненія магнита $v = 0$ и, какъ мы имѣли выше (полагая $\vartheta = 0$),

$$\operatorname{tang} \frac{\pi}{\tau_0} \tau = \frac{\pi}{\Lambda}$$

слѣдовательно

$$\tau = \frac{\tau_0}{\pi} \operatorname{arc.\,tang.} \frac{\pi}{\Lambda} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 27)$$

т. е.

$$\frac{\pi}{\tau_0} \tau = \operatorname{arc.\,tang.} \frac{\pi}{\Lambda}$$

слѣдовательно

$$\sin \frac{\pi}{\tau_0} \tau = \sin\left(\operatorname{arc.\,tang.} \frac{\pi}{\Lambda}\right)$$

Такъ какъ далѣе

$$\frac{\sin\frac{\pi}{\tau_0}\tau}{\cos\frac{\pi}{\tau_0}\tau} = \text{tang}\frac{\pi}{\tau_0}\tau = \frac{\pi}{\Lambda}$$

то

$$\Lambda \sin\frac{\pi}{\tau_0}\tau = \pi \cos\frac{\pi}{\tau_0}\tau$$

$$\Lambda^2 \sin^2\frac{\pi}{\tau_0}\tau = \pi^2 \cos^2\frac{\pi}{\tau_0}\tau$$

$$\Lambda^2 \sin^2\frac{\pi}{\tau_0}\tau = \pi^2 - \pi^2 \sin^2\frac{\pi}{\tau_0}\tau$$

и

$$(\Lambda^2 + \pi^2)\sin^2\frac{\pi}{\tau_0}\tau = \pi^2$$

откуда

$$\sin\frac{\pi}{\tau_0}\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2+\pi^2}} = \sin\left(\text{arc. tang.}\frac{\pi}{\Lambda}\right) \ldots\ldots\ldots 28)$$

Но въ своемъ мѣстѣ мы нашли (см. уравненіе 9)

$$\frac{\tau_0'}{\tau} = \frac{\rho}{\beta} = \frac{\pi}{\tau_0} : \frac{\sqrt{\Lambda^2+\pi^2}}{\tau_0}$$

$$\frac{\tau_0'}{\tau} = \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2+\pi^2}}$$

слѣдовательно

$$\sin\frac{\pi}{\tau_0}\tau = \frac{\tau_0'}{\tau_0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 29)$$

Если мы теперь въ уравненіи (26) замѣнимъ $\sin\frac{\pi}{\tau_0}\tau$ только что найденнымъ для него значеніемъ и далѣе въ показателѣ замѣнимъ время τ значеніемъ, выведеннымъ въ формулѣ (27), то для угла отклоненія магнита получимъ выраженіе

$$\varphi = \upsilon\frac{\tau_0'}{\pi} e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\cdot\frac{\tau_0}{\pi}\text{arc. tang.}\frac{\pi}{\Lambda}} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} \cdot \frac{\tau_0'}{\tau_0}$$

$$= \upsilon\frac{\tau_0'}{\pi} e^{-\frac{\Lambda}{\pi}\text{arc. tang.}\frac{\pi}{\Lambda}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 30)$$

откуда наибольшая скорость движенія магнита

$$v = \varphi \frac{\pi}{\tau_0'} e^{\frac{\Lambda}{\pi} \operatorname{arc.tang.} \frac{\pi}{\Lambda}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 31)$$

Въ § 801 мы видѣли, что наибольшая скорость движенія *не упокоиваемаго* магнита пропорціональна удвоенному синусу половины угла его отклоненія изъ положенія покоя; это даетъ намъ возможность опредѣлить теперь силу мгновеннаго тока Q и въ томъ случаѣ, если токъ этотъ отклонилъ на уголъ φ магнитъ подверженный дѣйствію успокоителя. Въ самомъ дѣлѣ, замѣняя въ выраженіи (см. стр. 659)

$$Q = 10c \sqrt{\frac{T}{MH(1+\theta)}}\, 2 \sin\frac{\varphi}{2} \textit{ кулонамъ}$$

величину $2\sin\frac{\varphi}{2}$ опредѣленнымъ въ формулѣ 31) выраженіемъ для скорости движенія магнита, находимъ, что *сила мгновеннаго тока*

$$Q = 10c \sqrt{\frac{T}{MH(1+\theta)}}\, \varphi \frac{\pi}{\tau_0'} e^{\frac{\Lambda}{\pi} \operatorname{arc.tang.} \frac{\pi}{\Lambda}} \textit{ кулонамъ}, \ldots 32)$$

гдѣ

c — постоянная гальванометра $= \frac{rH}{2\pi n}$ (см. § 764)
T — моментъ инерціи магнита,
M — магнитный моментъ магнита,
H — напряженіе горизонтальной составляющей въ мѣстѣ наблюденія въ данный моментъ,
θ — отношеніе крученія нити (см. § 725),
φ — наблюдаемый уголъ отклоненія магнита,
Λ — логариѳмическій декрементъ качаній (§ 1149),
e — основаніе неперовыхъ логариѳмовъ ($= 2{,}71828$)
τ_0' — продолжительность одного простаго качанія даннаго магнита гальванометра въ мѣстѣ нахожденія его при

отсутствіи вліянія успокоителя. Какъ мы видѣли (стр. 1116)

$$\tau_0' = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{9{,}8696}}}$$

гдѣ τ_0 — продолжительность одного простаго качанія того же магнита въ мѣстѣ наблюденія при дѣйствіи успокоителя, т. е. при условіи разсматриваемаго опыта.

1154. При численныхъ рѣшеніяхъ формулы, выведенной для величинъ Q, должно принять въ соображеніе, что arc. tang. $\frac{\pi}{\Lambda}$ есть длина дуги, тангенсъ которой $= \frac{\pi}{\Lambda}$; поэтому, зная численное значеніе $\frac{\pi}{\Lambda}$, мы находимъ въ таблицѣ тангенсовъ тотъ уголъ x, тангенсъ коего $= \frac{\pi}{\Lambda}$, и тогда

$$\text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi . x}{360}$$

Въ нѣкоторыхъ таблицахъ логариѳмовъ даны, впрочемъ, прямо длины дугъ, соотвѣтствующихъ градусамъ, минутамъ и секундамъ (напр. въ пятизначныхъ таблицахъ логариѳмовъ Пржевальскаго, Москва 1889, стр. 156—157).

Примѣръ: $\Lambda = 3{,}21555$; чему равно выраженіе arc. tang. $\frac{\pi}{\Lambda}$?

$$\frac{\pi}{\Lambda} = \frac{3{,}1416}{3{,}21555} = 0{,}977 = \text{tang}.x$$

отсюда въ тригонометрическихъ таблицахъ находимъ

$$x = 44^\circ\, 20'$$

а такъ какъ

$$20' = \frac{20}{60} = 0{,}3333\ldots^\circ,$$

то

$$x = 44{,}3333\ldots^\circ$$

и

$$\text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{2 . 3{,}1416\ 44{,}3333}{360} = 0{,}77376386$$

Точно также находимъ и по таблицамъ Пржевальскаго

длина дуги, соотвѣтствующей	44°	= 0,767945
» » »	20′	= 0,005818
и » » »	44° 20′	= 0,773763

Можно также съ удобствомъ пользоваться слѣдующею таблицею (сравн. стр. 1113—1116):

$\log \frac{b}{c}$	$\Lambda = \log \frac{b}{c} . 2,3026$	$\sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}}$	$e^{\frac{\Lambda}{\pi} \text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}}$
0,00	0,0000	1,0000	1,0000
0,01	0,0230	1,0000	1,0115
0,02	0,0461	1,0001	1,0231
0,03	0,0691	1,0002	1,0347
0,04	0,0921	1,0004	1,0463
0,05	0,1151	1,0007	1,0578
0,06	0,1382	1,0010	1,0694
0,07	0,1612	1,0013	1,0811
0,08	0,1842	1,0017	1,0927
0,09	0,2072	1,0022	1,1044
0,10	0,2303	1,0027	1,1160
0,11	0,2533	1,0032	1,1277
0,12	0,2763	1,0039	1,1393
0,13	0,2993	1,0045	1,1510
0,14	0,3224	1,0052	1,1626
0,15	0,3454	1,0060	1,1743
0,16	0,3684	1,0069	1,1859
0,17	0,3914	1,0077	1,1975
0,18	0,4145	1,0087	1,2091
0,19	0,4375	1,0097	1,2208
0,20	0,4605	1,0107	1,2324
0,21	0,4835	1,0118	1,2440
0,22	0,5066	1,0130	1,2555
0,23	0,5296	1,0142	1,2670
0,24	0,5526	1,0155	1,2785
0,25	0,5756	1,0167	1,2900
0,26	0,5987	1,0180	1,3014
0,27	0,6217	1,0194	1,3128
0,28	0,6447	1,0208	1,3242
0,29	0,6677	1,0223	1,3356
0,30	0,6908	1,0239	1,3469
0,31	0,7138	1,0255	1,3582
0,32	0,7368	1,0271	1,3694
0,33	0,7599	1,0288	1,3806
0,34	0,7829	1,0306	1,3918
0,35	0,8059	1,0324	1,4029
0,36	0,8289	1,0342	1,4140
0,37	0,8520	1,0361	1,4250
0,38	0,8750	1,0381	1,4360
0,39	0,8980	1,0401	1,4469
0,40	0,9210	1,0421	1,4578
0,41	0,9441	1,0442	1,4686
0,42	0,9671	1,0463	1,4794
0,43	0,9901	1,0485	1,4901
0,44	1,0131	1,0507	1,5008
0,46	1,0592	1,0553	1,5219
0,48	1,1052	1,0601	1,5428

1155. Какъ уже было сказано выше (§ 1152), arc. tang. $\frac{\pi}{\Lambda}$ есть длина дуги, тангенсъ которой $= \frac{\pi}{\Lambda}$, такъ что, зная численное значеніе $\frac{\pi}{\Lambda}$, мы находимъ тотъ уголъ x, тангенсъ коего $= \frac{\pi}{\Lambda}$.

Если величина Λ *очень мала,* то $\frac{\pi}{\Lambda}$ приближается къ безконечности и, слѣдовательно, уголъ x можно принять близкимъ къ 90°; отсюда въ разсматриваемомъ случаѣ

$$\text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi.90}{360} = \frac{\pi}{2}$$

и тогда все выраженіе

$$\frac{\Lambda}{\pi} \text{ arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{\Lambda}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\Lambda}{2}$$

и

$$e^{\frac{\Lambda}{\pi} \text{ arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}} = e^{\frac{\Lambda}{2}}$$

или, разложивъ послѣднее выраженіе въ строку,

$$e^{\frac{\Lambda}{\pi} \text{ arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}} = \left(1 + \frac{1}{2}\Lambda\right) \ldots\ldots\ldots\ldots 33)$$

такъ что *при очень маломъ логариѳмическомъ декрементѣ сила мгновеннаго тока*

$$Q = 10c\sqrt{\frac{T}{MH(1+\theta)}}\,\varphi\frac{\pi}{\tau_0'}\left(1 + \frac{1}{2}\Lambda\right) \textit{ кулонамъ} \ldots 34)$$

1156. Не лишнимъ считаемъ замѣтить, что подобно токамъ, индуктируемымъ въ массѣ успокоителя или въ мультипликаторѣ (§ 1148), на магнитную стрѣлку гальванометра дѣйствуетъ и сопротивленіе воздуха. Поэтому и при отсутствіи успокоителя всегда замѣчается послѣдовательное уменьшеніе амплитудъ качаній магнита (§ 1159). Въ качествѣ сильнаго успокоителя дѣйствуетъ на магнитъ гальванометра та желѣзная броня, которою мы окружаемъ инструментъ съ цѣлью предохранить его отъ внѣшнихъ магнитныхъ вліяній (§ 729). Еще сильнѣе дѣйствуетъ

комбинація желѣзной брони съ направляющими магнитами, въ ней размѣщенными.

1157. Весьма не трудно вывести тѣ условія, которымъ долженъ удовлетворять магнитъ и дѣйствующій на него успокоитель для того, чтобы успокоеніе было наивозможно сильно. Въ самомъ дѣлѣ, очевидно, что магнитъ, моментъ инерціи коего малъ, будетъ легче слѣдовать дѣйствію успокоивающей силы, нежели магнитъ, представляющій значительный моментъ инерціи. Далѣе, сила успокоенія, другими словами, сила индуктируемыхъ въ массѣ успокоителя токовъ, будетъ возрастать вмѣстѣ съ магнитнымъ моментомъ магнита данныхъ размѣровъ и формы, т. е. вмѣстѣ со степенью намагниченія магнита и, далѣе, вмѣстѣ съ увеличеніемъ массы успокоителя, rspct. съ увеличеніемъ электропроводимости матеріала, изъ коего успокоитель изготовленъ (вслѣдствіе чего магнитные успокоители и изготовляютъ изъ красной мѣди); наконецъ, понятно само собою, что сила успокоенія всего значительнѣе въ томъ случаѣ, когда масса успокоителя возможно узко охватываетъ магнитъ. Поэтому наиболѣе практично, съ цѣлью сильнаго успокоенія, придавать магниту ту форму колокола, которая описана на стр. 519 и изображена на рис. 114, такъ какъ небольшой колоколообразный магнитъ обладаетъ незначительнымъ моментомъ инерціи, можетъ быть весьма сильно намагниченъ и, будучи подвѣшенъ на шелковинкѣ, удобно вращается въ тѣсно его охватывающемъ вертикальномъ каналѣ, просверленномъ въ шарообразной или цилиндрической массѣ мѣднаго успокоителя (см. рис. 273)[1]).

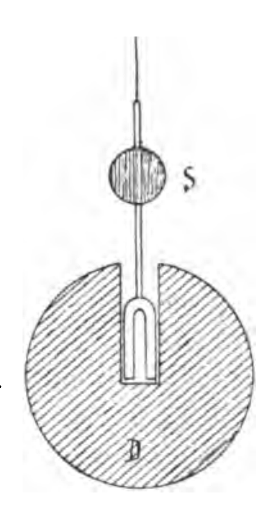


Рис. 273.

---

[1]) Металлическій стержень, прикрѣпленный къ магниту, можетъ быть снабженъ или зеркаломъ (какъ на нашемъ рисункѣ), или указательною стрѣлкою.

1158. При такихъ условіяхъ легко достигнуть столь сильнаго успокоенія, при которомъ магнитъ, будучи выведенъ дѣйствіемъ тока изъ положенія покоя, прямо отклоняется на уголъ, соотвѣтствующій силѣ тока, и затѣмъ, вслѣдъ за прекращеніемъ дѣйствія тока, прямо возвращается въ свое положеніе покоя, не совершая никакихъ качаній. Такое движеніе магнита называется *аперіодическимъ* и гальванометръ, снабженный соотвѣтствующимъ магнитомъ и успокоителемъ, — *аперіодическимъ гальванометромъ*.

Нѣтъ никакого интереса разсматривать теорію аперіодическаго движенія магнита, такъ какъ къ измѣренію мгновеннаго тока не выгодно примѣнять аперіодическій гальванометръ вслѣдствіе того, что уголъ отклоненія магнита, обусловленный вліяніемъ мгновеннаго тока данной силы, уменьшается съ увеличеніемъ силы, успокоивающей магнитъ (сравн. уравненіе 30). Поэтому аперіодическій гальванометръ удобенъ лишь для измѣренія тока установившейся или *медленно* измѣняющейся силы, или же, вообще, для констатированія присутствія и отсутствія тока въ цѣпи (напр. при измѣреніи сопротивленій «мостикомъ» Уитстона). Во всѣхъ этихъ случаяхъ *теорія* аперіодическаго движенія магнита практическаго интереса не представляетъ.

Должно еще имѣть въ виду, что объемистые успокоители вообще уменьшаютъ чувствительность гальванометра, такъ какъ не дозволяютъ достаточно приблизить къ магниту внутреннія части обмотки въ мультипликаторахъ.

1159. И здѣсь не лишнимъ будетъ замѣтить, что, при цѣлесообразномъ расположеніи подвижныхъ частей прибора, уже однимъ сопротивленіемъ воздуха возможно достигнуть аперіодическаго движенія магнита. Для этого къ самому магниту или къ стержню, на которомъ онъ насаженъ, прикрѣпляютъ слюдяныя крылышки и заставляютъ магнитъ вращаться въ узко его охватывающей капсулѣ. Съ этою же цѣлью удобно уменьшать по возможности размѣры капсулы, охватывающей зеркальце магнита.

1160. Если внезапно замкнуть цѣпь, въ коей дѣйствуетъ нѣ-

которая постоянная электровозбудительная сила, и оставить цѣпь замкнутой, то, лишь въ случаѣ апеਰіодическаго движенія, магнитъ гальванометра сразу и стаціонарно отклонится на тотъ уголъ, который соотвѣтствуетъ данной силѣ протекающаго въ цѣпи тока. Если же успокоеніе магнита менѣе сильно, то онъ, отклонившись при первомъ размахѣ на уголъ, превосходящій стаціонарное отклоненіе, совершаетъ качанія около послѣдняго, причемъ амплитуды качаній убываютъ соотвѣтственно данному декременту ихъ. Мы сейчасъ увидимъ, что *изъ величины одного перваго размаха магнита легко вычислить стаціонарное отклоненіе его и опредѣлить такимъ образомъ силу протекающаго въ цѣпи тока.*

Пусть α составляетъ стаціонарный уголъ отклоненія магнита подъ вліяніемъ тока данной силы; тогда магнитъ, совершающій еще свои качанія, найдемъ (см. уравненіи 22) въ моментъ τ отклоненнымъ на уголъ

$$\varphi = \alpha + \varphi_0 e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} \sin \frac{\pi}{\tau_0}(\tau - \vartheta) \dots\dots\dots 35)$$

При началѣ движенія магнита, т. е. въ моментъ $\tau = o$, угловая скорость движенія $\frac{d\varphi}{d\tau} = o$ и тогда (сравн. уравненіе 24)

$$\operatorname{tang} \frac{\pi}{\tau_0}(\tau - \vartheta) = \frac{\pi}{\Lambda}$$

откуда

$$\tau - \vartheta = \frac{\tau_0}{\pi} \operatorname{arc.\,tang.} \frac{\pi}{\Lambda}$$

rspct. (такъ какъ $\tau = o$)

$$- \vartheta = \frac{\tau_0}{\pi} \operatorname{arc.\,tang.} \frac{\pi}{\Lambda}$$

Подставляя это значеніе для ϑ въ уравненіе 35), имѣемъ

$$\varphi = \alpha + \varphi_0 e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_0'} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_0}\tau + \operatorname{arc.\,tang.} \frac{\pi}{\Lambda}\right) \dots . 36)$$

или, такъ какъ $\tau = o$ (начало движенія, при которомъ, конечно, $\varphi = o$)

$$\varphi = 0 = \alpha + \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \sin\left(\text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}\right)$$

откуда

$$\alpha = \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \sin\left(\text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}\right)$$

или (сравн. формулу 28)

$$\alpha = \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 37)$$

Подставляя теперь найденное для α значеніе въ формулу 36), находимъ

$$\varphi = \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}} + \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} e^{-\frac{\Lambda}{\tau_0}\tau} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau_0} \tau + \text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}\right)$$

Очевидно, что максимума отклоненія $\left(= \varphi_{\max}\right)$ магнитъ достигнетъ въ тотъ моментъ, когда $\tau = \tau_0$, вслѣдствіе чего

$$\varphi_{\max} = \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}} + \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} e^{-\Lambda} \sin\left(\pi + \text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}\right)$$

или, такъ какъ $\sin \pi = 0$, а $\sin\left(\text{arc. tang.} \frac{\pi}{\Lambda}\right) = \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}}$, то

$$\varphi_{\max} = \varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}} \left(1 + e^{-\Lambda}\right)$$

Но выше мы имѣли (см. уравненіе 37)

$$\varphi_0 \frac{\tau_0}{\tau_0'} \frac{\pi}{\sqrt{\Lambda^2 + \pi^2}} = \alpha$$

слѣдовательно

$$\varphi_{\max} = \alpha \left(1 + e^{-\Lambda}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 38)$$

откуда, *тотъ уголъ α, на который магнитъ отклонится стаціонарно подъ вліяніемъ тока данной силы, опредѣляется выраженіемъ*

$$\alpha = \frac{\varphi_{\max}}{1 + e^{-\Lambda}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 39)$$

гдѣ, какъ мы видѣли, φ_{max} есть тотъ уголъ, на который магнитъ отклоняется подъ вліяніемъ тока при первомъ своемъ размахѣ. Такъ какъ величина $e^{-\Lambda}$ есть разъ навсегда опредѣляемая постоянная, обусловливаемая величиною логариѳмическаго декремента качаній (Λ), то на практикѣ вычисленіе силы тока изъ перваго размаха слабо успокаиваемаго магнита затрудненій не представляетъ. Къ тому же, если Λ мало, то, вмѣсто вычисленія величины $e^{-\Lambda}$, мы можемъ ограничиться первыми членами ряда, получаемаго при разложеніи $e^{-\Lambda}$ въ строку

$$e^{-\Lambda} = 1 - \Lambda + \frac{\Lambda^2}{2} \ldots$$

откуда

$$\alpha = \frac{\varphi_{max}}{1 + e^{-\Lambda}} = \frac{\varphi_{max}}{2 - \Lambda + \frac{\Lambda^2}{2}}$$

или, по произведеніи дѣленія,

$$\alpha = \frac{1}{2}\varphi_{max} + \frac{1}{4}\Lambda\varphi_{max}$$

$$= \varphi_{max}(0,5 + 0,25\,\Lambda) \ldots\ldots\ldots\ldots 40)$$

гдѣ, опять таки $(0,5 + 0,25\ \Lambda)$ есть разъ навсегда опредѣляемая постоянная.

Изъ уравненія 40) мы, между прочимъ, видимъ, что въ случаѣ, если бы $\Lambda = 0$

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\varphi_{max}$$

т. е. при полномъ отсутствіи успокоенія первый размахъ магнита превосходилъ бы ровно вдвое стаціонарное его отклоненіе. На практикѣ *полнаго* отсутствія успокоенія никогда не бываетъ, ибо въ крайнемъ случаѣ все же остается вліяніе сопротивленія воздуха на качанія магнита.

Найдя, что

$$\frac{\varphi_{max}}{1 + e^{-\Lambda}} = \alpha$$

или

$$\varphi_{max}(0,5 + 0,25\,\Lambda) = \alpha$$

мы уже безъ затрудненій опредѣляемъ, что искомая сила тока

$$I = c.\mathrm{tg}\,\alpha$$

или

$$I = c'.\alpha$$

и т. п.

1161. Вмѣсто того, чтобы вычислять силу тока по первому отклоненію магнита гальванометра, можно въ нѣкоторыхъ случаяхъ вычислить ее проще, опредѣливъ стаціонарное отклоненіе α магнита изъ трехъ послѣдовательныхъ амплитудъ качаній его.

Въ самомъ дѣлѣ, *если успокоеніе очень слабо,* т. е. амплитуды X_1, X_2 и X_3 направленныхъ въ противоположныя стороны качаній магнита убываютъ очень медленно, *то уголъ α стаціонарнаго отклоненія* можно принять равнымъ ариѳметическому среднему изъ среднихъ положеній $\frac{X_1 + X_2}{2}$ и $\frac{X_2 + X_3}{2}$:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2}(X_1 + X_2) + \frac{1}{2}(X_2 + X_3)}{2}$$

$$\alpha = \frac{X_1 + 2\,X_2 + X_3}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 41)$$

Само собою понятно, что въ теченіе опредѣленій амплитудъ X_1, X_2 и X_3 не должны измѣняться ни сила тока, ни элементы земнаго магнетизма.

LXVI. Электрическій разрядъ въ діэлектрикахъ.

1162. Явленіе соединенія зарядовъ двухъ разноименно наэлектризованныхъ тѣлъ чрезъ раздѣляющій воздушный слой, или чрезъ слой другого непроводника, resp. плохого проводника, *въ формѣ искры*—или въ формѣ такъ называемаго *тихаго разряда,* не представляетъ большаго интереса для физіолога и по-

тому мы можемъ ограничиться здѣсь краткимъ обзоромъ наиболѣе важныхъ деталей этихъ явленій, служившихъ длинному ряду новѣйшихъ ученыхъ предметомъ обстоятельныхъ изслѣдованій. Явленій электрическаго разряда въ разрѣженныхъ газахъ мы совершенно не будемъ касаться.

Мы знаемъ (см. гл. III), что если къ наэлектризованному тѣлу *A* приблизить другое наэлектризованное изолированное тѣло *B*, то на послѣднемъ, чрезъ индукцію, происходитъ раздѣленіе нейтральнаго электричества на положительное и отрицательное. Если тѣло *A* заряжено положительнымъ электричествомъ, то отрицательный зарядъ индуктированнаго электричества на тѣлѣ *B* образуется на той сторонѣ послѣдняго, которая наиболѣе приближена къ тѣлу *A*, и въ то же время наибольшая масса заряда на *A* перемѣщается на ту сторону этого тѣла, которая обращена къ *B*. Обращенные другъ къ другу заряды на *A* и *B* стремятся, какъ мы знаемъ, къ взаимному соединенію, и стремленіе это тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше густота слоевъ обоихъ зарядовъ и, слѣдовательно, чѣмъ значительнѣе напряженіе электричествъ на обращенныхъ другъ къ другу поверхностяхъ обоихъ тѣлъ. Если тѣло *A* было достаточно сильно заряжено, то, при продолжающемся приближеніи къ нему тѣла *B*, напряженіе разноименныхъ электричествъ на обращенныхъ другъ къ другу поверхностяхъ обоихъ тѣлъ возрастаетъ, наконецъ, до столь высокой степени, что происходитъ соединеніе большей или меньшей части разноименныхъ зарядовъ чрезъ раздѣляющій ихъ слой воздуха въ формѣ свѣтящейся кисти или искры. Итакъ, въ формѣ кисти или искры происходитъ чрезъ слой воздуха нейтрализація части индуктирующаго заряда на счетъ индуктированнаго имъ заряда перваго рода. Вслѣдствіе этого оказывается, что въ нашемъ примѣрѣ тѣло *B*, вслѣдъ за искровымъ разрядомъ, потеряло индуктированный зарядъ (—) и на немъ остался только индуктированный зарядъ (+). Поэтому говорятъ, что *наэлектризованное тѣло A отчасти разрядилось, зарядивъ при посредствѣ искры ненаэлектризованное изолированное тѣло B зарядомъ одноимен-*

наго электричества; но мы видимъ, что заряженіе ненаэлектризованнаго тѣла B происходитъ не путемъ переноса въ искрѣ электричества съ наэлектризованнаго тѣла A, а совершенно инымъ способомъ.

1163. Дѣло будетъ происходить нѣсколько иначе, если индуктируемое тѣло B не изолировано, а, напротивъ, во все время только что описаннаго процесса находится въ соединеніи съ землею. Такъ какъ въ этомъ случаѣ электричество втораго рода [въ нашемъ случаѣ (+)], по мѣрѣ возникновенія своего, тотчасъ уходитъ въ землю, то, вслѣдъ за нейтрализаціей въ искрѣ индуктированнаго электричества перваго рода (—), тѣло B оказывается въ незаряженномъ состояніи. Слѣдовательно, теперь мы можемъ сказать, что *наэлектризованное тѣло A было разряжено, при посредствѣ искры, приближеннымъ къ нему проводникомъ B, отведеннымъ въ землю, причемъ самый проводникъ остался незаряженнымъ.* Но и здѣсь, какъ мы видимъ, имѣлъ мѣсто не простой переносъ заряда (+) съ A на B и отсюда въ землю, а явленіе болѣе сложное.

1164. Опытъ показываетъ, что, помимо разряда въ формѣ свѣтящейся кисти или искры, изолированное наэлектризованное тѣло теряетъ свой зарядъ еще и путемъ *«разсѣиванія электричества въ воздухѣ»*. Мы сначала разсмотримъ подробнѣе эту послѣднюю форму разряда.

Такъ называемое *разсѣиваніе* есть явленіе, опять таки основанное на соединеніи электричества заряженнаго тѣла съ индуктированнымъ электричествомъ перваго рода на окружающихъ тѣлахъ. Такими окружающими тѣлами являются различныя матеріальныя частицы, носящіяся въ воздухѣ (пыль, сгущенные пары) или случайно отдѣляющіяся отъ поверхности тѣлъ, окружающихъ наэлектризованный проводникъ (отъ стѣнъ, пола, потолка комнаты и т. п.). Всѣ эти частицы притягиваются заряженнымъ тѣломъ, вслѣдствіе стремленія индуктированнаго на нихъ электричества 1-го рода соединиться съ электричествомъ заряженнаго тѣла; коснувшись тѣла, частицы нейтрализуютъ часть нахо-

дящагося на тѣлѣ заряда и затѣмъ тотчасъ же отталкиваются, унося съ собою зарядъ электричества, одноименный съ зарядомъ наэлектризованнаго тѣла. Это явленіе продолжается до тѣхъ поръ, пока заряженное тѣло не потеряетъ весь свой зарядъ. Въ *воздухѣ, совершенно свободномъ отъ пыли и сгущенныхъ паровъ, разрядъ чрезъ разсѣиваніе не имѣетъ мѣста*, такъ что въ этомъ случаѣ тѣло теряетъ свой зарядъ исключительно вслѣдствіе несовершенства поддерживающаго его изолятора.

Опытъ показываетъ, что разрядъ чрезъ разсѣиваніе, называемый также *тихимъ разрядомъ*, протекаетъ тѣмъ быстрѣе,

1) чѣмъ значительнѣе напряженіе электричества на поверхности заряженнаго тѣла;

2) чѣмъ ближе отъ него отстоятъ поверхности окружающихъ соединенныхъ съ землею тѣлъ (въ томъ числѣ поверхности стѣнъ, потолка и пола комнаты); при этомъ скорость, съ которою утрачивается зарядъ, почти обратно пропорціональна разстоянію поверхности заряженнаго тѣла отъ поверхности окружающихъ, сообщенныхъ съ землею проводниковъ;

3) чѣмъ болѣе воздухъ содержитъ пыли или сгущеннаго пара;

4) чѣмъ выше, ceteris paribus, температура воздуха. Такъ напр., опытъ показываетъ слѣдующее отношеніе скорости потери заряда къ температурѣ воздуха:

при	0° C.	нѣкоторый зарядъ теряется въ	28 минутъ
»	13,5° C.	тотъ же » » »	25 »
»	22° C.	» » » » »	18 »

5) чѣмъ угловатѣе поверхность наэлектризованнаго тѣла или чѣмъ больше она имѣетъ остроконечій, ибо напряженіе заряда наиболѣе значительно на всякихъ выпуклостяхъ, ребрахъ и остроконечіяхъ;

6) далѣе, разсѣиваніе тѣмъ значительнѣе, чѣмъ меньше давленіе воздуха. Это послѣднее правило вѣрно для давленій отъ 760 до 5 mm. ртутнаго столба; при давленіяхъ же ниже 5 mm.

разсѣиваніе уменьшается, а въ абсолютной пустотѣ совершенно прекращается.

1165. Съ уменьшеніемъ нормальнаго давленія атмосферы, помимо разсмотрѣннаго здѣсь процесса разряда чрезъ разсѣиваніе, обнаруживается и выступаетъ на первый планъ разрядъ чрезъ посредство самихъ частицъ воздуха, сопровождаемый рѣзкими *свѣтовыми явленіями.* Для этого вида разряда необходимо, впрочемъ, весьма значительное напряженіе электрическихъ слоевъ. Если мы будемъ какимъ либо способомъ увеличивать напряженіе электрическаго слоя на поверхности заряженнаго или индуктированнаго проводника, то *свѣтовой разрядъ* обнаружится и при нормальномъ атмосферическомъ давленіи, хотя въ послѣднемъ случаѣ будетъ имѣть видъ, различный отъ свѣтоваго разряда въ разрѣженномъ пространствѣ. Увеличить напряженіе всего электрическаго слоя, или той части его, которая уже сама по себѣ имѣетъ наибольшее напряженіе, мы можемъ тремя способами: 1) сообщая заряженному тѣлу большій зарядъ (увеличивая потенціалъ заряда); 2) придавъ угловатую или остроконечную форму той части поверхности тѣла, въ коей и до того имѣлось наибольшее напряженіе электрическаго слоя; 3) противопоставивъ только что указанной части поверхности заряженнаго тѣла металлическое остроконечіе, сообщенное съ землею, или другой, угловатый, неизолированный проводникъ (напр., приблизивъ къ тѣлу пальцы руки). Во всѣхъ этихъ случаяхъ, мы замѣтимъ, наблюдая въ темнотѣ, лучи слабаго свѣта, исходящіе изъ наэлектризованнаго проводника или изъ противопоставленныхъ ему соединенныхъ съ землею остроконечій (напр., изъ пальцевъ руки). При этомъ на самихъ поверхностяхъ тѣлъ замѣчаются особенно ярко свѣтящіяся, какъ бы тлѣющія, части.

Ceteris paribus, величина свѣтовой кисти несравненно значительнѣе, если она истекаетъ изъ положительно наэлектризованнаго тѣла. При извѣстномъ напряженіи (напр., при дѣйствіи хорошей электрофорной машины) кисть на положительномъ полюсѣ можетъ легко достичь 15 ctm., въ то время, какъ на отрица-

тельномъ свѣтовое явленіе, по большей части, ограничивается появленіемъ тлѣющей точки или свѣтящагося слоя.

Описанное свѣтовое явленіе обязано своимъ происхожденіемъ раскаленнымъ матеріальнымъ частицамъ, отрываемымъ при разрядѣ отъ поверхности наэлектризованнаго тѣла, и раскаленнымъ частицамъ окружающаго воздуха. Всѣ эти частицы уносятся въ пространство съ большою стремительностью, производя ясно ощутимое движеніе воздуха («электрическій вѣтеръ»).

1166. Особою постановкой опыта можно показать, что лучи, исходящіе изъ остроконечій и реберъ наэлектризованнаго тѣла, состоятъ не изъ сплошнаго свѣтящагося потока, а изъ ряда весьма быстро слѣдующихъ другъ за другомъ разрядовъ. Причина этого факта весьма понятна: такъ какъ все явленіе наступаетъ только при весьма высокомъ напряженіи заряда, т. е. при такомъ напряженіи, которое могутъ дать только электростатическія машины и индукціонныя спирали, *приборы же эти развиваютъ въ единицу времени лишь весьма небольшія количества электричества,* то очевидно, что напряженіе электрическаго слоя, значительно упавшее послѣ перваго же разряда, не можетъ быть достаточно скоро пополнено со стороны упомянутыхъ источниковъ электричества, а потому новый свѣтовой разрядъ можетъ послѣдовать за первымъ лишь спустя нѣкоторое, впрочемъ, весьма малое время, такъ что все явленіе, въ дальнѣйшемъ теченіи своемъ, необходимо должно принять интермирующій характеръ.

1167. Итакъ, мы видѣли, что *при извѣстномъ напряженіи электрическаго слоя, простое разсѣиваніе электричества переходитъ въ свѣтовой разрядъ, имѣющій видъ свѣтовыхъ лучей, свѣтовыхъ кистей и тлѣющихъ точекъ. Если напряженіе электрическаго слоя продолжаетъ возрастать, то между индуктирующимъ и индуктированнымъ проводниками внезапно появляется пронизывающая воздухъ искра.* Появленіе *искроваго разряда* наблюдается всегда лишь при извѣстномъ отношеніи между напряженіемъ электрическаго слоя и толщиною того воздушнаго слоя, который долженъ быть пробитъ искрою. Помимо

этого, на длину искры вліяютъ (при нормальномъ атмосферическомъ давленіи) вещество электродовъ, между коими перескакиваетъ искра, и та скорость, съ которою возрастаетъ напряженіе электрическихъ слоевъ на электродахъ. Чѣмъ мягче и чѣмъ легче плавятся металлы электродовъ, отдѣляющихъ искры, тѣмъ длиннѣе послѣднія при данномъ напряженіи электрическаго слоя; причину этого не трудно понять, разъ какъ извѣстно, что искра состоитъ изъ раскаленныхъ и обращенныхъ въ паръ металлическихъ частицъ, оторванныхъ отъ поверхности электрода [1]). Чѣмъ стремительнѣе возрастаетъ напряженіе электрическаго слоя, тѣмъ раньше перескакиваетъ искра между сближаемыми электродами, тѣмъ, слѣдовательно, значительнѣе длина ея при данномъ конечномъ напряженіи электричествъ.

1168. Такъ какъ напряженіе электрическаго слоя возрастаетъ пропорціонально квадрату плотности слоя (напряженіе$=2\pi D^2$, гдѣ D — густота слоя), а плотность слоя въ данномъ мѣстѣ поверхности электрода возрастаетъ съ увеличеніемъ потенціала заряда, потенціалъ же можетъ быть легко измѣренъ, то понятно, что всѣ наблюдатели всегда искали соотношенія между потенціаломъ заряда и максимальнымъ для него разстояніемъ искроваго разряда; такъ напр., противопоставляя заряжаемому электроду другой, сообщенный съ землею, старались опредѣлить максимальное разстояніе для искроваго разряда при данной разности потенціаловъ обоихъ электродовъ. Но, очевидно, что искомое максимальное разстояніе для разряда должно было измѣняться въ зависимости отъ величины и формы электродовъ, ибо съ измѣненіемъ величины и формы измѣняется плотность электрическаго слоя, а слѣдовательно и напряженіе его въ тѣхъ точкахъ, изъ которыхъ искровый разрядъ, при данной разности

---

[1]) Впрочемъ, въ этомъ отношеніи существуютъ исключенія, такъ напр., поверхность не особенно тугоплавкаго аллюминія менѣе поверхности всѣхъ другихъ металловъ разрушается отдѣляющеюся искрою. Во всѣхъ случаяхъ разрушается преимущественно анодъ.

потенціаловъ, проистекалъ. По этой причинѣ, значеніе всѣхъ произведенныхъ до сей поры изслѣдованій весьма ограничено.

Для практическихъ цѣлей, все же мы имѣемъ возможность привести нѣкоторыя числовыя данныя, заслуживающія наибольшаго довѣрія. Приводимъ двѣ таблицы, въ коихъ разность потенціаловъ между заряжаемымъ и отведеннымъ въ землю электродами даны въ вольтахъ, причемъ подъ V_1 подразумѣвается разность потенціаловъ, необходимая для появленія первой искры, а подъ V_m—разность потенціаловъ при послѣдующихъ разрядахъ.

Опыты Пашена [1]).

Наибольшая длина искры въ миллиметрахъ.	Между шарами въ 2 сантим. діаметра.		въ 1 сантим. діаметра.		въ 0,5 сантим. діаметра.	
	V_1	V_m	V_1	V_m	V_1	V_m
0,1	1014	1005	1026	1035	1083	1101
0,2	1512	1536	1554	1554	1674	1620
0,3	1986	1995	2061	2082	2082	2079
0,4	2418	2436	2466	2493	2529	2529
0,5	2868	2868	2925	2925	2958	3012
0,6	3243	2249	3261	3291	3357	3360
0,7	3534	3591	3642	3660	3687	3690
0,8	4020	4017	4077	4080	4131	4131
0,9	4317	4335	4410	4416	4467	4461
1,0	4773	4797	4812	4852	4906	4924
1,1	5037	5079	5124	5133	5178	5172
1,2	5484	5493	5526	5541	5613	5613
1,4	6156	6174	6234	6252	6378	6360
1,5	6582	6618	6651	6705	6777	6807
2,0	8277	8325	8361	8436	8454	8625
2,5	9888	9972	10026	10038	10080	10083
3,0	11568	11655	11700	11682	11595	11622
3,5	13179	13272	13296	13302	12984	13044
4,0	14751	14823	14793	14835	14292	14304
4,5	16311	16362	16254	16281	15468	15561
5,0	17913	18015	17709	17763	16401	16446
5,5	19380	19464	19005	19074	17181	17328
6,0	20781	20808	20340	20460	17985	18039
7,0	23553	23661	22512	22608	18942	19188
8,0	26328	26337	24585	24783	19917	20049
9,0	—	—	—	—	20595	20703
10,0	—	—	—	—	21204	21507
12,0	—	—	—	—	22482	22551
15,0	—	—	—	—	23826	23979

1) Wiedemann's Annalen, 37.

Опыты Фрейберга[1]).

Наибольшая длина искры въ миллиметр.	Діаметры шаровыхъ электродовъ въ сантиметрахъ.						Электроды въ формѣ пластинокъ.
	0,5	*0,75*	*1,0*	*2,0*	*4,0*	*6,0*	
1	5050	—	4660	4560	—	4530	4340
2	8600	9700	9500	8700	8400	7900	7500
3	11100	12500	11700	11600	11200	10500	10700
4	13500	14100	14000	14400	14200	12800	13700
5	15100	16600	16800	17000	16600	16400	16300
6	16600	18400	19300	19500	20100	19200	19100
7	17900	19900	21000	22500	23200	22600	—
8	18400	20900	23200	24600	25800	26000	24500
9	19300	21300	25100	27200	27800	28800	—
10	19500	22100	25800	29000	29900	31600	28800
11	19800	23000	26400	30900	31900	32800	—
12	21400	24800	27900	32700	34200	35000	—
13	22000	25800	28200	—	—	36700	—
14	22500	26200	28500	—	—	41400	—
15	23100	27200	29500	—	—	—	—
16	23200	28300	30900	—	—	—	—
18	23800	28600	34600	—	—	—	—
20	24600	29100	35400	—	—	—	—
22	25700	29500	36000	—	—	—	—
24	26600	30000	37200	—	—	—	—
26	27400	30500	—	—	—	—	—
28	27900	30800	—	—	—	—	—
30	28400	31200	—	—	—	—	—
35	29200	31900	—	—	—	—	—
40	29600	32400	—	—	—	—	—
45	29900	33500	—	—	—	—	—
50	30700	34100	—	—	—	—	—

1169. Такъ какъ разстояніе, на которомъ происходитъ искровой разрядъ между двумя электродами, опредѣляется, при данномъ состояніи промежуточной среды, исключительно напряженіемъ электричествъ на поверхности электродовъ, то очевидно, что сопротивленіе всей цѣпи на длину искры не оказываетъ вліянія. Сопротивленіе это, по крайней мѣрѣ еще въ моментъ, непосредственно предшествующій разряду, можно считать вообще безконечно большимъ, такъ какъ сопротивленіе воздушнаго слоя любой толщины, въ смыслѣ практики, безконечно велико.

[1]) Wiedemann's Annalen, 38.

Отсюда уже видно, да и вообще изъ сущности разсматриваемаго явленія прямо слѣдуетъ, что сопротивленіе проводовъ, приводящихъ электричество къ электродамъ, не можетъ вліять на длину искры. Тѣмъ не менѣе, *сопротивленіе проводовъ вліяетъ на количество электричества, протекающаго въ разрядъ*, и потому сильно отзывается на *яркости* искры. *Въ этомъ же смыслѣ вліяетъ и свойство источника развивать въ единицу времени то или иное количество электричества.* Употребляя нѣкоторый источникъ электричества и вводя въ цѣпь поочередно проводники, возрастающаго сопротивленія (очень тонкія длинныя проволоки, смоченные водою шнурки и т. п.), мы увидимъ, что, при неизмѣнной длинѣ, искра изъ сильной и яркой постепенно превращается въ нитевидную, почти незамѣтную при дневномъ свѣтѣ.

Точно также, употребляя въ качествѣ источника электричества машину тренія, мы можемъ, измѣняя скорость вращенія ея, достигнуть того же ослабленія или усиленія искры при неизмѣняющейся ея длинѣ. Въ обоихъ случаяхъ степень яркости искръ зависитъ отъ измѣненій въ количествѣ электричества, притекающаго къ электродамъ въ единицу времени. Если бы было возможно составить гальваническую батарею съ электровозбудительною силою въ нѣсколько десятковъ тысячъ вольтъ при ничтожномъ внутреннемъ сопротивленіи, то, соединивъ полюсы такой батареи съ шарообразными электродами, мы получили бы еще при 10—15 сантиметрахъ разстоянія между электродами сплошной искровый разрядъ огромной силы, т. е. разрядъ не въ формѣ относительно ничтожной искры, развиваемой электрофорными машинами, а непрерывно-огненную струю, обладающую огромною силою свѣта, такъ какъ въ предполагаемомъ случаѣ, т. е. при небольшомъ внутреннемъ сопротивленіи батареи, количество электричества, притекающаго къ электродамъ въ единицу времени, во много сотъ тысячъ разъ должно превысить то, которое въ единицу времени въ состояніи развить наилучшая электрофорная машина (или индукціонная спираль).

1170. Что разстояніе между электродами не вліяетъ на коли-

чество электричества, протекающаго въ разрядѣ въ единицу времени при соотвѣтствующихъ разстояніямъ напряженіяхъ электричествъ (не вліяетъ на силу разряднаго тока), видно изъ слѣдующаго ряда опытовъ съ тихимъ свѣтящимся разрядомъ (при нормальномъ атмосферномъ давленіи), въ коихъ опредѣлялась сила разряднаго тока въ микро-амперахъ и разность потенціаловъ электродовъ въ вольтахъ, при (+) электродѣ въ видѣ одной или нѣсколькихъ швейныхъ иголъ, противопоставленныхъ (—) электроду, представлявшему отведенный въ землю металлическій дискъ въ 50 ctm. діаметра. Источникомъ электричества служили одна или двѣ одинаковыя электрофорныя машины, соединяемыя параллельно.

Разстояніе острія отъ диска въ сантиметр.	Одна машина.			Двѣ машины.		
	Число иголъ.	Разность потенціаловъ.	Сила разряднаго тока.	Число иголъ.	Разность потенціаловъ.	Сила разряднаго тока
10	1		50	1		107
40	—		49	—		110
10	2		52	2		102
40	—		54	—		
40	4		52	4		102
1	1		59	1		
2	—	18500	62	—	25000	
3	—		60	—		
4	—		61	—		
5	—	21300	63	—	43300	
6	—		60	—		
7	—		60	—		
8	—		60	—		
9	—		61	—		
10	—	45400	61	—	62300	

Если истеченіе электричества происходило не изъ одного, а

изъ нѣсколькихъ остроконечій одновременно, то, для одной и той же силы разряднаго тока, требовалась разность потенціаловъ, уменьшавшаяся съ увеличеніемъ числа остроконечій. Такъ напр., при прежнихъ условіяхъ, при разстояніи въ 5 сантиметровъ между электродами, для полученія искроваго разряда требовалась:

при 1 иглѣ	— разность потенціаловъ	въ		46500	вольтъ
» 2 иглахъ	— »	»	»	37500	»
» 4 »	— »	»	»	17800	»

1171. *Продолжительность отдѣльнаго искроваго разряда* вообще очень не велика; она находится въ прямой зависимости съ одной стороны отъ длины искры, съ другой—отъ количества протекающаго въ разрядѣ электричества, увеличиваясь съ увеличеніемъ того и другого. Сказанное видно изъ слѣдующаго ряда опытовъ, гдѣ опредѣлялась продолжительность разряда между электродами, соединенными съ лейденскими банками въ параллельномъ сочетаніи:

Число лейденскихъ банокъ.	Длина искры въ миллиметрахъ.	Продолжительность единичнаго разряда въ секундахъ.
1	1,5	0,00004
—	3,75	0,00008
—	6,75	0,00010
—	10,0	0,00013
4	1,5	0,0006
—	3,75	0,0015

1172. Электрическая искра, при различной длинѣ, принимаетъ различный видъ. Форму очень короткой искры вообще трудно опредѣлить; начиная съ 0,5—1 миллиметра и до 3—5 сантиметровъ, искра прямолинейна или слегка дугообразно изогнута, при большей длинѣ она принимаетъ видъ изломанной линіи или вѣтвится древовидно (то и другое мы наблюдаемъ и въ молніи). Въ случаѣ вѣтвящейся искры, мы имѣемъ относительно слабые

свѣтовые эффекты, такъ что нерѣдко вѣтвленія можно замѣтить лишь въ темнотѣ; въ остальныхъ же случаяхъ свѣтъ, развиваемый искрой, довольно значителенъ и притомъ, какъ уже было сказано выше, тѣмъ значительнѣе, чѣмъ большая масса электричества протекаетъ въ разрядѣ. Этимъ объясняется почему даже *короткія* искры, даваемыя лейденскими банками, ослѣпительно ярки. Цвѣтъ искры зависитъ отъ металла электродовъ, между коими она возникаетъ, и отъ состава діэлектрика ею пронизываемаго.

Въ темнотѣ можно легко замѣтить, что искра часто окружена какъ бы свѣтящеюся оболочкой и что вслѣдъ за искрой между полюсами происходитъ весьма кратковременный разсѣянный свѣтовой разрядъ, извѣстный подъ неправильнымъ названіемъ *газоваго разряда*. Этотъ послѣдній разрядъ тѣмъ яснѣе выраженъ, чѣмъ летучее вещество электродовъ.

1173. Всякій искровый разрядъ сопровождается своеобразнымъ трескомъ, въ случаѣ если искра не длинна, или рѣзкимъ шумомъ, похожимъ на пистолетный выстрѣлъ, въ случаѣ длинныхъ искръ или вообще въ случаѣ разряда значительныхъ массъ электричества. Громъ, сопровождающій молнію, есть высшее проявленіе этого рода звука, зависящаго здѣсь, какъ и въ остальныхъ случаяхъ, отъ того внезапнаго сотрясенія, которое получаетъ воздухъ, мгновенно нагрѣваемый и съ силою разбрасываемый разрядомъ.

1174. Что термическое дѣйствіе искры должно быть весьма велико, видно изъ того, что существованіе искры обусловлено накаленными до бѣла, расплавленными или даже превращенными въ паръ частицами того вещества (металла), отъ поверхности котораго исходитъ искра. Термическое дѣйствіе искры возрастаетъ съ количествомъ электричества, протекающаго въ разрядѣ; поэтому, напр., молнія оказывается въ состояніи не только произвести значительные ожоги на тѣлѣ людей и животныхъ, но и въ состояніи воспламенить деревья, дома, расплавить не только металлы, но и камни, песокъ и т. п. При разрядѣ производимомъ

въ водѣ или другой жидкости, искра не появляется только въ томъ случаѣ, если, вслѣдствіе недостаточной разности потенціаловъ между электродами, длина искры и въ воздухѣ была бы очень мала. Если же разность потенціаловъ и количество протекающаго электричества достаточны для того, чтобы произвести искру въ нѣсколько миллиметровъ въ воздухѣ, то такая искра не исчезаетъ и въ жидкости вслѣдствіе своей высокой температуры и вслѣдствіе значительной скорости, съ которою протекаетъ все явленіе.

1175. О механическомъ дѣйствіи искры было уже, отчасти, говорено и раньше. Искра нашихъ электрофорныхъ машинъ и индукціонныхъ спиралей разбрасываетъ съ силою частицы воздуха и жидкости (разбивая сосуды, въ коихъ заключена жидкость), пробиваетъ не только бумагу, картонъ и дерево, но и толстое стекло. При помощи сгущенія бо́льшихъ массъ электричества въ лейденскихъ батареяхъ и т. д. можно получить искру, которая расщепляетъ металлическія проволоки, или, по крайней мѣрѣ, дѣлаетъ ихъ ломкими вслѣдствіе измѣненія ихъ строенія, расщепляетъ куски дерева, съ большою силою (напр. на 10 метровъ и болѣе) разбрасываетъ частицы расплавленнаго ею проводника и т. п. Молнія обнаруживаетъ, конечно, еще болѣе энергическія дѣйствія, расщепляя цѣлыя деревья, раздробляя стѣны, сдвигая ихъ съ мѣста и т. п. Механическое дѣйствіе тѣмъ значительнѣе, чѣмъ выше разность потенціаловъ; поэтому наибольшую механическую силу обнаруживаетъ лейденская батарея въ томъ случаѣ, если банки ея соединены послѣдовательно (каскадомъ).

1176. Химическое дѣйствіе искры весьма разнообразно и интересно тѣмъ, что при однихъ условіяхъ производитъ химическое соединеніе, а при другихъ разложеніе. Такъ напр., всѣмъ извѣстно, что искра, пропущенная чрезъ гремучій газъ, производитъ химическое соединеніе кислорода и водорода; искра, проходя чрезъ воздухъ, окисляетъ азотъ его насчетъ кислорода, образуя низшіе окислы или даже азотную кислоту, находимую,

напр., въ дождѣ, выпадающемъ во время грозы. Напротивъ, та же искра производитъ химическое разложеніе паровъ воды, окисловъ азота и т. д. Это разнообразіе въ дѣйствіяхъ искры объясняется тѣмъ, что въ одномъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ чисто термическимъ, въ другомъ же съ электролитическимъ дѣйствіемъ. Иногда наблюдаемыя химическія явленія могутъ быть объяснены и вторичными реакціями; такъ напр., окисленіе азота воздуха можно объяснить тѣмъ, что искра сильно озонируетъ кислородъ воздуха, а озонъ уже самъ по себѣ обусловливаетъ энергичное окисленіе. Наибольшее количество озона развивается, впрочемъ, не при искровомъ, а, напротивъ, при тихомъ разрядѣ, напр. при разсѣиваніи электричества съ кондуктора электрической машины, въ чемъ легко убѣдиться просто обоняніемъ.

1177. Ознакомившись въ общихъ чертахъ съ явленіями, сопровождающими искровой разрядъ, не безынтересно разсмотрѣть нѣсколько подробнѣе нѣкоторыя особенности, замѣчаемыя при разрядѣ конденсаторовъ.

Въ § 1145 мы уже нашли, что работа, совершаемая электрическимъ разрядомъ, напр. разряжающимся конденсаторомъ, опредѣляется формулами

$$f = \tfrac{1}{2}(V - V_1)\,Q$$
$$= \tfrac{1}{2}(V - V_1)^2\,C$$
$$= \tfrac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

гдѣ Q — количество электричества, протекающаго въ разрядѣ, C — электроемкость конденсатора, $(V - V_1)$ — разность потенціаловъ обложекъ его. Далѣе мы указали на то, что работою f опредѣляется и энергія заряда Q конденсатора. Всѣ эти выводы приложимы, при извѣстныхъ условіяхъ, ко всякаго рода разряду конденсатора, слѣдовательно и къ искровому разряду его. При послѣднемъ видѣ разряда необходимо, однако, принимать во вниманіе, что количество электричества, протекающаго въ искрѣ, всегда менѣе количества электричества, скопленнаго въ конден-

саторѣ, такъ что и энергія единичнаго искроваго разряда менѣе энергіи всего заряда конденсатора. Зависитъ это обстоятельство отъ двухъ причинъ:

1) Искровой разрядъ наступаетъ при сближеніи между собою электродовъ, соединенныхъ съ противоположными обложками конденсатора, тогда, когда разстояніе между электродами будетъ соотвѣтствовать напряженію электричествъ на нихъ, но при этомъ далеко не весь зарядъ конденсатора нейтрализуется въ искрѣ; часть заряда, находящагося на обращенныхъ другъ къ другу поверхностяхъ обложекъ, остается на мѣстѣ, вслѣдствіе сохраняющагося стремленія электричества къ соединенію чрезъ раздѣляющій обложки изоляторъ; лишь вслѣдъ за паденіемъ потенціаловъ электродовъ, слѣдующимъ за искровымъ разрядомъ, новыя массы электричества принуждены (для уравновѣшенія потенціала) направиться отъ обложекъ къ электродамъ, но такъ какъ теперь, вслѣдствіе произшедшей утраты части общаго заряда, потенціалы электродовъ, а слѣдовательно и напряженіе электричествъ на нихъ, менѣе того напряженія, которое наблюдалось до перваго разряда, то второй искровой разрядъ мы можемъ получить лишь въ томъ случаѣ, если мы еще болѣе сблизимъ между собою электроды.

1178. 2) Если изоляторъ (діэлектрикъ) составляетъ твердое тѣло или жидкость, то сблизивъ электроды конденсатора до полнаго соприкосновенія, мы, въ первое время по разъединенію вслѣдъ за тѣмъ электродовъ, не замѣтимъ на нихъ никакого заряда,—конденсаторъ нѣкоторое время остается какъ бы вполнѣ разряженнымъ; можно даже разнять обложки его и констатировать дѣйствительное отсутствіе заряда на всей поверхности ихъ и діэлектрика. Если, однако, выждать нѣкоторое время, то по большей части оказывается, что электроды вновь заряжены [1]).

[1]) Обстоятельныя изслѣдованія показываютъ, что описанное явленіе имѣетъ мѣсто всегда въ случаѣ неполной однородности діэлектрики; поэтому оно наблюдается почти при всѣхъ твердыхъ діэлектрикахъ, при жидкихъ же тогда, когда къ жидкости примѣшаны вещества, въ ней не растворимыя.

Это явленіе, обусловливаемое *поглощеннымъ зарядомъ конденсатора*[1]), не наблюдается въ случаѣ, если полный разрядъ (т. е. разрядъ чрезъ соприкосновеніе электродовъ) производится *немедленно вслѣдъ за заряженіемъ конденсатора съ жидкимъ или твердымъ діэлектрикомъ, а также ни при какихъ условіяхъ не наблюдается въ томъ случаѣ, когда діэлектрикомъ служитъ газъ.* Если конденсатору съ жидкимъ или твердымъ діэлектрикомъ сообщать попеременно заряды разнаго знака, выжидая каждый разъ нѣкоторое время, то оказывается, что можно получить рядъ послѣдовательныхъ разрядовъ, чередующихся по направленію своему. Всѣ эти явленія заставляютъ насъ предположить, что электричество не только скопляется на поверхности обложекъ конденсатора, но постепенно поглощается и самимъ діэлектрикомъ, причемъ оно имъ довольно упорно удерживается, будучи способно лишь къ медленному передвиженію въ его массѣ. Можно, однако, съ гораздо большимъ вѣроятіемъ объяснить описанныя явленія и совершенно инымъ путемъ. Можно прямымъ опытомъ убѣдиться, что самое вещество діэлектрика не остается пассивнымъ при процессѣ заряженія обложекъ конденсатора: діэлектрикъ, смотря по характеру его вещества, измѣняетъ, при зарядѣ обложекъ конденсатора, свой объемъ и форму и, при повторныхъ, rspct. перемѣнныхъ разрядахъ и зарядахъ обложекъ, болѣе или менѣе сильно нагрѣвается. Такимъ образомъ, очевидно, что совершается какой-то процессъ либо въ массѣ самого діэлектрика, либо въ гипотетическомъ эѳирѣ, раздѣляющимъ частицы его. Относительно сущности этихъ процессовъ выработано нѣсколько теорій, разсматривать которыя мы здѣсь не будемъ; всѣ эти теоріи, въ дальнѣйшемъ обобщеніи ихъ, довольно удовлетворительно

---

[1]) Этого рода зарядъ конденсатора въ литературѣ носитъ названіе *остаточнаго заряда* (Residuum), но мнѣ кажется цѣлесообразнѣе «остаточнымъ» называть всякій зарядъ, остающійся вслѣдъ за неполнымъ разрядомъ, напр. вслѣдъ за искровымъ разрядомъ, протекшимъ при данномъ разстояніи электродовъ (§ 1177). Описываемый же здѣсь видъ остаточнаго заряда я предлагаю выдѣлить подъ названіемъ «*поглощеннаго*».

объясняютъ всѣ явленія электростатической, электромагнитной, электродинамической и магнитной индукціи, вообще всѣ явленія, приписываемыя ничего не объясняющему «дѣйствію на разстояніи» силъ электрическихъ и магнитныхъ.

1179. Разсмотримъ теперь еще одинъ видъ электрическаго разряда, по механизму своему совершенно отличный отъ вышеописанныхъ. Какъ уже многократно было говорено, наэлектризованное тѣло индуктируетъ въ другомъ, нейтральномъ, изолированномъ проводникѣ, два противоположныя электричества, скопляющіяся на противоположныхъ поверхностяхъ послѣдняго. Если теперь внезапно разрядить наэлектризованное индуктирующее тѣло, сообщивъ его, напр., съ землею, то индуктирующее его дѣйствіе внезапно прекратится. Вслѣдствіе этого оба электричества на индуктированномъ тѣлѣ (проводникѣ), раздѣленныя электровозбудительною силой индукціи, мгновенно вновь соединятся. Если индуктированное тѣло было не изолировано, а соединено съ землею, то, при приближеніи къ нему заряженнаго индуктирующаго тѣла, на немъ оставалось лишь индуктированное электричество 1-го рода, такъ какъ индуктированное электричество 2-го рода уходило въ землю въ моментъ своего возникновенія; если въ этомъ случаѣ мгновенно разрядить индуктирующее тѣло, то электричество индуктированнаго тѣла, не будучи уже болѣе связано, въ свою очередь мгновенно устремится въ землю.

Описанные два своеобразныхъ вида разряженія тѣла, заряженнаго чрезъ индукцію, извѣстны подъ названіемъ *возвратнаго удара*. Этотъ возвратный ударъ можно ощутить на самомъ себѣ, если стоять близь сильно заряженнаго и внезапно разряжаемаго проводника значительной емкости. Еще легче прослѣдить дѣйствіе этого удара на изолированномъ или неизолированномъ нервно-мышечномъ препаратѣ лягушки, вблизи котораго разряжаютъ заряженный проводникъ. Этотъ же возвратный ударъ нерѣдко даетъ себя знать во время грозы, когда разряжаются между собою двѣ тучи, изъ коихъ одна индуктировала зарядъ противо-

положнаго знака въ предметахъ, находящихся на поверхности земли. Такой ударъ наблюдается иногда на окружающихъ предметахъ и при внезапномъ разряженіи тучи чрезъ громоотводъ или иной предметъ. Сфера дѣйствія возвратнаго грозоваго удара можетъ быть очень велика и для животныхъ и людей столь же гибельна, какъ и непосредственный ударъ молніи.

1180. Явленіе, отличное отъ обыкновеннаго искроваго разряда, представляетъ тотъ непрерывный электрическій разрядъ въ воздухѣ, который извѣстенъ подъ названіемъ *вольтовой дуги*.

Мы уже показали въ § 1169, что въ случаѣ, если бы къ электродамъ, заряженнымъ до весьма высокой разности потенціаловъ, притекали непрерывно значительныя массы электричества, то простой прерывистый искровой разрядъ между электродами долженъ былъ бы перейти въ сплошной разрядъ, имѣющій видъ непрерывной огненной струи, отличающейся огромною силой свѣта. Опытъ, въ томъ смыслѣ, какъ онъ предположенъ въ § 1169, конечно технически невыполнимъ, но можно, видоизмѣнивъ начальныя условія опыта, легко достигнуть того же конечнаго результата.

Если составить батарею изъ нѣсколькихъ десятковъ послѣдовательно соединенныхъ гальваническихъ элементовъ возможно малаго внутренняго сопротивленія (элементовъ Бунзена, Имшинецкаго, аккумуляторовъ и т. п.) и полюсы батареи соединить съ двумя соприкасающимися между собою угольными брусками, то оконечности брусковъ быстро накалятся и, при разъединеніи на нѣкоторое разстояніе, между ними появится ослѣпительная полоса свѣта, имѣющая, при достаточной длинѣ, дугообразную форму (вольтова дуга). Опытъ показываетъ, что вольтова дуга образуется и въ томъ случаѣ, если угли и первоначально не соприкасались между собою, начало же разряда вызвано было сильною искрою лейденской батареи, разряжаемой между углями. Такимъ образомъ, существенно важно какимъ бы то ни было путемъ привести воздухъ въ то какое-то особое состояніе, при которомъ дальнѣйшее движеніе электричества въ немъ уже легко возможно;

въ этомъ особомъ состояніи воздушный слой небольшой толщины представляетъ относительно ничтожное сопротивленіе движенію электричества. Чѣмъ значительнѣе электровозбудительная сила батареи, тѣмъ далѣе можно раздвинуть угли, не прерывая полученной огненной струи, при условіи, конечно, достаточнаго притока электричества къ электродамъ (при силѣ тока въ нѣсколько амперъ). При этомъ, направленіе электрическаго тока въ цѣпи можетъ даже непрерывно измѣняться, что доказываетъ, что для образованія вольтовой дуги нѣтъ надобности въ непрерывномъ теченіи электричества въ полномъ смыслѣ этого слова. Для образованія вольтовой дуги необходимо только, чтобы разность потенціаловъ между углями не была менѣе 45 (приблизительно) вольтъ, такъ какъ въ самой дугѣ возникаетъ противодѣйствующая току электровозбудительная сила, равная приблизительно 40 вольтамъ (при любой длинѣ дуги). Если разность потенціаловъ между углями недостаточна, то, въ моментъ разъединенія ихъ, получаемъ лишь единичную искру (вспышку).

Длина дуги можетъ быть весьма значительна; при разности потенціаловъ въ 1000 вольтъ разстояніе между концами угольныхъ брусковъ можетъ быть, напр., доведено до 10 сантиметровъ въ воздухѣ и 18 сантиметровъ въ разрѣженномъ пространствѣ. Сила свѣта при этомъ огромна. Для практическихъ цѣлей освѣщенія обыкновенно пользуются короткой вольтовой дугой, сила свѣта которой равна отъ 200—1000 свѣчей, но, при помощи новѣйшихъ, весьма сильныхъ динамо-машинъ, сила свѣта можетъ быть доведена до 50 тысячъ свѣчей [1]).—Температура вольтовой дуги настолько значительна, что въ ней не только плавятся и отчасти даже улетучиваются всѣ извѣстные намъ металлы, но плавятся даже такія вещества, какъ глина, азбестъ и т. п., свариваются и улетучиваются куски угля и т. д. Различные авторы оцѣниваютъ температуру вольтовой дуги въ 2500 — 6000° C.; во всякомъ

---

[1]) Такую силу свѣта мы получаемъ, напр., при разности потенціаловъ углей въ 50—60 вольтъ и при силѣ тока около 200 амперъ.

случаѣ температура дуги есть самая высокая изъ до сихъ поръ достигнутыхъ.

LXVII. Система абсолютныхъ мѣръ.

1181. *Измѣрить какую либо величину, значитъ опредѣлить отношеніе ея къ другой однородной ей величинѣ, принятой за единицу сравненія* (или *мѣры*).

Что однородность сравниваемыхъ величинъ необходима, т. е., что нельзя, напр., сравнивать между собою разстояніе и время, вѣсъ и объемъ, электровозбудительную силу и силу тока и т. п., понятно само собою, что же касается выбора въ размѣрѣ величинъ, принимаемыхъ за единицы сравненія, то здѣсь можетъ господствовать или произволъ, или какая либо руководящая идея.

Изъ самого опредѣленія понятія о *измѣреніи* видно, что *отношеніе измѣряемой величины къ единицѣ сравненія опредѣляетъ численно измѣряемую величину,* поэтому *найденное отношеніе носитъ названіе численнаго значенія измѣряемой величины,* но, конечно, лишь *по отношенію къ принятой единицѣ мѣры.* Такъ напр., если измѣряемая величина есть A, единица же мѣры $= b$, то численное значеніе c величины A, опредѣляемое уравненіемъ

$$\frac{A}{b} = c$$

обусловливается, какъ видимъ, не только самою измѣряемою величиною, но и выборомъ единицы мѣры, ибо, съ уменьшеніемъ или увеличеніемъ единицы мѣры b, измѣнится и численное значеніе c величины A.

Указанное здѣсь простое отношеніе измѣряемой величины къ единицѣ мѣры мыслимо, конечно, опредѣлить лишь въ томъ случаѣ, когда возможно прямое сравненіе обѣихъ величинъ. Такъ напр., разстояніе между двумя точками на ограниченной площади мы можемъ измѣрить прямымъ сравненіемъ съ нѣкоторымъ эталономъ длины — сантиметромъ, аршиномъ и т. п. Но такія простыя сравненія не всегда возможны, такъ напр., для опредѣленія

разстоянія между двумя планетами, мы должны прибѣгнуть къ способамъ, не имѣющимъ ничего общаго со способомъ предшествующаго примѣра; точно также и напряженіе магнитнаго поля, силу тока, сопротивленіе проводника и т. п. мы не можемъ опредѣлить *прямымъ сравненіемъ* съ соотвѣтствующими имъ однородными величинами. Во всѣхъ такихъ случаяхъ мы принуждены измѣряемую величину опредѣлять какъ функцію нѣсколькихъ другихъ величинъ, причемъ удобно, конечно, для всѣхъ сравниваемыхъ величинъ установить такія единицы мѣры, которыя находились бы въ какомъ либо прямомъ соотвѣтствіи другъ съ другомъ.

1182. Очевидно, что различныхъ единицъ мѣры должно быть столько, сколько существуетъ разнородныхъ физическихъ величинъ. Но такъ какъ извѣстно, что существуетъ строгое количественное соотношеніе между различными формами энергіи, то оказывается дѣйствительно возможнымъ установить, какъ мы только что указали, *систему мѣръ, общую для всѣхъ физическихъ величинъ*. Въ самомъ дѣлѣ, наука показываетъ, что почти *всѣ величины, съ которыми имѣетъ дѣло физика, могутъ быть выражены, какъ производныя трехъ основныхъ величинъ: длины, массы и времени*. Благодаря этому, является возможность построить такую систему мѣръ, которая была бы исключительно основана на единицахъ указанныхъ основныхъ величинъ. Система мѣръ, построенная на этихъ трехъ (или нѣсколькихъ другихъ— см. ниже) основныхъ величинахъ, носитъ названіе *системы абсолютныхъ мѣръ*.

Такимъ образомъ, *абсолютная система мѣръ есть вообще такая, въ которой всѣ единицы мѣры выведены изъ нѣсколькихъ основныхъ единицъ, общихъ для остальныхъ величинъ, подлежащихъ измѣренію;* отсюда мы видимъ, что *абсолютнымъ измѣреніемъ* называется не что иное, какъ такое измѣреніе, при которомъ величина опредѣляется въ какихъ-либо основныхъ единицахъ мѣры или производныхъ отъ нихъ. При этомъ *въ системѣ абсолютныхъ мѣръ за основныя единицы приняты не какія-либо*

произвольныя величины, а величины по природѣ своей неизмѣняющіяся. Благодаря этому, и всѣ производныя единицы абсолютной системы мѣръ остаются неизмѣнными съ теченіемъ времени и съ измѣненіемъ мѣста наблюденія и, кромѣ того, какъ мы увидимъ ниже, могутъ быть всегда и всюду вновь воспроизведены.

Въ сущности, не было необходимости основывать систему абсолютныхъ мѣръ именно на единицахъ длины, массы и времени; можно было взять и другія величины, напр., массу, энергію и плотность, или ограничиться двумя основными величинами (длины и времени), — но система, основанная на единицахъ длины, массы и времени имѣетъ такія существенныя преимущества передъ другими аналогичными системами, что она одна получила въ наукѣ полное право гражданства. Весьма естественно, что физика, при выборѣ основныхъ единицъ, остановилась на единицахъ *механическихъ:* 1) современная физика стремится, съ полнымъ основаніемъ, всѣ явленія свести на механическіе процессы (на движеніе), такъ какъ всѣ физическія силы оказываются, при ближайшемъ разсмотрѣніи, эквивалентными силамъ механическимъ; 2) выбранныя три основныя единицы всего легче поддаются измѣренію и всего проще могутъ быть созданы необходимые для практики образцовые эталоны этихъ единицъ, rspct. легче всего эталоны эти могутъ быть, въ случаѣ надобности, вновь воспроизводимы.

Изъ всего сказаннаго видно, что задачею системы абсолютныхъ измѣреній является установленіе цѣлесообразныхъ *основныхъ единицъ* и выводъ *единицъ производныхъ*, служащихъ для измѣренія всѣхъ (или по возможности всѣхъ) соотвѣтствующихъ физическихъ величинъ. — Та стройная система производныхъ абсолютныхъ единицъ, которою мы въ настоящее время пользуемся, возникла лишь въ послѣднія десятилѣтія, — основатели абсолютныхъ мѣръ о ней не мечтали.

1183. При выборѣ основныхъ единицъ, основатели той *метрической системы*, которою мы теперь пользуемся, руководствовались тѣмъ самымъ принципомъ, котораго придерживались еще

древнѣйшіе народы: основатели метрической системы заимствовали свои абсолютныя основныя единицы изъ величинъ, данныхъ самою природою. Уже въ древности единицами длины служили футъ (Fuss, стопа — длина ступни), локоть (Elle, длина предплечія) и дюймъ (Daumen, Zoll — длина сустава пальца); единицею массы служила, нерѣдко, масса воды, наполняющая пространство, равное кубу, ребра коего равны единицѣ длины; наконецъ, единицею времени — всегда и всюду служили сутки или часъ (позднѣе минута и секунда). Основатели метрической системы (комиссія, состоявшая изъ Борда, Лапласа, Лагранжа, Монжа и Кондорсэ) свои основныя единицы заимствовали изъ природы, остановивъ выборъ свой на такихъ величинахъ, которыя съ теченіемъ времени не подвержены измѣненіямъ. Единицею длины было предложено принять длину одной десятимилліонной части четверти земнаго меридіана; за единицу массы — массу воды при температурѣ тающаго льда, выполняющую кубъ, ребра коего равны $^1/_{10}$ упомянутой единицы длины; за единицу времени — секунду. Въ теченіе хода работъ комиссіи[1]), опредѣлявшей три основныя единицы мѣръ, первоначальный планъ былъ существенно усовершенствованъ, а именно: 1) неудобная температура, при которой должна была быть опредѣляема единица массы, была замѣнена тою температурой, при которой предполагалось, что вода имѣетъ наибольшую плотность, т. е. температурою 4° Cels.[2]), 2) была выбрана та температура, при которой металлическій эталонъ, долженствующій представлять 0,0000001 четверти земнаго меридіана, могъ бы считаться дѣйствительно равнымъ избранной основной единицѣ мѣры.

---

[1]) Составъ этой комиссіи измѣнялся нѣсколько разъ и дѣло было закончено при участіи Бертолета, Борда, Бриссона, Кулона, Деламбра, Гай, Лагранжа, Лапласа, Мешэна, Монжа, Прони, Вандермонда, Дарсэ, Лежандра, Лефевръ-Жино, Ванъ-Свиндена и Траллеса.

[2]) Позже оказалось, что наибольшую плотность вода имѣетъ не точно при 4° Cels.; но опредѣленіе комиссіи болѣе не измѣнялось, такъ какъ существенное значеніе имѣетъ, вообще, лишь установленіе какой бы то ни было опредѣленной для измѣреній температуры.

Для опредѣленія длины четверти земнаго меридіана Мешэнъ и Деламбръ произвели измѣреніе въ туазахъ (старая французская мѣра длины) части меридіана между Монтжу (близъ Барцелоны) и Дункирхеномъ (Dunkerque), послѣ чего была вычислена въ туазахъ длина всей $^1/_4$ меридіана и изготовленъ платиновый стержень равный $^1/_{10000000}$ части исчисленной величины. Борда и Кассини опредѣлили длину секунднаго маятника при широтѣ въ 45° и, кромѣ того, коэффиціентъ расширенія только что упомянутаго эталона длины. Лефевръ-Жино — опредѣлилъ въ произвольныхъ единицахъ вѣсъ куба воды, ребра коего равны $^1/_{10}$ новой единицы длины, послѣ чего былъ изготовленъ платиновый цилиндръ, по массѣ своей равный указанной массѣ воды. Отдѣльныя опредѣленія Мешэна, Деламбра, Борда, Кассини и Лефевръ-Жино были отчасти провѣрены и другими членами комиссіи, окончательныя же исчисленія, основанныя на результатахъ прямыхъ измѣреній, произведены не самими авторами изслѣдованій, а другими лицами, притомъ по различнымъ методамъ, чѣмъ и гарантированы возможно точные результаты. Въ 1806—1810 г. были изданы въ трехъ томахъ результаты произведенныхъ комиссіею работъ и переданы 23-го апрѣля 1799 года Французской Академіи тѣ упомянутые эталоны длины и массы, которые составляютъ нынѣ основные прототипы абсолютныхъ мѣръ. Эталонъ длины получилъ названіе *«метръ»*, эталонъ массы — *«килограммъ»*, тысячная часть коего есть *«граммъ»*.

1184. Какъ видно изъ сказаннаго, при практическомъ выводѣ трехъ основныхъ единицъ первенствующее значеніе имѣло точное опредѣленіе основной единицы длины (въ опредѣленіи единицъ времени и массы входятъ тѣ же опредѣленія длины: длина маятника и объемъ воды), но именно опредѣленіе единицы длины и представило наибольшую трудность. Измѣрить полную $^1/_4$ земнаго меридіана, конечно, невозможно; изъ измѣренія же одной лишь части $^1/_4$ меридіана, лежащей между извѣстными широтами, нельзя еще вычислить длину всей $^1/_4$ меридіана, такъ какъ земля

представляетъ не шаръ, а уплощенный элипсоидъ вращенія. Для измѣренія меридіана на поверхности элипсоида, необходимо опредѣлить разстояніе между *двумя* парами точекъ ея, лежащихъ въ извѣстныхъ широтахъ, отсюда вычислить оба поперечника элипсоида, resp. уплощеніе его и затѣмъ уже — длину меридіана. На основаніи этого, комиссія, помимо собственныхъ измѣреній, воспользовалась еще тѣми измѣреніями, которыя 50 лѣтъ ранѣе сдѣлали Бугуэръ и Ла-Кондаминъ въ Перу.

Исчисленная изъ описанныхъ измѣреній длина метра не соотвѣтствуетъ, однако, какъ выяснилось въ новѣйшее время, той длинѣ, которую долженъ былъ бы имѣть метръ, согласно опредѣленной комиссіею сущности его, ибо мы знаемъ теперь, что величина уплощенія земнаго элипсоида не была опредѣлена въ свое время комиссіею съ достаточною точностью; такимъ образомъ, въ сущности, принятый въ наукѣ «метръ» не равенъ точно $^1/_{10000000}$ четверти земнаго меридіана, а разнится, приблизительно, на 0,01% отъ этой величины: метръ, строго говоря, есть та длина, которую при 0° Cels. имѣетъ сохраняющійся въ Парижѣ платиновый прототипъ.

Метръ, а равно и всѣ абсолютныя единицы вообще, предложено было подраздѣлять, слѣдуя десятичной системѣ, причемъ величины, получаемыя чрезъ умноженіе на 10 и степени десяти, предложено было обозначать греческими приставками, величины же, получаемыя при дѣленіи основной единицы на 10 и его степени, обозначать латинскими приставками. Такимъ образомъ явились, напр.,

мэгометръ	= 1000000	метровъ
километръ	= 1000	»
гектометръ	= 100	»
дециметръ	= 0,1	метра
сантиметръ	= 0,01	»
миллиметръ	= 0,001	»

исключеніе представляетъ греческая приставка микро, слу-

жащая для обозначенія милліонной части какой-либо единицы (напр. микрометръ = 0,000001 метра).

1185. При установленіи прототипа основной единицы массы былъ, какъ сказано, изготовленъ такой платиновый цилиндръ, который *по массѣ* своей равенъ одному кубическому дециметру воды при 4° Cels.; другими словами, изготовлена была такая масса платины, которая притягивается землею въ какомъ-либо данномъ мѣстѣ съ тою же силою, съ которою притягивается въ этомъ же мѣстѣ масса воды въ одинъ кубическій дециметръ. Согласно извѣстному уже намъ опредѣленію понятія «вѣсъ» (см. стр. 545—547), мы можемъ еще прототипъ единицы массы опредѣлить слѣдующимъ образомъ: прототипомъ единицы массы служитъ такая масса платины, вѣсъ коей равенъ вѣсу кубическаго дециметра воды при температурѣ 4° Cels. Такъ какъ всякое тѣло въ средѣ, въ коей вѣсъ тѣла опредѣляется, теряетъ въ вѣсѣ своемъ столько, сколько вѣситъ вытѣсненный тѣломъ объемъ окружающей среды, объемъ же данной массы платины въ 21 разъ меньше объема равной массы воды, то очевидно, что сравненіе массы кубическаго дециметра воды съ эквивалентною массою платины должно было быть произведено или въ пустотѣ, или же должна была быть, въ случаѣ сравненія въ воздухѣ, введена въ вычисленія соотвѣтствующая существенная поправка, опредѣляемая какимъ-либо особымъ пріемомъ. Комиссія, устанавливавшая килограммъ, прибѣгла въ работахъ своихъ ко второму способу.—Позднѣйшими работами выяснено, что представленный комиссіею французской Академіи прототипъ килограмма, отличается отъ той идеальной величины, которая ему приписана комиссіей, менѣе чѣмъ на 0,01%. Эта неточность опредѣленія не была далѣе принимаема въ расчетъ, такъ что въ наукѣ условились подъ названіемъ «килограммъ» понимать не массу воды въ 1 куб. дециметръ при температурѣ ея наибольшей плотности (или при 4° Cels.), а массу парижскаго прототипа.

1186. Менѣе трудностей, по сравненію съ опредѣленіемъ разсмотрѣнныхъ двухъ основныхъ единицъ, представляло опре-

дѣленіе единицы времени. Если мы припомнимъ, что *среднія сутки* могутъ быть опредѣлены изъ легко и точно наблюдаемой продолжительности *звѣздныхъ сутокъ* [1]), то опредѣленіе единицы времени, будь то часъ, минута или секунда, не представитъ большой трудности. За единицу времени комиссіею принята была *секунда*, т. е. $\frac{1}{86400}$ *часть среднихъ сутокъ*, такъ что эталономъ времени можетъ считаться такой маятникъ, который совершаетъ 86400 полу-качаній въ теченіе однихъ среднихъ сутокъ. Если бы это былъ простой (математическій) маятникъ, то длину его для данной широты и данной температуры (при условіи качаній въ пустотѣ) легко было бы опредѣлить изъ формулы качанія (см. стр. 562).

1187. Въ физическихъ изслѣдованіяхъ оказывается наиболѣе удобнымъ употребленіе такой метрической абсолютной системы, въ которой за единицу длины принятъ сантиметръ, за единицу массы — граммъ и за единицу времени — секунда. Такая система абсолютныхъ единицъ носитъ названіе *абсолютной системы сантиметра — грамма — секунды, или абсолютной системы c, g, s.*

Въ метрической системѣ приняты слѣдующія сокращенныя обозначенія:

километръ	km
метръ	m
дециметръ	dm
сантиметръ	cm
миллиметръ	mm
квадратный километръ	qkm
» метръ	qm
» сантиметръ	qcm
» миллиметръ	qmm

[1]) Промежутокъ времени, протекающій между двумя послѣдовательными прохожденіями одной и той же неподвижной звѣзды чрезъ данный меридіанъ (иначе, продолжительность полнаго оборота земли вокругъ своей оси) называется звѣздными сутками; средніе сутки = 1 звѣздн. суткамъ + 3′ 56,555″.

кубическій метръ	cbm
гектолитръ	hl
литръ (куб. дециметръ)	l
миллилитръ	ml
кубическій сантиметръ	ccm
» миллиметръ	cmm
килограммъ	kg
граммъ	g
миллиграммъ	mg

Далѣе принято:

1) не снабжать точками условные знаки.

Напр. нужно писать: «вторая разновѣска въ 10 g имѣетъ....», а не «вторая разновѣска въ 10 g. имѣетъ....».

2) Условные знаки, обозначающіе данное число, ставятся въ концѣ всего числоваго выраженія.

Напр. нужно писать: «разстояніе между точками = 25,444 cm, причемъ.....», а не 25 cm. 4,44 mm., или не 25 ^{cm} 444.

3) Запятыя въ численныхъ выраженіяхъ ставятся лишь для отдѣленія знаковъ цѣлаго числа отъ знаковъ слѣдующей десятичной дроби. Съ этою цѣлью не ставится точка.

Многіе игнорируютъ это правило; такъ напр. пишутъ 0·351 или просто ·351, вмѣсто 0,351.

Примѣчаніе. Къ сожалѣнію, и самыя символическія обозначенія часто искажаются, такъ напр., вмѣсто g, пишутъ grm., вмѣсто cm—пишутъ ctm, вмѣсто ccm пишутъ cc и т. д.... Точно также сдѣлалось общепринятымъ вмѣсто «система c, g, s» писать «система C. G. S.».

1188. Какъ мы выше уже неоднократно говорили, избранныя въ метрической системѣ единицы длины, массы и времени суть основныя единицы, изъ коихъ можно вывести всѣ (или почти всѣ) единицы измѣреній физическихъ величинъ, т. е. *рядъ производныхъ единицъ измѣреній.*

Прежде всего условимся относительно того, что должно понимать подъ *производными* единицами. — Изъ того обстоятель-

ства, что въ опредѣленіи величины грамма или килограмма входитъ уже единица длины (сантиметръ или дециметръ) еще отнюдь не слѣдуетъ, что и единица массы — граммъ — есть также производная единица. Въ самомъ дѣлѣ, сантиметромъ или дециметромъ отнюдь еще не опредѣляется величина грамма и килограмма, въ опредѣленіе коихъ входитъ еще посторонній элементъ; *подъ производными же единицами абсолютной мѣры*, какъ мы выше указали, *должно понимать такія, которыя опредѣляются непосредственно изъ основныхъ единицъ, безъ привлеченія постороннихъ элементовъ или какихъ либо коэффиціентовъ и множителей пропорціональности.*

Если до сихъ поръ, во всей книгѣ, въ формулахъ, опредѣляющихъ различныя физическія величины, мы опускали всякіе множители пропорціональности, то это мы дѣлали потому, что съ самаго начала условились всѣ измѣренія производить въ абсолютной мѣрѣ и намѣреніе это проводили всюду систематически. На самомъ же дѣлѣ, если этой оговорки не сдѣлано, то нѣтъ, напр., никакого основанія формулу Ома выражать уравненіемъ

$$I = \frac{E}{W}$$

или скорость — уравненіемъ

$$v = \frac{l}{\tau}$$

Въ самомъ дѣлѣ, если напр., за единицу электровозбудительной силы принять 1 даніэль, за единицу сопротивленія единицу Якоби, а за единицу силы тока ту силу тока, при которой въ одну секунду разлагается 1 миллиграммъ воды (электрохимическая единица), то вмѣсто уравненія

$$I = \frac{E}{W}$$

мы должны написать вообще

$$I = k\frac{E}{W}$$

ибо ни откуда не слѣдуетъ, что частное $\frac{E}{W}$, гдѣ E и W даны въ только что названныхъ единицахъ, численно равно I электрохимическимъ единицамъ силы тока.

Исключительно въ уравненіяхъ, опредѣляющихъ физическія величины въ абсолютной мѣрѣ, множитель k всегда равенъ единицѣ и потому опускается: способъ построенія системы абсолютныхъ мѣръ и заключается въ уничтоженіи всякихъ множителей пропорціональности.

Обращаясь теперь къ разсмотрѣнію стройной послѣдовательности въ системѣ абсолютныхъ мѣръ, мы, помимо магнитныхъ и электрическихъ единицъ, разсмотримъ лишь такія, которыя для нашихъ цѣлей прямо необходимы. Такимъ образомъ, на полноту обзоръ нашъ не претендуетъ.

I. Абсолютныя единицы измѣреній величинъ механическихъ.

1189. Скорость (§ 697).

Такъ какъ скорость v, въ случаѣ равномѣрнаго движенія, опредѣляется длиною l пути, пройденнаго движущимся тѣломъ въ единицу времени (τ), при неравномѣрномъ же движеніи «скорость въ данный моментъ» опредѣляется длиною того пути, которое тѣло прошло бы въ единицу времени, если бы, начиная съ даннаго момента, движеніе сдѣлалось равномѣрнымъ и притомъ такимъ, конечно, какимъ оно было въ разсматриваемый моментъ, то вообще скорость

$$v = \frac{l}{\tau}$$

и потому, если l и τ выражены въ основныхъ единицахъ абсолютной мѣры, т. е. въ сантиметрахъ и секундахъ, то и скорость будетъ опредѣлена въ тѣхъ же единицахъ. Отсюда видно, что *абсолютная единица скорости есть та скорость, съ которою тѣло въ одну секунду проходитъ путь, равный одному сантиметру.*

1190. Ускореніе (§ 698).

Ускореніе есть приращеніе данной скорости, происходящее въ теченіе единицы времени. Поэтому, въ абсолютной мѣрѣ *единицею ускоренія называется такое ускореніе, при которомъ данная скорость измѣняется на единицу скорости въ каждую послѣдующую секунду.*

1191. Угловая скорость (§ 708 и §§ 867—868).

Подобно тому, какъ скорость опредѣляется длиною пути, проходимаго тѣломъ въ единицу времени, угловая скорость опредѣляется величиною угла, на который тѣло вращается въ единицу времени. Если мы угловую скорость желаемъ выразить въ абсолютной мѣрѣ, то, очевидно, что всѣ измѣренія, входящія въ опредѣленіе новой величины, должны быть произведены въ абсолютной же мѣрѣ—въ томъ числѣ, слѣдовательно, и измѣреніе угла вращенія. Для опредѣленія понятія «абсолютная единица угла», разсуждаемъ такъ: уголъ можетъ быть измѣренъ соотвѣтствующей ему дугою, ибо дуги двухъ угловъ относятся другъ къ другу, какъ самые углы; отсюда слѣдуетъ, что дуга даннаго угла относится къ цѣлой окружности, какъ уголъ (α), принадлежащій къ разсматриваемой дугѣ (b), относится 360°,—а такъ какъ окружность круга$=2r\pi$ единицамъ длины, то длина дуги

$$b : 2r\pi = \alpha : 360^\circ$$

и если, поэтому, $r=1$ абсолютной единицѣ длины, то

$$2r\pi = 2\pi = 360^\circ$$

т. е. полная окружность $= 2\pi$ *абсолютнымъ единицамъ угла* и слѣдовательно

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} = 0{,}017453 \text{ абсолютной единицы угла,}$$

$$1 \text{ абсолютная единица угла} = \frac{360}{2\pi} = 57^\circ 17' 44{,}8''$$

Такимъ образомъ, въ абсолютной мѣрѣ *единицею угловой ско-*

рости обладаетъ тѣло, вращающееся въ одну секунду на абсолютную единицу угла или на уголъ, равный 57° 17′ 44,8″. — Измѣряя въ градусахъ уголъ φ, на который тѣло вращается въ τ секундъ, находимъ абсолютную угловую скорость его

$$= \frac{\varphi^\circ}{\tau} . 0{,}017453 \text{ единицамъ.}$$

1192. Угловое ускореніе (§ 708).

Приращеніе, получаемое угловою скоростью въ теченіе единицы времени, называется угловымъ ускореніемъ. Мы говоримъ, что въ абсолютной мѣрѣ *угловое ускореніе равно единицѣ въ томъ случаѣ, когда угловая скорость вращающагося тѣла измѣняется въ теченіе 1 секунды на единицу угловой скорости.*

1193. Сила (§ 702).

Такъ какъ силою мы называемъ ту причину, тотъ факторъ, вслѣдствіе котораго матеріальная масса измѣняетъ скорость своего движенія, то въ абсолютной системѣ мѣръ мы *за единицу силы должны принять ту силу, которая единицѣ массы придаетъ ускореніе, равное единицѣ.* Эта единица силы получила названіе *динъ* (отъ δύναμις — сила).

1194. Вѣсъ (§§ 695 и 701).

Вѣсомъ мы называемъ ту силу, съ которою тѣло притягивается землею, съ которою тѣло давитъ на покоющуюся горизонтальную плоскость, на которой оно лежитъ. Поэтому вѣсъ, *разсматриваемый какъ частный случай силы*, въ абсолютной мѣрѣ должно опредѣлять въ динахъ (сравн. стр. 545—547). Но, обыкновенно, подъ «вѣсомъ тѣла» понимаютъ не абсолютную силу притяженія массы его землею, а *отношеніе* этой силы къ той, съ которою въ данномъ мѣстѣ притягивается землею единица массы (т. е. граммъ — при абсолютныхъ измѣреніяхъ). Если, поэтому, говорятъ, что «тѣло вѣситъ x граммъ», то этимъ хотятъ сказать, что отношеніе силы притяженія землею массы тѣла къ силѣ притяженія ею массы *грамма* равно въ мѣстѣ наблюденія x единицамъ (масса тѣла эквивалентна x граммамъ).

1195. Работа (§ 703).

Работою называется преодолѣніе силою сопротивленія, данной силѣ противодѣйствующаго. Величина работы ($\mathfrak{A}$) опредѣляется произведеніемъ силы f на то разстояніе λ (путь), на которомъ перемѣщается точка приложенія силы (на которомъ преодолѣвается сопротивленіе, rspct. сила, противодѣйствующая измѣряемой силѣ):

$$\mathfrak{A} = f\lambda$$

Отсюда видно, что въ абсолютной системѣ мѣръ *единица работы есть та работа, которая единицею силы (диномъ) совершается на пути, равномъ одному сантиметру.* Абсолютная единица работы носитъ названіе *эргъ* (отъ ἔργον — работа).

1196. Эффектъ работы (§ 579 и прим. на стр. 551).

Эффектъ работы опредѣляется величиною работы, произведенной въ единицу времени. Слѣдовательно *въ абсолютной мѣрѣ эффектъ работы выражается числомъ эрговъ въ секунду и абсолютная единица эффекта работы есть «эргъ въ секунду».*

1197. Энергія (§ 704).

Способность производить работу называется энергіей. Энергія измѣряется всею произведенною на счетъ ея работою и потому *абсолютная мѣра энергіи тождественна съ мѣрою работы и, слѣдовательно, также, какъ послѣдняя, измѣряется въ эргахъ.*

1198. Моментъ инерціи (§§ 709—710).

При различныхъ радіусахъ вращенія (r, $r_1 \ldots$) различныя точечно малыя массы (m, $m_1 \ldots$) подъ вліяніемъ нѣкоторой силы получаютъ одинаковыя ускоренія тогда, когда отношеніе массъ другъ къ другу обратно пропорціонально квадратамъ радіусовъ вращенія:

$$\frac{m_1}{m} = \frac{r^2}{r_1^2}$$

или $m_1 r_1^2 = m r^2$.

Произведеніе ($m r^2$) точечно малой массы (m) на квадратъ разстоянія ея (r) отъ точки вращенія опредѣляетъ *моментъ инер-*

ціи массы при данныхъ условіяхъ. Отсюда моментъ инерціи тѣла, по отношенію къ опредѣленной оси вращенія, есть сумма моментовъ инерціи всѣхъ безконечно малыхъ частицъ этого тѣла по отношенію къ этой же оси. Вычисляется ли моментъ инерціи теоретически, или же опредѣляется экспериментально, должно, для полученія его въ единицахъ абсолютной мѣры, размѣры тѣла и массу его выражать въ абсолютной же мѣрѣ (въ сантиметрахъ и граммахъ).

1199. Моментъ вращенія (§§ 712—713).

Если къ плечамъ равноплечаго рычага прилагаются неравныя силы, дѣйствующія въ одномъ направленіи, то, для того чтобы рычагъ сохранилъ прежнее положеніе равновѣсія, необходимо, чтобы длина l' плеча, къ которому приложена бо́льшая сила f, была во столько разъ менѣе длины l плеча, къ которому приложена меньшая — f', во сколько разъ бо́льшая сила превышаетъ меньшую, т. е. для равновѣсія необходимо, чтобы

$$\frac{f}{f'} = \frac{l}{l'}$$

или чтобы $fl' = f'l$.

Произведеніе (fl') силы (f), обусловливающей (или стремящейся обусловить) вращеніе, на разстояніе (l') отъ точки ея приложенія до точки вращенія — называется *моментомъ вращенія* относительно данной точки. Въ абсолютной системѣ мѣръ *моментъ вращенія равенъ единицѣ, когда сила, равная одному дину, приложена на разстояніи 1 сантиметра отъ точки вращенія и дѣйствуетъ къ рычагу подъ прямымъ угломъ.*

1200. Моментъ пары (§ 718).

Если къ каждому изъ плечъ равноплечаго рычага приложены равныя силы, дѣйствующія въ противоположныхъ направленіяхъ, то система такихъ силъ носитъ названіе *пары силъ*. Моментъ вращенія рычага подъ вліяніемъ пары силъ, дѣйствующихъ на рычагъ подъ прямыми углами, или, какъ говорятъ, *моментъ пары*, — равенъ произведенію одной изъ приложенныхъ

къ рычагу постоянныхъ силъ на кратчайшее разстояніе между точками приложенія обѣихъ (иначе, на длину рычага). Такимъ образомъ, въ абсолютной системѣ мѣръ *моментъ пары равенъ единицѣ, когда двѣ силы, каждая равная 1 дину, дѣйствуютъ подъ прямыми углами въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ на рычагъ въ точкахъ, отстоящихъ на 1/2 сантиметра отъ точки вращенія рычага. Короче, моментъ пары силъ равенъ абсолютной единицѣ тогда, когда единицѣ равно произведеніе длины равноплечаго рычага на одну изъ пары силъ, дѣйствующихъ перпендикулярно къ продольной его оси.*

1201. Напряженіе поля (сравн. §§ 654—655).

Если на находящіяся гдѣ либо въ пространствѣ массы матеріальныя или не матеріальныя (электрическія, магнитныя массы) дѣйствуютъ на разстояніи силы, откуда либо проистекающія, то разсматриваемое пространство по отношенію къ даннымъ массамъ и силамъ вообще называютъ *динамическимъ полемъ*. При этомъ сила, дѣйствующая на единицу массы, помѣщенную въ данной точкѣ динамическаго поля, характеризуетъ *напряженіе поля* въ этой точкѣ. *Абсолютною единицею напряженія обладаетъ такое динамическое поле (или такая точка въ динамическомъ полѣ), въ коемъ (или въ коей) на единицу массы дѣйствуетъ сила, равная одному дину*. Слѣдовательно, единицею напраженія обладаетъ, напр., то магнитное или электрическое поле, въ коемъ магнитная, rspct. электрическая, масса, равная абсолютной единицѣ, испытываетъ силу равную одному дину.

1202. Потенціалъ (сравн. предшествующій параграфъ и §§ 268—272, 704 и 1197).

Потенціалъ (или потенціальная энергія) есть та энергія, которая присуща данному тѣлу при данныхъ условіяхъ или присуща данной точкѣ въ пространствѣ. *Потенціалъ въ абсолютной системѣ мѣръ измѣряется въ эргахъ, какъ вся та работа, которая можетъ быть произведена на счетъ измѣряемой потенціальной энергіи*, или какъ та работа, которую нужно затратить для преодолѣнія той силы, которая развивается на счетъ измѣряемой

потенціальной энергіи (§ 704). Такъ напр. (стр. 114—117), если въ данной точкѣ динамическаго поля (беремъ для примѣра электрическое поле) находится сконцентрированнымъ количество электричества Q, находящееся здѣсь внѣ всякихъ постороннихъ вліяній, то, для того, чтобы изъ безконечности къ данной точкѣ перенести единицу количества одноименнаго электричества, надо затратить работу, равную величинѣ электрическаго потенціала въ данной точкѣ. Точно также количество электричества Q, отталкивая отъ себя единицу одноименнаго количества электричества въ безконечную даль, совершаетъ работу, равную величинѣ потенціала заряда Q. Наконецъ, единица количества электричества, протекая въ проводникѣ отъ одной точки его къ другой, совершаетъ работу, равную разности потенціаловъ между данными точками.

1203. Количество тепла (§§ 576—579).

На основаніи закона сохраненія энергіи, опредѣленное количество тепла эквивалентно опредѣленному количеству работы, т. е. при совершеніи строго опредѣленной работы освобождается строго опредѣленное количество тепла и, точно также, для выполненія этой же работы необходимо прямо или косвенно затратить все то же количество тепла. На основаніи этого, въ *абсолютной системѣ мѣръ количество тепла измѣряется въ абсолютныхъ единицахъ работы, т. е. въ эргахъ.*

I a. Практическія единицы, употребляемыя при механическихъ измѣреніяхъ.

1204. Для различныхъ практическихъ цѣлей не всегда удобно пользоваться приведенными выше абсолютными единицами измѣреній: во избѣжаніе слишкомъ большихъ чиселъ, часто удобнѣе производить расчеты, примѣняя единицы мѣры, превышающія абсолютыя единицы въ 10^c разъ, гдѣ показатель c есть то или иное положительное цѣлое число. Неудобство прямаго пользованія абсолютными механическими единицами видно изъ слѣдующихъ примѣровъ: абсолютная единица силы, динъ, есть,

приблизительно, та сила, съ которою миллиграммъ притягивается землею; абсолютная единица тепла, эргъ есть столь ничтожное количество тепла, что необходимо 41 600 000 эрговъ для того, чтобы температуру 1 грамма воды повысить на 1° Cels.; абсолютная единица скорости есть также величина весьма небольшая (скорость, съ коей движется черепаха) и т. д.—Приводимъ обзоръ лишь тѣхъ практическихъ механическихъ единицъ, которыя имѣютъ наибольшее значеніе въ научной практикѣ.

1. *Единица длины — сантиметръ* или *метръ.*
2. » *массы (вѣса) — граммъ* или *килограммъ.*
3. » *времени — секунда.*
4. » *скорости — сантиметръ въ секунду* или *метръ въ сек.*
5. » *силы — мегадинъ* = $1 . 10^6$ = 1 000 000 *динъ.*
6. » *работы — мегаэргъ* = $1 . 10^6$ = 1 000 000 *эрговъ* и 10 *мегаэрговъ* = 1 *джаулю.*
7. » *интенсивности работы — мегаэргъ въ сек.;* 10 *мегаэрговъ въ секунду* = 1 *джаулю въ сек.* = 1 *уатту.*
   Далѣе: 1 *уаттъ* = 0,102 *килограммометра въ сек.*
   = 0,00136 *лошадиной силы.*
   1 *килограммометръ* = $980,61 . 10^5$ *эрговъ въ секунду.*
   1 *лошадин. сила* = 735 *уаттамъ.*
   = 75 *килограммометрамъ въ секунду.*
8. » *тепла — мегаэргъ.*

Кромѣ того, и притомъ наиболѣе часто, употребляются единицы тепла, извѣстныя подъ названіемъ «*малая калорія*» и «*большая калорія*». Малая калорія есть то количество тепла, которое необходимо сообщить 1 грамму воды для того, чтобы температуру его повысить отъ 0° до 1° Cels. (сравн. примѣчаніе на стр. 424).

Малая калорія = 41,6 мегаэрга.

Мегаэргъ = 0,024 малой калоріи.

Большая калорія = 1000 малымъ калоріямъ.

II. Абсолютныя единицы магнитныхъ измѣреній.

1205. Единица магнитной массы (магнитнаго полюса) (§ 653). Согласно закону **Кулона**, два одноименные магнитные полюса m и m_1 отталкиваются съ силою

$$f = k\frac{mm_1}{l_2}$$

гдѣ l — разстояніе между полюсами, а k нѣкоторый множитель пропорціональности. Если мы k приравняемъ единицѣ, полюсы m и m_1 возьмемъ ранными другъ другу и помѣстимъ ихъ на разстояніи 1 сантиметра другъ отъ друга, то, при нѣкоторой абсолютной величинѣ полюсовъ, мы достигнемъ равенства

$$f = 1 \text{ абсолютной единицѣ силы,}$$
$$= 1 \text{ дину.}$$

Ту величину, которую, при этихъ условіяхъ, представляетъ каждый изъ магнитныхъ полюсовъ, должно, очѐвидно, считать равною абсолютной единицѣ магнитной массы. Такимъ образомъ, *абсолютная единица магнитнаго полюса или магнитной массы есть такая, которая на другую, равную ей массу, дѣйствуетъ на разстояніи 1 сантиметра съ силою 1 дина.*

1206. Напряженіе магнитнаго поля (§ 656 и § 1201). Пространство, въ коемъ магнитная масса (магнитный полюсъ) испытываетъ дѣйствіе со стороны какихъ-либо иныхъ магнитныхъ массъ, носитъ названіе магнитнаго поля. Такъ какъ дѣйствіе одной магнитной массы на другую лишь уменьшается при удаленіи массъ другъ отъ друга, но, очевидно, ни при какомъ разстояніи не можетъ исчезнуть въ полномъ смыслѣ слова, то все міровое пространство представляетъ собою магнитное поле, различное въ различныхъ точкахъ въ смыслѣ напряженія. Подъ напряженіемъ магнитнаго поля въ данной точкѣ его понимаютъ мѣру той силы, которая въ данной точкѣ дѣйствовала бы на помѣщенную здѣсь единицу

магнитной массы. Отсюда видно, что въ абсолютной мѣрѣ *единицею напряженія обладаетъ такая часть магнитнаго поля, въ коей магнитный полюсъ, равный абсолютной единицѣ, испытываетъ со стороны поля силу, равную одному дину.*

1207. Силовыя линіи магнитнаго поля (§ 654). Силовыми линіями магнитнаго поля опредѣляется не что иное, какъ направленіе дѣйствія магнитной силы. Такъ какъ магнитное поле мы можемъ представить себѣ состоящимъ изъ безчисленнаго количества силовыхъ линій, то очевидно, что въ направленіи каждой силовой линіи можетъ дѣйствовать лишь безконечно малая сила, тогда какъ совокупность нѣкотораго количества силовыхъ линій («пучекъ» линій силъ) будетъ уже обладать измѣримою силою. Поэтому мы можемъ сказать, что въ системѣ абсолютныхъ мѣръ *единицею силы обладаетъ такой пучекъ силовыхъ линій, который на единицу магнитной массы, помѣщенную въ центрѣ пучка, дѣйствуетъ съ силою одного дина.* Этотъ пучекъ линій силъ мы можемъ представить себѣ замѣненнымъ одною линіею силъ, равнодѣйствующей всему пучку; такая линія силъ называется *абсолютною силовою линіею.*

1208. Магнитный моментъ (§§ 719—720). Если въ магнитное поле, абсолютное напряженіе коего $= \mathfrak{H}$, помѣстить магнитную стрѣлку, то на каждый полюсъ стрѣлки должна дѣйствовать сила

$$f = m\mathfrak{H} \text{ динамъ,}$$

гдѣ m есть абсолютная величина полюса стрѣлки. Такъ какъ на оба полюса стрѣлки дѣйствуютъ въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ двѣ равныя силы (пара силъ), то моментъ пары силъ, дѣйствующихъ на стрѣлку (моментъ вращенія стрѣлки), опредѣляется, какъ мы знаемъ, произведеніемъ одной изъ силъ на кратчайшее разстояніе между обѣими. Если магнитная ось стрѣлки расположена подъ прямымъ угломъ къ линіямъ силъ магнитнаго поля, то кратчайшее разстояніе между силами равно длинѣ l магнитной оси стрѣлки и тогда моментъ пары

$$\mathfrak{D} = m\mathfrak{H}l$$

Если мы положимъ $\mathfrak{H}$ равнымъ одной абсолютной единицѣ, то моментъ пары

$$\mathfrak{D} = ml$$

Произведеніе ml носитъ названіе *магнитнаго момента магнитной стрѣлки*; оно представляетъ собою абсолютную величину момента вращенія стрѣлки, расположенной перпендикулярно къ линіямъ силъ магнитнаго поля, напряженіе коего равно абсолютной единицѣ. Отсюда видно, что въ абсолютной мѣрѣ *магнитный моментъ магнита равенъ единицѣ въ томъ случаѣ, когда единицѣ равно произведеніе изъ длины магнитной оси магнита, выраженной въ сантиметрахъ, на силу одного изъ полюсовъ его, выраженной въ абсолютной же мѣрѣ.* Въ частномъ случаѣ, магнитный моментъ магнита равенъ единицѣ тогда, когда сила каждаго изъ полюсовъ его равна абсолютной единицѣ и длина магнитной оси равна одному сантиметру.

III. Абсолютныя единицы электрическихъ измѣреній.

1209. При установленіи абсолютныхъ единицъ мѣры электрическихъ явленій, мы можемъ единицы мѣры отнести или къ явленіямъ электростатическимъ, или къ явленіямъ электромагнитнымъ. Мы увидимъ ниже, что въ выведенныхъ такимъ образомъ двухъ рядахъ абсолютныхъ единицъ, единицы, относящіяся къ измѣреніямъ однѣхъ и тѣхъ же величинъ, не тождественны между собою. Тождества этого, впрочемъ, и a priori нѣтъ основанія ожидать. Хотя наибольшее практическое значеніе имѣютъ абсолютныя *электромагнитныя единицы*, тѣмъ не менѣе, мы начнемъ съ абсолютныхъ *электростатическихъ единицъ*, такъ какъ выводъ послѣднихъ вполнѣ аналогиченъ съ извѣстнымъ уже намъ выводомъ единицъ магнитныхъ измѣреній.

III a. Абсолютныя единицы электростатическихъ измѣреній.

1210. Единица количества электричества (§ 264). Совершенно подобно единицѣ магнитной массы, должно въ абсолютной электростатической мѣрѣ опредѣлить *единицу количества электричества (электрической массы), какъ такое количество электричества, которое, будучи сосредоточено въ одной точкѣ пространства, внѣ вліянія окружающихъ тѣлъ и электрическихъ зарядовъ, дѣйствуетъ на другую, равную, электрическую массу, находящуюся на разстояніи одного сантиметра, съ силою одного дина.*

1211. Единица напряженія электрическаго поля (сравн. § 1206). Опять таки по аналогіи съ опредѣленіемъ напряженія магнитнаго поля, въ абсолютной электростатической мѣрѣ *единицею напряженія обладаетъ такая часть электрическаго поля, въ коей количество электричества (электрическая масса, электрическій зарядъ), равное абсолютной единицѣ, испытываетъ со стороны поля силу, равную одному дину.*

1212. Единица измѣренія электростатическаго потенціала rspct. **электровозбудительной силы** (§§ 268—272). *Потенціальная энергія электрическаго заряда* характеризуется тою работою, которую зарядъ этотъ въ состояніи произвести, и потому, *въ абсолютной электростатической мѣрѣ электростатическій потенціалъ заряда измѣряется въ эргахъ.* Точно также и *потенціалъ въ нѣкоторой точкѣ электрическаго поля* измѣряется въ эргахъ, какъ та работа, которую нужно затратить для того, чтобы изъ безконечности перенести въ данную точку единицу количества электричества, одноименную съ тѣмъ зарядомъ, которымъ обусловлено данное поле.

Въ случаѣ движенія электричества, эргами измѣряется разность потенціаловъ двухъ точекъ въ проводникѣ, какъ та работа, которая производится при перемѣщеніи электростатической единицы количества электричества на протяженіи пути между этими двумя точками. При этомъ, соотвѣтственно затраченному эргу работы, выдѣляется эргъ тепла.

Такъ какъ движеніе электричества есть явленіе электродинамическое, то, говоря объ электростатической разности потенціаловъ между точками проводника тока, мы хотимъ этимъ выразить лишь то, что потенціалы въ данныхъ точкахъ измѣряютъ въ электростатической мѣрѣ.

1213. Электрическая емкость (§§ 148—151). Въ абсолютной электростатической мѣрѣ *единицею емкости обладаетъ такое тѣло или такая часть поверхности тѣла, которыя заряжаются до единицы электростатическаго потенціала при сообщеніи имъ электростатической единицы количества электричества.*

1214. Плотность электрическаго слоя (§§ 112—117). Въ абсолютной электростатической мѣрѣ *единицею плотности обладаетъ такой «слой» электричества на поверхности заряженнаго тѣла, въ коемъ на 1 квадратный сантиметръ приходится одна абсолютная электростатическая единица количества электричества.*

1215. Напряженіе электрическаго слоя (§§ 122—124). Напряженіемъ электрическаго слоя называется та сила, съ которою количество электричества, находящееся на единицѣ поверхности заряженнаго проводника, отталкивается всѣмъ остальнымъ зарядомъ. *Въ абсолютной мѣрѣ сила эта,* какъ и всякая другая сила, *измѣряется въ динахъ* (здѣсь, слѣдовательно, въ динахъ на квадратный сантиметръ). Напряженіе электрическаго слоя можетъ быть на практикѣ измѣряемо еще давленіемъ «въ атмосферахъ», если мы примемъ въ соображеніе, что давленіе атмосферы на 1 кв. сант. происходитъ съ силою, равною 10^6 динамъ.

1216. *Примѣчаніе.* Всѣ, до сихъ поръ разсмотрѣнныя электростатическія измѣренія находятъ себѣ приложеніе въ практикѣ; напротивъ, опредѣленія силы тока, сопротивленія проводника, работы тока и т. п., произведенныя въ электростатической мѣрѣ, въ практическихъ вычисленіяхъ приложенія не встрѣчаютъ. Помимо того, здѣсь опять укажемъ на то обстоятельство, что, такъ какъ сила тока есть явленіе электродинамическое, то, говоря объ электростатической силѣ тока, имѣютъ въ виду лишь выраженіе

силы тока въ электростатической мѣрѣ. То-же относится и къ измѣренію въ электростатической мѣрѣ величины сопротивленія проводника.

1217. Сила тока.

Сила тока въ абсолютной электростатической мѣрѣ точно также, какъ и въ мѣрѣ электромагнитной, можетъ быть опредѣлена количествомъ электричества, протекающаго чрезъ площадь поперечнаго сѣченія проводника въ теченіе секунды; дабы опредѣлить силу тока въ электростатической мѣрѣ, мы должны измѣрить количество электричества, протекающаго въ цѣпи, въ единицахъ электростатической мѣры.

1218. Сопротивленіе проводника.

Такъ какъ сила тока, согласно закону Ома, прямо пропорціональна разности потенціаловъ въ двухъ точкахъ проводника и обратно пропорціональна тому сопротивленію, которое проводникъ представляетъ движенію электричества, то сопротивленіе проводника можетъ быть опредѣлено какъ частное

$$W = \frac{V - V_1}{I}$$

гдѣ, для измѣренія сопротивленія въ электростатической мѣрѣ, величины $V - V_1$ и I должны быть выражены въ электростатическихъ же единицахъ.

III b. Абсолютныя единицы электромагнитныхъ измѣреній.

1219. Такъ какъ пространство, окружающее проводникъ электрическаго тока, имѣетъ всѣ свойства магнитнаго поля, то существуетъ тѣсная связь между электрическими и магнитными явленіями, благодаря коей можно установить связь между единицами магнитныхъ и электрическихъ измѣреній. Въ самомъ дѣлѣ: токъ дѣйствуетъ на подвижной магнитъ, а магнитъ—на подвижной токъ; токъ возбуждаетъ явленія магнетизма въ магнитныхъ тѣлахъ (магнитовозбудительную силу), а магнитъ—электрическій

токъ въ проводникахъ (электровозбудительную силу); магнитное поле земли дѣйствуетъ на подвижной токъ совершенно подобно тому, какъ оно дѣйствуетъ на подвижной магнитъ; подвижные токи дѣйствуютъ другъ на друга подобно тому, какъ другъ на друга дѣйствуютъ подвижные магниты и т. д.

1220. Сила тока.

Такъ какъ (§ 755) круговой токъ дѣйствуетъ вдаль на магнитный полюсъ точно также, какъ одинаково съ нимъ расположенный магнитъ, магнитный моментъ коего

$$M = FI$$

гдѣ I сила тока, а F окружаемая имъ площадь, то, на основаніи такого тождества, произведеніе FI можно назвать магнитнымъ моментомъ круговаго тока и вывести, что *абсолютной электромагнитной единицѣ равна сила того тока, который, окружая въ весьма тонкомъ проводникѣ площадь круга въ 1 кв. сантиметръ, дѣйствуетъ вдаль подобно магниту, магнитный моментъ коего равенъ абсолютной единицѣ.*

Такъ какъ (§ 757) въ центрѣ круговаго тока напряженіе магнитнаго поля

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi I}{r}$$

гдѣ r — радіусъ окружаемой проводникомъ площади, то, очевидно, *что токъ I имѣетъ силу, равную абсолютной электромагнитной единицѣ тогда, когда на единицу магнитной массы, помѣщенную въ центрѣ окружаемой токомъ площади съ радіусомъ въ одинъ сантиметръ, токъ дѣйствуетъ съ силою, равною 2π динамъ,* иначе,—когда напряженіе магнитнаго поля въ центрѣ такого круговаго тока равно 2π абсолютнымъ единицамъ.

Если вся окружность тока, равная 2π сантиметрамъ, дѣйствуетъ на магнитный полюсъ, равный единицѣ, съ силою 2π динъ, то дуга тока въ 1 сантиметръ длиною дѣйствуетъ на тотъ же полюсъ съ силою 1 дина. Поэтому, *абсолютной электрома-*

нитной единицѣ равенъ тотъ токъ, который, проходя въ весьма тонкомъ проводникѣ по дугѣ въ 1 сантиметръ длиною и въ 1 сантиметръ радіуса, на единицу магнитной массы, помѣщающуюся въ центрѣ ограниченной токомъ плоскости, дѣйствуетъ со стороны выше указаной дуги съ силою 1 дина.

Такъ какъ (§ 846) прямолинейный токъ въ равномѣрномъ магнитномъ полѣ испытываетъ силу

$$f = \mathfrak{H} l I$$

гдѣ $\mathfrak{H}$—напряженіе поля, а l длина проводника, то *абсолютною электромагнитною единицею силы обладаетъ тотъ токъ, который, протекая въ прямолинейномъ проводникѣ, длиною въ 1 сантиметръ, помѣщенномъ перпендикулярно къ направленію силовыхъ линій магнитнаго поля, напряженіе коего равно абсолютной единицѣ, испытываетъ со стороны этого поля силу, равную одному дину.*

1221. Количество электричества.

Такъ какъ сила тока опредѣляется тѣмъ количествомъ электричества, которое протекаетъ чрезъ площадь поперечнаго сѣченія въ теченіе единицы времени, то *въ абсолютной электромагнитной мѣрѣ единица количества электричества есть такое количество его, которое, при силѣ тока, равной абсолютной электромагнитной единицѣ, протекаетъ чрезъ площадь поперечнаго сѣченія проводника въ теченіе одной секунды.*

1222. Электровозбудительная сила и разность потенціаловъ (rspct. потенціалъ).

Такъ какъ (§ 853) число абсолютныхъ силовыхъ линій магнитнаго поля, пересѣкаемыхъ въ единицу времени проводникомъ, движущимся съ равномѣрною скоростью, опредѣляетъ абсолютную величину индуктированной въ проводникѣ электровозбудительной силы, то *абсолютной электромагнитной единицѣ равна та электровозбудительная сила, которая индуктируется въ проводникѣ въ 1 сантиметръ длиною, расположенномъ подъ пря-*

мымъ угломъ къ направленію движенія своего въ плоскости нормальной къ линіямъ силъ равномѣрнаго магнитнаго поля, напряженіе коего равно единицѣ, и движущемся съ единицею скорости параллельно самому себѣ. Предполагая, что разсматриваемый проводникъ не замкнутъ (не составляетъ части замкнутаго проводника), мы видимъ, что разность потенціаловъ конечныхъ точекъ его равна дѣйствующей въ немъ электровозбудительной силѣ (см. еще ниже § 1226).

1223. Сопротивленіе.

Изъ закона Ома слѣдуетъ, что *абсолютною электромагнитною единицею сопротивленія долженъ обладать тотъ проводникъ, въ коемъ абсолютная электромагнитная единица электровозбудительной силы въ состояніи поддерживать токъ, равный абсолютной же электромагнитной единицѣ.*

1224. Удѣльное сопротивленіе.

Удѣльное сопротивленіе (§ 333) опредѣляется какъ сопротивленіе линейнаго проводника, длина (l) коего равна 1 сантиметру, а площадь поперечнаго сѣченія (F) — 1 квадратному сантиметру. Слѣдовательно, вообще, удѣльное сопротивленіе проводника

$$\mathfrak{W} = \frac{W}{Fl}$$

Если удѣльное сопротивленіе хотимъ выразить въ абсолютной электромагнитной мѣрѣ, то сопротивленіе (W) даннаго проводника должно опредѣлить въ абсолютныхъ же электромагнитныхъ единицахъ.

1225. Работа тока.

Какъ и всякая другая работа, *работа тока въ абсолютной мѣрѣ измѣряется въ эргахъ.* Эквивалентное работѣ тока количество выдѣляемаго послѣднимъ тепла, равно, по закону Джауля и Ленца (§ 580)

$$q = I^2 W\tau$$

и потому, если сила тока I, сопротивленіе цѣпи W и время τ

измѣрены въ абсолютныхъ единицахъ, то и количество тепла q будетъ дано въ эргахъ.

1226. Еще объ абсолютныхъ измѣреніяхъ электровозбудительной силы, resp. разности потенціаловъ, и сопротивленія.

Изъ уравненія

$$q = I^2 W\tau$$

видно, что

$$IW = E = \frac{q}{I}$$

тогда какъ

$$W = \frac{q}{I\tau}$$

Слѣдовательно, полагая Q и I каждое равнымъ соотвѣтствующей абсолютной электромагнитной единицѣ, а время τ равнымъ секундѣ, мы находимъ, что 1) *абсолютной электромагнитной единицѣ электровозбудительной силы равна такая электровозбудительная сила, которая, поддерживая силу тока, равную абсолютной электромагнитной единицѣ, въ теченіе секунды производитъ работу, равную одному эргу;* 2) *абсолютною электромагнитною единицею разности потенціаловъ обладаютъ такія двѣ точки проводника, между которыми токъ, равный абсолютной электромагнитной единицѣ, въ единицу времени производитъ единицу работы;* 3) *абсолютную электромагнитную единицу сопротивленія представляетъ тотъ проводникъ, въ которомъ токъ, равный абсолютной электромагнитной единицѣ, производитъ въ теченіе секунды работу, равную одному эргу;* 4) *Въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ разность потенціаловъ данныхъ точекъ цѣпи опредѣляется произведеніемъ силы тока на сопротивленіе проводника между этими точками, причемъ сила тока и сопротивленіе измѣряются въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ. При этихъ же условіяхъ, произведеніе силы тока на общее сопротивленіе цѣпи выражаетъ въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ величину дѣйствующей въ цѣпи электровозбудительной силы.*

1227. Емкость.

Абсолютною электромагнитною единицею емкости обладаетъ такой проводникъ, который электромагнитною единицею количества электричества заряжается до потенціала, равнаго абсолютной же электромагнитной единицѣ.

1228. Коэффиціенты самоиндукціи и взаимной индукціи.

Въ выраженіи (§ 881)

$$E = \mathcal{L}\frac{dI}{d\tau}$$

величина $\mathcal{L}$ есть коэффиціентъ самоиндукціи, представляющій собою то число, на которое измѣняется количество абсолютныхъ линій силъ магнитнаго поля, пронизывающихъ окруженную замкнутымъ проводникомъ площадь, при измѣненіи силы тока въ проводникѣ на 1 абсолютную электромагнитную единицу. Коэффиціентъ взаимной индукціи опредѣляется тѣмъ числомъ, на которое измѣняется количество силовыхъ линій магнитнаго поля индуктирующаго проводника, пронизывающихъ плоскость индуктируемаго, при измѣненіи силы тока въ индуктирующемъ на одну абсолютную электромагнитную единицу.

III c. Практическія (электротехническія) единицы электрическихъ измѣреній.

1229. Электромагнитная система единицъ электрическихъ измѣреній для цѣлей практики примѣнима съ большимъ удобствомъ, чѣмъ система электростатическая, такъ какъ первая выведена на основаніи динамическихъ явленій тока, коими мы больше всего пользуемся при практическихъ измѣреніяхъ. Поэтому, если бы единицы абсолютной электромагнитной системы не были неудобны вслѣдствіе того, что однѣ изъ нихъ чрезмѣрно малы, а другія чрезмѣрно велики для выраженія обыденнѣйшихъ въ практикѣ величинъ, то можно было бы ихъ принять для практическихъ измѣреній безъ дальнѣйшихъ измѣненій. Но, указанное неудобство заставляетъ насъ прибѣгнуть къ нѣкоторому преобра-

зованію системы этихъ единицъ. Необходимость этого преобразованія вполнѣ явствуетъ изъ слѣдующихъ примѣровъ практики: оказывается, что электромагнитная единица электровозбудительной силы есть величина столь малая, что, напр., электровозбудительная сила элемента Даніэля $= 1{,}08 \cdot 10^8$ абсолютнымъ единицамъ; сопротивленіе въ одну единицу Сименса равно $9434 \cdot 10^5$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ сопротивленія; напротивъ, абсолютная электромагнитная единица емкости столь велика, что въ этой мѣрѣ единицею емкости обладалъ бы, напр., шаръ, радіусъ коего равенъ 130 билліонамъ миль. — Поэтому Британскою Ассоціаціею была предложена система единицъ электрическихъ измѣреній, прямо выведенная изъ абсолютной электромагнитной системы, но лишенная указанныхъ выше неудобствъ. Система эта, окончательно утвержденная двумя международными конгрессами въ Парижѣ, въ 1881 и 1884 годахъ, имѣетъ еще то удобство, что отдѣльнымъ единицамъ измѣреній въ ней даны краткія названія, проистекающія изъ именъ тѣхъ ученыхъ, которымъ мы обязаны открытіемъ основныхъ законовъ, характеризующихъ данныя величины. Вмѣстѣ съ установленіемъ *практической системы единицъ электрическихъ измѣреній* былъ предпринятъ наиболѣе выдающимися учеными рядъ работъ, направленныхъ къ установленію нормальныхъ эталоновъ соотвѣтствующихъ величинъ или къ установленію точнѣйшихъ способовъ эмпирическаго опредѣленія самихъ величинъ.

1230. Сопротивленіе.

Практическая единица сопротивленія носитъ названіе «омъ». Одинъ омъ $= 10^9$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ c, g, s.

Весьма большой трудъ представило установленіе эталона ома, т. е. установленіе такого вещественнаго сопротивленія, которое соотвѣтствовало бы только что данному опредѣленію величины ома. Работы, произведенныя до сихъ поръ въ этомъ направленіи, еще и сейчасъ нельзя признать достаточно законченными. Всѣ работы по опредѣленію ома сводятся къ измѣренію въ абсолют-

ныхъ электромагнитныхъ единицахъ сопротивленія извѣстной ртутной единицы Сименса, изъ каковаго измѣренія уже не трудно вывести матеріальную величину ома, т. е. не трудно опредѣлить, какую длину должно придать ртутному столбу, при площади поперечнаго его сѣченія въ 1 кв. миллиметръ и при 0° С., для того, чтобы сопротивленіе этого столба равнялось 10^9 абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ сопротивленія.

1231. Мы не можемъ здѣсь разсматривать весьма разнообразные способы, слѣдуя которымъ, авторы пытались съ возможно большею точностью опредѣлить значеніе ома. Для того, чтобы дать читателю хотя бы какое нибудь представленіе, мы укажемъ лишь на одинъ способъ. — Если параллельно и коаксіально другъ къ другу поставить двѣ спирали, коэффиціентъ взаимной индукціи коихъ равенъ $\mathcal{M}$, и прервать протекающій въ первой изъ нихъ токъ, сила коего $= I$, то во второй возбудится индукціонный токъ, интегральную силу коего мы можемъ измѣрить баллистическимъ гальванометромъ. При этомъ

$$Q = \frac{I\mathcal{M}}{W}$$

гдѣ W есть сопротивленіе всей вторичной цѣпи. Абсолютную силу тока I въ электромагнитныхъ единицахъ мы можемъ измѣрить тангесъ — гальванометромъ, для чего намъ достаточно знать абсолютную величину горизонтальной составляющей въ мѣстѣ и въ моментъ наблюденія и радіусъ простаго кольцеобразнаго проводника тока въ тангесъ гальванометрѣ; коэффиціентъ взаимной индукціи $\mathcal{M}$ спиралей можетъ быть вычисленъ, предполагая, конечно, что конструкція спиралей такова, что вычисленіе возможно произвести съ достаточною точностью; для опредѣленія интегральной силы Q индукціоннаго тока нужно опредѣлить «постоянную» баллистическаго гальванометра и продолжительность полнаго качанія подвѣшеннаго въ немъ магнита, resp. нѣкоторыя другія величины, легко опредѣляемыя опытомъ; произведя всѣ

эти опредѣленія въ абсолютной электромагнитной мѣрѣ, мы, изъ прямаго наблюденія

$$Q = \frac{I \mathcal{M}}{W}$$

можемъ вычислить значеніе W въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ:

$$W = \frac{I}{Q} \mathcal{M}$$

и тогда, сравнивъ сопротивленіе W имѣющейся цѣпи съ точными эталонами ртутныхъ единицъ Сименса, мы можемъ отсюда вычислить значеніе одной такой единицы въ абсолютной электромагнитной мѣрѣ. Послѣ этого, вычисляемъ и ту длину, которую долженъ имѣть при 0° Cels. ртутный столбъ, имѣющій на всемъ своемъ протяженіи площадь поперечнаго сѣченія въ 1 кв. миллиметръ, для того, чтобы сопротивленіе столба равнялось одной абсолютной электромагнитной единицѣ.

1232. Изъ наилучшихъ работъ, произведенныхъ въ сказанномъ направленіи по различнымъ способамъ, мы знаемъ въ настоящее время, что длина ртутнаго столба, равнаго по сопротивленію одному ому, близка къ 106,3 сантиметра, а именно лежитъ между 106,26 и 106,31 сантиметра.

Тѣ сопротивленія, которыя въ нашихъ реостатахъ обозначены какъ омы, соотвѣтствуютъ столбу ртути въ 106 сантиметровъ длиною, такъ какъ съ 1884-го и до 1894-го года былъ еще принятъ въ практикѣ старый «*легальный омъ*», опредѣленный въ 106 сантиметровъ ртутнаго столба. Но, на основаніи приведенныхъ выше изслѣдованій, въ настоящее время узаконенъ «истинный» омъ, опредѣляемый въ 106,3 сантиметра ртутнаго столба.— Первоначальный омъ, предложенный Британскою Ассоціаціею и носящій по большей части названіе «*единицы сопротивленія Британской Ассоціаціи*», еще на 1% ниже легальнаго ома. Легальный омъ (короче, просто «омъ») на 6% больше единицы Сименса, истинный же омъ превышаетъ эту единицу приблизительно на 6,3%. Наконецъ — «истинный» омъ больше «ле-

гальнаго» въ 1,00283 раза, «легальный» меньше «истиннаго» въ 0,99718 раза.

На практикѣ мы опредѣляемъ весьма малыя сопротивленія въ *микромахъ* (милліонная часть ома), весьма же большія сопротивленія — въ *мэгомахъ* (1 мэгомъ = 1 милліону омъ).

1233. Удѣльное сопротивленіе.

Мы знаемъ, что удѣльное сопротивленіе

$$\mathfrak{W} = \frac{W}{Fl}$$

гдѣ, въ практической мѣрѣ, сопротивленіе W проводника опредѣляется въ омахъ, длина его l — въ сантиметрахъ, а площадь поперечнаго сѣченія F — въ квадратныхъ сантиметрахъ. При этихъ условіяхъ, полученное численное значеніе $\mathfrak{W}$ опредѣляетъ удѣльное сопротивленіе въ *омо-сантиметрахъ*, т. е. полученное число опредѣляетъ въ омахъ сопротивленіе даннаго проводника при длинѣ его въ 1 сантиметръ и при площади поперечнаго сѣченія въ 1 кв. сантиметръ (§ 333). Если бы полученное число опредѣляло сопротивленіе проводника указанныхъ размѣровъ въ микромахъ или мэгомахъ, то мы получили бы удѣльное сопротивленіе, выраженное въ *микромо-сантиметрахъ*, rspct. *мэгомо-сантиметрахъ* (§ 333; см. еще § 335). Такъ какъ 1 омъ$=10^9$ абсолютнымъ единицамъ сопротивленія, то удѣльное сопротивленіе въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ равно удѣльному сопротивленію въ омо-сантиметрахъ, умноженному на 10^9.

Примѣръ. Удѣльное сопротивленіе мѣди въ омо-сантиметрахъ $=0{,}000001584$, а въ абсолютной электромагнитной мѣрѣ $=1584$.

1234. Сила тока.

Практическая единица силы тока есть амперъ. Одинъ амперъ равенъ $^1/_{10}$ абсолютной электромагнитной единицы силы тока.

Сила тока въ амперахъ или абсолютныхъ электромагнитныхъ

единицахъ опредѣляется проще и точнѣе всего, какъ мы знаемъ, тангесъ-гальванометромъ; помимо же этого, сила тока можетъ быть опредѣлена электрохимически, въ особенности при помощи серебрянаго вольтаметра, ибо весьма точными опытами установлено, что токъ въ 1 амперъ осаждаетъ изъ раствора азотнокислаго серебра (15 частей на 85 частей дестиллированной воды) въ теченіе секунды 1,1181 ± 0,0002 миллиграмма серебра. Менѣе надежные результаты получаются при примѣненіи мѣднаго вольтаметра: 1 амперъ въ 1 секунду осаждаетъ 0,328 ± 0,001 миллиграмма мѣди. Еще менѣе точные результаты получаются при примѣненіи вольтаметра со слабою сѣрною кислотою, въ коемъ измѣряется количество выдѣляемаго водорода или гремучаго газа. Силу тока измѣряютъ какъ въ амперахъ, такъ и въ *милли-амперахъ* (т. е. тысячныхъ частяхъ ампера), rspct. въ *микро-амперахъ* (въ милліонныхъ доляхъ ампера).

1235. Электровозбудительная сила, потенціалъ и разность потенціаловъ.

Практическая единица электро-возбудительной силы и разности потенціаловъ (rspct. потенціала) есть вольтъ. Одинъ вольтъ = 10^8 абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ электровозбудительной силы. Эталономъ вольта можетъ служить съ наибольшимъ успѣхомъ такъ-называемый нормальный элементъ Латимэра Клэрка, электровозбудительная сила коего съ теченіемъ времени, при извѣстной конструкціи элемента, настолько мало измѣняется, что легко можетъ быть на продолжительное время установлена съ точностью, превосходящею ± 0,002 вольта, причемъ съ соотвѣтственной же точностью можетъ быть опредѣленъ и температурный коэффиціентъ электровозбудительной силы элемента, остающійся постояннымъ при колебаніяхъ температуры въ предѣлахъ + 15 до + 25° Cels. Элементъ постояненъ при условіи, что онъ не работаетъ въ замкнутой цѣпи и, въ теченіе нѣсколькихъ часовъ, предшествующихъ измѣреніямъ, не подвергался значительнымъ колебаніямъ температуры.

Помимо сравненій электровозбудительной силы или разности

потенціаловъ съ электровозбудительною силой нормальнаго элемента, мы опредѣляемъ электровозбудительныя силы и разности потенціаловъ изъ господствующей въ цѣпи силы тока и сопротивленія цѣпи, причемъ полное вниманіе должно быть обращаемо на измѣненія сопротивленія цѣпи вслѣдствіе нагрѣванія проводниковъ токомъ, или вслѣдствіе колебаній температуры вообще, благодаря какимъ-бы то ни было причинамъ.

Помимо, какъ въ вольтахъ, мы измѣряемъ электровозбудительную силу (напр. термоэлементовъ) въ *микро-вольтахъ* (т. е. въ милліонныхъ доляхъ вольта).

1236. Количество электричества.

Практическая единица количества электричества есть кулонъ. Одинъ кулонъ = $^1/_{10}$ абсолютной электромагнитной единицы количества электричества и представляетъ собою поэтому то количество электричества, которое протекаетъ въ 1 секунду чрезъ плоскость поперечнаго сѣченія проводника, при силѣ тока въ 1 амперъ. Количество электричества въ кулонахъ мы опредѣляемъ или при помощи баллистическаго гальванометра (въ мгновенномъ токѣ) или электрохимическимъ путемъ (1 кулонъ выдѣляетъ 1,1183 ± 0,0002 миллиграмма серебра, rspct. 0,328 ± 0,001 миллиграмма мѣди).

Помимо кулонъ мы измѣряемъ количество электричества *микрокулонами* (т. е. милліонными частями кулона) и еще дробными частями микрокулона (см. слѣдующій отдѣлъ).

1237. Емкость.

Обыкновенно пишутъ: «практическая единица емкости есть фарада»,—но, въ дѣйствительности, *емкость никогда не измѣряется фарадами, а лишь микрофарадами* или дробными частями микрофарады. Фарада = 10^{-9} абсолютной электромагнитной единицы емкости, микрофарада же есть милліонная доля фарады, слѣдовательно = 10^{-20} абсолютной единицы.

Фарада есть такая емкость, при которой тѣло заряжается однимъ кулономъ до потенціала въ 1 вольтъ. Емкость эта чрезмѣрно велика для практики, ибо, напр., шаръ, радіусъ коего

= 13 билліонамъ миль, имѣетъ емкость, равную лишь одной фарадѣ, такъ что шаръ, равный земному, обладалъ бы емкостью всего только въ 0,000708 фарады. Поэтому *эталоны емкости*, изготовляемые въ формѣ конденсаторовъ, *измѣряются въ микрофарадахъ*. Плоскій воздушный конденсаторъ, при радіусѣ дискообразныхъ пластинокъ въ 6 метровъ и при разстояніи между ними въ 1 миллиметръ, обладалъ бы емкостью въ одну микрофараду. Многослойный конденсаторъ такой же емкости, конечно, несравненно менѣе объемистъ.

1238. Работа тока.

Мы знаемъ, что въ абсолютной электромагнитной системѣ измѣреній работа тока опредѣляется произведеніемъ $I^2W\tau = EI\tau = EQ$, гдѣ I — сила тока, W — сопротивленіе цѣпи, τ — время, $I\tau = Q$ есть количество электричества, протекшаго въ цѣпи за время τ, причемъ величины E, W, I и Q предполагаются данными въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ, время же τ — въ секундахъ. *Въ практическихъ единицахъ работа, произведенная въ цѣпи токомъ*

$$f = EQ$$

опредѣляется произведеніемъ дѣйствовавшей электровозбудительной силы, измѣренной въ вольтахъ, на количество протекшаго электричества, измѣреннаго въ кулонахъ, причемъ практическая единица такой работы тока носитъ названіе вольтъ-кулонъ, величина, извѣстная также подъ названіемъ *джауля*. Такъ какъ 1 вольтъ = 10^8 абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ электровозбудительной силы, а 1 кулонъ = $^1/_{10}$ такой же единицы количества электричества, то 1 вольтъ-кулонъ = 10^7 абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ работы тока; но, мы знаемъ, что абсолютная электромагнитная единица работы тока есть эргъ, слѣдовательно, одинъ вольтъ-кулонъ (джауль) = 10^7 эргамъ, т. е. = 10 милліонамъ эрговъ. Итакъ

1 джауль = 10^7 эргамъ,
= 0,24 малой калоріи,
= 0,102 килограммометра.

1239. Эффектъ работы тока.

Такъ какъ эффектъ работы тока есть работа, произведенная токомъ въ теченіе секунды, то *практическая единица работы тока есть джауль въ секунду*, величина, извѣстная больше подъ названіемъ *уатта* или *вольтъ-ампера*.

$$1 \text{ уаттъ} = 10^7 \text{ эрговъ въ секунду,}$$
$$= 0{,}102 \text{ киллограммометра въ секунду,}$$
$$= 0{,}00136 \text{ лошадиной силы}$$

и, наоборотъ,

$$1 \text{ лошадиная сила} = 735 \text{ уаттамъ.}$$

Примѣръ. Представимъ себѣ, что въ цѣпи, соединяемой съ борнами динамо-машины, мы желаемъ получить силу тока $=x$ амперамъ при разности потенціаловъ у борновъ машины $=y$ вольтамъ; при этихъ условіяхъ мы будемъ имѣть эффектъ работы тока $xy = 1470$ уаттамъ. Отсюда мы можемъ заключить, что двигатель, приводящій въ движеніе динамо-машину, долженъ развивать не менѣе $\frac{1470}{735} = 2$ лошадиныхъ силъ. На самомъ же дѣлѣ, вслѣдствіе различныхъ потерь, должно принимать, что 1 лошадиная сила затрачивается уже на эффектъ работы тока, не превышающій 550 уаттъ. Слѣдовательно, въ нашемъ примѣрѣ, для выполненія условій задачи, двигатель долженъ будетъ развивать около 3 лошадиныхъ силъ.

1240. Коэффиціентъ самоиндукціи и взаимной индукціи.

Величины эти въ практической мѣрѣ опредѣляются также, какъ и въ системѣ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицъ (§ 1228). Но такъ какъ на практикѣ сила тока измѣряется въ амперахъ (1 амперъ $= 1.10^{-1}$ абсолютной электромагнитной единицы силы тока), а электровозбудительная сила въ вольтахъ (1 вольтъ $= 1.10^8$ абсолютнымъ электромагнитнымъ единицамъ), то выраженіе

$E_s = \mathfrak{L}\frac{dI}{d\tau}$ абсолютнымъ единицамъ электровозбудительной силы,

мы должны замѣнить выраженіемъ

$$E_s = \mathfrak{L}'\frac{dI}{d\tau} \text{ вольтамъ,}$$

откуда видно, что въ единицахъ практической системы электрическихъ измѣреній коэффиціентъ самоиндукціи въ 10^9 разъ превосходитъ величину того же коэффиціента, измѣреннаго въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ. *Практическая единица коэффиціента самоиндукціи есть генри* (носитъ также названіе *«секомъ»* или *«квадрантъ»*)

1 генри (секомъ, квадрантъ)	$=10^9$ абс.	единицамъ	коэфф.	самоинд.	
1 миллигенри	$=10^6$	»	»	»	»
1 микрогенри	$=10^3$	»	»	»	».

Этими же единицами измѣряется и коэффиціентъ взаимной индукціи.

IV. Сопоставленіе различныхъ единицъ электрическихъ измѣреній.

Электромагнитныя единицы.	Практическія единицы.	Электростатическія единицы.
Единица сопротивленія =	10^{-9} ома =	$\frac{1}{9.10^{20}}$
» силы тока =	10 амперамъ =	3.10^{10}
» электровозбуд. силы =	10^{-8} вольта =	$\frac{1}{3.10^{10}}$
» количества электрич. =	10 кулонамъ =	3.10^{10}
» емкости =	10^9 фарадамъ =	9.10^{20}
» работы тока =	10^{-7} вольтъ-кулона	
» эффекта работы тока =	10^{-7} вольтъ-ампера	
» коэффиц. индукціи =	10^{-9} генри	

Практическія единицы.	Электромагнитныя единицы.		Электростатическія единицы.		Эмпирическія единицы.
›мъ =	10^9	единиц.	$\frac{1}{9.10^{11}}$	единиц.	1,063 един. Сименса
.мперъ =	0,1	»	3.10^9	»	10,45 » Якоби
ольтъ =	10^8	»	$^1/_{300}$	»	0,901 Даніэля
;улонъ =	0,1	»	3.10^9	»	
›арадъ =	10^{-9}	»	9.10^{11}	»	
ольтъ-кулонъ	10^7	»			
ольтъ-амперъ	10^7	»			
енри	10^9	»			

Электростатическія единицы.		Электромагнитныя единицы.		Практическія единицы.
Единица	сопротивленія =	9.10^{20}	единицамъ	9.10^{11} омамъ
»	силы тока =	$\frac{1}{3.10^{10}}$	единицы	$\frac{1}{3.10^{9}}$ ампера
»	электровозбудит. силы	$^{1}/_{300}.10^{8}$	»	300 вольтамъ
»	количества электрич.	$\frac{1}{3.10^{10}}$	»	$\frac{1}{3.10^{9}}$ кулона
»	емкости =	$\frac{1}{9.10^{20}}$	»	$\frac{1}{9.10^{11}}$ фарады.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.

Ничѣмъ не помѣченныя цифры означаютъ параграфы.

ДОПОЛНЕНІЯ.

Къ §§ 71—72, 80 — сравни § 1232.

Къ § 357 — Сплавы марганца съ мѣдью или съ мѣдью и цинкомъ отличаются столь малымъ температурнымъ коэффиціентомъ (отрицательнымъ при температурахъ между 10—40° Cels.), что, обыкновенно, коэффиціентъ этотъ можетъ быть принятъ равнымъ нулю. Поэтому сплавы эти въ настоящее время вытѣсняютъ нейзильберъ и никкелинъ.

Къ §§ 402—403 — Само собою разумѣется, что непрерывныя дроби могутъ быть здѣсь съ удобствомъ замѣнены такъ называемыми подходящими дробями.

Къ таблицѣ на стр. 544—545 — Данныя, здѣсь сообщенныя, представляютъ, вслѣдствіе предпринятой въ 1898 году перестройки лабораторіи, анахронизмъ. Въ настоящее время изъ описанныхъ трехъ комнатъ и прилегающаго коридора образованъ одинъ залъ, изъ коего удалено почти все желѣзо, вслѣдствіе чего почти всюду магнитное поле уже лишь на ± 0,02 единицы отличается отъ нормы.

ОПЕЧАТКИ.

Стр.	*Строка.*	*Напечатано:*	*Должно быть:*
32	7 сверху	Ампера	Ампера (§ 31)
36	1 снизу	см. спеціальную часть.	см. §§ 781—784
41	2 »	микрокулонъ	микрокулонъ (или же электростатическая единица—§ 253)
54	1–2 »	см. также главу о квадрантномъ электрометрѣ	сравн. §§ 263—266
61	6 »	элемента, то электричество съ этого полюса	элемента, другой полюсъ коего соединенъ съ землею, то электричество съ перваго полюса
62	8 сверху	вольту.	вольту (подробнѣе см. §§ 246—248).
63	13 »	кулонъ электричества	количество электричества, равное одному кулону.
63	20 »	кокденсаторовъ	конденсаторовъ
66	4 снизу	соединенный съ	соединенный непосредственно съ
68	1 »	величины потенціала	разности потенціаловъ
91	9 »	условій.	условій (сравн. §§ 246—248).
93	2 сверху	мѣстѣ.	мѣстѣ (глава LXIV).
97	17 снизу	въ разомкнутомъ элементѣ	между собою даже численно
98	1 »	$5\,x = 9{,}6 - 6{,}0$	$5\,x = 9{,}6 - 6{,}0 = 3{,}6$
100	15 »	до одного	до численно одного
100	4 »	до разныхъ	до численно разныхъ
103	11 »	главу объ искровомъ разрядѣ	§ 1168 и § 1172
105	7 сверху	не дѣйствуютъ	замѣтно не дѣйствуютъ

Стр.	*Строка.*	*Напечатано:*	*Должно быть:*
110	10 снизу	помѣщаютъ	помѣщаемъ
132	7 »	термоэлементовъ	термоэлементовъ и аккумуляторовъ
197	1 сверху	или	въ токѣ одного направленія называютъ число періодовъ въ секунду;
197	2—3 »	въ токахъ одного направленія или токахъ альтернативныхъ называютъ число періодовъ въ секунду.	въ альтернативномъ токѣ называютъ число полупеоіодовъ въ секунду.
197	4 »	имѣемъ прерывистый	имѣемъ періодическій прерывистый
215	2 »	цѣпи всегда меньше	цѣпи меньше
220	5 снизу	**396.**	надо уничтожить это число
223	7 »	w_3	w_4
256	2 »	$\dfrac{\varepsilon}{I=\frac{w}{4}+W}$	$I=\dfrac{\varepsilon}{\frac{w}{4}+W}$
262	14 »	*a* группъ изъ *b*	*b* группъ изъ *a*
278	10 сверху	числа (*n*) проводниковъ,	числа (*n*) параллельныхъ проводниковъ,
281	14 »	микромо-сантиметрахъ,	омо-сантиметрахъ,
282	1 »	микромо-сантиметрахъ,	омо-сантиметрахъ,
287	14—15 снизу	уменьшается тѣмъ менѣе, чѣмъ меньше площадь погруженныхъ	уменьшается, въ зависимости отъ глубины погруженія, тѣмъ менѣе, чѣмъ меньше общая площадь погружаемыхъ
422	1 сверху	XXVII	XXVIII
433	5 »	приводится	приходится
437	15 снизу	охлажденіе жидкости.	поглощеніе тепла.
445	2 »	послѣдня	послѣдняя
476	14 »	дистиллированная	дестиллированная
481	3 сверху	полосами	полюсами
560	замѣнить въ вышележащемъ параллелограммѣ рис. 136 букву f' чрезъ f'', а f_1 — чрезъ f_2.		
606	7 снизу	*площади, окружаемой токомъ, послѣдній*	*окружаемой токомъ площади съ радіусомъ въ одинъ сантиметръ, токъ*
606	5 »	въ центрѣ круговаго тока	въ центрѣ такого круговаго тока
607	1 »	*дѣйствуетъ съ силою*	*дѣйствуетъ со стороны дуги съ силою*
609	выставить на рис. 163 букву *A* въ мѣстѣ пересѣченія линіи *NS* съ линіею $\mathfrak{H}'\mathfrak{H}'$.		
660	9 снизу	массы мѣди	массы мѣди или свинца

Стр.	*Строка.*	*Напечатано:*	*Должно быть:*
831	16 сверху	наклоненія	меридіана
831	17 »	меридіана	наклоненія
832	6–7 »	въ плоскости	нормально къ плоскости
832	9 »	71° 40′	70° 40′
832	11 »	уголъ $\alpha = 70° 40'$	уголъ $90° - \alpha = 90° -$ $- 70° 40'$
845	8 снизу	коммутатора	коллектора
845	5 »	коммутатора	коллектора
881	8 сверху	0,5 2 и 5	0,5, 2 и 5
889	16 снизу	ввѣли	вывели
903	14 »	LXI	LVI
997	6 сверху	τ^0	τ_0
1062	4 »	микрафорады	микрофарады
1088	2 снизу	токѣ	знакѣ